

총설: 액체 중에서 상승하는 기포의 크기, 형상 및 속도

박성훈

순천대학교 환경공학과

(2017년 3월 6일 투고, 2017년 3월 15일 수정, 2017년 3월 15일 게재확정)

A Review on Size, Shape and Velocity of a Bubble Rising in Liquid

Sung Hoon Park

Department of Environmental Engineering, Suncheon National University

(Received 6 March 2017; Revised 15 March 2017; Accepted 15 March 2017)

Abstract

Accurate prediction of size, shape and velocity of a bubble rising through a liquid pool is very important for predicting the particulate removal efficiency in pool scrubbing, for designing engineering safety features to prepare for severe accidents in nuclear power plants, and for predicting the emission of fission products from MCCI (molten core-concrete interaction) process during severe accidents. In this review article, previous studies on the determination of the size, shape and rising velocity of a bubble in liquid are reviewed. Various theoretical and parameterization formulas calculating the bubble size, shape and velocity from physical properties of liquid and gas flowrate are compared. Recent studies tend to suggest simple parameterizations that can easily determine the bubble shape and rising velocity without iteration, whereas iteration has to be performed to determine the bubble shape and velocity in old theories. The recent parameterizations show good agreement with measured data obtained from experiments conducted using different liquid materials with very diverse physical properties, proving themselves to be very useful tools for researchers in related fields.

Keywords: bubble; pool scrubbing; rising velocity; bubble shape; bubble size

* Corresponding author.

Tel : +82-61-750-3816

E-mail : shpark@suncheon.ac.kr

1. 서론

각종 기체상 및 입자상 오염물질을 제거하기 위한 장치로 습식집진장비가 오랫동안 사용되어왔다 (Shin et al., 2008; Kim, 1999). 풀 스크러빙(pool scrubbing)은 함진가스를 물 속에 기포의 형태로 주입시켜 기포들이 물 층을 통과하는 동안 기포에 포함된 입자상 오염물질이 제거되도록 하는 습식집진 기법의 하나로서 산업공정에서 발생하는 입자상 오염물질 제거에 널리 사용되고 있다(Gabillet et al., 2002; Ghiaasiaan and Yao, 1997; Kim and Park, 2008; Kim and Park, 2014; Park and Lee, 2009; Laker and Ghiaasiaan, 2004). 풀 스크러빙 공정 도중에 에어로졸 입자들은 브라운운동에 의한 확산, 중력침강, 관성충돌, 열영동, 확산영동 등 다양한 메커니즘에 의해 기포 표면에 부딪쳐 제거되는데 (Fuchs, 1964), 이때 입자제거 효율은 에어로졸 입자의 크기나 형상뿐 아니라 기포의 크기 및 형상과 그에 따라 결정되는 상승속도에 따라 크게 달라진다. 예를 들어, 기포 직경(d_p)이 작을수록 브라운확산, 관성충돌, 중력침강에 의한 입자제거 효율이 모두 커지는데, 각각 $d_p^{3/2}$, d_p^2 , d_p 에 반비례한다(Fuchs, 1964). 기포의 모양이 구형에서 타원체형으로 변하면 기포표면적이 커짐에 따라 입자제거 효율이 커지며, 기포의 상승속도가 커지면 기포 내 체류시간이 짧아지므로 입자제거 효율은 낮아진다.

풀 스크러빙이 널리 활용되어 온 가장 중요한 분야 중 하나가 원자력발전소 중대사고 시 발생하는 방사성 에어로졸을 제거하기 위해 설치하는 공학적 안전설비(engineering safety features) 분야이다(Wassel et al., 1985; Herranz et al., 1997; Ramsdale et al., 1992). 중대사고 해석에서 기포의 크기, 형상 및 상승속도는 풀 스크러빙을 이용한 에어로졸 입자의 제거 외에 또 다른 중요한 의미를 가진다. 중대사고 시 핵분열물질로 이루어진 방사성 에어로졸의 생성은 상당부분 노심용융물(molten core)이 원자로용기를 뚫고 격납건물 바닥에 떨어져 콘크리트와 반응하는 이른바 MCCI (molten core-concrete interaction) 과정에서 발생하는 기포 속으로 휘발성 핵분열물질이 기화하면서 시작된다(Allelein et al., 2009). 이렇게 기화한 핵분열물질이 기포가 노심용융물 층을

통과하여 격납건물 상부로 방출되면서 주변 온도가 낮아지면 응축하여 방사성 에어로졸 입자를 생성하는 것이다. 노심용융물과 기포 사이에 이루어지는 핵분열물질의 이동은 기포의 크기 및 형상과 상승속도에 따라 크게 달라진다. 따라서, 주어진 상황에서 기포의 크기, 형상, 상승속도를 결정하는 것은 중대사고 시 방사성 에어로졸 배출량 산정에 있어 풀 스크러빙 효율 측면에서 뿐만 아니라 핵분열물질 배출량 측면에서도 매우 중요하다.

이 총설에서는 풀 스크러빙에 사용되는 액체의 물리적 특성 및 처리하려는 가스의 양과 특성에 따라 액체층을 통과해 상승하는 기포의 크기, 형상, 상승속도를 결정하는 기법에 대한 과거의 연구결과들을 비교, 정리함으로써, 앞으로 풀 스크러빙 장치를 설계할 때 설계 파라미터를 결정하는 데 도움을 주고자 하였다.

2. 기포의 크기

기포의 모양과 상승속도를 결정하기 위해서는 기포의 크기를 먼저 결정해야 한다. Davidson and Schuler는 점도가 낮은 정지상태의 액체층(예를 들어 강철용융물)을 통과하는 기포의 크기를 결정하는 방식으로 다음 식을 제안하였다(Davidson and Schuler, 1960a; Davidson and Schuler, 1960b).

$$d_c = (0.02763m^{0.8}) \times \sqrt[3]{\frac{6v_s^{1.2}}{\pi g^{0.6}}} \quad (1)$$

여기서 d_c 는 기포의 부피등가직경, v_s 는 가스의 겉보기속도(superficial velocity), g 는 중력가속도이고, m 은 길이의 단위 meter를 의미한다.

식 (1)은 가스의 겉보기속도가 충분히 커서 액체층으로 진입하는 가스가 가스필름(gas film)을 형성하고, 이 가스필름으로부터 기포들이 생성되는 경우에 적용된다. 가스의 겉보기속도가 충분히 크지 않은 경우에는 가스가 액체층으로 진입하는 순간 개별적으로 기포가 발생하며, 이 때 기포의 크기는 가스의 겉보기속도와는 무관하게 액체의 특성에 의해 결정된다. Fritz (1935)는 다공판으로부터 만들어지는 기포의 크기를 구하는 데 다음과 같은 식을 제안

하였다.

$$d_c = 0.0105\theta_c \left(\frac{\sigma_L}{g\rho_L} \right)^{1/2} \quad (2)$$

여기서 θ_c 는 액체층과 다공판 간의 접촉각(contact angle), σ_L 과 ρ_L 은 액체의 표면장력과 밀도이다.

Ishii and Zuber (1979)는 Reynolds 수가 충분히 커서($Re > 1000$) 항력계수가 상수인 경우(Newton's drag regime) 기포의 직경을 구하는 방법으로 다음 식을 제안하였다.

$$d_e = 69.3 \left(\frac{\mu_L^2}{g\rho_L} \right)^{1/3} \quad (3)$$

여기서, μ_L 은 액체의 점도이다.

Pohorecki et al. (2005)은 수치실험을 통하여 액체의 특성 뿐 아니라 가스의 걸보기속도까지 고려한 다음과 같은 상관관계식을 제안하였다.

$$d_{32} = 0.289\rho_L^{-0.552}\mu_L^{-0.048}\sigma_L^{0.442}v_s^{-0.124} \quad (4)$$

여기서, 좌변 아랫첨자에 있는 숫자 32는 Sauter mean diameter (직경에 대한 3차 모멘트와 2차 모멘트의 비)를 의미한다. 아울러, Pohorecki et al. (2005)은 차원해석 기법을 사용하여 식 (4)를 무차원식으로 근사하였고, 이를 기포의 직경으로 표현하면 다음과 같은데, 식 (5)는 식 (2)와 함수형태가 같음을 알 수 있다.

$$d_{32} = 1.667 \left(\frac{\sigma_L}{g\rho_L} \right)^{1/2} \quad (5)$$

최근 Park et al. (2017)은 가스의 걸보기 속도가 충분히 클 때에는 식 (1)을 이용하고, 가스의 걸보기 속도가 작을 때에는 식 (5)를 이용하여 기포의 크기를 구할 수 있도록 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$d_c = \max \left(1.667 \left(\frac{\sigma_L}{g\rho_L} \right)^{1/2}, (0.02763m^{0.8}) \times \sqrt[3]{\frac{6v_s^{1.2}}{\pi g^{0.6}}} \right) \quad (6)$$

지금까지 살펴본 식들은 모두 액체층 바닥에서 갓 형성된 기포의 크기를 결정하는 방법을 기술하고 있다. 대기압 조건에서는 기포의 내부 압력을 같은 높이에서의 액체의 정압으로 근사할 수 있으

로 (Powers et al., 1986), 기포가 상승하면서 정압 수두(hydrostatic head)가 낮아짐에 따른 기포 크기의 증가는 유체정역학 법칙과 보일의 법칙에 따라 다음 식으로 표현된다.

$$\frac{d_e(z)}{d_e(0)} = \sqrt[3]{\frac{P_a + g\rho_L H}{P_b}} \quad (7)$$

여기서 z 는 액체층 바닥으로부터의 높이, P_a 는 대기압, H 는 액체층의 깊이, $P_b (= P_a + g\rho_L(H-z))$ 는 기포 내부 압력이다.

기포의 크기는 한없이 증가하지는 않는다. 기포의 크기가 커지거나 상승속도가 올라갈수록 Rayleigh-Taylor 불안정성 때문에 기포는 불안정해지며, 마침내 기포의 쪼개짐이 발생한다. Levich and Technica (1962)에 따르면, 안정한 기포의 최대직경 d_{max} 는 다음과 같다.

$$d_{max} = \frac{1.8\sigma_L}{v_b^2 \sqrt[3]{\rho_G \rho_L^2}} \quad (8)$$

여기서, v_b 는 기포의 종말상승속도이고 ρ_G 는 기포를 이루는 기체의 밀도이다.

3. 기포 상승속도에 따른 형상의 결정

기포의 크기(부피)가 주어져 있을 때 그 기포의 형상과 상승속도를 결정하는 것은 유체역학에서 오랫동안 중요하게 다루어 온 문제 중 하나이다. 기포의 형상과 상승속도는 서로에게 영향을 미치는데, 이 상호작용에 대한 해석은 다음과 같은 세 무차원수를 통해 이루어진다(Clift et al., 1978; Grace, 1973).

$$E_o = \frac{g\rho_L d_e^2}{\sigma_L} \quad (9)$$

$$R_e = \frac{\rho_L v_b d_e}{\mu_L} \quad (10)$$

$$M = \frac{g\mu_L^4}{\rho_L \sigma_L^3} \quad (11)$$

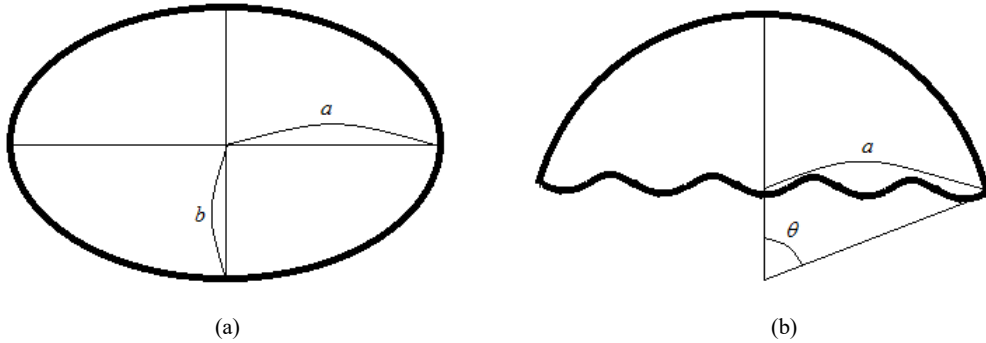


Figure 1. Shape of non-spherical bubbles: (a) spheroidal bubbles, (b) spherical cap bubbles.

Eötvös 수 E_0 는 체적력(body forces)과 표면장력(surface tension forces) 간의 비이고 Reynolds 수 R_e 는 관성력과 점성력 간의 비이다. Morton 수 M 은 다소 거칠게 말하면 점성력과 표면장력 간의 비라고 볼 수 있다.

액체층을 뚫고 상승하는 기포의 형상은 보통 기포의 종횡비(장축의 길이와 단축의 길이의 비) E 의 값에 따라 구형(sphere, $E < 1.1$), 편평타원체형(oblate spheroid, 이하 타원체형, $1.1 < E < 3.5$), 모자형(spherical cap, $E \geq 3.5$)이라는 세 개의 그룹으로 분류한다(Clift et al., 1978; Tadaki and Maeda, 1961). 타원체형 기포는 그림 1(a)와 같은 모양이며, 수평방향 반경 a 와 연직방향 반경 b 는 다음과 같이 d_e 와 $E (= a/b)$ 의 함수로 주어진다.

$$a = \frac{d_e E^{1/3}}{2} \tag{12}$$

$$b = \frac{a}{E} \tag{13}$$

모자형 기포는 그림 1(b)와 같은 모양이며, 수평방향 반경 a 는 다음과 같이 d_e 의 함수로 주어진다.

$$a = \frac{d_e \sin \theta}{\sqrt[3]{2(2 - 3\cos \theta + \cos^3 \theta)}} \tag{14}$$

여기서 모자형 기포의 모양을 결정하는 wake angle θ 는 다음 식으로 주어진다(Clift et al., 1978).

$$\theta = 50 + 190 \exp(-0.62 R_e^{0.4}) \tag{15}$$

기포의 모양을 결정하는 종횡비 E 의 값은 Takada 수 $T_a (= R_e M^{0.23})$ 의 값에 따라 다음과 같이 정해진

다(Clift et al., 1978).

$$\frac{1}{E} = \begin{cases} 1 & \text{for } T_a \leq 1 \\ [0.81 + 0.206 \tanh\{2(0.8 - \log_{10} T_a)\}]^3 & \text{for } 1 \leq T_a \leq 39.8 \\ 0.24 & \text{for } T_a \geq 39.8 \end{cases} \tag{16}$$

식 (15)와 (16)로부터 θ 와 E 의 값을 구하기 위해 필요한 R_e 는 기포 상승속도의 함수이다. 이는 기포의 형상을 결정하기 위해서는 상승속도가 먼저 결정되어야 함을 의미한다.

4. 기포 형상에 따른 상승속도의 결정

기포의 크기와 형상이 정해졌을 때 종말상승속도를 구하는 다양한 기법이 문헌상에 보고되어 있다(Hadamard, 1911; Mendelson, 1967; Davies and Taylor, 1950; Grace, 1973; Tadaki and Maeda, 1961; Ishii and Zuber, 1979; Frumkin and Levich, 1947). 그 중 대표적인 기법들에 대해 아래에 정리하였다.

4.1 구형 기포

기포가 매우 작아서 표면장력이나 점성력에 비해 관성력이 작은 경우 기포의 모양은 구형이 된다. 관성력이 점성력에 비해 무시할 수 있을 만큼 작고 ($R_e < 1$), 기포 속 기체 순환이 일어나지 않는 경우, 구형 기포의 상승 속도는 강체구(rigid sphere)의 종말속도를 규정하는 Stokes 법칙에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$v_b = \frac{g \rho_L d_e^2}{18 \mu_L} \tag{17}$$

그러나 유체구(fluid sphere)인 기포의 경우 대개 기포 표면에서의 액체의 유동이 기포 내부에서의 기체 순환을 만들어냄으로써 기포 표면에서의 마찰을 감소시키기 때문에 강체구보다 큰 종말속도를 가지며, 이는 다음과 같이 주어진다(Hadamard, 1911; Rybczynski, 1911).

$$v_b = \frac{g(\rho_L - \rho_G)d_e^2}{6\mu_L} \left(\frac{1 + \kappa}{2 + 3\kappa} \right) \quad (18)$$

여기서, κ 는 기체와 액체 간 점도 비(μ_G/μ_L)이고, μ_G 는 기포를 이루는 기체의 점도이다. 대부분의 경우 기체의 밀도와 점도는 액체의 밀도와 점도보다 훨씬 작으므로 식 (18)은 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$v_b = \frac{g\rho_L d_e^2}{12\mu_L} \quad (19)$$

식 (19)는 Stokes의 법칙인 식 (17)보다 1.5배 큰 종말속도임을 확인할 수 있다. 식 (17)과 (19) 가운데 어느 쪽을 선택해야 하는지는 기포 표면에서의 오염물질의 존재 유무에 따라 결정된다. 기포 표면에 오염물질이 존재할 경우, 오염물질에 의해 기체순환이 억제됨으로써 기포가 강체구처럼 거동하게 돼 식 (17)을 사용해야 한다(Frumkin and Levich, 1947; Levich and Technica, 1962).

R_e 가 1보다 클 경우에는 관성력을 무시할 수 없기 때문에 식 (17) 또는 (19)가 더 이상 유효하지 않게 된다. Wallis (1974)는 R_e 의 범위가 약 1에서 100 사이인 경우 관성력의 영향을 고려하고 기포 속 기체순환이 일어난다고 가정하여 다음과 같은 구형기포의 종말상승속도를 제안하였다.

$$v_b = 0.14425g^{5/6} \left(\frac{\rho_L}{\mu_L} \right)^{2/3} d_e^{3/2} \quad (20)$$

식 (17), (19) 및 (20)을 살펴보면, 구형 기포는 그 크기가 커짐에 따라 상승속도가 증가하는데, 이는 기포 크기의 증가에 따른 체적력(부력)의 증가가 마찰력의 증가보다 빠르기 때문이다.

4.2 타원체형 기포

기포의 크기가 커지고 그에 따라 상승속도도 커지게 되면 액체층으로부터 받는 저항 때문에 기포의 모양이 타원체형으로 변하게 된다. 타원체형 기

포에 대한 종말상승속도는 다음 식으로 주어진다 (Clift et al., 1978; Mendelson, 1967).

$$v_b = \sqrt{\frac{2.14\sigma_L}{\rho_L d_e} + 0.505gd_e} \quad (21)$$

식 (21)의 우변을 살펴보면, 작은 기포의 경우 근호 속 두 항 가운데 첫 항이 지배적인 반면, 큰 기포의 경우 두 번째 항이 지배적이 된다. 따라서, 타원체형 기포의 경우, 기포가 작을 때에는 구형 입자의 경우와는 반대로 기포가 커짐에 따라 오히려 기포 상승속도가 감소하게 되는데, 이는 기포의 모양이 납작해져서 마찰력의 증가가 체적력의 증가보다 빠르기 때문이다. 기포의 크기와 종횡비가 충분히 커진 뒤에는 기포가 더 이상 납작해지기 어렵기 때문에 다시 기포 크기의 증가에 따라 상승속도도 증가한다.

4.3 모자형 기포

기포의 크기가 더 커지면 기포의 바닥이 평평해지거나 때로는 오목해지면서 상하대칭이 깨진 모양으로 변하는데, 이를 모자형이라 부른다. 모자형 기포의 종말상승속도는 다음 식으로 주어진다(Clift et al., 1978; Davies and Taylor, 1950).

$$v_b = 0.721\sqrt{gd_e} \quad (22)$$

식 (21)은 d_e 가 충분히 큰 경우 근호 속 첫 항을 무시하면 $v_b = 0.711\sqrt{gd_e}$ 로 근사할 수 있는데, 이는 식 (22)와 거의 같은 형태이다. 이런 이유로 많은 연구자들은 식 (21)을 타원체형 기포 뿐 아니라 모자형 기포의 상승속도를 구하는 데에도 사용하고 있다(Jamialahmadi et al., 1994; Park et al., 2017).

Ishii and Zuber (1979)는 가스 유량이 매우 커서 크고 일그러진 모양의 기포들이 생성되는 distorted bubble regime (또는 chrun turbulent regime)에 대해 기포의 상승속도는 다음과 같이 구할 수 있다고 제안하였다.

$$v_b = \left(\frac{4g\sigma_L}{\rho_L} \right)^{1/4} \quad (23)$$

식 (2)나 식 (5)를 식 (23)에 대입하면 $v_b \propto \sqrt{gd_e}$ 를 얻게 되는데, 이는 식 (22)와 함수 형태가 같음을 확인할 수 있다.

5. 기포의 형상과 상승속도의 동시 결정

4절에서 소개한 기법들은 모두 기포의 형상이 구형, 타원체형, 모자형 중 어느 하나로 특정된 상황에서만 적용할 수 있다는 한계가 있다. 이는 기포의 상승속도를 구하기 위해서는 기포의 형상이 먼저 정해져야 한다는 것을 뜻하는데, 앞서 3장에서 살펴본 바와 같이 기포의 형상 역시 상승속도에 따라 달라지기 때문에 기포의 형상과 상승속도를 함께 결정하기 위해서는 모종의 반복계산(iteration)이 필요하게 된다.

다양한 물리적 특성을 가지는 21가지 서로 다른 액체를 사용하여 수행한 실험결과를 토대로, Grace (1973)는 기포의 크기가 주어졌을 때 기포의 형상과 상승속도를 동시에 결정할 수 있는 다이어그램(diagram)을 제시하였다. Grace의 다이어그램이라 불리는 이 다이어그램은 세 무차원수 E_o (기포 크기를 대변), M (액체 특성을 대변), R_e (기포 상승속도를 대변)에 따라 입자의 형상을 세 영역(구형, 타원체형, 모자형)으로 구분하고 M 의 값과 기포의 형상에 따라 달라지는 E_o - R_e 관계를 그래프로 제시함으로써, 액체의 특성과 기포의 크기가 정해지면 기포의 형상과 상승속도를 쉽게 구할 수 있게 하였다. 나중에 Grace et al. (1976)은 액체층을 통과하는 다른 종류의 액체 방울의 거동에 대해서도 이러한 해석방식을 적용함으로써 유체층을 통과하는 유체구의 거동에 대한 해석으로 일반화하였다. Grace의 다이어그램은 매우 유용한 도구일 뿐만 아니라 구형-타원체형, 타원체형-모자형, 구형-모자형 간 경계를 다이어그램 안에서 시각적으로 표현해 놓음으로써 기포의 거동에 대한 이해를 높이는 데 탁월한 효과를 발휘한다. 예를 들면, M 의 값이 충분히 큰 경우 기포의 성장에 따라 기포의 모양이 구형에서 (타원체형을 거치지 않고) 모자형으로 곧바로 변하는 현상이 관찰되는데, 이 현상은 Grace의 다이어그램에서 아주 쉽게 시각적으로 제시된다. 그럼에도 불구하고, Grace의 다이어그램에서는 E_o - R_e 관계가 $\log_{10} M$ 이 정수인 M 값들에 대해서만 그래프로 제시되고 있기 때문에, 이 다이어그램으로부터 R_e 를 (즉, 기포 상승속도를) 결정하기 위해서는 M 에 대한 내삽과정이 필수적이다. 이는 불편할 뿐 아니라 필연적으로 상당한 오차를 수반할 수밖에 없다는 결함이 있다.

Table 1. Drag coefficient formulas for different bubble shapes in the model of Powers et al. (1986).

C_D	Bubble shape
$C_D = \frac{576M^{1/2}}{E_o^{1.5}}$	Sphere without internal gas circulation
$C_D = \frac{83.8M^{0.3033}}{E_o^{0.959}}$	Sphere with internal gas circulation
$C_D = \frac{E_o}{2.14 + 0.505E_o}$	Spheroid
$C_D = 8/3$	Spherical cap

Powers et al. (1986)은 기포의 모양과 상승속도를 결정하는 다음과 같은 방법을 제시하였다.

$$\frac{E_o^{1.5}}{M^{0.5}} = R_e^2 C_D \quad (24)$$

여기서 항력계수 (drag coefficient) C_D 는 표 1에 주어진 네 가지 식 중 최대값으로 결정되며 이 때 기포의 모양도 함께 결정된다. 표 1에서 내부 가스순환이 없는 구형에 대한 식 $C_D = \frac{576M^{1/2}}{E_o^{1.5}}$ 을 식 (24)에 대입한 후 v_b 에 대해 풀면 $v_b = \frac{gd_e a_b^2}{24\mu_L}$ 가 되는데, 이는 식 (17)과 함수 형태가 같음을 확인할 수 있다. 또한 모자형에 대한 식 $C_D = 8/3$ 을 식 (24)에 대입한 후 v_b 에 대해 풀면 $v_b = \sqrt{\frac{3gd_e}{8}}$ 가 되는데, 이는 식 (22)와 함수 형태가 같음을 확인할 수 있다. 이 기법의 가장 큰 장점은 기포의 크기, 모양, 속도를 동시에 체계적으로 결정할 수 있으며, 기포 모양과 기포 내부 기체순환의 효과를 모두 고려한다는 점이다.

그러나 Powers et al. (1986)의 기법에는 몇 가지 결함이 있는 것으로 보인다. 문제의 원인은 표 1에서 최대가 되는 C_D 를 선택한다는 지점에 있다. 첫째, 모자형에 대한 $C_D = 8/3$ 이 타원체형에 대한 $C_D = \frac{E_o}{2.14+0.505E_o}$ 보다 항상 크기 때문에 타원체형이 선택되는 경우가 나올 수 없다는 것이다. 둘째, 모자형 기포에 대해 식 (24)와 결합하여 식 (22)가 유도되기 위해서는 모자형 기포에 대한 항력계수의 값이 8/3이 아니라 1.924가 되어야 한다. 이 경우 위에서 언급한 첫 번째 문제점도 함께 해소된다. 셋째, $C_D = 1.924$ 를 대신 사용한다고 해도, 식 (21)과 식 (22)의 함수 형태를 비교해보면, 기포 크기가 작은

경우(즉 기포가 타원체형일 때)에는 식 (21)의 값이 더 크고, 기포 크기가 큰 경우(즉 기포가 모자형일 때)에는 식 (22)의 값이 더 크다는 것을 알 수 있다. 그렇다면 식 (21)과 식 (22) 중에 더 큰 값을 선택하는 것이 기포 형상에 대한 바른 선택이 된다. 그러나 C_D 가 더 크도록 선택한다는 것은 기포 속도가 더 작도록 선택한다는 것이므로 이와 반대되는 결과를 초래한다.

Jamialahmadi et al. (1994)은 식 (17), (19), (21)을 결합하여 기포 형상에 관계없이 상승속도를 구할 수 있는 식을 기포 내부 기체순환이 없는 경우와 있는 경우에 대해 각각 식 (25)와 (26)으로 제안하였다.

$$v_b = \frac{1}{\sqrt{\frac{324\mu_L^2}{g^2\rho_L^2d_e^4} + \frac{1}{\frac{2\sigma_L}{\rho_L d_e} + \frac{gd_e}{2}}}} \quad (25)$$

$$v_b = \frac{1}{\sqrt{\frac{144\mu_L^2}{g^2\rho_L^2d_e^4} + \frac{1}{\frac{2\sigma_L}{\rho_L d_e} + \frac{gd_e}{2}}}} \quad (26)$$

식 (25)와 (26)은 기포의 상승속도를 구하기 위해 기포의 형상을 먼저 결정할 필요가 없다는 중요한 장점이 있지만, 구형 기포에 대해 관성력의 효과를 무시함으로써 상승속도를 과대평가하는 경향이 있다(Park et al., 2017).

Bozzano and Dente (2001)은 반복계산 없이 기포의 형상과 상승속도를 동시에 결정하는 방법을 제안하였다. 그들은 상승하는 기포가 총 에너지(포텐셜에너지, 표면에너지, 운동에너지의 합)를 최소로 만드는 형상을 갖게 된다고 가정하여 기포의 항력계수를 결정하였다. 에너지최소화에 대한 수치계산 결과를 바탕으로 항력계수에 대한 모수식을 E_0 와 M 의 함수 형태로 제안하였다. 이렇게 구해진 항력계수를 이용하여, 기포의 상승속도는 다음과 같은 2차방정식의 해로 주어진다.

$$av_b^2 + bv_b - c = 0 \quad (27)$$

여기서 $a = \frac{0.9E_0^{1.5}}{1.4(1+30M^{1/6})+E_0^{1.5}}$, $b = \frac{48\mu_L(1+12M^{1/3})}{\rho_L d_e(1+36M^{1/3})}$,

$$c = \frac{4gd_e(10(1+1.3M^{1/6})+E_0)}{3(10(1+1.3M^{1/6})+3.1E_0)}.$$

Park et al. (2017)은 식 (19), (20), (21)로부터 기포 내부 기체순환이 있는 경우 모든 기포 형상 영역에 대해 유효한 기포 상승속도를 구하는 일반식을 구하였다. 여기에 기포 표면에서의 오염물질에 의한 기체순환 억제 효과까지 고려함으로써 다음과 같은 최종 모수식을 제안하였다.

$$v_b = \frac{1}{\sqrt{f_{sc}^2 \left(\frac{144\mu_L^2}{g^2\rho_L^2d_e^4} + \frac{\mu_L^{4/3}}{0.14425^2 g^{5/3}\rho_L^{4/3}d_e^3} \right) + \frac{1}{\frac{2.14\sigma_L}{\rho_L d_e} + 0.505gd_e}}} \quad (28)$$

$$f_{sc} = 1 + \frac{0.5}{1 + \exp\left(\frac{\log E_0 + 1}{0.38}\right)} \quad (29)$$

Park et al. (2017)의 모수식은 기포의 상승속도가 하나의 양함수(explicit function) 형태로 주어지기 때문에 이전의 다른 모수식들보다 사용하기 편리하며, 다양한 측정결과 (Datta et al., 1950; Davies and Taylor, 1950; Haberman and Morton, 1953; Tadaki and Maeda, 1961; Rosenberg, 1950; Bryn, 1949; Aybers and Tapucu, 1969; Houghton et al., 1957; Gorodetskaya, 1949; Peebles and Garber, 1953; Calderbank et al., 1970; Sumner and Moore, 1970)와의 비교에서도 다른 모수식들보다 우수한 결과를 보여주었다.

Park et al. (2017)의 모수식의 또 한 가지 장점은 이 모수식을 통해 Grace의 다이어그램을 아주 쉽게 수식으로 표현하여 그래프로 재생산할 수 있다는 점이다(Park et al. (2017)의 Fig. 6). Park et al. (2017)의 모수식으로부터 유도된 구형-타원체형, 타원체형-모자형, 구형-모자형 간 경계를 결정짓는 식은 각각 식 (30), (31), (32)로 주어지며, 타원체를 경유하지 않는 구형-모자형 간 경계가 존재하기 위한 조건은 식 (33)으로 주어진다.

$$R_e = 7.77f_{sc}^{3/2} \left(1 + \frac{4.24}{E_0} \right)^{5/4} \quad (30)$$

$$E_0 = 40 \quad (31)$$

$$R_e = 7.77 \quad (32)$$

$$M \geq 3.3 \quad (33)$$

6. 요약

본 총설에서는 액체층을 통과하는 기포의 크기, 형상, 상승속도를 결정하기 위한 이론들을 살펴보았다. 액체의 물리적 특성과 기포의 유량으로부터 기포의 크기, 형상, 상승속도를 체계적으로 계산하는 여러 가지 이론식 및 모수식들을 살펴보고, 각각의 장단점을 정리하였다. 이 분야에서 발표된 초기 저작들에서는 주로 반복계산을 통해 기포의 형상과 상승속도를 결정하는 기법들이 사용되었으나, 최근에 발표된 논문들에서는 간단한 모수식을 통해 기포의 형상과 상승속도를 반복계산 없이 쉽게 구하는 기법들이 제시되고 있다. 이러한 기법들은 매우 다양한 물리적 특성을 가지는 실험결과들과의 비교에서도 우수성을 보여주고 있어, 관련 분야의 연구에 매우 유용한 도구로 사용할 수 있을 것으로 보인다.

감사의 글

본 연구는 2011년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지 기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다(No.2011T100200045).

Reference

- Allelein, H.-J., Auvinen, A., Ball, J., Guentay, S., Herranz, L.E., Hidaka, A., Jones, A.V., Kissane, M., Powers, D., and Weber., G. (2009). State-of-the-Art Report on Nuclear Aerosols, OECD/NEA/CSNI.
- Aybers, N.M., and Tapucu. A. (1969). Studies on the drag and shape of gas bubbles rising through a stagnant liquid, *Wärme-Und Stoffübertragung*, 2, 171-177.
- Bozzano, G., and Dente, M. (2001). Shape and terminal velocity of single bubble motion: a novel approach, *Computers and Chemical Engineering*, 25, 571-576.
- Bryn, T. (1949). Speed of rise of air bubbles in liquids, *David Taylor Model Basin*.
- Calderbank, P.H., Johnson, D.S.L., and Loudon., J. (1970). Mechanics and mass transfer of single bubbles in free rise through some Newtonian and non-Newtonian liquids, *Chemical Engineering Science*, 25, 235-256.
- Clift, R., Grace, J.R., and Weber, M.E. (1978). *Bubbles, drops, and particles*, New York, Academic Press.
- Datta, R.L., Napier, D.H., and Newitt, D.M. (1950). The properties and behaviour of gas bubbles formed at circular orifices, *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, 28, 14-26.
- Davidson, J.F., and Schuler, B.O.G. (1960a). Bubble formation at an orifice in a viscous liquid, *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, 38, S105-S115.
- Davidson, J.F., and Schuler, B.O.G. (1960b). Bubble formation at an orifice in an inviscid liquid, *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, 38, 335-342.
- Davies, R.M. and Taylor, G. (1950). The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through liquids in tubes, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 200, 375-390.
- Fritz, W. (1935). Berechnung des Maximalen Volumens von Dampfblasen, *Physik*, 36, 379-384.
- Frumkin, A., and Levich, V.G. (1947). On surfactants and interfacial motion, *Russian Journal of Physical Chemistry A*, 21, 1183-1204.
- Fuchs, N.A. (1964). *The mechanics of aerosols*, New York, Pergamon.
- Gabillet, C., Colin, C., and Fabre, J. (2002). Experimental study of bubble injection in a turbulent boundary layer, *International Journal of Multiphase Flow*, 28, 553-578.
- Ghiaasiaan, S.M., and Yao, G.F. (1997). A theoretical model for deposition of aerosols in rising spherical bubbles due to diffusion, convection, and inertia, *Aerosol Science and Technology*, 26, 141-153.
- Gorodetskaya, A. (1949). The rate of rise of bubbles in water and aqueous solutions at great Reynolds numbers, *Russian Journal of Physical Chemistry*

- A, 23, 71-78.
- Grace, J.R. (1973). Shapes and velocities of bubbles rising in infinite liquids, *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, 51, 116-120.
- Grace, J.R., Wairegi, T., and Nguyen, T.H. (1976). Shapes and velocities of single drops and bubbles moving freely through immiscible liquids, *Transactions of the Institution of Chemical Engineer*, 54, 167-173.
- Haberman, W.L. and Morton, R.K. (1953). An experimental investigation of the drag and shape of air bubbles rising in various liquids. Washington, D.C., David Taylor Model Basin.
- Hadamard, J.S. (1911). Mouvement permanent lent d'une sphere liquide et visqueuse dans un liquide visqueux, *Comptes Rendus De L'Académie Des Sciences*, 152, 1735-1738.
- Herranz, L.E., Peyrés, V. Polo, J., Escudero, M.J., Espigares, M.M., and López-Jiménez, J. (1997). Experimental and analytical study on pool scrubbing under jet injection regime, *Nuclear Technology*, 120, 95-109.
- Houghton, G., Ritchie, P.D., and Thomson, J.A. (1957). Velocity of rise of air bubbles in sea-water, and their types of motion, *Chemical Engineering Science*, 7, 111-112.
- Ishii, M., and Zuber, N. (1979). Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows." *AIChE Journal*, 25, 843-855.
- Jamialahmadi, M., Branch, C., and Müller-Steinhagen, H. (1994). Terminal bubble rise velocity in liquids, *Chemical Engineering Research and Design*, 72, 119-122.
- Kim, H.-S., and Park, S.H. (2008). Experimental study on particulate removal in a pool scrubber, *Journal of Korean Society of Environmental Technology*, 9, 20-25.
- Kim, J. (1999). A basic study on developing an electro-charged scrubber, *Journal of Korean Society for Atmospheric Environment*, 15, 33-39.
- Kim, M.Y., and Park, S.H. (2014). Characteristics of radioactive aerosol particles in nuclear power plant containments, *Particle and Aerosol Research*, 10, 137-154.
- Laker, T.S., and Ghiaasiaan, S.M. (2004). Monte-Carlo simulation of aerosol transport in rising spherical bubbles with internal circulation, *Journal of Aerosol Science*, 35, 473-488.
- Levich, V.G., and Technica, S. (1962). *Physicochemical hydrodynamics*, Vol. 689, Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall.
- Mendelson, H.D. (1967). The prediction of bubble terminal velocities from wave theory, *AIChE Journal*, 13, 250-253.
- Park, S.H., and Lee, B.-K. (2009). Development and application of a novel swirl cyclone scrubber: (2) Theoretical, *Journal of Hazardous Materials*, 164, 315-321.
- Park, S.H., Park, C., Lee, J., and Lee, B. (2017). A simple parameterization for the rising velocity of bubbles in a liquid pool, *Nuclear Engineering and Technology*, 49, <http://dx.doi.org/10.1016/j.net.2016.12.006>.
- Peebles, F.N., and Garber, H.J. (1953). Studies on the motion of gas bubbles in liquids, *Chemical Engineering Progress*, 49, 88-97.
- Pohorecki, R., Moniuk, W., Bielski, P., Sobieszuk, P., and Dąbrowiecki, G. (2005). Bubble diameter correlation via numerical experiment, *Chemical Engineering Journal*, 113, 35-39.
- Powers, D.A., Brockmann, J.E., and Shiver, A.W. (1986). VANESA: a mechanistic model of radionuclide release and aerosol generation during core debris interactions with concrete. Albuquerque, N.M., Sandia National Labs.
- Ramsdale, S.A., Bamford, G.J., Fishwick, S., and Starkie, H.C. (1992). Status of research and modelling of water-pool scrubbing, Commission of the European Communities.
- Rosenberg, B. (1950). The drag and shape of air bubbles moving in liquids, David W. Taylor Model Basin.
- Rybczynski, W. (1911). On the translatory motion of a fluid sphere in a viscous medium, *Bulletin international de l'Académie des sciences de Cracovie*

- Series A, 40-46.
- Shin, S., Huyen, T.T., and Song, J. (2008). Removal of inorganic odorous compounds by scrubbing techniques using silver nano-particles, *Journal of Korean Society for Atmospheric Environment*, 24, 674-681.
- Sumner, B., and Moore, F.K. (1970). Boundary layer separation on a liquid sphere. Washington, D.C., National Aeronautics and Space Administration.
- Tadaki, T. and Maeda, S. (1961). On the shape and velocity of single air bubbles rising in various liquids, *Kagaku Kogaku*, 25, 254-264.
- Wallis, G.B. (1974). The terminal speed of single drops or bubbles in an infinite medium, *International Journal of Multiphase Flow*, 1, 491-511.
- Wassel, A.T., Mills, A.F., Bugby, D.C., and Oehlberg, R.N. (1985). Analysis of radionuclide retention in water pools, *Nuclear Engineering and Design*, 90, 87-104.