

## 論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 45(5), 376-385(2017)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2017.45.5.376

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

## 모드 형상과 가속도계를 이용한 자유 진동하는 외팔보의 변위 추정

김경종\*, 이용환\*, 이규범\*, 이철순\*, 조진연\*\*, 김정호\*

## Estimation of Structural Displacements for Cantilever Beam Using Mode Shapes and Accelerometers Under Free Vibration

Kyung Jong Kim\*, Yong Hwan Lee\*, Kyu Beom Lee\*, Cheol Soon Lee\*,

Jin Yeon Cho\*\* and Jeong Ho Kim\*

Inha University\* ,\*\*

## ABSTRACT

In this paper, a method for the estimation of structural displacements using structure's mode shapes and accelerations is suggested to reduce the disadvantages of acceleration time integration method. Acceleration time integration method requires accurate information on initial conditions, and errors caused by noise can be accumulated during time integration. To avoid these problems, the method for the estimation of structural displacements based on mode superposition method is developed and two vibration experiments for cantilever beam are conducted to verify this method. Static displacements and dynamic displacements of beam structure are estimated using measured accelerations from experiments and mode shapes of cantilever beam, and they are compared with measured displacements using laser displacement sensor. From these results, the validity and usefulness of this method are verified.

## 초 록

본 연구는 변위를 추정하기 위한 가속도 시간 적분 방법의 단점을 완화하기 위해 구조물의 가속도와 모드 형상을 이용한 보 구조물 변위 추정 기법을 제안하였다. 기존의 가속도 시간 적분 방법은 구조물의 초기 조건을 알기 어렵고 잡음에 의한 오차가 누적되기 쉽다는 문제가 있었다. 이런 문제를 해결하기 위해 모드 중첩법에 기반을 두는 변위 추정 기법을 도출하였고 기법의 타당성을 검증하기 위해 2가지의 외팔보 진동 실험을 수행하였다. 실험으로부터 측정된 가속도 데이터와 외팔보의 모드 형상을 이용하여 보 구조물 정적 변위와 동적 변위를 추정하였고 레이저 변위 센서를 이용하여 직접 측정된 변위와 비교하였다. 이를 통해 제안된 보 구조물 변위 추정 기법의 타당성 및 유용성을 검증하였으며 추정된 변위와 직접 측정된 변위가 잘 일치함을 확인하였다.

**Key Words** : Displacement Estimation(변위 추정), Mode Superposition(모드 중첩), Accelerometer(가속도계), Free Vibration(자유 진동), Base Excitation(기초 가진)

† Received : February 15, 2017      Revised : April 6, 2017      Accepted : April 26, 2017

\*\* Corresponding author, E-mail : cjy@inha.ac.kr

## I. 서론

장기제공 항공기의 안전한 운용을 위해 구조물의 손상이나 파괴를 감시하는 구조 건전성 모니터링을 위한 연구가 활발하게 진행되고 있다. 그 중 구조물의 변형을 모니터링 하기 위한 방법으로 변위 센서를 직접적으로 사용하여 변형을 측정할 수 있지만 고정된 관성계가 필요하기 때문에 비행하는 항공기의 경우에는 사용이 어려운 경우가 많다. 따라서 구조물에 설치된 가속도계를 이용하여 변형을 추정하는 간접적인 방법이 많이 이용된다[1, 2].

일반적으로 가속도계를 이용하여 변형을 추정하는 방법은 가속도, 속도, 변위가 서로 미적분 관계에 있다는 것을 통해 구조물의 가속도를 이중 적분하고 변위를 계산하는 방법이다. 하지만 이런 가속도 시간 적분 방법에는 초기 조건을 알기 어렵고 적분 과정에서 잡음에 의한 오차가 누적된다는 단점이 있다[1, 3].

이런 문제를 해결하기 위해 GPS(Global Positioning System)와 가속도계를 이용하여 변위를 추정하는 연구가 진행되고 있다[3, 4, 5]. Li 등[4]은 GPS로부터 얻은 정적 및 준정적 변위와 유한 임펄스 응답(Finite Impulse Response, FIR) 필터로 잡음을 제거한 가속도 데이터를 이중 적분하여 얻은 동적 변위를 더하여 구조물의 변위를 추정하는 방법을 제안하였다. Chan 등[5]은 GPS와 가속도계로부터 얻은 데이터를 EMD(Empirical Mode Decomposition) 기법과 적응 필터(Adaptive Filter)를 적용하여 변위를 추출하는 방법을 제안하였다. Smyth 등[3]은 Multi-rate Kalman Filter를 이용하여 다른 샘플링 주기로 측정된 GPS의 변위 및 가속도계의 가속도 데이터를 결합하여 변위를 재구성하는 방법을 제안하였다.

본 논문에서는 보 구조물의 모드 형상(Mode Shape)과 가속도계로부터 측정된 가속도를 이용하여 정적 변위와 동적 변위를 추정하는 기법을 제안한다. 구조물의 정적 변위는 구조물의 변형에 의한 기울기를 계산하고 모드 좌표를 계산하여 추정할 수 있다. 동적 변위는 가속도의 크기를 이용하여 시간 이력에 대한 모드 좌표를 계산하여 추정할 수 있다[6]. 본 논문에서 제안한 기법은 구조물의 초기 변위를 가속도로부터 추정할 수 있고 가속도를 적분하지 않기 때문에 오차의 누적이 없다. 또한 모드 형상을 이용하기 때문에 가속도계가 설치된 위치 이외에도 시스템 전체의 변형을 예측할 수 있다.

본 논문에서 제안된 기법의 타당성을 검증하기 위해 외팔보 모델을 이용하여 2가지의 변위 추정 실험을 수행하였다. 첫째로 외력 없이 강제 변위에 의해 자유 진동하는 외팔보의 변위 추정 실험을 수행하였고 둘째로 기초 가진(Base Excitation)에 의해 진동하는 외팔보의 변위 추정 실험을 수행하였다. DC 가속도를 측정할 수 있는 3축 가속도계를 실험에 사용하였고 유한요소 해석을 통해 외팔보의 모드 형상을 계산하였다. 또한 본 기법을 통해 추정된 변위와 레이저 변위 센서를 이용해 측정된 변위를 비교하여 본 기법의 타당성을 검증하였다.

## II. 본론

### 2.1 모드 형상과 가속도 신호를 이용한 변위 추정

#### 2.1.1 보 구조물의 변위 추정 기법

조화 운동을 하는 보 구조물의 변위는 식 (1)과 같이 정적 평형 상태에서의 정적 변위와 시간에 따라 변하는 동적 변위의 합으로 표현할 수 있다.

$$v(x,t) = v_0(x) + v_t(x,t) \quad (1)$$

보 구조물은 굽힘이 지배적으로 나타나기 때문에 축 방향 변위는 무시하고 수직 방향의 변위만 고려한다. 정적 평형 상태에서의 정적 변위를 모드 중첩법으로 표현하면 식 (2)와 같다[7].

$$v_0(x) = \sum_{j=1}^N \phi_j(x) c_{0j} \quad (2)$$

여기서  $\phi_j$ 는 구조물의  $j$ 번째 모드 형상이고  $c_{0j}$ 는 정적 변위에 대한  $j$ 번째 모드 형상의 모드 좌표이다. 정적 변위는 구조물의 초기 조건을 나타내며 정적 평형 상태에서 변형에 의해 생기는

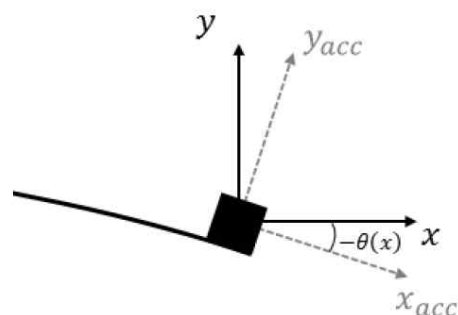


Fig. 1. Coordinate systems

기울기를 이용하여 구한다.

먼저 지표면 좌표계  $(x, y)$ 와 가속도계 좌표계  $(x_{acc}, y_{acc})$  사이의 관계는 Fig. 1과 같다. 지표면 좌표계의  $y$ 축은 중력가속도와 평행이며 지표면 좌표계와 가속도계 좌표계는 서로  $\theta$ 만큼 회전하는 관계를 갖고 있다.  $\theta(x)$ 는 보 구조물의 위치  $x$ 에 따라 기울어진 각도를 나타낸다.

먼저 정적 평형 상태에서 변형에 의한 기울기를 정적변위를 이용하여 나타내면 식 (3)과 같다.

$$\tan\theta(x) = \frac{dv_0(x)}{dx} \quad (3)$$

식 (3)에 식 (2)를 대입하여 기울기를 식 (4)와 같이 모드 형상과 모드 좌표로 나타낼 수 있다.

$$\tan\theta(x) = \sum_{j=1}^N \frac{d\phi_j(x)}{dx} c_{0j} \quad (4)$$

또한 가속도계에서 측정된 가속도를 이용하여 변형에 의해 기울어진 기울기를 계산할 수 있다. 지표면 좌표계에서  $x$ 방향 가속도 성분과 가속도계 좌표계에서 가속도 성분과의 관계는 식 (5)와 같다.

$$a_{x_i} = p_i \cos\theta_i - q_i \sin\theta_i \quad (5)$$

여기서  $a_x$ 는 지표면 좌표계에서의  $x$ 방향 가속도 성분이고  $p, q$ 는 가속도계 좌표계의  $x, y$ 방향 가속도 성분이다. 또한  $i$ 는 가속도계가 장착된 위치  $x_i$ 에 대한 표현이다. 식 (5)를 정리하여  $\tan\theta$ 로 나타내면 식 (6)과 같다.

$$\tan\theta_i = \frac{-p_i q_i + a_{x_i} \sqrt{p_i^2 + q_i^2 - a_{x_i}^2}}{a_{x_i}^2 - q_i^2} \quad (6)$$

구조물이 정적 평형 상태에 있을 때 중력에 의한 힘만 받는다면  $a_x$ 는 0이다. 따라서 식 (6)에서  $a_x$ 는 제거가 되고 식 (4)와 비교하여 나타내면 식 (7)과 같다.

$$\sum_{j=1}^N \frac{d\phi_{ij}}{dx_i} c_{0j} = \frac{p_i}{q_i} \quad (7)$$

가속도계로 측정된 가속도에는 잡음이 포함되어 있기 때문에 구조물이 정적 평형 상태에 있더라도 실제와는 다른 가속도를 얻을 수 있다. 따라서 식 (8)과 같이 충분히 긴 시간  $\tau$ 에 대한 가속도의 평균치를 이용하여 모드 좌표  $c_{0j}$ 를 구하기 위한 연립방정식을 구성할 수 있다.

$$\sum_{j=1}^N \frac{d\phi_{ij}}{dx_i} c_{0j} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{p_i}{q_i} dt \quad (8)$$

또한 구조물의 동적 변위도 식 (9)와 같이 모드 중첩법으로 표현할 수 있다.

$$v_i(x, t) = \sum_{j=1}^N \phi_j(x) c_j(t) \quad (9)$$

식 (9)에서  $c_j$ 는 동적 변위에 대한  $j$ 번째 모드 형상의 모드 좌표를 나타내며 식(10)과 같이 지표면 좌표계와 가속도계 좌표계의 가속도 관계를 이용하여 구할 수 있다.

$$a_{x_i}^2 + a_{y_i}^2 = p_i^2 + q_i^2 \quad (10)$$

마찬가지로  $a_x$ 는 0이고  $a_y$ 는 중력가속도와 동적 변위에 의한 가속도  $\ddot{v}_i$ 의 합으로 표현할 수 있다. 이를 식 (10)에 대입하여 정리하면 식 (11)과 같고 동적 변위의 모드 좌표  $c_j$ 를 구하기 위한 연립방정식 식 (12)를 구성할 수 있다[6].

$$\ddot{v}_i(x_i, t) = \frac{q_i}{|q_i|} \sqrt{p_i^2 + q_i^2} - 1g \quad (11)$$

$$-\omega_j^2 \sum_{j=1}^N \phi_{ij} c_j(t) = \frac{q_i}{|q_i|} \sqrt{p_i^2 + q_i^2} - 1g \quad (12)$$

식 (11)과 (12)의  $\frac{q_i}{|q_i|}$ 는 동적 변위  $v_i$ 의 방향을 구하기 위한 것이다. 동적 변위를 추정하는 식은 자유진동 상태에 대한 속도-가속도 관계를 이용하여 유도되었기 때문에 동적 외력이 작용하지 않는 구간에 대해서 상대적으로 더 정확한 결과를 얻을 수 있다.

결론적으로 식 (8)과 (12)의 연립방정식을 이용하여 정적, 동적 변위의 모드 좌표를 계산할 수 있으며 식 (2)와 (9)에 대입하여 정적, 동적 변위를 추정할 수 있다. 또한 연립방정식의 해를 결정하기 위해서는 가속도계의 개수가 모드 형상의 개수보다 같거나 많아야 한다.

### 2.1.2 보 구조물 변위 추정 과정

아래 Fig. 2는 본 연구의 기법을 이용하여 보 구조물의 변위를 추정하는 과정을 나타낸 것이다.

구조물이 받는 가속도의 시간 이력과 모드 형상을 이용하여 변위를 추정하며 변위 추정을 위해 사용하는 가속도는 가속도계로부터 얻을 수 있다. 측정된 가속도 신호에는 잡음이 포함되어

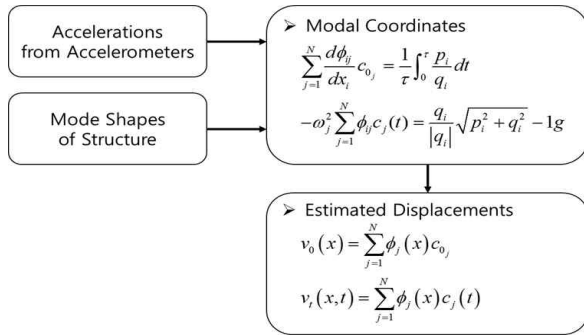


Fig. 2. Process of displacement estimation

있기 때문에 FIR 필터를 사용하여 잡음의 영향을 줄였으며 본 논문에서는 보 구조물의 모드 형상을 유한요소해석을 통해 계산하였다. 이렇게 계산한 모드 형상과 측정된 가속도를 이용하여 식 (8)과 (12)을 통해 모드 좌표를 계산할 수 있으며 계산한 모드 좌표를 바탕으로 변위를 추정할 수 있다.

## 2.2 외팔보의 자유 진동 실험

### 2.2.1 자유 진동 실험 모델

본 연구의 기법을 검증하기 위해 외팔보의 자유 진동 실험을 수행하였다. 아래 Fig. 3은 변위 추정 실험에 사용한 끝단이 고정된 외팔보 모델을 도시한 것이다. 외팔보의 고정은 끝단 45mm

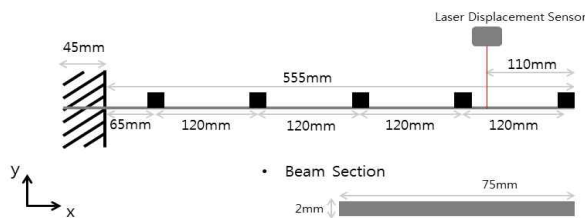


Fig. 3. Configuration of free vibration experiment

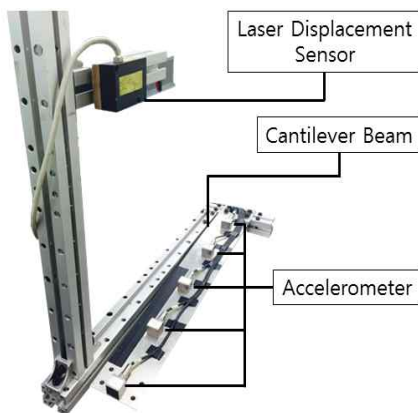


Fig. 4. Photograph of experimental model

를 무거운 정반 위의 나사함과 볼트와 와셔를 4군데 체결하여 고정하였습니다.

DC 가속도를 측정할 수 있는 PCB사의 3축 MEMS 가속도계 3713B1150G 모델이 5개 사용됐고 레이저 변위 센서를 이용하여 직접 측정된 변위와의 비교를 통해 본 연구에서 제안한 기법으로 추정된 변위의 정확도를 검증하였다. Fig. 4는 전체 실험 모델과 장착된 센서의 사진을 나타낸 것이다.

### 2.2.2 변위 추정 실험 과정

아래 Fig. 5는 변위 추정 실험의 전체적인 구성도를 나타낸 것이다.

전체적인 실험 과정은 다음과 같다.

a. Fig. 5와 같이 외팔보를 설치하고 가속도계와 DAQ 보드를 연결한다. 레이저 변위 센서와 DAQ 보드를 데이터 수집 컴퓨터에 연결한다.

b. 외팔보에 장착되는 가속도계와 레이저 변위 센서의 영점 조절을 한다.

c. 정적 평형 상태의 가속도 데이터와 변위 데이터를 몇 초간 수집하고 강제 변위를 주어 자유 진동하는 보의 진동 가속도와 변위를 수집한다.

d. 수집한 가속도 데이터를 이용하여 변위를 추정하고, 추정 값과 레이저 변위 센서 측정 값의 비교 검증을 수행한다.

### 2.2.3 측정된 진동 가속도

수집된 가속도 데이터에는 여러 가지 잡음이 포함되어 있기 때문에 정확한 변위 추정을 위해서는 잡음의 영향을 줄여야 한다. 본 논문에서는 간단한 구조를 갖고 안정성이 보장되는 FIR 필터를 사용하여 고주파의 잡음을 감소시켰다[8]. 설계된 필터는 Fig. 6의 크기 응답 곡선과 같이 통과 주파수(pass frequency)가 30 Hz이고 저지 주파수(stop frequency)가 300 Hz인 필터이다.

아래 Fig. 7은 자유 진동 실험으로 측정된 외팔보의 끝 단 가속도 데이터를 설계된 필터에 통

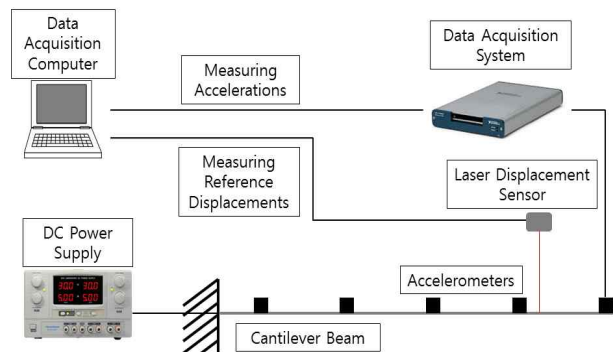


Fig. 5. Schematic of experiment

과시켜 잡음을 감소시킨 결과를 나타낸 것이다.  
 필터를 통과하기 전  $\pm 0.2g$  크기의 잡음이 통과한 후  $\pm 0.02g$ 로 줄어든 것을 볼 수 있다.

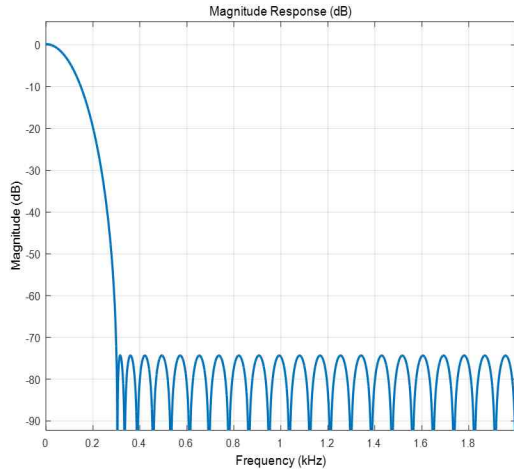
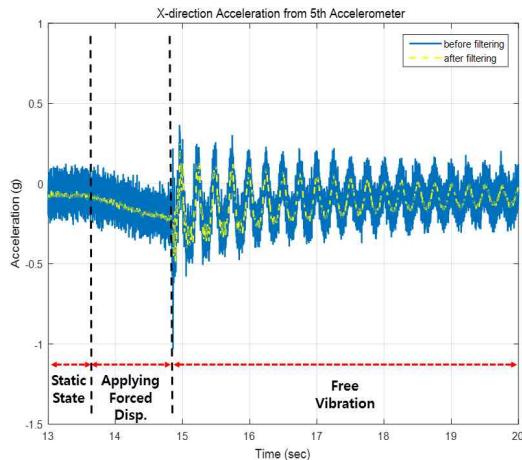
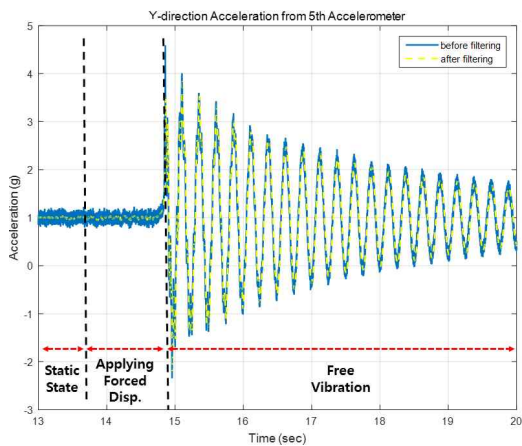


Fig. 6. Magnitude response of FIR Filter



(a) *x* direction accelerations



(b) *y* direction accelerations

Fig. 7. Acquired accelerations on the tip of beam from 13 sec to 20 sec

2.2.4 고유 주파수와 모드 형상 해석

본 연구의 변위 추정 기법을 적용하기 위해서 구조물의 모드 형상이 필요하다. 본 논문에서는 보 구조물의 모드 형상을 ABAQUS 상용 유한요소해석 프로그램을 통해 계산하였다. Fig. 8은 Fig. 3의 보 구조물을 유한요소모델로 나타낸 것으로 해석에 사용한 보 구조물의 물성치는 Table 1에 나타내었고 유한요소모델의 특성은 Table 2에 나타내었다.

또한 실험에 사용된 가속도계와 케이블의 무게가 보 구조물의 무게에 비해 작지 않기 때문에 유한요소모델에 가속도계와 케이블을 집중 질량과 분포 질량으로 모델링 하였다.

해석에 사용된 모델의 검증을 위해 유한요소



Fig. 8. Finite element model of beam structure

Table 1. Material properties of beam

Properties	Value
Young's Modulus	70.3 GPa
Poisson's Ratio	0.33
Density	2680 $kg/m^3$

Table 2. Properties of Finite Element Model

Properties	Value
Element Type	B22
Number of Elements	61
Number of Nodes	123

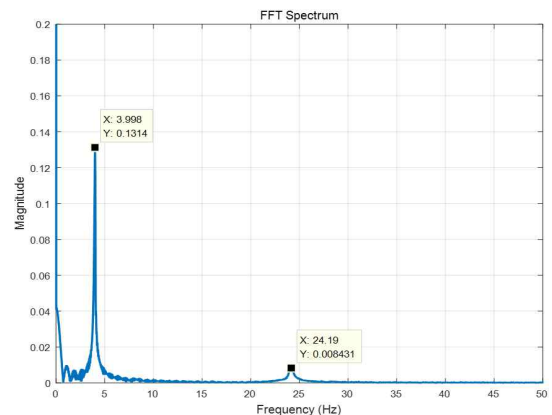


Fig. 9. FFT spectrum of accelerations

Table 3. Comparison of natural frequencies

Model	Mode 1	Mode 2
Experimental Model	3.998 Hz	24.19 Hz
Finite Element Model	3.975 Hz	24.45 Hz
Relative Error	0.6 %	1.1 %

모델의 고유 주파수와 실험을 통해 측정된 진동 가속도 데이터의 주파수 분석으로 얻은 실험 모델의 고유 주파수를 비교하였다. Fig. 9는 측정된 가속도 데이터의 FFT 결과를 도시한 것이다. FFT 결과를 보았을 때 1, 2차 모드에 대한 주파수만 나타난 것을 볼 수 있으며 그 이상의 모드에 대한 주파수는 확인할 수 없어 Table 3에 1, 2차 모드에 대해 각 모델의 고유 주파수를 비교하였다.

Table 3을 보면 실험 모델의 고유 주파수와 유한요소모델의 고유 주파수가 잘 일치함을 볼 수 있고 이로부터 두 모델의 상사성을 확인할 수 있다.

2.2.5 정적 변위 추정 결과

자유 진동 실험을 통해 측정된 정적 평형 상태에서의 가속도와 유한요소해석을 통해 얻은 모드 형상을 식 (8)의 연립방정식에 대입하여 정적 변위의 모드 좌표를 구하고 식 (2)를 이용하여 정적 변위를 추정하였다. 변위 추정에 사용한 가속도계와 모드 형상의 개수는 5개이다. Fig. 10은 정적 변위를 추정한 결과를 나타낸 것으로 정확도를 판별하기 위해 보의 정적 변위를 레이저 변위 센서로 측정하여 본 연구의 변위 추정 기법으로 추정한 정적 변위와 비교하였다.

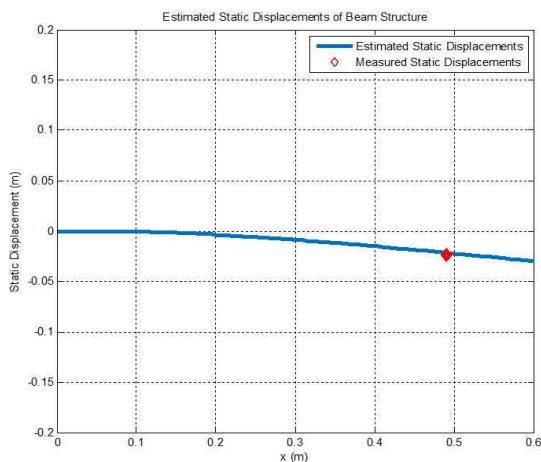


Fig. 10. Estimated static displacements

Table 4. Relative error of static displacements

Laser Displacement Sensor	Estimated Static Displacement	Relative Error
23.2 mm	21.5 mm	7.3 %

Table 4는  $x = 490mm$ 에서 레이저 변위 센서로 측정된 정적 변위와 본 기법으로 추정한 정적 변위의 상대오차를 나타낸 것이다. 실험에서 사용된 센서의 오차, 유한요소해석으로 계산한 모드 형상의 정확도, 본 기법의 가정으로 인한 오차 등을 고려할 때 7.3 %의 상대오차를 통해 제안한 기법이 보 구조물의 정적 변위를 적절하게 추정하고 있음을 확인하였다.

2.2.6 동적 변위 및 전체 변위 추정 결과

외팔보의 동적 변위는 자유 진동하는 진동 가속도와 유한요소해석을 통해 얻은 모드 형상을 바탕으로 식 (12)의 연립방정식을 풀어 모드 좌표를 계산하고 식 (9)에 계산한 모드 좌표를 대입하여 추정하였다. 아래 Fig. 11은 레이저 변위 센서가 설치된 위치  $x = 490 mm$ 에서 동적 변위를 추정한 결과를 나타낸 것으로 레이저 변위 센서로 직접 측정된 변위와 비교하였다.

정량적인 오차 평가를 위해 아래 식 (13)과 같이 정의되는 평균상대오차를 사용하였다.

$$\frac{\sum^M \left( \frac{|v_{mea} - v_{est.}|}{v_{mea, max}} \right)}{M} \tag{13}$$

여기서 M은 비교하는 샘플의 개수를 나타내고  $v_{mea}$ 는 측정된 변위,  $v_{est.}$ 는 추정한 변위를 나타낸다.

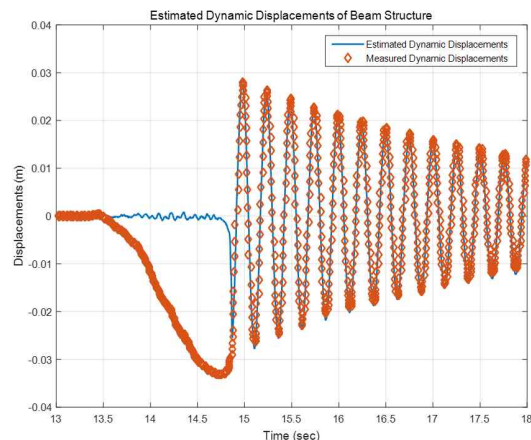


Fig. 11. Estimated dynamic displacements at  $x = 490mm$  from 13 sec to 18 sec



**Table 5. Mean relative error of dynamic displacements during 10 period**

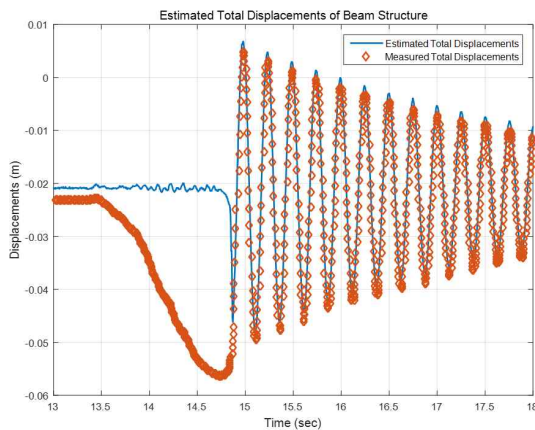
Error	Value (%)
Mean Relative Error	9.43 %

진동을 시작하고 10 주기 동안의 동적 변위에 대하여 식 (13)의 평균상대오차를 계산하였다. 레이저 변위 센서와 가속도계의 샘플링 주기가 서로 다르고 레이저 변위 센서의 샘플들이 불규칙적으로 수집되었기 때문에 샘플링 주기가 작은 가속도계 데이터로 추정된 변위를 선형 보간하여 오차를 계산하였고 그 결과를 Table 5에 나타내었다.

직접 측정된 동적 변위와 본 기법으로 추정된 동적 변위의 평균상대오차가 9.43 %로 시간에 따라 변화하는 데이터로 인한 추가적인 오차의 요인을 고려할 때 보 구조물의 동적 변위도 비교적 적절하게 추정하고 있음을 확인하였다.

보 구조물의 전체 변위는 식 (1)과 같이 정적 변위와 동적 변위의 합으로 나타낼 수 있다. Fig. 12는 추정된 전체 변위를 측정된 변위와 비교해서 나타낸 것이다.

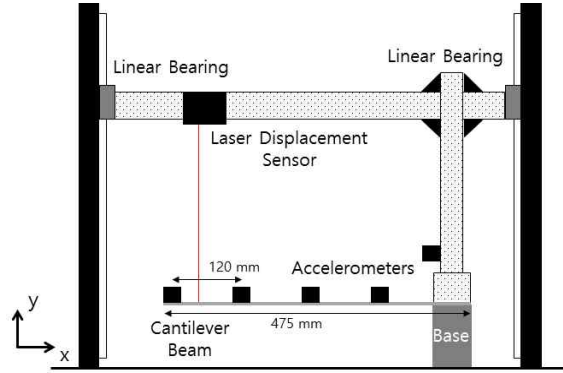
Table 6은 측정된 전체 변위와 추정된 전체 변위의 평균상대오차를 계산한 것으로 앞서 언급한 모든 오차 요인에도 불구하고 10.0 %의 상대오차를 보였다. 이를 통해 본 연구에서 제안한 변위 추정 기법이 보 구조물의 전체 변위를 적절히 추정할 수 있음을 확인하였다.



**Fig. 12. Estimated total displacements at  $x = 490mm$  from 13 sec to 18 sec**

**Table 6. Mean relative error of total displacements during 10 period**

Error	Value (%)
Mean Relative Error	10.0 %



**Fig. 13. Configuration of base excitation experiment**

## 2.3 외팔보의 기초 가진 실험

### 2.3.1 기초 가진 실험 모델

자유 진동 실험 이외에도 외팔보의 기초 가진 실험을 수행하여 본 기법의 추가적인 검증을 수행하였다. 아래 Fig. 13은 실험에 사용한 외팔보의 모델과 전체 실험 장치를 도시한 것이다.

기초 구조물 위에 외팔보가 고정되어 있고 기초 구조물은 볼 베어링과 수평/수직 선형 베어링으로 구성된 베어링 박스를 서보 모터에 장착하여 위아래로  $\pm 5 \text{ mm}$  움직인다. 또한 기초 구조물의 변위를 제외하고 외팔보의 변형만 측정하기 위해 기초와 같이 움직이는 알루미늄 프레임 설치하였고 그 위에 레이저 변위 센서를 고정하였다. 또한 기초 가진 시 알루미늄 프레임의 진동을 줄이기 위해 2개의 선형 베어링을 이용하여  $y$  방향 이외의 자유도를 구속하였다.

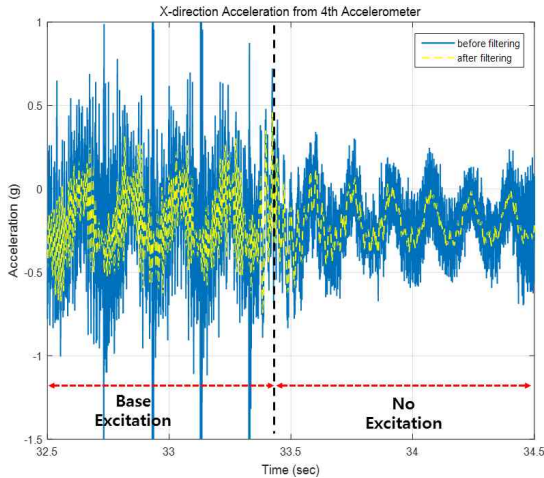
자유 진동 실험과 마찬가지로 4개의 가속도계가 외팔보에 장착되었고 1개의 가속도계가 기초 위에 장착되어 기초 가진의 가속도를 측정하였다. 서보 모터를 5 Hz로 회전시켜 기초 가진 실험을 수행하였고 레이저 변위 센서로 측정된 값을 이용하여 본 기법으로 추정된 변위의 정확도를 검증하였다.

### 2.3.2 측정된 진동 가속도

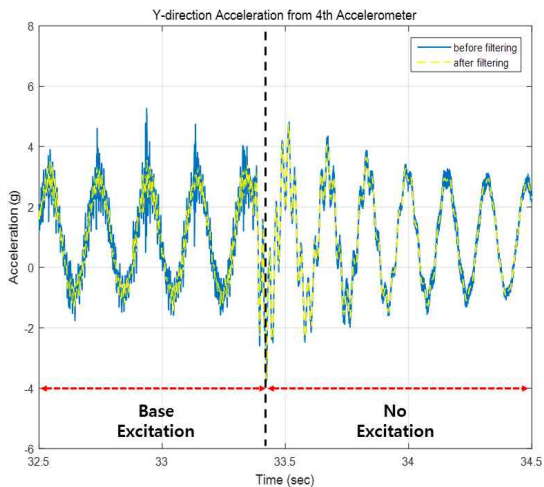
아래 Fig. 14는 기초 가진 실험으로 측정된 외팔보의 끝 단 가속도 데이터를 나타낸 것이다. 자유 진동 실험과 비슷하게 50 Hz이하의 주파수 성분은 통과시키고 그 이상의 주파수 성분을 감소시키는 FIR 필터를 이용하여 가속도 신호에 포함된 잡음의 영향을 줄였다.

### 2.3.3 고유 주파수와 모드 형상 해석

기초 가진 실험에 사용된 외팔보의 모드 형상은 이전과 마찬가지로 유한요소해석을 통해 계산



(a) *x* direction accelerations



(b) *y* direction accelerations

Fig. 14. Acquired accelerations on the tip of beam from 32.5 sec to 34.5 sec

Table 7. Properties of Finite Element Model

Properties	Value
Element Type	B21
Number of Elements	50
Number of Nodes	49

하였으며 Table 7에 유한요소모델의 특성을 나타내었다.

해석에 사용된 모델의 검증을 위해 유한요소 모델의 고유 주파수와 충격 실험을 통해 얻은 실험 모델의 고유 주파수를 비교하였다. Table 8에는 각 모델의 고유 주파수를 비교하여 나타내었고 이를 통해 두 모델의 상사성을 확인할 수 있다.

Table 8. Comparison of Natural Frequencies

Model	Mode 1	Mode 2
Experimental Model	6.226 Hz	38.18 Hz
Finite Element Model	6.229 Hz	38.44 Hz
Relative Error	0.05 %	0.68 %

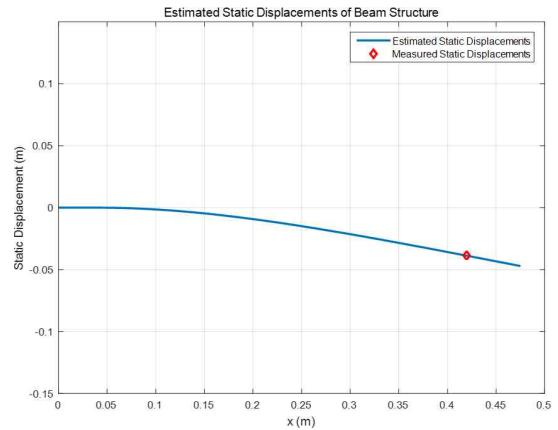


Fig. 15. Estimated static displacements

Table 9. Relative error of static displacements

Laser Displacement Sensor	Estimated Static Displacement	Relative Error
38.65 mm	38.81 mm	0.4 %

### 2.3.4 정적 변위 추정 결과

기초 가진 실험을 통해 측정된 진동 가속도와 유한요소해석을 통해 얻은 모드 형상을 이용하여 추정된 정적 변위를 Fig. 15에 나타내었다.

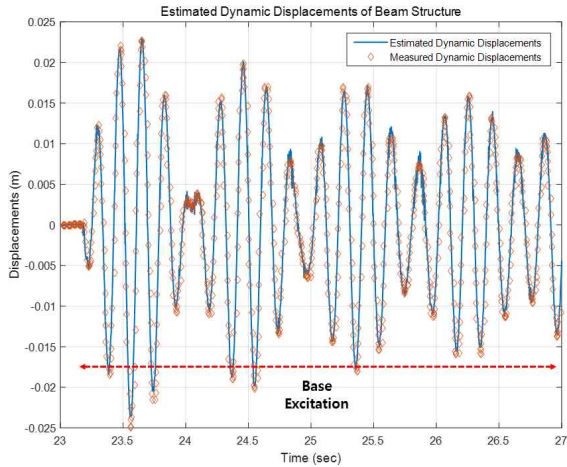
본 기법으로 추정된 변위가 0.4 %의 상대 오차를 갖는 것을 통해 정적 평형 상태에서의 정적 변위를 적절하게 추정하고 있음을 확인하였다.

4개의 가속도계와 모드 형상이 사용되었고  $x = 420mm$ 에서 레이저 변위 센서로 측정된 변위와 본 기법으로 추정된 변위를 Table 9에 나타내었다.

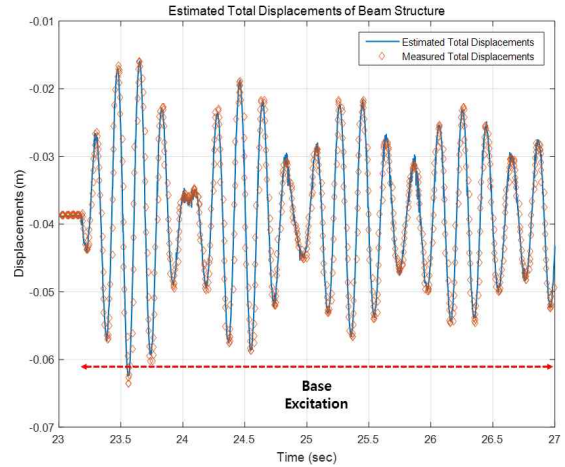
### 2.3.5 동적 변위 및 전체 변위추정 결과

아래 Fig. 16은 레이저 변위 센서가 설치된 위치  $x = 420mm$ 에서 동적 변위를 추정된 결과를 나타낸 것이다. 레이저 변위 센서로 측정된 변위와 본 기법으로 추정된 변위를 비교하였고 기초 가진을 시작할 때와 정지한 후 자유 진동하는 변위를 나타내었다.

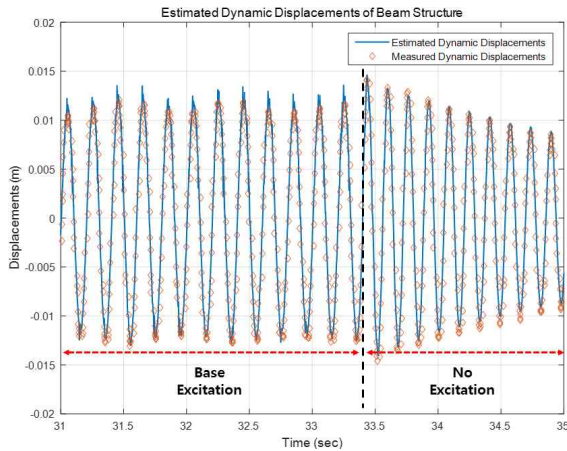




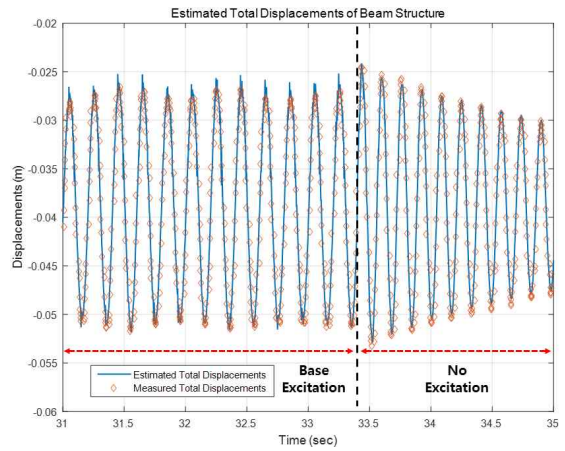
(a) from 23 sec to 27 sec



(a) from 23 sec to 27 sec



(b) from 31 sec to 35 sec



(b) from 31 sec to 35 sec

Fig. 16. Estimated dynamic displacements at  $x = 420mm$

Fig. 17. Estimated total displacements at  $x = 420mm$

Table 10. Relative error of dynamic displacements from 23.19 sec to 42.40 sec

Error	Value (%)
Mean Relative Error	6.63 %

Table 11. Relative error of total displacements from 23.19 sec to 42.40 sec

Error	Value (%)
Mean Relative Error	6.54 %

Table 10은 23.19 초부터 42.40 초까지 레이저 변위 센서로 직접 측정된 동적 변위와 본 기법으로 추정된 동적 변위의 평균상대오차를 계산하여 나타낸 것이다. 측정된 동적 변위와 추정된 동적 변위의 상대 오차가 6.63 %로 본 연구에서 제안한 기법으로 추정된 동적 변위가 실제 동적 변위를 잘 추정하는 것을 확인할 수 있다.

추정한 정적 변위와 동적 변위를 더한 외팔보의 전체 변위를 Fig. 17에 나타내었다.

23.19 초부터 42.40 초까지 전체 변위의 평균 상대오차를 비교하여 Table 11에 나타내었으며 레이저 변위 센서로 측정된 전체 변위와 본 기법

으로 추정된 변위의 상대 오차가 6.54 %로 본 연구에서 제안한 변위 추정 기법이 기초 가진에 의한 외팔보의 전체 변위도 잘 추정하는 것을 확인할 수 있다.

### III. 결 론

본 논문에서는 보 구조물의 모드 형상과 가속도로 측정된 가속도를 이용하여 자유 진동하는 보 구조물의 변형을 추정하는 기법을 도출하였다. 기법을 검증하기 위해 외팔보의 자유 진동 실험과 기초 가진 실험을 수행하였으며 가속도계

를 통해 측정된 가속도와 유한요소해석을 통해 계산한 모드 형상을 이용하여 외팔보의 정적 변위와 동적 변위를 추정하였다. 또한 레이저 변위 센서를 이용하여 실제 구조물의 변위를 측정하였고 이를 본 논문에서 제안한 방법을 통해 추정된 변위와 비교하여 본 기법이 적절하게 보 구조물의 전체 변위를 추정할 수 있음을 확인하였다.

본 연구를 통해 굽힘이 지배적으로 나타나는 보 구조물에 대해 모드 형상과 가속도계만을 사용하여 초기조건에 대한 아무런 정보가 없어도 변형을 적절히 추정할 수 있음을 보였으며 복잡한 연산이 불필요하기 때문에 실시간으로 변형을 추정하는데 유용하게 활용될 수 있을 것으로 예상된다.

향후에는 동적인 외력이 작용하는 경우 변위를 정확히 추정을 할 수 있는 방법에 대한 연구를 수행할 예정이며 굽힘 변형뿐만 아니라 비틀림 변형 추정에 대한 연구와 실험을 수행할 예정이다.

## References

- 1) Gavin, H. P., Morales, R., and Reilly, K., " Drift-free integrators," *Review of Scientific Instruments*, Vol. 69, No. 5, May. 1998, pp.2171~2175.
- 2) Celebi, M., Sanli, A., " GPS in pioneering dynamic monitoring of long-period structures," *Earthquake Spectra*, Vol. 18, No. 1, Feb. 2002, pp.47~61.
- 3) Smyth, A., Wu, M., " Multi-rate Kalman Filtering for the Data Fusion of Displacement and Acceleration Measurements," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 21, No. 2, 2007, pp.706~723.
- 4) Li, X., Rizos, C., Ge, L., Tamura, Y., Yoshida, A., " The Complementary Characteristics of GPS and Accelerometer in Monitoring Structural Deformation," *Ion 2005 Meeting*, 2005.
- 5) Chan, W. S., Xu, Y. L., Ding, X. L., Dai, W. J., "An integrated GPS-accelerometer data processing technique for structural deformation monitoring," *Journal of Geodesy*, Vol. 80, no. 12, 2006, pp.705~719.
- 6) Kim, K. J., Lee, Y. H., Cho, J. Y., Kim, J. H., Yun, H. S., Jang, S. Y., "Estimation of Dynamic Displacements for Cantilever Beam Using Mode Shapes and Accelerometers," *Proceeding of the 2016 KSAS Fall Conference*, 2016.
- 7) Craig, Jr. R. R., Kurdila, A. J., *Fundamentals of Structural Dynamics*, John Wiley & Sons, Hoboken, N.J., 2006.
- 8) Ingle, V.K., Proakis, J.G., *Digital Signal Processing using Matlab*, Cengage learning, 2011.