

비와 비율 지도에 대한 교사의 PCK 분석¹⁾

박슬아²⁾ · 오영열³⁾

본 연구에서는 비와 비율을 지도에 대한 교사의 이해 정도를 알아보기 위하여 비와 비율 지도에 대한 교사의 교수학적 내용 지식(PCK)을 질문지와 면담을 통해 분석하였다. 연구 결과, PCK의 내용 측면에 있어서 교사는 비와 비율의 개념을 정확하게 이해하고 실생활 맥락과 연계해서 비와 비율을 지도할 필요가 있으며, PCK의 교수 방법 및 평가에 대한 지식의 관점에서 비와 비율에 대한 교수 목표를 강화하고 교수 방법에 있어서도 활동 중심으로 바뀔 수 있도록 교사들의 PCK를 강화할 필요가 있다. 그리고 학생 이해 지식의 관점에서 교사의 PCK는 교사의 설명 이외에 오류 지도 방법을 다양화하고 정의적 측면을 수업에 연계할 수 있도록 해야 한다. 마지막으로 수업 상황에 대한 지식의 관점에서 교사는 주체적 관점에서 교과서 활동을 재구성하고, 활동의 특성에 맞게 수업 집단을 다양화 할 필요가 있다. 본 연구 결과는 설문과 면담을 통한 비와 비율에 대한 교사의 PCK가 실제 수업과 어떠한 연관성을 갖고 있는지에 대한 추후 연구를 제안한다.

주제어: 비와 비율, 교수학적 내용 지식, PCK(Pedagogical Content Knowledge)

I. 서론

초등학교 수학은 비교적 쉽다고 느끼기 때문에 초등 교사가 아닌 누구라도 가르칠 수 있다는 생각이 지배적이며, 많은 초등 교사들 역시 특별한 연구를 하지 않아도 수학을 무리 없이 잘 가르칠 수 있다고 생각한다. 하지만 교사의 수학적 지식이 풍부할수록 수학을 잘 가르칠 수 있을 것이라는 명제는 누구도 부정하기 어려울 것이다. 즉, 교사가 수학적 지식을 깊이 있게 이해할수록 학생들이 수학을 잘 배울 수 있을 것이다 (Ma, 1999).

Shulman(1986)은 교사의 지식이 가르치는 내용과 방법의 혼합물임을 주장하면서 교수학적 내용 지식(Pedagogical Content Knowledge [PCK])이라는 개념을 도입하였다. PCK는 학습자가 이해할 수 있도록 해당 교과목을 가르치는 방법에 대한 지식이며, 더 나아가서 수학과외의 경우 수학 내용에 대한 지식, 학습자 이해에 대한 지식, 교수 방법에 대한 지식으로 세분화 될 수 있다(Grossman, 1990; Marks, 1990). 이러한 맥락에서 NCTM(2000)에서도 수학을 효과적으로 가르치기 위해 교사는 수학 내용, 학습자 및 교수법적 전략을 깊이 있게 알아야 함을 언급하며 PCK의 중요성을 강조하고 있다.

하지만 국내의 경우 현장에 있는 교사를 대상으로 한 PCK 연구는 충분하지 않은 실정

1) 이 논문은 박슬아(2016)의 석사학위논문을 수정 보완한 것임.

2) [제1저자] 서울경수초등학교

3) [교신저자] 서울교육대학교

이다(최승현, 황혜정, 2008b). 이는 수업 공개를 기피하는 학교 현장 분위기, 개인의 경험을 소극적으로 공유하는 교사의 태도, 교직 전체의 전문성이 개인적 차원에 머물러 있다는 점 등이 그 주요한 원인으로 여겨진다. 뿐만 아니라 교사의 PCK는 하나의 단순한 요소가 아니라 통합적·기능적으로 이루어진 조직체로 수업에서의 영향력이 상당함에도 불구하고, PCK의 본질과 수준에 대해 명확한 정의가 완전하지 않은 데에도 원인이 있다고 할 수 있다. 현재 2009 개정 교육과정에서 제시한 초등수학교육이 나아가야 할 방향은 수학적 사고 능력 개발, 수학적 문제 해결 능력 개발, 수학적 연결성 추구, 수학적 의사소통 능력 함양을 바탕으로 수학적 창의성 개발과 수학의 가치 이해에 있다(교육부, 2015). 이러한 교육과정의 목표 추구를 위해서는 교사의 PCK가 무엇보다도 중요하다.

한편 2008년에 발표한 TIMSS 2007의 결과 우리나라는 수학 성취도에서 우수한 성적을 거두었지만, 비, 비례식, 비율 영역에서는 다른 영역에 비해 상대적으로 낮은 정답률을 나타냈다(김선희, 김경희, 2009). 특정 영역에서 낮은 정답률을 나타냈다는 것은 이 부분의 교수·학습 과정에 대해 보다 깊은 연구가 필요함을 시사한다(김수현, 나귀수, 2008; 박희옥, 박만구, 2012). 비와 비율 개념은 도형의 닮음, 정비례와 반비례, 그래프의 기울기, 상대도수, 히스토그램, 확률 등과 같은 학습에서 필수적이다. NCTM(2000)에서는 문제해결과 추론 과정에서도 비와 비율 개념을 토대로 한 비례적 사고가 중요하며, 다양한 수학적 주제들을 연결하고, 과학 및 예술과 같은 다른 영역과 수학의 연결성에 있어서도 비와 비율이 매우 중요한 주제임을 강조하고 있다.

본 연구는 초등학교에서 교사로 재직하고 있는 연구자와 동료 교사들이 비와 비율 수업을 실시하면서 직면한 어려움을 해결하기 위해 시작되었다. 초등학교 수학의 여러 영역 중에서 비와 비율은 가르치기 어렵고 인지적으로 복잡할 뿐만 아니라 수학적으로 풍부하며, 학생들의 입장에서 학습하기 어려운 대상이다(정은실, 2003a; Smith, 2002)). 박희옥과 박만구(2012)의 연구를 살펴보면, 여러 차례의 교육과정 개편에도 노력에도 불구하고 학생들은 여전히 비와 비율을 학습할 때 인지적으로 어려움을 겪고 있는 것으로 드러났다.

이에 본 연구는 비와 비율에 대한 교사의 교수학적 내용 지식(PCK)을 질문지와 면담을 통해 분석하였다. 이를 위해 본 연구에서는 PCK를 수학 내용 지식, 교수 방법 및 평가에 대한 지식, 학생 이해 지식, 수업 상황에 대한 지식의 4개 영역으로 세분화함으로써 각 영역별로 교사의 PCK 정도를 분석하였다.

II. 이론적 배경

1. 교수학적 내용 지식(PCK)의 의미와 특징

Shulman(1986)은 교사가 수업에서 교과 내용의 전달하는 방식은 각 교과 내용의 학문적 방식과 다르다는 관점에서 교수학적 내용 지식(PCK) 개념을 제시하였다. Shulman에 의하면 PCK는 교과 내용 지식의 특정한 형태로써 가르치기 위한 지식이며, 각 교과 영역에서 자주 교수되는 주제들, 아이디어들을 표현하기에 유용한 표상들, 유추, 보기, 실례, 설명, 논증 등의 방법을 활용하여 다른 사람이 이해할 수 있도록 교과 내용을 구성하고 표현하는 방식으로 PCK를 정의하였다. Grossman(1990)은 Shulman의 정의에서 확장하여 교사에게 필요한 지식을 일반 교수학적 지식, 교과 지식, 교수학적 내용 지식, 상황에 대한 지식으로 세분화하였다. Grossman은 이 중 교수학적 내용 지식에 대해 교과를 가르치는 목적에 대

한 개념화, 학생의 오개념과 어려움을 포함한 학생의 이해 과정에 대한 지식, 지도 전략, 교육과정 지식을 포함하였다. 그리고 Marks(1990)는 교과 내용과 더불어 학생의 이해 과정에 대한 지식, 수업 매체를 활용하는 지식, 수업의 과정적 측면을 강조하였다.

국내에서 한국교육과정평가원은 2004년부터 2006년까지 3차례에 걸쳐 교사의 전문성을 신장하기 위해 수업 평가 기준 개발에 관한 연구를 실시하였다. 그 결과 교사가 가지는 수업 전문성의 요소로 교사의 전문적 지식, 수업 계획, 수업 실천, 교사의 책무성을 설정하고, 이 중 교사의 전문적 지식을 교과 내용 지식, 내용 교수 지식, 방법 지식, 상황 지식으로 구분하였다(임찬빈 외, 2004, 2005, 2006). 최승현과 황혜정(2008a)은 PCK를 수학을 지도하는 데 요구되는 교과 내용 지식, 교과 내용 지식을 다루는데 필요한 방법적 지식, 상황 지식, 학생 이해 지식의 부분별 지식이 결합되어 나타나는 교사의 종합적인 실천지라고 정의하였다. 이상의 개념들을 살펴보면 PCK는 교과 내용 지식을 정확하게 아는 것뿐만 아니라 이를 학습자가 이해할 수 있는 방식으로 표현할 줄 아는 능력이며, 교수-학습이 이루어지는 상황을 고려하여 교수-학습 과정에서 이루어지는 모든 요소들을 파악하고, 활용하는 지식까지 포함하는 것을 의미한다고 할 수 있다.

한편 최승현(2007)은 PCK의 특징을 다음과 같이 제시하였다.

첫째, PCK는 교사의 개인적인 지식이다. PCK는 교사가 장시간에 걸친 경험을 통하여 개발해 나가는 것이다. 따라서 모든 교사들이 공유할 수 있는 단 하나의 실체가 아니라 가르치는 맥락, 가르쳐야 할 내용, 교사의 경험으로부터 영향을 받아 달라질 수 있으며, 교사별로 고유한 전문성에 해당한다. 둘째, PCK는 다양한 기초 지식으로부터 영향을 받는다. PCK는 교수법, 학생, 교과 및 교육과정과 같은 다양한 측면의 지식과 신념을 포괄하는 개념이다. 또한 사전교육, 교사의 개인적 배경, 가르치는 상황 및 이전에 가르친 경험을 통하여 발달한다. 뿐만 아니라 이렇게 교과 내용, 교수법, 상황에 대한 지식과 신념 등의 영역으로부터 영향을 받아 산출된 PCK는 역으로 이러한 기초 지식 영역의 발달을 자극한다. 즉, PCK는 다른 지식 영역들로부터 영향을 받고, 또 다른 지식 영역에 다시 영향을 줄 수 있는 독특한 영역이다. 셋째, PCK는 경험적이며, 실천적 지식이다. PCK는 해당 교과 내용을 가르쳐 본 교사의 이전 경험과 현재 가르치는 학생 집단에 대한 이해에 의존한다. 따라서 가르쳐 본 경험이 없는 예비교사나 초임교사는 PCK를 거의 지니고 있지 못하다고 볼 수 있다. PCK와 실제 수업은 상호보완적인 관계이며, PCK는 수업 경험을 바탕으로 한 교사의 역할이 강조되는 실천적 차원에서의 지식이다. 넷째, PCK는 점진적으로 발달한다. PCK는 고정된 것이 아니라 실제 수업에서 이루어지는 반성, 반성 결과를 바탕으로 한 적용 등 다양한 과정을 통하여 점진적으로 향상 및 발달된다. 교사의 PCK는 수업 준비 과정과 수업 진행 과정에서 일어나는 모든 결정에 영향을 주고, 교사의 수업 활동은 다시 교사 자신의 PCK에 영향을 미친다. 즉, PCK는 교사의 반성적 수업 실천을 통해 점진적으로 향상될 수 있다. 다섯째, PCK는 가르치는 내용과 상황에 따라 주제별로 달라진다. PCK는 주어진 주제를 학생들이 효과적으로 잘 이해할 수 있도록 표상화하거나 형식화하는 방법이므로 가르칠 주제, 가르치는 상황에 따라 다르게 구현될 수 있다. 여섯째, PCK는 전문성을 갖춘 교과 교사를 정의할 수 있는 핵심요소이다. 즉, PCK는 해당 분야의 다른 전문직이 가지고 있는 내용 지식과 교사의 지식을 차별화하는 요인이다. 단순히 교과 내용 지식을 아는 것과 가르치기 위해 교과 내용 지식을 활용하는 것은 명백히 차이가 있으며, PCK를 가지고 있는 교사만이 예측할 수 없는 다양한 수업 상황에서 융통성 있게 대처할 수 있다. 일곱째, PCK는 주관적인 표상을 공적인 것으로 변환할 수 있는 지식이다. 즉, 개인적이고 사적인 지식의 형태인 PCK를 공적인 지식으로 변환하는 것이 가능하다. 교사의 전문적 지

식이 외부에서 명백하게 인정받지 못하고 있으므로 공적인 지식으로의 변환 과정을 통해 성공적인 교사의 PCK를 일반화하는 것이 가능해질 것이다.

2. 비와 비율의 개념

비와 비율은 일상생활에서 혼용하여 사용되는 경우가 많고, 나라마다 의미를 다르게 사용하고 있다. 예를 들어, 미국에서는 비를 같은 성질을 갖는 양들을 비교(예: 파운드 대 파운드)하는 의미로, 비율은 다른 성질을 갖는 양들을 비교(예: 거리 대 시간)하는 의미로 가르친다. 반면 우리나라에서는 비를 양의 순서쌍을 포함하는 이항관계로, 비율은 내포량으로서 한 양과 다른 양의 한 단위 사이의 관계라는 의미로 지도한다(정은실, 2003).

비는 $B \neq 0$ 일 때 $A : B$ 로 쓰여지는 수들의 순서쌍이다(배중수, 2002). 두 수를 비교할 때 기준이 0이 될 수 없으므로 $B \neq 0$ 이어야 한다. 두 수를 비교할 때 처음에 ‘ A 는 B 보다 얼마나 더 많다(적다), 혹은 크다(작다)’로 비교하기도 하고 ‘ A 는 B 의 몇 배다.’로 표현한다. A 와 B 를 비교할 때, ‘:’의 기호를 사용하여 ‘ $A : B$ ’로 표현하며, 읽을 때는 ‘ A 대 B ’로 읽는다. 즉, 비는 A , B 가 두 수이거나 같은 종류의 양일 때($B \neq 0$), A 의 크기를 B 에 비추어 생각하는 것이며, A 가 B 의 몇 배인가의 관계를 ‘ B 에 대한 A 의 비’ 또는 ‘ A 와 B 의 비’라고 한다.

비에서 기호 :의 왼쪽에 있는 A 를 ‘비교하는 양’이라고 하고, 오른쪽에 있는 B 를 ‘기준량’이라고 한다. A 와 B 의 비를 나타낼 때는 A 와 B 를 어떤 순서로 쓰는지에 따라 의미가 달라지므로 유의해야 한다(교육부, 2015). 예를 들어, 2:3은 3에 대한 2의 비로 2가 3의 몇 배인지를 나타내고, 3:2는 2에 대한 3의 비로 3이 2의 몇 배인가를 뜻한다. 전자는 비의 값이 $\frac{2}{3}$ 이고, 후자는 비의 값이 $\frac{3}{2}$ 이다. 비의 개념은 두 양 사이의 관계에 초점을 두는 것으로 비율 개념 및 비례적 추론을 이해하는 데 기초가 된다.

비율은 둘 이상의 수를 비교하여 나타낼 때, 하나의 수를 기준으로 하여 나타낸 다른 수의 비교값이다(배중수, 2002). 비 $A : B$ 에서 비의 값은 $A \div B = \frac{A}{B}$ 이고, 비의 값 $\frac{A}{B}$ 를 A 와 B 의 비율이라고 한다. 즉, B 에 대한 A 의 비는 B 를 단위로 보았을 때 A 는 얼마인가를 나타내는 것이다. A 의 크기를 B 로 재어보는 것을 의미하므로 B 를 단위로 한 A 의 측도를 의미하며, $A \div B = C$ 라고 하면 C 를 $A : B$ 의 ‘비율’이라고 한다. 비율은 비의 값을 수량적으로 활용하기 위해 사용하며, 분수나 소수로 나타낼 수 있다.

Piaget, et al(1977)은 아동의 비례 관계 발달 단계를 비수량적 사고 단계, 서수적 단계, 초서수적 단계, 비례적 단계로 구분하였다. Piaget는 아동의 비례 개념은 비례 관계 발달 단계 중 최종 단계에 해당하며, 가법적 사고가 완전히 성립된 이후에 비례적 사고가 가능하다고 하였다. 이에 대해 Karplus, Pulos, & Stage(1983)와 Lesh, Post, & Behr(1988)도 학생들이 비례 개념을 형성하기 전에 가법적으로 추론한다고 하였다. 그러나 학생들은 가법적 사고에 의한 추론에서 배 개념에 근거한 비례적 추론으로 발달해가는 과정에서 어려움을 느낀다. 다시 말해, 상당수의 학생들이 비례적 추론을 해야 하는 상황에서 비례적 추론을 하지 못하고 덧셈적 추론, 즉 가법적 추론을 사용한다. 따라서 교사는 학생들이 비와 비율의 개념을 학습할 때 이러한 어려움을 겪는다는 것을 인지해야 하며, 비와 비율을 처음 도입할 때 학생들에게 익숙한 가법적 사고를 바탕으로 배 개념에 근거한 승법적 사고를 할 수 있도록 단계적으로 안내할 필요가 있다(박희옥, 박만구, 2012).

수학적으로 비율과 분수의 개념은 같은 맥락에서 발전하였다. 분수는 유리수의 한 표현 방법으로서, 유리수는 영어로 rational number라고 한다. 이때 ratio는 ‘비’를 의미하고, 여기에서 파생된 rate는 ‘비율’을 의미한다(교육부, 2015). 2009 개정 교육과정에 의하면 초등학생들은 전체에 대한 부분의 크기를 표현할 때 분수 형태를 사용한다는 것을 3학년 때 학습한다. 그렇기 때문에 상대적인 크기를 비교하는 데 사용되는 비율을 배울 때 이전에 학습한 분수 개념과 관련지어 배우면 더욱 효과적으로 비율 개념을 학습할 수 있다.

비율을 분수 개념의 하위 개념으로 보는 견해가 있으나 비율과 분수는 서로 개념적 차이가 있기 때문에 이에 대한 명확한 이해가 요구된다. 또한 수학적 개념을 학습하는 초기에 있는 초등학생들에게 있어서는 수학적 개념이 발생하는 여러 가지 맥락이 서로 혼란을 일으키는 경우가 있으므로 비율 개념과 분수 개념이 발생하는 맥락의 차이점을 살펴보는 것은 초등학교 교사들에게 있어서 필요하고 중요한 일이다(교육부, 2015).

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구에서는 수학교육을 전공하거나 또는 수학 교수법 연구에 관심이 있는 초등학교 6학년 담임교사 중 연구 참여를 허락하는 세 명의 교사 A, B, C를 선정하였다. 실제 학교 현장에서 교사들의 경력과 전공이 다양한 것을 고려하여 성별, 경력, 전공 등이 서로 다른 교사들로 선정하였다.

A교사가 근무하고 있는 학교는 전체 19학급 규모이며 학급당 평균 학생 수는 25명 내외이다. 학교 주변은 다세대 주택이 대부분이고 한부모 가정 및 다문화 가정 학생이 많아 학생들의 가정환경이 여유롭지 않은 편이다. 또한 기초학력 미달 비율이 평균보다 높은 편으로 한 학급당 부진학생이 전체 학생의 $\frac{1}{3}$ 정도로 많은 편이다. 부장교사를 맡고 있는 A교사는 경력이 17년이며, 6학년 지도 경험은 11회이다. 대학교에서 심화과정으로 체육교육을 전공했다. 수학 교과에 대해 흥미나 관심을 가지고 있지 않으며 수학 관련 연수에도 자발적으로 참여한 경험이 없다. 평소 수학 수업을 할 때 교사 중심의 설명식 수업 방식을 선호하며, 다년간의 6학년 지도 경험으로 6학년 수학 내용에 자신감을 가지고 있는 편이다. 학생들이 대체적으로 수학 수업을 어려워해서 최대한 쉽게 설명하고, 학생들이 이해할 수 있도록 설명한 내용을 주로 반복하는 경향이 있다.

B교사는 A교사와 같은 학교에 근무하고 있으며 교직 경력은 7년이고, 6학년 지도 경험은 5회이다. 부장교사를 맡고 있는 B교사는 대학교에서 심화과정으로 사회교육을 전공했다. 수학 교과에 대해 특별히 관심을 가지고 있지 않으며, 수학 관련 연수에 참여한 경험이 전혀 없다. 수학이 중요한 과목이라고 인지하고 있지만, 부진 학생을 지도하는 정도일 뿐 부진의 원인이 무엇인지에 대해서는 생각해 본 적이 없으며, 평소 수학 수업을 할 때 교사 중심의 설명식 수업 방식을 선호한다. B교사는 수학 수업에서 용어의 정의를 설명하는 것이 중요하다고 생각하여 해당 차시에서 주로 다루고 있는 용어를 학생들이 이해하기 쉽게 풀어 설명하는 것에 가장 중점을 두고 있다.

C교사가 근무하는 학교는 총 13학급이고 한 학급당 평균 학생수는 20명 내외이다. 학생들의 학업성취수준은 다양하게 구성되어 있으나 대체로 중위권에 해당하며, 주변에 학원

이 없어 사교육 비율도 낮은 편이다. C교사는 경력이 2년이며 6학년 지도 경험은 1회이고 대학교에서 심화과정으로 수학교육을 전공했으며 대학원에서도 수학교육을 전공하고 있다. 따라서 평소 수학 수업에 특히 열의를 가지고 지도하며, 교재 연구를 열심히 하여 학생들이 즐거워하는 수업을 만들기 위해 노력하고 있다. 수학적 개념을 직접 가르친 후 또래 교수법 등을 활용하여 학생들이 배운 내용을 서로 가르치며 배울 수 있도록 하고 있다.

2. 연구 절차

본 연구에서는 비와 비율 단원 중에서 학생들이 비와 비율의 개념을 형성하는 초기 단계에 해당하는 비, 비율, 백분율 지도에 대한 교사의 PCK를 알아보려고 하였다. 이를 위해 질문지의 내용을 비, 비율, 백분율에 대해 중점적으로 다루었고, 교사의 PCK는 최승현(2007)의 분석틀을 적용하여 수학 내용 지식, 교수 방법 및 평가에 대한 지식, 학생 이해 지식, 수업 상황에 대한 지식으로 세분화하여 분석하였으며, 각 범주를 다시 세부적인 준거로 나누어 분석을 실시하였다.

비와 비율에 대한 교사의 PCK를 알아보는 데 있어서 교사가 비와 비율의 어떤 부분에서 어떤 지식을 갖고 있는지 분석 기준을 마련하기 위하여 비와 비율에 대한 문헌 연구를 실시하였으며, 그 결과 박희옥과 박만구(2012)의 검사 문항을 바탕으로 전문가의 자문을 거쳐 질문지를 작성하였다. 질문지를 통해 파악할 수 없거나 부족한 부분은 면담을 통해 보완하였다.

3. 자료 수집 및 분석

교사의 PCK를 알아보기 위해 비와 비율에 대한 교사의 PCK를 수학 내용 지식, 교수 방법 및 평가에 대한 지식, 학생 이해 지식, 수업 상황에 대한 지식으로 나누어 각 교사들에게 질문지를 작성하도록 하였다. 질문지에 사용되는 문항은 PCK에 대한 선행 연구들을 종합하여 분석 준거에 따라 작성하였으며, 질문지의 내용은 응답자 작성의 편의성을 위하여 5단계 리커트 척도로 구성된 객관식 문항을 포함하였지만, 심층적 분석을 위한 질문은 개방적인 서술식 형태를 취하였다. 뿐만 아니라 교사 스스로 자신의 PCK가 어느 정도인지 인식할 수 있도록 자기보고식 체크리스트를 포함하였다.

면담은 질문지를 바탕으로 2회에 걸쳐 실시하였으며, 1차 면담을 통해서 현재 가르치고 있는 학생들의 실태, 학생들에 대한 지식, 교수 방법, 수학의 전반적인 지식에 대한 것과 비와 비율 수업을 어떻게 준비할 것인지에 대해 이야기하였다. 면담을 시작하기 전 간단한 일상 대화를 통해 면담에 대한 거부감을 줄였으며 면담 장소는 연구 대상자의 교실로 정했다. 면담할 질문 내용에 대해 충분히 고민하여 답변하도록 하기 위하여 미리 질문지를 배부한 후 면담을 실시하였다. 면담 질문지 이외로 추가할 내용이 있으면 덧붙여 질문하였으며 면담이 이루어지는 동안 부드러운 분위기 속에서 연구 대상자가 편안하게 응답할 수 있도록 하였다. 2차 면담에서는 PCK를 수업에 적용할 때의 어려운 점 등에 대해 추가로 필요한 정보가 있는 경우 연구자가 자유롭게 질문하여 자료를 수집하였다.

비와 비율에 대한 교사의 PCK를 알아보기 위해 교사가 작성한 질문지를 통해 교사의 PCK를 분석하였다. 질문지는 5단계 리커트 척도로 구성되었으며, 이를 통해 교사가 스스로 인식하고 있는 PCK를 분석하였고, PCK 요소를 영역별로 구성한 개방적인 서술식 질문 형태를 통해 교사들의 PCK를 분석하였다.

IV. 분석 및 논의

1. 교사가 스스로 인식하고 있는 PCK 분석

<표 1>은 비와 비율에 대한 교사의 PCK를 자기보고식 체크리스트로 조사한 결과를 나타낸 것이다. 세 교사에 대한 평균을 보면 A교사의 경우 3.85, B교사의 경우 4.07, C교사의 경우 4.04를 보임으로써 비교적 높은 수준의 점수를 보였으며, 교사별로는 B교사가 가장 높은 점수를 보였고, A교사가 가장 낮은 점수를 보였다.

영역별로 살펴보면 세 교사 모두 수학 내용 지식에 대한 점수가 특히 높았는데, 이는 세 교사 모두 비와 비율에 대한 수학 내용 지식에 자신감을 가지고 있는 것으로 볼 수 있다. 반면 교수 방법 및 평가에 대한 지식 항목 점수가 낮는데, 그 이유는 세 교사 모두 알고 있는 수학 내용 지식을 실제 수업 상황에 적용하거나 이를 평가에 환류하는 것에 대해 자신감이 부족하거나 다소 어려움을 겪고 있는 것으로 추측된다. 또한 학생 이해에 대한 지식과 수업 상황에 대한 지식에서 A교사와 B교사는 큰 차이를 보이는 것을 알 수 있었다.

<표 1> 자기보고식 체크리스트에 따른 비와 비율에 대한 PCK 결과

	수학 내용 지식	교수 방법 및 평가에 대한 지식	학생 이해 지식	수업 상황에 대한 지식	개인별 전체 평균
A교사	4.60	3.89	3.38	3.75	3.85
B교사	4.60	3.33	4.38	4.50	4.07
C교사	4.80	3.67	4.13	3.75	4.04

2. 교사의 PCK 분석

가. 수학 내용 지식

비와 비율에 대한 교사의 PCK 가운데서 수학 내용 지식에 대한 분석 준거를 비와 비율에 대한 개념과 비와 비율에 대한 교육과정 내용 이해 두 가지로 설정하였으며, 그 분석 결과는 다음과 같다.

1) 비와 비율의 개념

비와 비율을 가르치는데 필요한 개념 지식을 알아보기 위하여 비와 비율의 의미와 비와 비율의 수학적 개념 이해에 대하여 알아보았다. 이를 위해 총 10개의 문항을 구성하여 비와 비율의 개념에 대한 교사의 PCK를 알아보았으며, 그 문항의 예는 다음과 같다.

1. 비의 의미는 무엇이라고 생각합니까?
2. 비율의 의미는 무엇이라고 생각합니까?
3. 백분율의 의미는 무엇이라고 생각합니까?
4. 비율과 분수의 차이점은 무엇이라고 생각합니까? (아는 대로 써주세요.)

비의 의미에 대한 질문에 A교사는 둘 이상을 서로 비교하여 나타내는 것이라고 응답하였다. 비는 둘 이상을 비교하는 것이 아닌 두 수를 비교할 때만 사용하는 개념이며, 세 수

이상의 수를 비로 나타낸 것은 연비이다. 또한 A교사는 두 수를 비교할 때 사용하는 두 가지 방법(두 수의 차(差)를 알아보는 방법과 두 수의 비(比)를 알아보는 방법) 중 비의 개념이 어느 방법을 사용하는 것인지 나타내지 않아 비의 개념을 명확하게 알고 있다고 보기 어려웠다. 비율의 의미에 대한 질문에서는 비를 수치로 나타낸 비교값이라고 하였으며, 비율은 둘 이상의 수를 비교하여 나타낼 때 그 중 한 개의 수를 기준으로 하여 나타낸 다른 수의 비교값이다. 따라서 A교사는 비율의 개념을 정확하게 인식하고 있다고 볼 수 있다. 백분율의 의미에 대한 질문에 대해 A교사는 전체를 100으로 할 때의 수치라고 하였다. 백분율은 기준량을 100으로 할 때의 비교하는 양의 크기 또는 비율인데, A교사는 단순히 전체를 100으로 할 때의 수치라고 정의한 것으로 보아 백분율에 대한 개념을 완전하게 이해하고 있지 않았음을 알 수 있다.

비율과 분수의 차이점에 대한 질문에 A교사는 다양한 표현의 차이, 0이 들어가는지 여부에 따라 둘의 개념이 구분된다고 응답하였다. A교사는 비율은 분수가 아닌 다른 기호로 나타낼 수 있는 것에 반해 분수는 분수 형식으로만 나타내며, 비율에는 0이 들어갈 수 있지만 분수는 분모에 0이 올 수 없다는 점을 명시하여 비율과 분수의 비교 관점 및 그에 따른 차이점을 비교적 명확하게 인지하고 있음을 알 수 있다.

비의 의미에 대한 질문에 B교사는 두 수를 비교하기 위한 것이라고 응답하였다. B교사는 두 수를 비교할 때 사용하는 두 가지 방법 중 어느 방법을 사용하는 것인지 명확하게 나타내지 않아 비의 개념을 정확히 정의하는데 한계를 보였다. 비율의 의미에 대한 질문에서는 비를 수치로 나타낸 것이라고 하였으며, 백분율의 의미에 대한 질문에 B교사는 기준량이 100일 때 비교하는 양의 크기(상대적)라고 하였다. 이를 통해 B교사는 2009 개정 교육과정에서 정의하고 있는 관점에 근거하여 비율, 백분율의 개념을 이해하고 있는 것으로 볼 수 있다.

비율과 분수의 차이점에 대한 질문에 B교사는 비율은 두 수를 비교한 비의 값이고, 분수는 전체에 대한 부분을 나타내는 수라고 응답하였으며, B교사는 비율과 분수의 차이점을 서술하기 위한 비교 관점을 명확하게 제시하지 못하였으며, 비율을 분수와 비교했을 때의 차이점이 아닌 비율의 개념을 서술하는 것에 그쳤다.

비의 의미에 대한 질문에 C교사는 한 수가 다른 수의 몇 배인지 나타내는 것이라고 응답하였다. C교사는 두 수를 비교하는 방법 중 두 수의 비(比)를 알아보는 방법을 사용하여 두 수를 비교하는 것으로 비의 개념을 정의한 것으로 보아 비의 개념을 바르게 가지고 있는 것으로 볼 수 있다. 비율의 의미에 대한 질문에서는 비를 수치화하여 나타낸 것이라고 하였으며, 백분율의 의미에 대한 질문에 C교사는 기준량이 100일 때의 비율이라고 하였다. 이를 통해 C교사는 비, 비율, 백분율의 2009 개정 교육과정에서 정의하고 있는 관점에 근거하여 비, 비율, 백분율 개념을 정확하게 이해하고 있다는 것을 알 수 있다.

비율과 분수의 차이점에 대한 질문에 C교사는 비율을 나타내는 방법 중 하나가 분수 형태이며, 분수는 여러 가지 의미(ex. 나눗셈에서 몫의 의미 등)를 가지고 있는 것이라고 응답하였다. C교사는 비율과 분수의 표현 방식 관점에 근거하여 둘의 교집합적인 부분을 인식하기는 하였으나 분수를 비율의 하위 개념인 것처럼 진술하였다. 뿐만 아니라 분수의 여러 가지 의미 중 어느 의미가 비율에 해당하는지를 제시하지 않았으며, 비율과 분수의 차이점을 서술하기 위한 비교 관점을 명확하게 제시하지 못하였다.

비와 비율에 대한 세 교사의 개념 이해 정도를 정리하면 비의 의미에 대해 A교사는 둘 이상을 서로 비교하여 나타낸 것, B교사는 두 수를 비교하기 위한 것, C교사는 한 수가 다른 수의 몇 배인지 나타내는 것이라고 제시하였다. C교사는 두 수의 비(比)를 이용하여 두 수를 비교할 때 사용하는 개념으로 비를 바르게 이해하고 있었으나, A교사는 비교 대

상의 수를 혼동하고, 비의 개념에서 사용하는 두 수의 비교 방법을 제시하지 않아 비의 개념을 바르게 형성하고 있지 않았다. B교사 역시 비의 개념에서 사용하는 두 수의 비교 방법을 제시하지 않아 비의 개념을 바르게 형성하고 있다고 보기 어려웠다. 비율의 의미에 대해 세 교사 모두 비를 수치화하여 나타낸 것이라고 제시함으로써 비율의 개념을 정확하게 형성하고 있었다.

백분율의 의미에 대해 A교사는 전체를 100으로 할 때의 수치, B교사는 기준량이 100일 때 비교하는 양의 크기(상대적), C교사는 기준량이 100일 때의 비율이라고 제시하였다. B와 C교사는 백분율의 개념을 바르게 이해하고 있으나 A교사는 수치라는 용어를 사용하여 모호하게 백분율의 개념을 정의하였기 때문에 백분율의 개념을 바르게 형성하고 있지 않았다. 그리고 비율과 분수의 차이점에 대해 A교사는 두 개념을 비교하기 위한 비교 관점과 그에 따른 차이점을 명확하게 제시하였으나 B교사와 C교사는 비교 관점과 차이점 둘 다 명확하게 제시하지 못하였다.

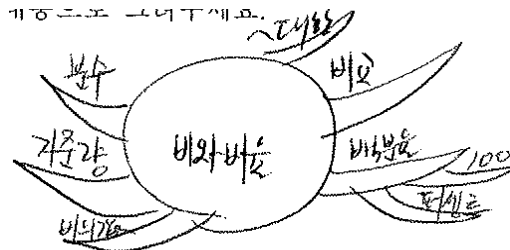
2) 비와 비율에 대한 교육과정 내용 이해

비와 비율의 교육과정 내용에 대한 세 교사의 이해 정도를 알아보기 위해 비와 비율을 가르치기 위해 요구되는 선수학습을 알아보기 위한 비와 비율 학습 개념도, 비와 비율 개념을 도입하는 방법, 비율과 백분율의 상관관계 지도의 필요성, 실생활에서의 백분율의 활용을 지도하는 방법, 비와 비율 지도의 필요성으로 나누어서 설문지 문항을 구성하였다. 이에 대한 설문지 문항의 예는 다음과 같다.

1. 비와 비율의 개념을 학습하기 위해 바탕이 되는 학습 내용에 대한 개념도 마인드 맵을 가능한 한 많은 내용으로 그려주세요.
2. 학생들에게 비의 개념을 도입하는 방법은 무엇이라고 생각합니까?
3. 학생들에게 비율의 개념을 도입하는 방법은 무엇이라고 생각합니까?
4. 비율을 백분율로 바꾸는 방법을 배우는 이유는 무엇이라고 생각합니까?
5. 학생들에게 백분율이 실생활에서 많이 활용됨을 어떻게 알려줄 수 있을까요?

가) A교사

A교사는 비와 비율 학습에 바탕이 되는 학습 개념으로 아래의 [그림 1]에 제시된 것처럼 분수, 기준량, 비의 값, 비교, 백분율(100, 퍼센트)을 제시하였다. A교사는 비의 개념을 이해하기 위하여 비교, 기준량에 대한 개념이 필요하고, 비율의 개념을 이해하기 위하여 분수, 비의 값, 백분율(100, 퍼센트)의 개념이 필요한 것으로 인식하고 있었으며, 비와 비율 학습을 위한 선수 학습으로 분수와 소수에 대해 아는 것이 기본적으로 가장 필요하다고 보았다.



[그림 1] A교사가 제시한 비와 비율의 선수 학습 개념도

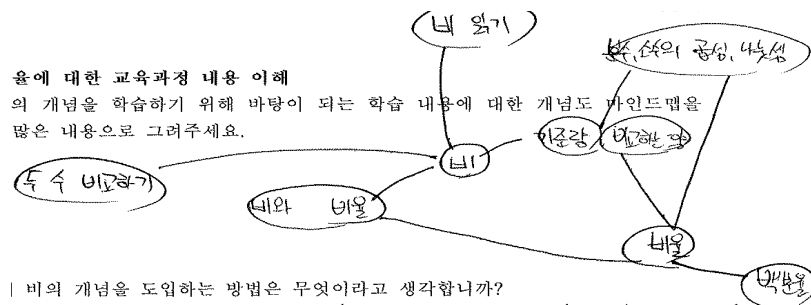
비의 개념을 도입하는 방법으로 A교사는 두 수를 비교하여 대비시켜 도입해야 한다고 응답하였다. 하지만 두 수를 비교하는 두 가지 방법 중 어떤 방법으로 비교하는지에 대해서는 명확히 제시하지 못하였다. 비율의 개념을 도입하는 방법에 대해서 A교사는 실생활에서 흔히 사용되는 예(환율, 몸의 비, 화폐, 황금비 등)를 들어 도입하는 것이 좋다고 하였으며, A교사는 비율 개념이 실생활과 밀접한 관련이 있음을 강조하였다.

비율을 백분율로 바꾸는 방법을 배우는 이유로 A교사는 빈도가 높은 실생활의 실재를 위해 배운다고 응답함으로써 백분율이 실생활에서 빈번하게 사용되고 있음을 강조하였다. 백분율이 실생활에서 많이 활용됨을 지도하는 방법으로 A교사는 다양한 예시를 제시한다고 응답하였지만, 구체적으로 어떤 예시를 제시할지에 대해서는 언급하지 않았다. 그리고 비와 비율을 가르치는 이유로 A교사는 학생들이 실생활에서 비와 비율의 유용성을 알게 하고, 실생활에서 비와 비율을 활용하게 하기 위하여 가르친다고 응답하였으며, A교사는 일관성 있게 비와 비율의 지도에서 실생활과의 관련성에 가장 중점을 두고 있었다.

나) B교사

비와 비율 학습의 바탕이 되는 개념으로 B교사는 비를 이해하기 위해서는 [그림 2]에 제시된 것처럼 두 수 비교하기, 비 읽기, 기준량과 비교하는 양(분수와 소수의 곱셈과 나눗셈)에 대한 개념이 필요하고, 비율을 이해하기 위하여 기준량과 비교하는 양, 분수·소수의 곱셈과 나눗셈, 백분율에 대한 개념이 필요하다고 제시하였다. B교사는 비를 이해하기 위해 필요한 학습 개념과 비율을 이해하기 위해 필요한 학습 개념들을 서로 연결하여 비와 비율이 수학적으로 같은 의미를 가지고 있으며, 서로 떼놓을 수 없는 개념임을 강조하였다.

비의 개념을 도입하는 방법으로 B교사는 두 수의 크기가 몇 배 차이 나는지 비교하는 활동과 비 읽기 방법의 연습을 통해 도입해야 한다고 응답하였다. B교사는 2009 개정 교육과정에 근거한 교과서에 제시된 활동과 같게 비의 개념을 도입하는 방법을 제시하였다. 비율의 개념을 도입하는 방법으로 B교사는 기준량과 비교하는 양을 읽는 법을 확실히 익힌 뒤 비교하는 양을 기준량으로 나눈 값이 비율이라고 설명하는 과정을 통해 도입해야 한다고 응답함으로써 비율 개념의 수학적 정의를 강조하고 있음을 알 수 있었다.



[그림 2] B교사가 제시한 비와 비율의 선수 학습 개념도

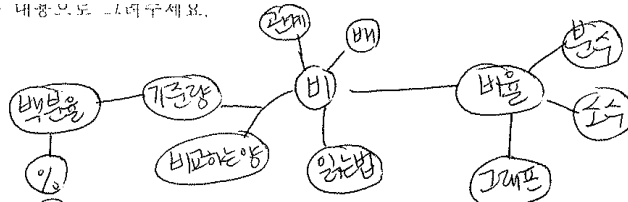
비율을 백분율로 바꾸는 방법을 배우는 이유에 대해 B교사는 기준량에 대한 비교하는 양의 크기를 상대적으로 편리하게 가능하여 실생활에 사용하기 위해 배운다고 응답하여 백분율의 필요성을 기준량과 관련지어 설명하였고, 이를 실생활과 연관 지었다. 백분율이 실생활에서 많이 활용됨을 지도하는 방법으로 B교사는 백화점이나 마트의 할인율, 아이들

이 좋아하는 게임 속 성공 확률과 같은 예시를 통해 알려준다고 응답하여 백분율이 실생활에 쓰이는 사례 중 학생들에게 친숙한 사례를 인지하고 있었다. 비와 비율을 가르치는 이유로 B교사는 학생들이 비와 비율의 개념을 알게 하고, 실생활에서 비와 비율을 활용하도록 하기 위해 가르친다고 응답하였다. B교사는 비와 비율의 지도에서 개념의 수학적 정의와 실생활에서 활용하는 것에 중점을 두었다.

다) C교사

[그림 3]에 제시된 것처럼 C교사는 비와 비율 학습에 바탕이 되는 학습 개념으로 비를 이해하기 위하여 배, 관계, 기준량(백분율, %), 비교하는 양, 읽는 법에 대한 개념이 필요하고, 비율을 이해하기 위하여 분수, 소수, 그래프에 대한 개념이 필요하다고 제시하였다. C교사는 비를 이해하기 위해 두 수의 관계를 배의 개념으로 비교하는 것이 필요하다고 하였으며, 백분율의 의미를 기준량이 100일 때의 비율로 이해하고 있기 때문에 기준량과 백분율을 서로 연결시켰다.

은 내림으로 나타내세요.



[그림 3] C교사가 제시한 비와 비율의 선수 학습 개념도

비의 개념을 도입하는 방법으로 C교사는 두 수의 관계를 통해 도입해야 한다고 응답하였다. C교사는 비와 비율의 선수 학습 개념도에 제시한 바와 같이 비의 개념을 도입할 때 두 수의 관계를 배의 개념으로 비교해야 한다고 하여 2009 개정 교육과정에 근거한 교과서에 제시된 비의 개념을 도입하는 방법과 동일하게 제시하였다. 비율의 개념을 도입하는 방법으로 C교사는 비를 분수와 소수 형태로 나타내는 과정을 통해 도입해야 한다고 응답하였으며, 비를 비율로 나타내는 과정적 측면을 강조하였다.

비율을 백분율로 바꾸는 방법을 배우는 이유에 대해 C교사는 실생활에서 유용하게 사용하기 위해 배운다고 응답하여 백분율이 실생활에서 빈번하게 사용되고 있음을 강조하였다. 백분율이 실생활에서 많이 활용됨을 지도하는 방법으로 C교사는 뉴스, 신문 기사를 통해 알려준다고 응답하여 학생들에게 친숙한 실생활 사례를 인지하고 있을 뿐만 아니라 수학과 타 교과(국어, 사회 등)의 연계성을 고려한다는 것을 알 수 있다. 비와 비율을 가르치는 이유로 C교사는 학생들이 비, 비의 값, 비율의 관계를 알게 하고, 비율을 분수, 소수, 백분율로 나타낼 수 있음을 알게 하기 위하여 가르친다고 응답함으로써 비와 비율의 지도에서 각 개념들 사이의 밀접한 관련성에 중점을 두고 있었다.

라) 비와 비율에 대한 세 교사의 교육과정 내용 이해 비교

세 교사 모두 비와 비율 학습의 바탕이 되는 학습 개념으로 분수와 소수를 제시하였는데, 이는 비와 비율을 표현할 때 분수와 소수를 사용하기 때문에 이에 대한 내용을 미리 학습해야 하는 것으로 이해하였다. 뿐만 아니라 세 교사의 응답은 2009 개정 교육과정에서 제시하고 있는 비와 비율의 선수 학습 내용과 일치한다.

비의 개념을 도입하는 방법에 대해서 B, C교사는 두 수의 관계를 통해 도입한다고 응답

함으로써 교육과정에서 제시하고 있는 비의 개념 도입 방법과 그에 따른 활동을 정확하게 이해하고 있었지만 A교사는 두 수를 비교하는 두 가지 방법 중 어떤 방법이 비의 개념과 연관 되는지 정확하게 서술하지 못하였다. 비율의 개념을 도입하는 방법에 대해서 A교사는 실생활에서 흔히 사용되는 예를 제시하였으며, B교사는 비율 개념에 대한 수학적 정의의 활용을 강조하였고, C교사는 비를 분수나 소수로 나타내는 과정을 통해 도입한다고 응답하였다. A교사는 비율과 실생활의 연관성을 강조한 반면에 C교사는 비를 비율로 표현하는 과정적 측면에 중점을 두고 있었다.

다음으로 비율을 백분율로 바꾸는 방법을 지도하는 이유로 A교사는 빈도가 높은 실생활의 실재를 위해, B교사는 기준량에 대한 비교하는 양의 크기를 편리하게 가늠하여 실생활에서 사용하기 위해, C교사는 실생활에서 유용하게 사용하기 위해 지도한다고 응답함으로써, 세 교사 모두 백분율과 실생활의 연관성을 강조하였다.

생활 속 백분율의 활용을 지도하는 방법을 묻는 질문에 대해 세 교사 모두 백분율의 활용을 지도할 때 생활 속 다양한 사례를 제시하는 것이 필요한 것으로 생각하였다. B, C교사는 학생들에게 친숙한 사례를 인지하고 있었지만 A교사는 구체적인 사례를 제시하지 못하였다. 비와 비율을 가르치는 이유를 묻는 질문에 대해 A, B교사는 비와 비율 개념과 실생활의 연관성이 중요함을 공통적으로 인식하고 있었지만, B교사는 A교사에 비해 개념의 수학적 정의를 강조한 반면 C교사는 실생활과의 관련성보다 각 개념들 사이의 밀접한 관련성에 더 중점을 두었다.

나. 교수 방법 및 평가에 대한 지식

본 연구에서는 비와 비율에 대한 교사의 PCK 두 번째 범주인 교수 방법 및 평가에 대한 지식을 분석하기 위하여 분석 준거를 교과 목표 설정, 교수 방법, 평가의 목표와 방법 세 가지로 설정하여 PCK를 알아보았다.

1) 교과 목표 설정

교과 목표 설정에 대하여 수학 교과의 일반 목표 중 비와 비율 단원을 지도할 때 교사가 강조하는 목표를 순서대로 나열하게 하고, 특히 비와 비율 학습에서 가장 중요하게 생각하는 수업 목표는 무엇인지에 대해 물어보았다.

A교사는 비와 비율 단원에서 궁극적으로 강조하는 수학 교과 목표의 순서를 수학적 개념 학습 → 수학적 사고력 신장 → 수학적 유용성 인식 → 문제해결력 신장의 순서로 나열하였다. 비와 비율 단원에서 비와 비율에 대한 수학적 개념 학습이 가장 먼저 이루어져야 하고, 비와 비율을 활용하는 과정에서 수학적 사고력 신장을 위한 학습이 이루어져야 한다고 말하였다. 다음으로 비와 비율 단원은 실생활과 밀접한 연관성을 가지고 있기 때문에 수학적 유용성을 인식하는 것이 중요하다고 하였으며, 기본 수학 개념과 원리가 바르게 형성되어야 결과적으로 문제해결력이 향상될 수 있다고 보았다.

비와 비율 학습에서 가장 중요하게 생각하는 수업 목표로 A교사는 비와 비율 개념의 이해를 선택하였다. 비와 비율은 학생들이 생활 속에서 쉽게 접할 수 있는 소재임에도 불구하고, 용어의 의미를 이해하는데 어려움을 겪기 때문에 수업을 진행할 때 이를 목표로 설정하고 비와 비율 개념 형성을 위한 다양한 기회를 제공해야 한다고 하였다.

B교사는 비와 비율 단원에서 궁극적으로 강조하는 수학 교과 목표의 순서를 수학적 개념 학습 → 문제해결력 신장 → 수학적 유용성 인식 → 수학적 사고력 신장의 순서로 나열하였다. 비와 비율 단원에서 비와 비율에 대한 수학적 개념 학습이 가장 먼저 이루어져

야 하고, 학습한 내용을 다양한 문제를 통해서 활용하고 적용할 수 있는 기회가 제공되어 문제해결력을 신장시켜야 한다고 하였다. 하지만 B교사는 학교 수학 수업에서 학생들의 수학적 사고력을 향상시키고, 실생활에서 수학의 필요성을 인식시키게 하는데 현실적으로 어려움이 있다고 생각하였으며, 따라서 B교사는 학생들이 비와 비율의 개념을 이해하고, 이와 관련된 문제를 해결하도록 하는 것이 최우선의 목표라고 하였다.

비와 비율 학습에서 가장 중요하게 생각하는 수업 목표로 B교사는 비와 비율 개념의 이해를 선택하였다. 비와 비율은 학생들이 생활 속에서 쉽게 접할 수 있는 소재임에도 불구하고, 용어의 의미를 이해하는데 어려움을 겪기 때문에 수업을 진행할 때 이를 목표로 설정하고 비와 비율 개념 형성을 위한 다양한 기회를 제공해야 한다고 하였다.

C교사는 비와 비율 단원에서 궁극적으로 강조하는 수학 교과 목표의 순서를 수학적 개념 학습 → 문제해결력 신장 → 수학적 사고력 신장 → 수학적 유용성 인식의 순서로 나열하였다. C교사는 비와 비율 단원에서 비와 비율에 대한 수학적 개념 학습이 가장 먼저 이루어져야 하고, 학습한 내용을 다양한 문제를 통해서 활용하고 적용할 수 있는 기회가 제공되어 문제해결력을 신장시켜야 한다고 하였다. 다음으로 비와 비율을 활용하는 과정에서 수학적 사고력 신장을 위한 학습이 이루어져야 하며, 최종적으로 수학적 유용성 인식이 다루어져야 한다고 하였다. 이에 대해 수학적 유용성 인식이 중요도가 낮아서 마지막에 제시한 것이 아니라 수학 교과 목표의 최종 목표이기 때문에 마지막에 제시했다고 보충하였다.

비와 비율 학습에서 가장 중요하게 생각하는 수업 목표로 C교사는 비와 비율 개념의 실생활에서의 활용을 선택하였다. 비와 비율은 다른 수학 학습 소재에 비해 학생들이 생활 속에서 쉽게 접할 수 있는 소재임에도 불구하고, 학생들이 친숙하게 느끼지 못하기 때문에 수업을 진행할 때 이를 목표로 설정하고 다양한 실생활 사례를 제공해야 한다고 하였다.

교과 목표 설정에 대한 세 교사의 지식을 비교해 볼 때 비와 비율 단원에서 궁극적으로 강조하는 수학 교과 목표로 세 교사 모두 수학적 개념 학습을 제시하였다. 세 교사 모두 특히 비와 비율 단원에서는 비와 비율 용어의 의미를 정확히 이해하고 수학적 개념을 바르게 형성하는 것이 가장 근본이 된다고 보았으며, 또한 수학적 개념을 학습한 이후 수학적 유용성을 인식하는 것이 비와 비율 단원에서 특히 강조되어야 한다고 생각하는 유사점을 보였다. 그리고 비와 비율 학습에서 강조하는 수업 목표로 A, B교사는 비와 비율 개념적 이해를 C교사는 실생활에서 비와 비율 개념의 활용을 제시하였다.

2) 교수 방법

비와 비율의 교수 방법에 대한 지식이 어떠한지를 알아보기 위하여 비와 비율 수업에 효과적인 활동, 비와 비율과 관련된 선수 학습 내용, 수업과정 점검과 피드백 방법에 대하여 설문을 하였으며, 그 문항의 예는 다음과 같다.

1. 학생들에게 비와 비율을 가르치는 데 어떤 활동을 하는 것이 효과적이라고 생각합니까?
2. 비와 비율을 지도할 때, 선수 학습 내용 중 어떤 내용과 연관을 지어 설명을 합니까?
한다면 어떻게 연관을 짓습니까?
3. 학습 과정 및 결과를 관찰한 후 학생들에게 주로 어떻게 피드백을 하십니까?
피드백의 목적과 구체적인 방법(전략)을 적어 주세요.

A교사는 비와 비율을 지도하는데 효과적인 활동으로 속력, 인구밀도, 용액의 진하기 등 실생활 내용을 제시하는 것이 필요하다고 보았으며, 이는 A교사가 비와 비율을 가르치는 이유로 학생들이 실생활에서 비와 비율의 유용성을 알게 하고, 실생활에서 비와 비율을 활용하게 하기 위함을 제시한 것과 일관된 응답을 보였다. 비와 비율 지도에서 어떤 선수 학습 내용과 연관을 짓는지에 대한 질문에서 A교사는 분수, 소수, 약분, 같은 크기의 분수를 만드는 방법, 통분 등의 내용과 연관 지어 설명을 한다고 하였다. A교사는 비와 비율 개념을 학습하기 위한 선수 학습 개념도에 제시한 바와 같이 분수와 소수에 대한 내용인 비와 비율 개념 학습에 필수적인 선수 학습 요소라고 보았다.

A교사는 비와 비율에 대한 학생의 이해 여부는 개별 시험지를 통하여 확인하는 것이 적절하다고 보았으며, 비와 비율과 관련된 문제를 풀고 학생들의 풀이 과정을 채점하여 학생들의 비와 비율 이해 및 활용 정도를 파악하는 것이 가장 효과적이라고 생각하였다. 피드백 방법에 대해서는 학습 후 플립러닝을 통해 피드백이 가능할 것이라고 응답하였다. 플립러닝은 온라인을 통해 먼저 학습한 뒤 오프라인 수업을 통해 교사와 토론식 강의를 진행하는 역진행 수업 방식이지만, 설문지에서 A교사가 제시한 플립러닝은 학습 후 복습 차원에서 활용하는 것이다.

B교사는 비와 비율을 지도하는데 효과적인 활동으로 비와 비율 개념(읽는 방법, 용어 정의 등)을 반복적으로 상기시켜 헛갈리지 않게 지도하는 것이 필요하다고 하였으며, 이는 B교사가 비와 비율 단원에서 강조하는 수학 교과 목표와 비와 비율 학습에서 강조하는 수업 목표로 개념 학습을 제시한 것과 일관되었다. 비와 비율 지도에서 어떤 선수 학습 내용과 연관을 짓는지에 대한 질문에서 B교사는 분수의 나눗셈을 기억하지 못하는 학생이 많아서 먼저 복습을 한 다음 비와 비율을 지도해야 한다고 하였다. 예를 들어 $150 : 200$ 을 $\frac{150}{200}$ 으로 나타내기 전 $150 \div 200$ 을 $\frac{150}{200}$ 으로 나타내는 기본적인 선수 학습 내용을 모르는 학생이 학교환경 특성상 많기 때문에 수업 진행에 어려움이 따른다고 설명하였다.

B교사는 비와 비율에 대한 학생의 이해 여부는 교사 발문에 대한 답변을 통하여 확인하는 것이 적합하다고 보았으며, 피드백의 목적과 방법에 대해서 피드백의 목적으로 비 읽는 방법, 비율로 표현하기를 제시하고, 피드백의 방법으로 비 읽는 방법과 비율로 표현하는 것을 완벽하게 숙지할 때까지 학습지와 시각자료(PPT)를 활용하여 교사의 발문을 통해 피드백 할 것을 제시하였다. B교사는 비와 비율에 대한 개념이 바르게 형성되었는지를 알기 위해서 수업 중 교사 발문의 역할이 중요하다고 보고, 수업 중 이루어지는 교사와 학생 간 상호작용에 강조점을 두었다.

C교사는 비와 비율을 지도하는데 효과적인 활동으로 표 그리기 활동을 제시하였다. 여기에서 제시한 표 그리기 활동이란 비를 비율이나 백분율로 대응하여 바꾸어 표현하는 활동이다. 이는 C교사가 비와 비율을 가르치는 가장 중요한 이유로 비, 비의 값, 비율의 관계를 알게 하고, 비율을 분수, 소수, 백분율로 나타낼 수 있음을 알게 하기 위함을 제시한 것과 일관된 응답이다. 비와 비율 지도에서 어떤 선수 학습 내용과 연관을 짓는지에 대한 질문에 C교사는 분수와 소수의 표현 방법, \square 는 \triangle 의 몇 배인지를 표에 채워 넣는 활동 등을 제시하였으며, 분수와 소수에 대한 내용도 중요하지만 두 수를 나눗셈으로 비교할 때 사용하는 개념이 비이기 때문에 \square 는 \triangle 의 몇 배인지를 표에 채워 넣는 활동이 중요하다고 하였다.

C교사는 비와 비율에 대한 학생의 이해 여부는 교사 발문에 대한 답변을 통하여 확인하는 것이 적합하다고 보았으며, 수업 중 교사 발문의 역할이 중요하다고 보고 학생들의 즉

각적인 답변이 학습 내용 이해 여부를 확인할 수 있는 가장 좋은 방법이라고 생각하였다. 피드백의 목적과 방법에 대해서 피드백의 목적으로 비와 비율의 개념을 이해했는지, 실생활에 비와 비율 내용을 적용 가능한지를 제시하고, 피드백의 방법으로 개별지도와 또래교수를 제시하였다. C교사는 현실적으로 모든 학생들을 개별적으로 지도하는 것은 어려움이 따르기 때문에 평소 수업에서 또래교수를 자주 활용한다고 응답하였다.

교수 방법에 대한 세 교사의 지식을 종합해보면 비와 비율을 지도할 때 효과적인 활동으로 A교사는 실생활 사례 제시, B교사는 비와 비율 개념을 반복적으로 지도, C교사는 비를 비율/백분율로 바꾸는 표 그리기 활동을 제시하였다. A교사는 비와 비율을 실생활과 연관시키는 것을 중요하게 생각하였고, B교사는 개념의 정확한 이해를 가장 필요하다고 생각하였고, C교사는 비와 비율의 관계에 중점을 둔 결과 그에 따른 효과적인 활동을 제시한 것으로 보인다.

또한, 세 교사 모두 비와 비율을 지도할 때 분수와 소수 내용을 연관 지어 설명한다고 응답하였지만, 분수와 소수 내용 중에서도 중점을 두는 부분은 각각 달랐다. A교사는 동치분수 만들기, 약분과 통분 관련 내용을, B교사는 분수의 나눗셈을, C교사는 분수와 소수의 다양한 표현 방법에 강조점을 두었다. 특히 C교사는 분수와 소수에 대한 내용 외에도 두 수를 배의 관점(나눗셈)으로 비교하는 활동도 연관 지어야 한다고 설명하였다. 그리고 비와 비율 학습에 대한 학생의 이해 여부를 점검하는 방법으로 A교사는 개별 시험지를 통하여 확인할 수 있다고 하였고, B와 C교사는 교사 발문에 대한 답변을 통하여 알 수 있다고 하였다. 피드백의 방법으로 A교사는 학습 후 플립러닝의 활용을, B교사는 교사의 발문을, C교사는 또래 교수 방법을 활용할 수 있다고 응답하였다.

3) 평가의 목표와 방법

평가의 목표와 방법에 대해 평가의 주안점, 평가 목표와 이에 알맞은 평가 문항, 평가 방법에 대한 설문을 하였다. 각 항목에 대한 설문 문항은 다음과 같다.

1. 비, 비율, 백분율 3차시를 학습한 후 어떤 점을 어떻게 평가하는 것이 좋을까요?
2. 비, 비율, 백분율 3차시를 학습한 후 평가하고자 하는 목표와 이에 알맞은 문항을 만들어 주세요.
3. 위의 평가 문항을 어떠한 방법으로 평가하시겠습니까?

A교사는 평가의 주안점으로 비와 비율의 개념, 비와 비율의 상호관계, 실생활 적용을 제시하였다. 그에 따른 평가 목표와 평가 문항 제작에 대한 질문에 평가 목표를 비율과 기준량으로 비교하는 양을 구할 수 있는가로 두고, 평가 문항을 A학교의 6학년 학생은 150명이고, 여학생은 전체의 $\frac{3}{5}$, 학원을 다니는 학생은 전체의 70%일 때, 여학생 수와 학원을 다니는 학생의 수를 구하시오로 제시하였다. 하지만 A교사가 제시한 평가 목표는 비와 비율 수업 후 학습하게 될 차시 내용에 대한 평가 목표이기 때문에 비와 비율에 대한 적절한 평가가 아니라고 볼 수 있다. 또한 평가 문항에는 A교사가 평가의 주안점에서 제시한 비와 비율의 개념, 실생활 적용에 대한 내용이 반영되어 있지 않다.

B교사는 평가의 주안점으로 비에서 비교하는 양과 기준량의 개념을 알고, 이를 비율로 나타내고 백분율로 변환이 가능한지 평가한다고 응답하였다. 그에 따른 평가 목표와 평가 문항 제작에 대한 질문에 평가 목표를 비의 뜻을 알고, 비율과 백분율로 나타낼 수 있는가

로 두고, 평가 문항을 K초등학교의 총 학생 수는 600명이고 6학년 학생 수는 120명일 때 총 학생 수에 대한 6학년 학생 수를 비로 나타내고, 비율과 백분율로 나타내 보시오로 제시하였다. B교사는 비와 비율의 기본적인 내용을 평가하기 위해서 적용·심화 문제가 아닌 단순한 형태의 문제가 가장 적합하다고 하였다. B교사가 평가의 주안점에서 제시한 대로 비의 개념, 비와 비율의 상호관계를 평가할 수 있는 평가 목표와 평가 방법이라고 볼 수 있다. 평가 방법으로 관찰, 지필(서술형)평가를 통해 차례대로 개념을 이해하고 접근하고 있는지를 평가한다고 답하였다.

C교사는 평가의 주안점으로 비와 비율의 상호 관계를 제시하였으며, 그에 따른 평가 목표와 평가 문항 제작에 대한 질문에 평가 목표를 비로 나타내고, 비를 비율과 백분율로 나타낼 수 있는가로 두고, 평가 문항을 가로 15cm, 세로 10cm의 직사각형을 보고, 가로에 대한 세로의 길이를 비, 비율(분수, 소수 형태 모두), 백분율 형태로 쓰시오로 제시하였다. C교사는 비와 비율을 가르치는 가장 중요한 이유로 비, 비의 값, 비율의 관계를 알게 하고, 비율을 분수, 소수, 백분율로 나타낼 수 있음을 알게 하기 위함을 제시한 것과 일관된 평가 목표를 설정하고, 평가 문항을 제작하였다. B교사가 평가의 주안점에서 제시한 대로 비와 비율의 상호관계를 평가할 수 있는 평가 목표와 평가 방법이라고 볼 수 있으며, 평가 방법으로 지필, 관찰 평가를 선호하였다.

이와 같이 평가 목표와 방법에 대한 세 교사의 지식을 종합하면, 비와 비율 학습에서 평가의 주안점으로 A교사는 비와 비율의 개념, 비와 비율의 상호관계, 실생활 적용을, B교사는 비의 개념을 알고, 이를 비율로 나타내고 백분율로 변환이 가능한지를, C교사는 비와 비율의 상호 관계를 고려하였다. 세 교사 모두 비와 비율을 가르치는 이유에서 강조하였던 내용과 일관된 평가의 주안점을 제시하였다.

그리고 평가의 주안점에 따른 평가 목표로 A교사는 비율과 기준량으로 비교하는 양을 구하기, B교사는 비의 뜻을 알고, 비율과 백분율로 나타내기, C교사는 비로 나타내고 비를 비율과 백분율로 나타내기를 설정하였다. 이에 대하여 B와 C교사가 제작한 평가 문항은 상황을 제시하고, 이를 비, 비율, 백분율로 나타내는 것으로 큰 차이가 없이 비슷하였다. 하지만 A교사가 제시한 평가 목표와 평가 문항은 해당 차시의 내용이 아닌 이후 학습하게 될 차시 내용에 대한 평가이므로, 비와 비율을 평가하기 위한 목표와 문항으로 올바르지 않다고 볼 수 있다. 뿐만 아니라 평가의 주안점에서 제시한 내용이 평가 목표와 평가 문항에 반영되어 있지 않다.

다. 학생 이해 지식

본 연구에서는 비와 비율에 대한 교사의 PCK 중 학생 이해 지식에 대한 분석 준거를 학습자의 오류에 대한 지식, 학습자의 정의적 측면에 대한 지식 두 가지로 설정하여 교사의 PCK를 분석하였다.

1) 학습자의 오류에 대한 지식

비와 비율에서 나타날 수 있는 학습자의 오류에 대한 지식을 알아보기 위해서 비와 비율 학습에서 학생들이 가지고 있는 오류와 오류 수정 지도 방법에 대하여 설문하였으며, 그 문항의 예는 다음과 같다.

1. 비와 비율 학습과 관련하여 학생들이 겪게 되는 오류를 예상하여 설명해 주세요.
2. ‘A에 대한 B의 비’를 A : B로 나타내는(비교하는 양과 기준량을 혼동하는) 학생이 있다면 어떻게 지도를 하시겠습니까?
3. 비, 비의 값, 비율의 의미를 구분하지 못하는 학생이 있다면 어떻게 지도를 하시겠습니까?
4. 비율을 분수, 소수로 나타내는 계산과정에 어려움을 겪는 학생이 있다면 어떻게 지도를 하시겠습니까?
5. 50%를 $\frac{50}{100}$ %로 나타내는 학생이 있다면 어떻게 지도를 하시겠습니까?
6. 80%와 $\frac{80}{100}$ 과 같다는 것을 이해하지 못하는 학생이 있다면 어떻게 지도를 하시겠습니까?

가) A교사

비와 비율 학습과 관련하여 학생들이 겪을 것으로 예상되는 오류로 A교사는 백분율의 오용(할인율, 실제 수보다 더 크게 보이는 경우, 실제 수보다 더 작게 보이는 경우)을 제시하였다. 백분율의 오용은 학생들뿐만 아니라 어른도 쉽게 겪을 수 있는 오류이기 때문에 교과서상에 나와 있지는 않지만 백분율의 오용에 대해 수업에서 다룰 것이라고 언급하였다.

A교사는 비교하는 양과 기준량을 혼동하는 오류에 대한 지도 방법으로 뜻을 설명하기보다는 여러 가지 실생활의 예를 들어 스스로 알도록 지도해야 한다고 응답하였으며, 단순히 기준량이 뒤에 와야 한다는 설명을 반복하지 않고 상황 속 두 양 중 어떤 것이 비교하는 양, 기준량이 되어야 하는지 실생활과 관련지어 이해하는 것이 더 효과적인 지도 방법이라고 보충하였다.

그리고 A교사는 비, 비의 값, 비율의 의미를 구분하지 못하는 오류에 대한 지도 방법으로 실생활의 예를 적용하여 지도한다고 응답하였으며, 일관되게 비와 비율 학습에서 실생활과의 연관성을 강조하는 모습을 보였다. 하지만 구체적으로 어떤 예를 제시하여 각각의 의미를 구분하여 설명할지는 언급하지 않았다. A교사는 비율을 분수, 소수로 나타내는 계산과정에서 어려움을 겪는 학생에 대한 지도 방법에 대해 비율 개념을 재설명한 후 계산과정을 반복해서 지도하고, 분수와 소수의 계산은 기본적인 선수 학습 내용임에도 불구하고 이러한 어려움을 겪는 학생이 많기 때문에 반복하는 것 외에 효과적인 지도 방법을 떠올리기 어렵다고 하였다.

백분율과 비율의 관계를 이해하지 못하고 잘못 표기하는 오류에 대한 지도 방법으로 A교사는 비의 값과 백분율의 개념을 다시 설명하여 지도한다고 응답했으며, 비의 값과 백분율의 개념 중 구체적으로 어떤 내용에 중점을 두어 다시 설명할지에 대해서는 언급하지 않았다.

나) B교사

B교사는 비와 비율 학습과 관련하여 학생들이 겪을 것으로 예상되는 오류로 비를 읽을 때 기준량과 비교하는 양을 혼동하는 오류, 백분율의 값이 100% 이상일 경우 틀렸다고 생각하는 오류를 제시하였다. B교사가 제시한 두 번째 오류는 기준량과 비교하는 양을 제대

로 이해하지 못하였거나 백분율의 개념이 바르게 형성되지 않은 경우라고 하였으며, 교과서에 제시된 백분율의 예시는 대부분 100% 미만인 경우가 많기 때문에 학생들에게 다양한 크기의 백분율을 제시할 필요가 있다고 보충하였다.

B교사는 비교하는 양과 기준량을 혼동하는 오류에 대한 지도 방법으로 기준량이 뒤에 위치하며 ‘~에 대한’ 이 붙는 수가 기준이 되는 수라고 반복하여 지도한다고 하였다. 하지만 B교사의 오류 수정 지도 방법은 자칫 잘못하면 비의 개념에 대한 학생들의 관계적 이해보다 도구적 이해만 가능하게 하는 방법이 될 수 있다. 비, 비의 값, 비율의 의미를 구분하지 못하는 오류에 대한 지도 방법으로 B교사는 비는 두 수의 크기를 비교할 때 사용하는 개념이고, 비의 값과 비율은 비를 수치로 나타낸 것이라고 알려준다고 하였으며, 수학적으로 엄밀히 말하면 비의 값은 기준량이 1일 때의 비율을 의미하지만 이 내용까지 지도하지는 않을 것이라고 하였다.

비율을 분수, 소수로 나타내는 계산과정에서 어려움을 겪는 학생에 대한 지도 방법에 대해 5학년 분수와 소수의 나눗셈 학습지를 제공하여 지도한다고 하였으며, B교사는 분수와 소수의 계산은 기본적인 선수 학습 내용임에도 불구하고 이러한 어려움을 겪는 학생이 많기 때문에 이러한 학생을 개별지도 한다면 수업 진행이 어려워지므로 보충 학습지를 제공한다고 하였다. 백분율과 비율의 관계를 이해하지 못하고 잘못 표기하는 오류에 대한 지도 방법으로 백분율은 기준량이 100일 때 비교하는 양의 크기를 나타낸 것이며 비율에

100을 곱하고 퍼센트 기호를 붙이는 것이라고 수정해 준다고 응답했다. B교사는 ‘ $\frac{1}{25}$ 과

$\frac{4}{100}$ 은 크기가 같은 분수이지만, $\frac{1}{25}$ 은 기준량이 25일 때 비교하는 양이 1이라는 것을

의미하고 $\frac{4}{100}$ 은 기준량이 100일 때 비교하는 양이 4라는 것을 의미한다는 차이점이 있

다. 여기서 $\frac{4}{100}$ 는 백분율로 나타낼 때 4%이다. %의 뜻은 기준량이 100인 비율에 100을

곱해서 비교하는 양의 크기를 나타낸 것이라는 표시이다.’ 라고 학생들에게 설명할 것이라고 지도 과정을 상세히 보충하였다.

다) C교사

C교사는 비와 비율 학습과 관련하여 학생들이 겪을 것으로 예상되는 오류로 비와 비율의 의미가 무엇인지 이해하지 못하는 오류를 제시하였으며, 용어가 학생들에게 다소 어려울 수 있기 때문에 비와 비율의 개념을 바르게 형성하지 못하여 학습에 어려움을 겪고 있다고 했다. 또한 C교사는 비교하는 양과 기준량을 혼동하는 오류에 대한 지도 방법으로 ‘~에 대한’ 이 기준이 된다는 의미이므로 뒤에 쓰는 것이라고 지도한다고 하였다. 하지만 B교사와 마찬가지로 C교사의 오류 수정 지도 방법은 자칫 잘못하면 비의 개념에 대해 기계적 학습이 될 수 있다.

비, 비의 값, 비율의 의미를 구분하지 못하는 오류에 대한 지도 방법으로 C교사는 1:2 → $\frac{1}{2}$ 와 같은 형태로 예시를 제시하여 지도한다고 응답했다. C교사는 비의 값과 비율은 같은 의미이기 때문에 학생들에게 혼란을 주지 않기 위해 굳이 두 용어를 구분하여 언급하지 않을 것이라고 보충했다. 비율을 분수, 소수로 나타내는 계산과정에서 어려움을 겪는

학생에 대한 지도 방법으로 $\frac{\text{비교하는 양}}{\text{기준량}}$ 의 형태를 통해 전체(기준량) 중 비교하는 양이 얼마인지 분수의 의미와 연결하여 표현하도록 하고 이후 분모(기준량)를 10, 100, 1000...으로 바꾸어 계산하도록 지도한다고 응답했다. 하지만 C교사의 지도 방법은 분수의 형태를 사용하기 때문에 전체에 대한 부분의 비율(부분:전체)을 설명할 때만 적용 가능하다는 한계점이 있다. 비율은 부분:전체 상황뿐만 아니라 전체:부분 상황, 부분:부분 상황, 서로 다른 두 양을 비교하는 상황으로 맥락이 발전하기 때문에 이러한 지도 방법은 비율을 부분:전체 상황으로만 표현하도록 함으로써 학생들에게 또 다른 오류를 낼 수 있다. 백분율과 비율의 관계를 이해하지 못하고 잘못 표기하는 오류에 대한 지도 방법으로 C교사는 백분율은 기준량이 100일 때를 의미하는 것이라고 백분율의 의미 및 표기법을 피드백 할 것이라고 하였으며, 백분율의 개념을 반복하여 설명하는 것 외에 구체적인 오류 수정 지도 방법은 언급하지 않았다.

라) 세 교사의 학습자의 오류에 대한 지식 비교

비와 비율 학습에서 학생들이 겪을 수 있는 오류로 A교사는 백분율의 오용을, B교사는 비를 읽을 때 기준량과 비교하는 양을 혼동하는 오류와 백분율의 값이 100% 이상일 경우 틀렸다고 생각하는 오류를, C교사는 비와 비율의 의미를 이해하지 못하는 오류를 제시하였다. 비교적 쉽게 예상할 수 있는 오류를 제시한 C교사와 달리 A와 B교사는 교과서에 직접적으로 제시되지 않은 오류를 제시하였다. 비교하는 양과 기준량을 혼동하는 오류에 대한 지도 방법으로 A교사는 실생활 사례 제시, B와 C교사는 ‘~에 대한’ 이 기준량이므로 뒤에 온다는 설명을 해준다고 응답하였다. A교사는 상황 속에서 비교하는 양과 기준량을 설명하려고 한 반면에 B와 C교사는 도구적 관점에서 오류 지도를 하려는 경향을 보였다. 비, 비의 값, 비율의 의미를 혼동하는 오류에 대한 지도 방법으로 A교사는 실생활 사례를 제시하였고, B교사는 비와 비율의 개념을 구분지어 설명하였으며, C교사는 $1:2 \rightarrow \frac{1}{2}$ 형태를 제시하였다.

다음으로, 비율을 분수, 소수로 나타내는 계산과정에서 어려움을 겪는 학생에 대한 지도 방법으로 A교사는 비율 개념을 재설명한 후 계산과정의 반복을, B교사는 5학년 분수와 소수의 나눗셈 학습지 제공을, C교사는 $\frac{\text{비교하는 양}}{\text{기준량}}$ 형태를 통해 비율을 분수의 의미와 연결하여 설명하였다. C교사의 지도 방법은 비율 개념이 발생하는 모든 맥락에 적용할 수 없고, 부분:전체 상황에만 적용할 수 있다는 한계가 있다.

그리고 백분율과 비율의 관계를 이해하지 못하고 잘못 표기하는 오류에 대한 지도 방법으로 A교사는 비의 값과 백분율을 재설명하였고, B교사는 백분율은 기준량이 100일 때 비교하는 양의 크기를 나타낸 것이며 비율에 100을 곱하고 퍼센트 기호를 붙이는 것이라고 설명하였으며, C교사는 백분율의 의미 및 표기법을 피드백 한다고 응답하였다. B교사는 학생들에게 어떻게 설명할 것인지 지도 과정을 자세하게 제시하였지만, A와 C교사는 개념을 다시 설명하는 것 외에 구체적인 지도 과정을 제시하지 않았다.

2) 학습자의 정의적 측면

학습자의 정의적 측면에 대한 지식을 알아보기 위하여 수학에 대한 학생들의 신념과 학생들이 수학에 대하여 가지는 흥미, 태도, 동기를 파악하는 방법, 수업에 반영하는 방법,

평가하는 방법에 대하여 설문하였으며, 이에 대한 문항의 예는 다음과 같다.

1. 선생님 학급의 학생들은 수학에 대해 어떻게 생각합니까?
2. 수학에 대한 학생의 흥미, 태도, 동기(정의적 영역)를 파악하는 방법은 무엇이라고 생각합니까?
3. 수학에 대한 학생의 흥미, 태도, 동기(정의적 영역)를 수업에 반영하는 방법은 무엇이라고 생각합니까?
4. 수학에 대한 학생의 흥미, 태도, 동기(정의적 영역)를 평가하는 방법은 무엇이라고 생각합니까?

A교사는 수학에 대한 학생들의 신념과 관련해서 학생들이 공부를 해야 한다는 의무감을 느끼기는 하지만 흥미는 없다고 생각하였다. 학생의 흥미, 태도, 동기와 같은 정의적 측면을 파악하는 방법으로 학생을 관찰하면 알 수 있으며, 이러한 정의적 측면을 수업에 반영하는 방법은 학생들이 친구들과 협동할 수 있도록 과제를 제시함으로써 정의적 측면을 수업에 반영한다고 하였다. A교사는 교사 주도의 수업보다 학생들이 서로 협력하여 활동할 수 있도록 수업을 구성하면 학생들의 흥미도 고취되고, 동기 부여도 가능할 것이라고 하였으며, 학생의 정의적 측면을 평가하는 방법으로 상호평가와 관찰평가를 제시하였다.

B교사는 수학에 대한 학생들의 신념을 묻는 질문에 대해 학생들이 단원의 시작 부분은 어렵지 않고 쉬운데, 단원이 끝나고 평가를 실시할 때는 복잡하고 머리 아픈 과목으로 여긴다고 생각하였다. 학생의 흥미, 태도, 동기와 같은 정의적 측면을 파악하는 방법으로 개념을 처음 접하거나 문제를 해결할 때 얼마나 집중하는지 관찰하여 알 수 있으며, 이러한 정의적 측면을 수업에 반영하는 방법은 학생들이 좋아하는 소재를 단원에 도입한다고 하였다. B교사는 2009 개정 교과서에서 구성한 스토리텔링을 학생들이 관심 있어 하는 콘텐츠로 재구성할 필요가 있다고 하였으며, 학생의 정의적 측면을 평가하는 방법으로 B교사는 학습과정에 적극적으로 참여하는지, 문제를 해결할 때 문제의 이해와 반성 단계에서 기계적이 아니라 능동적으로 참여하는지 관찰한다고 하였다.

C교사는 수학에 대한 학생들의 신념을 묻는 질문에 대해 학생들이 수학을 어려워하고 심지어 수학을 포기하고 싶다는 생각도 하지만 담임 선생님이 가르치는 과목이니 공부해야 하는 것으로 여긴다고 생각하였다. 학생의 흥미, 태도, 동기와 같은 정의적 측면을 파악하는 방법으로 이번 시간이 수학이라고 학생들에게 말했을 때 학생들이 보이는 반응을 관찰하여 알 수 있으며, 이러한 정의적 측면을 수업에 반영하는 방법은 수업에서 다양한 활동을 구성하고, 학생들이 서로 가르치며 배우도록 하고, 뇌풀기 문제로 수업 중 번외 시간을 갖는 방법을 제시하였다. C교사는 교사가 일방적으로 설명하기보다 학생들이 상호작용할 수 있도록 수업을 구성하면 학생들의 흥미도 고취되고, 동기 부여도 가능할 것이라고 보충하였다. 또한 뇌풀기 문제는 수학 관련 문제는 아니고, 평소 C교사가 활용하는 것으로 학생들이 수업 중 지루해할 때 제공하는 흥미 위주의 퀴즈라고 하였다. 학생의 정의적 측면을 평가하는 방법으로 C교사는 수업이 끝났다는 종이 찢을 때 학생들의 반응을 관찰하여 평가할 수 있다고 응답했다. 학생들이 벌써 끝났다는 반응을 보이면 수학 시간에 흥미를 가지고 몰입하여 수업을 하였다고 볼 수 있고, 드디어 끝났다는 반응을 보이면 수학 시간을 지루해 했다고 볼 수 있다고 보충하였다.

학습자의 정의적 측면에 대한 세 교사의 지식을 종합해보면 수학에 대한 학생들의 신념에 대해 A교사는 학생들이 의무감은 느끼지만 흥미 없어하고, B교사는 학생들이 단원의

시작 부분은 쉬워하는데 단원이 끝나고 평가할 때는 복잡하고 머리 아파하고, C교사는 어렵지만 공부해야 한다는 의무감을 가지고 있다고 생각하였다. 또한 학생들의 수학에 대한 정의적 측면을 파악하는 방법으로 세 교사 모두 학생들에 대한 관찰을 활용하는 것으로 드러났으며, 정의적 측면을 수업에 반영하는 방법으로 A교사는 친구들과의 협동을 통한 실생활 적용을, B교사는 학생들이 좋아하는 소재를 도입하거나 스토리텔링 재구성, C교사는 다양한 활동 구성, 또래 교수, 번외 활동을 제시하였다.

라. 수업 상황에 대한 지식

본 연구에서는 앞에서 언급한 바와 같이 비와 비율에 대한 교사의 PCK 중에서 수업 상황에 대한 지식을 분석하기 위해서 수업 자료 및 수업 집단의 두 가지 하위 분석 요소로 구분하여 분석하였다.

1) 수업 자료

수업 자료에 대한 지식을 알아보기 위하여 교과서 재구성, 교과서 비와 비율 단원에서 수정해야 할 부분, 수학 익힘책 활용 방법, 비와 비율 단원에서 활용할 수 있는 수업 자료에 대하여 설문 실시하였으며, 설문 문항의 예는 다음과 같다.

1. 수학 수업시 교과서 재구성을 하십니까? 하신다면 그 이유와 재구성을 어떻게 하는지 설명해 주세요. 안하신다면 그 이유는 무엇입니까?
2. 비와 비율 단원에서 교과서를 수정해야 할 부분이 있을까요? 있다면 구체적으로 설명해 주세요.
3. 비와 비율 단원에서 활용할 수 있는 다양한 수업 자료에는 어떤 것들이 있을까요?

A교사는 교과서 재구성을 하지 않는다고 응답하였으며, 그 이유로 교과서가 가장 좋은 자료라고 생각하기 때문에 재구성의 필요성을 크게 느끼지 못한다고 하였다. 비와 비율 단원 교과서에서 수정해야 할 부분에 대한 질문에 특별히 수정할 부분이 없는 것 같다고 하였다. A교사는 단원이 끝난 후 실시하는 단원평가 외에 수업 중 학생의 이해도를 평가하고자 할 때 형성평가로 수학 익힘책을 활용하여 평가한다고 하였으며, 비와 비율 단원에서 활용할 수 있는 수업 자료로 시청각 자료를 제시하였다. 또한 비와 비율은 실생활과의 연관성이 중요하기 때문에 이에 대한 사례를 시청각 자료로 제시하는 것이 필요하다고 언급하였다.

B교사는 교과서 재구성에 대해 후속 차시를 수업할 때 전 차시의 내용을 매번 반복할 수 있도록 수업을 재구성 한다고 하였다. B교사는 학생들이 처음 개념을 이해하지 못하면 후속 개념도 이해하지 못하는 경우가 많기 때문에 이전에 학습했던 내용을 누적하여 계속 복습한 후 본 차시 진도를 나가는 편이라고 하였으며, 비와 비율 단원에서 수정해야 할 부분에 대한 질문에 ‘비의 값’ 용어를 삭제하는 것이 좋을 것 같다고 하였다. B교사는 비의 값이라는 개념을 비율과 구분지어 따로 설명할 것이 아니라면 ‘비율’이라는 용어만 제시하여 학생들의 혼동을 줄여야 한다고 하였다. 그리고 비와 비율 단원에서 활용할 수 있는 수업 자료로 PPT 자료를 제시하였으며, 스토리텔링을 재구성한 PPT 자료로 학생들의 흥미를 끌 필요가 있다고 하였다.

C교사는 교과서 재구성에 대해 주로 학습량 및 활동 내용을 재조정 한다고 하였다. 수

학 수업시 교과서만으로 진도를 나가지 않고, C교사가 재구성한 자료로 개념 및 원리를 설명한 후 교과서는 학습한 내용을 연습하는 문제 풀이용으로 활용하였다. 비와 비율 단원 교과서에서 수정해야 할 부분에 대한 질문에 특별히 수정해야 할 부분은 없으며, 문제 수를 늘리면 좋을 것 같다고 하였다. 이는 C교사가 평소 수학 수업에서 교과서를 문제 풀이의 용도로 활용하기 때문인 것으로 볼 수 있다. C교사는 비와 비율 단원에서 활용할 수 있는 수업 자료로 연결큐브, 다양한 크기의 비율, 백분율이 적힌 카드를 제시하였으며, 비의 개념을 이해할 때 연결큐브를 활용하여 학생들이 직접 다양한 비를 만들어보는 기회를 제공하면 더욱 효과적인 수업이 될 것이라고 하였다.

비와 비율 지도에서 세 교사의 수업 자료 활용 방법을 종합하면, 교과서 재구성에 대해 A교사는 교과서를 재구성하지 않으며, B교사는 전 차시 내용을 누적하여 계속 복습한 후 본 차시 수업을 진행하는 방향으로 재구성하였으며, C교사는 교사가 재구성한 자료로 수업 후 교과서는 문제풀이 용도로 활용한다고 응답하였다. 그리고 비와 비율 단원 교과서에서 수정해야 할 부분에 대해 A교사는 특별히 수정할 부분이 없다고 하였으며, B교사는 ‘비의 값’이라는 용어를 삭제할 것을, C교사는 특별히 없고, 다만 문제 수를 좀 더 늘리는 것을 제시하였다. 또한 비와 비율 단원에서 활용할 수 있는 수업 자료로 A교사는 실생활 사례가 담긴 시청각 자료를, B교사는 스토리텔링을 학생 흥미에 맞게 재구성한 PPT 자료를, C교사는 다양한 크기의 비율, 백분율이 적힌 카드와 연결큐브를 제시하였다.

2) 수업 집단

수업 집단에 대한 지식을 알아보기 위하여 수학 수업시 학습자 집단의 편성 방법, 집단의 크기 및 특징, 수준별 수업 운영에 대하여 설문하였으며, 설문 문항은 다음과 같다.

1. 평소 수학 수업에서 학습자 집단은 주로 어떻게 편성하십니까? 선생님 교실의 학습자 집단의 크기, 특징 등에 대하여 설명해 주세요.
2. 평소 수학 수업에서 수준별 수업을 운영하십니까? 운영하신다면 이유와 운영방법, 운영시 어려운 점을 써주세요. 운영하지 않으신다면 그 이유를 써주세요.

A교사는 수학 수업시 학습자 집단의 편성 방법에 대해 수준이 다른 학생으로 4명씩 한 모둠을 구성하며, 모둠 구성원의 학업 성취 수준을 다르게 구성하면 학생들이 서로 가르치고 배우는 협동 학습이 잘 이루어질 수 있기 때문에 학생들의 수업 참여도가 높아진다고 하였다. 수준별 수업 운영에 대해 A교사는 수준별 수업을 운영하지 않는다고 하였으며, 그 이유로 초등학교는 학급 내에서 수업이 이루어지기 때문에 수준별 수업을 학급 내에서 운영하는 것에는 현실적으로 어려움이 있다고 하였다. A교사는 평소 수학 수업시 학습 목표를 중간 수준의 학생들로 설정하고 수업을 진행하며, 부진 학생은 담임교사가 따로 개별 지도를 한다고 응답하였다.

B교사는 수학 수업시 학습자 집단의 편성 방법에 대해 수학 성취 수준이 높은 학생과 성취 수준이 낮은 학생을 짝지어 2인 1조로 편성한다고 응답하였으며, 수학 성취도가 우수한 학생이 부진 학생을 도와주면 교사가 부진 학생을 개별 지도할 때 훨씬 수월하게 지도할 수 있다고 보았다. 수준별 수업 운영에 대해 B교사는 수준별 수업을 운영하지 않는다고 하였으며, 그 이유는 수학 성취 수준이 낮은 학생들이 많아서 기본 개념을 이해하는데도 어려움이 따르기 때문이라고 하였다. 따라서 B교사는 평소 수학 수업시 학습 목표

를 중간 수준의 학생들로 설정하고 수업을 진행하였다.

C교사는 수학 수업시 학습자 집단의 편성 방법에 대해 수학 성취 수준이 높은 학생과 성취 수준이 낮은 학생을 짝지어 3인 1조 혹은 2인 1조로 편성한다고 응답하였으며, C교사는 학급의 학생 수가 많지 않아 4인 1조로 구성할 경우 모둠 수가 5개인데 비해 3인 1조, 2인 1조로 구성할 경우 모둠 수가 7개가 되어 훨씬 다양한 결과물을 공유할 수 있어 더 좋다고 보충하였다. 수준별 수업 운영에 대해 C교사는 수준별 수업을 운영하지 않는다고 하였으며, 수준별 수업을 운영하지는 않지만 학생들의 수준에 따라 짝을 지어 수업을 진행하며, 전체 대상으로 교사가 설명한 후 학생들이 서로 설명해주고 스스로 공부할 수 있도록 하는 동료교수 방법을 자주 이용하는 편이라고 보충하였다.

비와 비율 지도에서 수업 집단에 대한 세 교사의 지식을 비교해 보면, 수학 수업시 편성하는 학습자 집단에 대해 A교사는 4인 1조, B교사는 2인 1조, C교사는 3인 1조 혹은 2인 1조 형태를 제시하였다. 집단의 크기는 다르지만 세 교사 모두 수준이 다른 학생들로 집단을 구성한다고 하였는데, 그 이유는 수학을 잘 하는 학생이 수학에 어려움을 느끼는 학생을 도와주어 협동 학습이 잘 이루어질 수 있기 때문이라고 하였다. 또한, 수준별 수업 운영에 대해 세 교사 모두 수준별 수업을 운영하지 않았으며, 학생들의 다양한 학습 요구를 충족시키는 것이 중요하기는 하지만, 수준별 수업을 운영하는 것은 현실적으로 다소 어려움이 있다고 볼 수 있다.

V. 결론 및 제언

본 연구는 비와 비율을 지도하는 과정에서 나타나는 교사의 어려움을 알아보기 위하여 교수학적 측면에서 교사의 PCK를 분석하였다. 비와 비율 지도에 대한 교사의 PCK를 질문지와 면담을 통해 분석함으로써 교사의 수학 교과에 대한 PCK 연구와 비 및 비율 지도에 효과적이고 실질적인 시사점을 얻는데 목적이 있다. 이에 본 연구의 분석 결과를 바탕으로 비와 비율 지도에 대한 교사의 PCK에 대하여 다음과 같은 결론을 도출하였다.

비와 비율에 대한 PCK의 내용 영역에서 교사는 두 수를 비교하는 관점에서 비의 개념을 이해하고, 기준량과 비교하는 양에 대한 이해를 바탕으로 비율 개념을 지도해야 한다. 또한 실생활 맥락을 제시하여 비와 비율을 도입해야 하고, 비율 개념과 분수 개념이 발생하는 맥락을 구분할 필요가 있으며, 백분율이 실생활에서 많이 활용됨을 지도하는 방향으로 개선되어야 한다. 그리고 비 개념의 기초로서 승법적 사고가 중요하며, 가법적 사고와 승법적 사고의 차이를 인식하도록 학생들에게 승법적 사고 맥락을 소개하여 비의 개념을 지도해야 한다. 따라서 교사는 두 수를 비교하는 방법에는 두 수의 차를 구하는 비교(절대적 비교) 방법과 두 수의 비를 구하는 비교(상대적 비교) 방법의 두 가지가 있음을 알고, 비의 개념이 두 수의 상대적인 크기를 비교하기 위해 사용됨을 인식할 필요가 있다. 본 연구의 분석 결과 교사들은 비의 개념을 정확하게 이해하지 못하거나 비율 개념과 분수 개념의 차이를 인식하지 못하는 경우를 보였다. 비와 비율의 개념을 바르게 형성하지 못한 교사는 학생의 인식론적 장애를 불러일으킬 수 있으며, 비와 비율 개념을 도입할 때 개념 중심의 이해보다는 기능 습득 측면을 강조할 우려가 있다.

비와 비율에 대한 PCK의 교수 방법 및 평가에 대한 지식에서 교사는 비와 비율 개념에 대한 교수 목표를 강화하고, 비와 비율 개념에 대한 이해를 수행평가 해야 하며, 또한 학

생의 발견 학습, 탐구 학습, 활동 중심의 교수 방법으로 개선할 필요가 있다. 본 연구에 참여한 세 교사 모두 비와 비율을 지도에서 궁극적으로 개념학습이 바탕이 되어야 한다고 보았다. 하지만 비와 비율에 대한 개념적 이해 목표에 도달하기 위한 교수 방법적인 관점에 있어서는 세 교사들 간에 차이가 있었다. 즉, 교사들에 따라 실생활과의 연계성을 강조하거나, 반복적인 지도를 강조하는 것이 중요하다고 하거나 또는 의미론적인 관점에서 개념을 이해하는 것이 중요하다고 보았다.

비와 비율 지도에 대한 PCK의 학생 이해 지식의 영역에서 교사는 비와 비율 개념 형성을 토대로 학생의 오류 지도 방법을 다양화하고, 학생의 정의적 측면을 파악하여 이를 수업에 적극적으로 반영할 수 있어야 한다. 교사는 교과서에 제시된 내용 이상으로 비와 비율 개념에 대해 깊이 있게 이해하고 있는지 확인해야 하며, 오류를 근본적으로 수정하기 위해 학생이 활동을 통해 자신의 오류를 스스로 인식하고 수정할 수 있도록 해야 한다. 그리고 비와 비율 수업은 학습 주제의 특성상 교사의 설명식 수업으로 진행될 수 있고, 교과서의 활동도 학생의 흥미와 거리가 멀다. 교사는 학생이 수업에 흥미를 가지고 적극적으로 참여할 수 있도록 수업을 진행해야 하며, 학생의 정의적 측면을 파악하여 이를 적절하게 수업에 반영하는 방법을 개발해야 수업에 적용해야 한다. 본 연구에 참여한 교사들은 비와 비율 학습에서 학생들이 겪을 수 있는 오류를 대체로 예상하였으나, 이러한 오류를 어떻게 지도할지에 대해서는 명료하지 않았다. 또한 수학 학습에서 정의적 측면의 중요성을 인지하고 있었으나 정의적 측면을 어떻게 수업에 반영할지에 대해서는 서로 의견이 달랐다.

그리고 비와 비율에 대한 PCK의 수업 상황에 대한 지식 측면에서 교사는 주체적 의식을 가지고 교과서에 제시된 활동을 보완하여 재구성 하며, 활동의 특성에 맞게 수업 집단을 다양화 할 필요가 있다. 본 연구에 참여한 교사들은 교과서 재구성과 관련하여 교과서는 가장 좋은 교재이기 때문에 재구성하지 않는다는 전통적인 관점을 가진 교사와 교과서를 비판적 관점에서 활동을 재구성한다는 진보적 견해까지 다양하게 드러났다. 또한, 수업 집단과 관련하여 교사는 학생이 활동 속에서 비와 비율을 학습할 수 있도록 조작 및 탐구 활동 등 다양한 활동을 개발하고, 짝 집단과 모둠 집단을 적극적으로 활용하여 활동의 특성에 맞게 수업 집단의 형태를 다양화할 필요가 있으며, 본 연구에 참여한 교사들도 모두 모둠 집단을 구성하여 수업을 하는 것이 좋다는 의견을 제시하였다.

본 연구는 소수의 교사들을 대상으로 한 연구이며 연구 방법에 있어서도 교사들을 대상으로 한 질문지와 면담을 중심으로 이루어진 자료를 바탕으로 비와 비율에 대한 교사들의 PCK를 조사하였다. 연구 대상과 연구 방법의 한계로 인해 본 연구의 결과를 일반화 하는데에는 어려움이 있다고 여겨진다. 그러나 이러한 연구의 제한점에도 불구하고 본 연구는 초등학교 교사들의 비와 비율에 대한 PCK를 네 가지 범주에서 분석하고자 했으며, 추후에 교사들의 PCK가 실제 수업에 어떻게 연결되는지를 검증하는 것은 매우 의미있는 연구 주제가 될 것이라고 생각한다. 더 나아가 수학과와 특정 영역에 대한 교사의 PCK를 쉽고 객관적으로 검사할 수 있는 검사 도구가 개발되어야 한다. 교사의 PCK가 실제 수업과 어느 정도 연관성이 있는지에 대한 연구를 바탕으로, 교사의 PCK를 검증할 수 있는 보편적인 검사도구가 개발된다면 교사 스스로 자신의 PCK를 검사하고 부족한 부분이 무엇인지를 자각함으로써 교사의 전문성 신장에 도움을 줄 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 교육부 (2015). **수학 6-1**. 서울: (주)천재교육.
- 김선희, 김경희 (2009). 교육과정에 근거한 TIMSS 2007 공개 추이문항의 정답률 분석. **수학 교육학연구**, 19(1), 99-120.
- 김수현, 나귀수 (2008). 비와 비율 지도에 대한 연구-교과서 재구성을 중심으로. **수학교육학연구**, 18(3), 309-329.
- 박희욱, 박만구 (2012). 비와 비율 학습에서 나타나는 초등학교 학생들의 인식론적 장애 분석. **초등수학교육**, 15(2), 159-170.
- 배중수 (2002). **초등수학교육 내용지도법**. 서울: 경문사.
- 임찬빈, 이화진, 곽영순, 강대현, 박영석 (2004). **수업 평가 기준 개발 연구(I): 일반기준 및 교과(사회, 과학, 영어) 기준 개발**. 연구보고 RRI 2004-5. 서울: 한국교육과정평가원.
- 임찬빈, 이화진, 서지영, 차우규 (2005). **수업 평가 기준 개발 연구(II): 일반기준 및 교과(영어, 도덕, 체육) 기준 상세화**. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2005-3. 서울: 한국교육과정평가원.
- 임찬빈, 이화진, 최승현, 오은순, 이경언, 이수정, 노은희, 권순달 (2006). **수업 평가 기준 개발 연구(III): 일반 기준 및 교과(국어, 수학, 기술·가정, 음악, 초등) 기준 상세화**. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2006-3. 서울: 한국교육과정평가원.
- 정은실 (2003). 비 개념에 대한 교육적 분석. **수학교육학연구**, 13(3), 247-265.
- 최승현 (2007). **교육과정 개정에 따른 수학과 내용 지식(PCK) 연구**. 한국교육과정평가원 연구보고 RRI 2007-3-2. 서울: 한국교육과정평가원.
- 최승현, 황혜정 (2008a). 수학과 내용 교수 지식(PCK)의 의미 및 분석틀 개발에 관한 연구. **한국학교수학회논문집**, 11(4), 569-593.
- 최승현, 황혜정 (2008b). 수학과 내용 교수 지식(PCK)의 범주화-세 명 교사의 사례를 중심으로-. **학교수학**, 10(4), 489-514.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York, NY: Teachers College Press.
- Karplus, R., Pulos, S., & Stage, E. K. (1983). Early adolescents' proportional reasoning on 'rate' problems. *Educational Studies in Mathematics*, 14(3), 219-233.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93-118). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

-
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, 41(3), 3-11.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principle and standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.
- Piaget, J., Grize, J., Szeminska, A., & Bang, V. (1977). *Epistemology and psychology of functions*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: *Knowledge growth in teaching*. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Smith, D. C. (1999). Changing our teaching: The role of pedagogical content knowledge in elementary science. In J. Gess-Newsome, & N. G. Lederman. (Eds.), *Examining pedagogical content knowledge* (pp. 163-197). Kluwer Academic Publishers.
- Smith III, J. P. (2002). The development of students' knowledge of fractions and ratios. In L. Bonnie (Ed.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 3-17). Reston, VA: NCTM.

<Abstract>

An Analysis of Teachers' Pedagogical Content Knowledge about Teaching Ratio and Rate

Park, Seulah⁴⁾; & Oh, Youngyoul⁵⁾

This study analyzed teachers' Pedagogical Content Knowledge (PCK) regarding the pedagogical aspect of the instruction of ratio and rate in order to look into teachers' problems during the process of teaching ratio and rate. This study aims to clarify problems in teachers' PCK and promote the consideration of the materialization of an effective and practical class in teaching ratio and rate by identifying the improvements based on problems indicated in PCK.

We subdivided teachers' PCK into four areas: mathematical content knowledge, teaching method and evaluation knowledge, understanding knowledge about students' learning, and class situation knowledge. The conclusion of this study based on analysis of the results is as follows.

First, in the 'mathematical content knowledge' aspect of PCK, teachers need to understand the concept of ratio from the perspective of multiplicative comparison of two quantities, and the concept of rate based on understanding of two quantities that are related proportionally. Also, teachers need to introduce ratio and rate by providing students with real-life context, differentiate ratios from fractions, and teach the usefulness of percentage in real life.

Second, in the 'teaching method and evaluation knowledge' aspect of PCK, teachers need to establish teaching goals about the students' comprehension of the concept of ratio and rate and need to operate performance evaluation of the students' understanding of ratio and rate. Also, teachers need to improve their teaching methods such as discovery learning, research study and activity oriented methods.

Third, in the 'understanding knowledge about students' learning' aspect of PCK, teachers need to diversify their teaching methods for correcting errors by suggesting activities to explore students' own errors rather than using explanation oriented correction. Also, teachers need to reflect students' affective aspects in mathematics class.

Fourth, in the 'class situation knowledge' aspect of PCK, teachers need to supplement textbook activities with independent consciousness and need to diversify the form of class groups according to the character of the activities.

Key words: pedagogical content knowledge, ratio, rate

논문접수: 2017. 01. 12

논문심사: 2017. 02. 17

게재확정: 2017. 02. 23

4) psa2388@sen.go.kr

5) yyoh@snue.ac.kr