

올림이 있는 자연수 곱셈 알고리즘의 올림하는 수 표기에 관한 고찰

최경아¹⁾ · 이정은²⁾

표준화된 자연수 곱셈 알고리즘³⁾은 곱셈의 계산 과정을 간략화한 것으로, 올림이 있는 자연수 곱셈의 경우 올림하는 수를 피승수의 위에 작게 표기하고 있다. 하지만 이러한 올림하는 수 표기 방식은 승수가 한 자리 수인 경우에만 교과서에 제시되고 있어, 승수가 두 자리 수인 경우에는 교사와 학생들이 자기 나름의 표기 방식을 선택하도록 요구하고 있다.

이에 본 연구는 현행 교과서에서의 올림이 있는 자연수 곱셈의 알고리즘 접근 방법을 살펴보고, 3, 4, 5, 6학년 학생들의 올림이 있는 자연수 곱셈 알고리즘에서 나타나는 올림하는 수 표기 방식을 분석하였다. 또한, 핀란드 수학 교과서와 선행 연구에 나타난 올림이 있는 자연수 곱셈 알고리즘 지도 내용을 분석함으로써 자연수 곱셈 알고리즘의 제시 방법에 대한 시사점을 추출하였다. 그 결과로 다음과 같이 제안한다. 첫째, 교사용 지도서나 교과서에 올림하는 수를 표기하는 방법에 대한 예시가 필요하다. 둘째, 올림하는 수를 체계적으로 표기하는 것의 중요성을 학생이 인식하도록 지도되어야 한다. 셋째, 대안적인 자연수 곱셈 알고리즘과 올림하는 수 표기 방법에 대한 교사의 이해가 요구된다.

주제어: 올림이 있는 자연수 곱셈 알고리즘, 올림하는 수 표기

I. 서 론

초등학교에서 자연수 곱셈은 분수, 비, 비율 등의 개념들과 연결되어 있는 것(정영옥, 2013; 김유경, 방정숙, 2013)으로, 자연수 곱셈 알고리즘의 단순한 암기와 연습보다는 곱셈

- 1) [제1저자, 교신저자] 경인교육대학교 대학원, 안산서초등학교
- 2) 경인교육대학교 대학원, 광명 서면초등학교
- 3) 본 논문에서 표준화된 자연수 곱셈 알고리즘은 세로셈 알고리즘 중에서 수학 3-1, 수학 3-2, 수학 4-1 교과서에 제시된 가장 간략화된 세로셈 알고리즘을 의미한다. 그 구체적인 예는 다음과 같다.

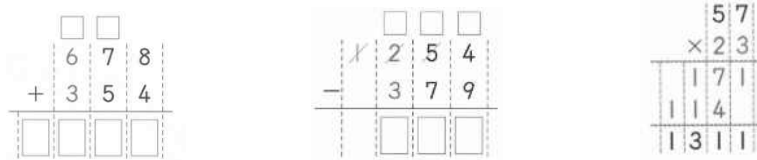
$$\begin{array}{r}
 57 \\
 \times 23 \\
 \hline
 171 \\
 1140 \\
 \hline
 1311
 \end{array}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{array}{r}
 57 \\
 \times 23 \\
 \hline
 171 \\
 1140 \\
 \hline
 1311
 \end{array}
 \quad (\text{표준화된 자연수 곱셈 알고리즘})$$

이후부터는 자연수 곱셈 알고리즘으로 표현한다.

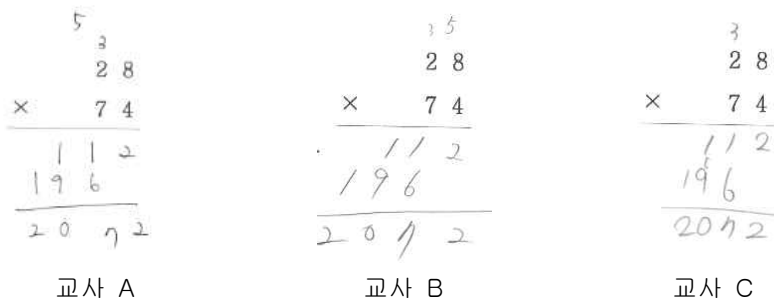
의 의미와 계산 원리 이해의 중요성이 강조되어 왔다(정연준, 2011; 강홍규, 심선영, 2010; 정승진, 2004).

그러나 자연수 곱셈은 이후에 지도되는 자연수의 나눗셈, 분수의 곱셈과 나눗셈, 소수의 곱셈과 나눗셈 등의 계산에 기초가 되기 때문에 자연수 곱셈 알고리즘 절차의 숙달 또한 중요하다. 자연수 곱셈 알고리즘은 피승수와 승수의 분해에 따른 부분곱의 합의 과정(정연준, 2011; 변희현, 2011; 강홍규, 심선영, 2010)이 간략화된 것으로 십진기수법, 덧셈에 대한 분배법칙, 결합법칙 등이 주요 절차에 포함되기 때문에 그 절차를 숙달하는 데 많은 연습이 요구된다.

특히, 피승수와 승수의 부분곱 과정에서 올림하는 수가 발생하는 자연수 곱셈은 올림하는 수에 대한 고려가 필요하기 때문에 2009 개정 교육과정에 따른 우리나라 수학 교과서에서는 올림이 없는 자연수 곱셈과 올림이 있는 자연수 곱셈을 구분하여 지도하고 있다. 하지만 자연수 곱셈 알고리즘 그 자체만을 보았을 때, 승수가 한 자리 수인 경우에는 올림하는 수를 표기하는 방법을 구체적으로 제시하고 있어서 받아 올림이 생김에 따라 계산 과정에서 고려해야 할 것을 명시적으로 보여주지만, 승수가 두 자리 수인 경우에는 올림하는 수를 표기하는 방법을 제시하고 있지 않기 때문에 올림하는 수를 어떻게 표기하고 처리할 것인지가 명확하지 않다.



[그림 1] 수학 교과서의 덧셈, 뺄셈, 곱셈 알고리즘
(수학 3-1, p19, p35, 수학 3-2, p25)



[그림 2] 교사들의 올림하는 수 표기

올림하는 수 표기에 대하여 Ashlock(2010, 남승인 외 역, 2013)은 학생들의 계산 과정의 이해에 도움을 주는 경우에만 올림하는 수를 표기하는 것을 권하며 올림하는 수를 기억하는 것이 좋다고 언급하고 있어, 교과서에서 승수가 두 자리 수인 경우의 올림하는 수 표기 방법을 제시하지 않는 것이 타당해 보인다. 하지만 곱셈 이외의 덧셈, 뺄셈의 경우에 받아 올림과 받아 내림의 표기 방법이 일관성 있게 구체적으로 제시되고 있는 점([그림 1])과 현직 교사들이 각기 다른 방식으로 올림하는 수를 표기한다는 점([그림2])에서 자연수 곱셈에서 올림하는 수를 표기하는 방법에 대한 논의의 필요성을 생각해 볼 수 있다.

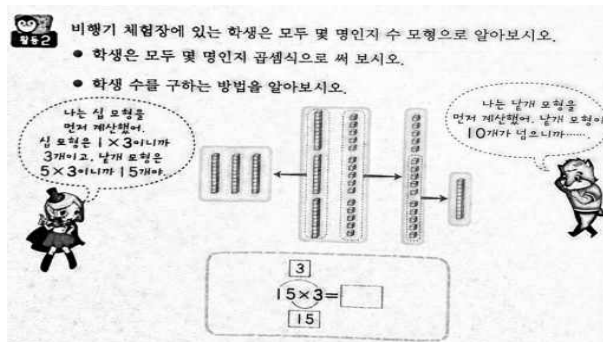
이에 본 연구에서는 2009 개정 교육과정에 따른 우리나라 수학 교과서에서 올림이 있는 자연수 곱셈의 알고리즘 접근 방법을 상세하게 살펴보고, 3, 4, 5, 6학년 학생들을 대상으로 올림이 있는 자연수 곱셈 알고리즘에서 올림하는 수를 표기하는 방식을 분석하고자 한다. 또한, 핀란드 교과서와 자연수 곱셈 알고리즘과 관련된 문헌들을 살펴봄으로써, 자연수 곱셈 알고리즘 지도 방법에 대한 시사점을 추출하고자 한다.

II. 현행 교과서에서의 올림이 있는 자연수 곱셈 알고리즘 분석

2009 개정 교육과정에 따른 우리나라 수학 교과서에서 올림이 있는 자연수 곱셈은 3학년 1학기, 3학년 2학기, 4학년 1학기에서 다루고 있다. 구체적으로 3학년 1학기에는 (두 자리 수)×(한 자리 수), 3학년 2학기는 (세 자리 수)×(한 자리 수), (두 자리 수)×(두 자리 수), 4학년 1학기는 (세 자리 수)×(두 자리 수) 등에서 올림이 있는 자연수 곱셈이 지도된다.

1. 수학 3-1 : (두 자리 수)×(한 자리 수)

3학년 1학기 수학 교과서에서 올림이 있는 (두 자리 수)×(한 자리 수)의 계산은 2차시로 구성되어 있고, [그림 3]과 같이 계산 이해를 돕기 위해 수모형을 사용한다. 교과서 활동 1에서는 ‘학생들이 3대의 비행기 앞에 각각 15개씩 서 있습니다. 비행기 체험장에 있는 학생은 모두 몇 명인지 알아보시오.’ 라는 문제 상황을 주고 해결해보도록 하고 있다. 이때 해결 방법의 예시로 ‘15+15+15’의 동수누가의 방법과 ‘15×2=30이니까...’라는 표현으로 15×2+15×1, 15×(2+1)의 분배법칙에 따른 방법을 제시하고 있다. 활동 2에서는 이를 수모형을 활용하여 설명하고 있다. 우선 문제 상황을 곱셈식으로 표현하도록 하고, 구하는 방법을 십 모형과 날개 모형으로 나누어 계산한 후 날개 모형을 십 모형으로 바꾸어 올림이 일어나는 상황을 설명하고 있다.



[그림 3] 올림이 있는 (두 자리 수)×(한 자리 수)의 제시 방법
(교육부, 2016b, p135)

(두 자리 수)×(한 자리 수)의 알고리즘은 가로셈과 세로셈의 두 가지 방법으로 제시되는데, 가로셈은 곱셈식의 위와 아래에 피승수의 각 자리의 값과 승수를 곱한 결과를 쓰는

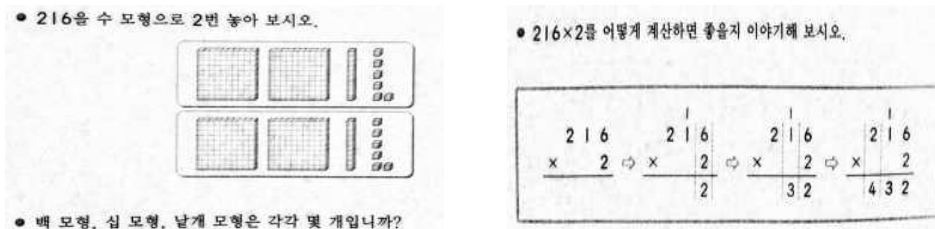
방법이다. 이러한 가로셈은 이후 곱셈 단원이나 수학 익힘책에서 활용되고 있지는 않다. 본 연구에서 자연수 곱셈 알고리즘으로 명명한 세로셈은 [그림 4]와 같이 만화를 통해 알고리즘을 적용하는 방법이 구체적으로 설명되고 있다. 즉, 18×3 의 세로셈에서 8×3 의 결과와 10×3 의 결과를 각각 쓰는 방법과 올림하는 수를 표기하여 간단하게 기록하는 방법을 설명하고 있다.



[그림 4] 올림이 있는 (두 자리 수)×(한 자리 수)의 알고리즘 제시 방법 (교육부, 2016d, p135, p137)

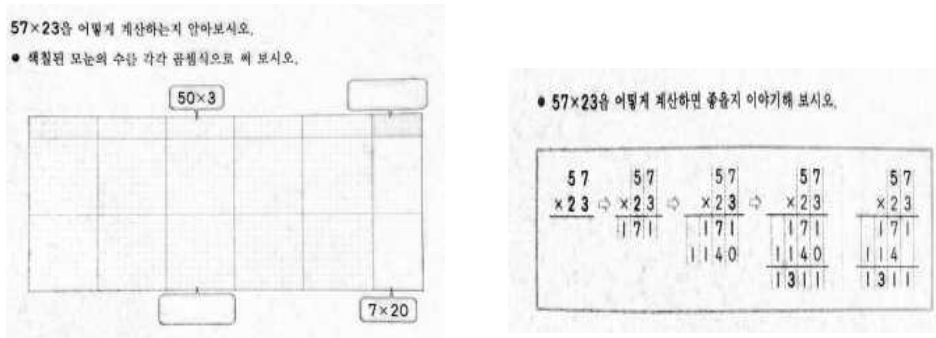
2. 수학 3-2 : (세 자리 수)×(한 자리 수), (두 자리 수)×(두 자리 수)

3학년 2학기에서는 올림이 있는 (세 자리 수)×(한 자리 수)를 2차시로, (두 자리 수)×(두 자리 수)를 1차시로 다루고 있다. 먼저 (세 자리 수)×(한 자리 수)는 올림이 생기는 자리에 따라 2차시로 구분하는데, 일의 자리에서 십의 자리로 올림하는 경우의 곱셈에서는 수모형을 제시하고 백 모형, 십 모형, 날개 모형의 수를 각각 답하도록 하고 있다. 이것은 $216 \times 2 = (200+10+6) \times 2 = (200 \times 2) + (10 \times 2) + (6 \times 2)$ 라는 덧셈에 대한 분배법칙을 내포하고 있고 자연수 곱셈 알고리즘과 연결되지만, 피승수의 6과 승수의 2가 곱해져 올림하는 수가 생기는 것이 교과서 발문이나 시각적 모델에서 드러나지 않는다. (세 자리 수)×(한 자리 수)의 곱셈 알고리즘은 [그림 5]와 같이 정리되는데, 올림하는 수를 피승수의 위에 작은 글씨로 표기하도록 하고 있다.



[그림 5] 올림이 있는 (세 자리 수)×(한 자리 수)의 알고리즘 제시 방법 (교육부, 2015d, p15)

다음으로 (두 자리 수)×(두 자리 수)에서는 모눈종이 모델을 활용하여 설명한 후, 알고리즘화하고 있다. [그림 6]과 같이 색칠된 모눈의 수를 각각 곱셈식으로 나타내고 계산 방법을 설명하는 활동은 $57 \times 23 = 7 \times 3 + 50 \times 3 + 7 \times 20 + 50 \times 20$ 임을 이해하고 이를 곱셈 알고리즘으로 연결 짓도록 하고 있지만, 간략화된 자연수 곱셈 알고리즘이 모눈종이 모델을 제시한 후 바로 제시되고 있어 모눈종이 모델과 자연수 곱셈 알고리즘을 연결 짓기에는 어려움이 있다. 또한 승수의 곱해지는 수에 따른 계산 결과를 색을 달리하여 표기하고 있지만 올림하는 수를 표기하고 있지는 않다.



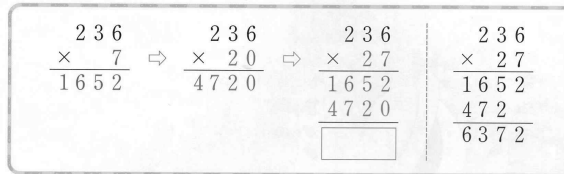
[그림 6] 올림이 있는 (두 자리 수)×(두 자리 수)의 알고리즘 제시 방법 (교육부, 2015d, p25)

3. 수학 4-1 : (세 자리 수)×(두 자리 수)

4학년 1학기 올림이 있는 (세 자리 수)×(두 자리 수)에서는 시각적 모델이 제시되고 있지 않다. 알고리즘 제시 방법에 있어서도 3학년 2학기의 (두 자리 수)×(두 자리 수)와 마찬가지로 승수의 곱해지는 수에 따른 계산 결과를 색을 달리하여 표기하고 있기는 하지만 올림하는 수를 표기하고 있지는 않다.

236×27을 어떻게 계산하는지 알아보시오.

- 236×27은 얼마쯤 된다고 생각합니까?
- 왜 그렇게 생각했습니까?
- 236×27을 계산하는 방법을 알아보시오.



[그림 7] 올림이 있는 (세 자리 수)×(두 자리 수)의 알고리즘 제시 방법 (교육부, 2016e, p45)

우리나라 교과서의 올림이 있는 자연수 곱셈 알고리즘 제시 방법을 분석한 결과는 다음과 같다.

첫째, 올림이 있는 자연수 곱셈에서 승수가 한 자리 수인 경우는 수모형, 승수가 두 자리 수인 경우는 모눈종이 모델을 이용하여 곱셈에 대한 이해와 알고리즘에 접근하고 있다.

둘째, 승수가 두 자리 수인 경우에 사용되는 모눈종이 모델은 알고리즘이 간략화된 자연수 곱셈 알고리즘과 바로 연결 짓기에는 어려움이 있다. 시각적 모델에 의해 학생들은 (두 자리 수)×(두 자리 수)의 곱셈이 4개의 부분곱의 덧셈으로 구성됨을 확인할 수 있으나, 자연수 곱셈 알고리즘에서는 2개의 부분곱을 제시하고 있다. 따라서 자연수 곱셈 알고리즘으로 간략화되는 과정을 학생 스스로 발견하거나 이해할 수 있도록 지도가 필요하다.

셋째, 곱셈의 세로셈 알고리즘의 경우, 승수가 한 자리 수일 때에는 올림하는 수를 표기하고 있지만 승수가 두 자리 수일 때에는 올림하는 수를 표기하고 있지 않다. 승수가 한 자리 수인 경우, 올림하는 수를 표기하는 방법은 ‘올림하는 수 2를 1위에 작게 적어 둘 거야’ 와 같이 구체적으로 제시하고 있지만, 승수가 두 자리 수인 경우에는 교사용 지도서에서도 올림하는 수의 표기 예가 제시되고 있지 않아, 교사와 학생이 자기 나름의 방법을 사용하여 계산하도록 하고 있다.

Ⅲ. 자연수 곱셈 알고리즘에서의 올림하는 수 표기 실태 분석

1. 실태 조사 방법

가. 조사 방법 및 절차

수학교과서와 익힘책을 참고하여 올림이 있는 자연수 곱셈 8문제를 선정하였다. 8문제에는 승수가 한 자리 수, 두 자리 수인 6문제와 승수가 세 자리 수인 2문제를 포함하였다. 교육과정에 포함되지 않은 승수가 세 자리 수인 2문제를 포함시킨 이유는 자연수 곱셈의 학습이 완성된 후, 승수가 세 자리 수인 새로운 상황에 자연수 곱셈 알고리즘을 적용하는 방법을 확인하고자 한 것이다.

실태 조사는 경기도 중소도시에 위치한 초등학교에서 2학기가 마무리되는 12월에 3, 4, 6학년 각각 1학급과 5학년 2학급을 대상으로 이루어졌으며, 3학년의 경우 (세 자리 수)×(두 자리 수)를 아직 학습하지 않았기 때문에 (세 자리 수)×(두 자리 수)와 (두 자리 수)×(세 자리 수) 4문제는 조사하지 않았다. 학생들은 각자 자신의 교실에서 담임교사의 감독 하에 조사에 임했으며, 학생들이 계산 과정을 지우지 않고 풀 수 있도록 담임교사가 안내하게 하였다. 학생들에게는 문제를 해결할 수 있는 충분한 시간이 주어졌다.

나. 조사 대상

올림이 있는 자연수 곱셈은 3학년부터 지도되기 때문에 3학년부터 조사를 실시하였고, 자연수 곱셈 알고리즘의 변화 유무를 확인하고자 3, 4, 5, 6학년을 대상으로 이루어졌다. 조사 대상은 3학년(26명), 4학년(27명), 6학년(25명) 각각 1학급씩과 5학년(48명) 2학급으로, 경기도 소재의 중소도시에 위치한 초등학교에서 무작위추출로 학급을 선정하였다.

다. 조사 문항

실태 조사에 사용된 문제는 모두 올림이 있는 곱셈으로 세부 내용은 <표 1>과 같고, 문항은 모두 세로셈의 형태로 제시하였다.

<표 1> 조사 문항 구성

곱셈 유형	문항수	조사 적용 대상	문제
(세 자리 수) × (한 자리 수)	1문항	3, 4, 5, 6학년	438×6
(한 자리 수) × (두 자리 수)	1문항	3, 4, 5, 6학년	9×37
(두 자리 수) × (두 자리 수)	2문항	3, 4, 5, 6학년	46×69, 28×74
(세 자리 수) × (두 자리 수)	2문항	4, 5, 6학년	529×72, 875×94
(두 자리 수) × (세 자리 수)	2문항	4, 5, 6학년	36×178, 67×738

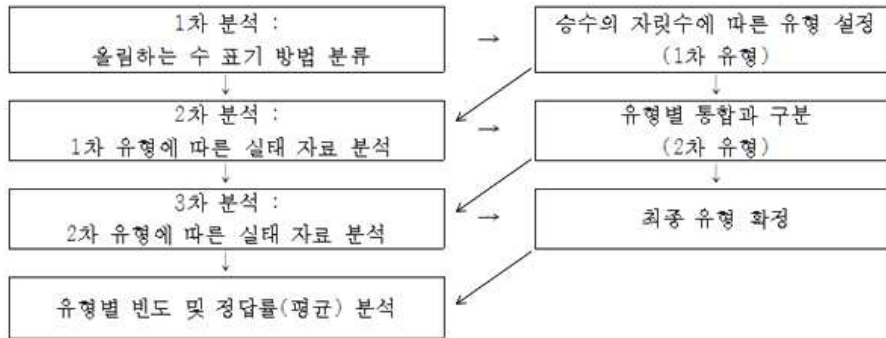
2. 분석 방법

본 연구는 올림하는 수 표기 방법의 분석에 초점을 두고 있으므로, 본 연구에서 자연수 곱셈 알고리즘으로 명명한 알고리즘 방법만을 분석 대상으로 선정하였고 그 외에 간략화 되지 않은 곱셈 알고리즘이나 분배법칙이 제대로 적용되지 않고 알고리즘 자체에 문제가 있는 경우, 문제 해결에 성심껏 응답하지 않은 경우는 분석 대상에서 제외하였다.

본 연구에서 올림하는 수 표기 방법의 분석은 올림하는 수 표기 유형, 유형별 빈도, 유형별 정답률의 세 가지 측면에서 이루어졌다. 올림하는 수 표기 유형과 유형별 빈도의 분석은 학생들의 올림하는 수 표기 방법의 실태를 확인하고자 함이고, 유형별 정답률 분석은 올림하는 수 표기 유형에 따라 정답률의 차이를 확인함으로써 올림하는 수 표기 방법에 대한 시사점을 이끌어내고자 함이다. (두 자리 수)×(두 자리 수), (세 자리 수)×(두 자리 수), (두 자리 수)×(세 자리 수)는 2문항씩 제시되어 정답률보다는 평균으로 비교하는 것이 적합하다고 판단되어 평균을 분석하였다.

이러한 분석을 위해서는 올림하는 수 표기 방법을 유형화하는 것이 먼저 이루어져야 하는데, 이와 관련된 선행연구는 김수미(2012)에서 곱셈 계산 오류의 간단한 실수의 예로 올림하는 수 표기 방법을 ‘받아 올림 수치를 체계적으로 기록, 받아 올림 수치를 중복해서 기록, 받아 올림 수치를 여기저기 기록’ 으로 유형화한 것이 있다. 본 연구에서는 처음부터 제시된 틀을 사용하여 유형화하기보다는, 조사 자료에 제시된 다양한 반응들을 살펴보고 1차 분석을 통해 올림하는 수 표기 방법을 유사한 유형끼리 묶어 분류하도록 하였다. 그 결과, 승수의 자릿수에 따라 올림하는 수 표기 방법에 차이가 있음을 발견하고, 승수의 자릿수에 따라 올림하는 수 표기 방법을 유형화(1차 유형)하였다. 이때, (한 자리 수)×(두 자리 수)도 승수가 두 자리 수인 곱셈에 해당하지만, 곱셈 알고리즘에서 제시된 다른 승수 두 자리 수인 문제와는 다르게, 조사 대상 학생이 사용하는 알고리즘에 따라 올림의 발생 유무가 결정되어 (두 자리 수)×(두 자리 수), (세 자리 수)×(두 자리 수)와는 별도로 분석하였다. 2차 분석을 통해 올림하는 수 표기 유형의 구분이 지나치게 세부적이어서 하나의 유형으로 통합할 수 있거나 별도로 구분할 필요성이 있는 유형을 수정(2차 유형)하여 분석한 후, 최종 유형을 확정하고 이를 적용하여 유형별 빈도 및 정답률(또는 평균) 분석을 실시하였다. 그 과정을 정리하면 [그림 8]과 같다. 본 연구의 분석을 통해 나타난 올림하는

수 표기 유형의 설명과 구체적인 예는 분석 결과에 제시하였다.



[그림 8] 올림하는 수 표기 분석 방법

3. 분석 결과

가. (세 자리 수)×(한 자리 수)의 올림하는 수 표기 유형 및 분석 결과

(세 자리 수)×(한 자리 수)의 알고리즘은 현행 수학 교과서에서 피승수의 위에 작은 글씨로 올림하는 수를 표기하도록 제시되어 있다. 이러한 영향에 의해 표기 방법이 다양하지는 않았다. 올림하는 수 표기 방법은 교과서에 제시된 방법으로 표기한 경우(TS1), 자신만의 방법으로 식의 다른 부분에 표기한 경우(TS2), 표기하지 않는 경우(TS3)로 유형을 분류하였다. 그 구체적인 예와 유형별 빈도 및 정답률은 <표 2>와 같다.

(세 자리 수)×(한 자리 수)의 올림하는 수 표기에서 TS1은 전체 유형의 69.0%로 가장 높은 비율을 차지하였고, TS3는 13.3%로 가장 낮았다. TS1은 4학년에서 가장 높은 비율을 차지하였으나, 6학년 학생들에서는 TS2가 차지하고 있는 비율이 확연하게 증가하고 있다. 올림하는 수 표기 유형에 따른 정답률은 교과서에 제시된 방법으로 표기하는 TS1의 정답률이 89.7%로 가장 높았으며, 올림하는 수를 표기하지 않는 TS3의 정답률은 66.7%로 가장 낮게 나타났다.

(세 자리 수)×(한 자리 수)의 올림하는 수 표기 방법 중에서 학생들은 교과서에 제시된 올림하는 수 표기 방법을 선호하였으며 정답률도 높게 나타났다. 하지만, 학년이 증가함에 따라 교과서에 제시된 방법이 아닌 자신만의 방식으로 올림하는 수를 표기하는 것을 확인할 수 있었다. 이는 학생들이 자연수 곱셈 알고리즘을 학습하는 초기에는 교과서에 제시된 알고리즘을 그대로 따르는 경향이 높지만, 점차 자신만의 방식을 찾아 적용한다고 해석할 수도 있고, (세 자리 수)×(한 자리 수) 이후에 학습되는 자연수 곱셈 알고리즘이 올림하는 수 표기 방법을 구체적으로 제시하고 있지 않기 때문에 그로 인해 올림하는 수 표기 방법이 변화되었다고 볼 수도 있다.

<표 2> (세 자리 수)×(한 자리 수)의 올림하는 수 표기 유형 및 빈도, 정답률

올림하는 수 표기 유형	유형의 예	학생수 (백분율 = $\frac{\text{학생수}}{\text{학년학생수}} \times 100, \frac{\text{학생수}}{\text{전체학생수}} \times 100$)					정답자수 (정답률 = $\frac{\text{정답자수}}{\text{응답자수}} \times 100$)				
		3학년	4학년	5학년	6학년	합계	3학년	4학년	5학년	6학년	합계
TS1	$\begin{array}{r} 24 \\ 438 \\ \times 6 \\ \hline 2628 \end{array}$	16 (76.2)	21 (84)	31 (68.9)	10 (45.5)	78 (69.0)	14 (87.5)	19 (90.5)	28 (90.3)	9 (90)	70 (89.7)
TS2	$\begin{array}{r} 4 \\ 2438 \\ \times 6 \\ \hline 2628 \end{array}$	3 (14.3)	1 (4)	6 (13.3)	10 (45.5)	20 (17.7)	2 (66.7)	1 (100)	4 (66.7)	9 (90)	16 (80)
TS3	$\begin{array}{r} 438 \\ \times 6 \\ \hline 2628 \end{array}$	2 (9.5)	3 (12)	8 (17.8)	2 (9.1)	15 (13.3)	1 (50)	2 (66.7)	6 (75)	1 (50)	10 (66.7)
합계		21	25	45	22	113 (100)	17 (81.0)	22 (88)	38 (84.4)	19 (86.4)	96 (85.0)
분석 제외	$\begin{array}{r} 438 \\ \times 6 \\ \hline 148 \\ 16 \\ \hline 24 \\ \hline 2628 \end{array}$	5	2	3	3	13
합계		26	27	48	25	126

나. (한 자리 수)×(두 자리 수)의 올림하는 수 표기 유형 및 분석 결과

(한 자리 수)×(두 자리 수)의 올림하는 수 표기는 승수가 두 자리 수인 경우와 별도로 분석하고 유형화하였다. (한 자리 수)×(두 자리 수)에 대한 알고리즘은 교과서에서 승수를 분해하여 계산하도록 알고리즘을 제시하고 있어, 교과서에 제시된 알고리즘 방식에 따르면 올림하는 수를 표기할 필요가 없다. 하지만 학생 반응을 분석한 결과, 승수와 피승수를 바꾸어 문제를 다시 써서 해결한 경우를 제외하고, (두 자리 수)×(한 자리 수)에서 올림하는 수를 표기하듯이 표기한 경우가 다수 발견되어 별도로 유형을 구분하였다. 올림하는 수를 표기하여 해결한 경우 ST1, 올림하는 수를 표기하지 않고 해결한 경우 ST2로 분류하였고, 교과서에 제시된 것과 같이 승수를 분해하여 계산한 경우를 ST3, 마지막으로 승수와 피승수를 바꾸어 다시 쓴 후 계산한 경우를 ST4로 유형화하였다. 그 구체적인 예와 유형별 빈도와 정답률은 <표 3>과 같다.

(한 자리 수)×(두 자리 수)에서는 ST1이 차지하는 비율이 38.1%로 가장 높았고, 그 뒤로 교과서에 제시된 알고리즘에 따른 유형인 ST3가 27.0%를 차지하였다. (두 자리 수)×(세 자리 수)의 분석 결과에서 학생들 중에서 자신에게 익숙한 형태인 (세 자리 수)×(두 자리 수)로 변환하여 계산하려는 경향이 높았는데, ST1의 빈도가 높았던 것도 이러한 의도에서 비롯된 것으로 보인다. (세 자리 수)×(한 자리 수)에서 교과서에 제시된 유형을 3, 4, 5학년에서 선호하였던 결과와 비교하였을 때, (한 자리 수)×(두 자리 수)에서는 6학년이 교과서에 제시된 유형인 ST3를 가장 많이 사용했다는 점은 특이하다.

정답률에 있어서는 교과서에 제시된 알고리즘으로 계산한 유형인 ST3의 정답률이 97.1%로 가장 높았고, ST1은 87.5%의 정답률을 보였다. ST1의 오류 중에는 $9 \times 7 = 63$ 에서 받아 올리는 수 6을 $9 \times 30 = 270$ 에 더하지 않고 273을 정답으로 쓴 경우가 발견되었는데, 이는 승수를 자릿값에 따라 분해하여 계산하는 데 익숙한 학생들이 올림하는 수가 발생하여 표기는 하였으나 그 처리에 어려움이 있었던 것으로 보인다.

<표 3> (한 자리 수)×(두 자리 수)의 올림하는 수 표기 유형 및 빈도, 정답률

올림하는 수 표기 유형	유형의 예	학생수 (백분율 = $\frac{\text{학생수}}{\text{학년학생수}} \times 100$, $\frac{\text{학생수}}{\text{전체학생수}} \times 100$)					정답자수 (정답률 = $\frac{\text{정답자수}}{\text{응답자수}} \times 100$)				
		3학년	4학년	5학년	6학년	합계	3학년	4학년	5학년	6학년	합계
ST1		11 (42.3)	12 (44.4)	19 (39.6)	6 (24)	48 (38.1)	10 (90.9)	8 (66.7)	18 (94.7)	6 (100)	42 (87.5)
ST2		5 (19.2)	5 (18.5)	9 (18.8)	2 (8)	21 (16.7)	2 (40)	5 (100)	8 (88.9)	2 (100)	17 (81.0)
ST3		5 (19.2)	7 (25.9)	12 (25)	10 (40)	34 (27.0)	4 (80)	7 (100)	12 (100)	10 (100)	33 (97.1)
ST4		5 (19.2)	3 (11.1)	8 (16.7)	7 (28)	23 (18.3)	3 (60)	2 (66.7)	7 (87.5)	5 (71.4)	17 (73.9)
합계		26	27	48	25	126 (100)	19 (73.1)	22 (81.5)	45 (93.8)	23 (92)	109 (86.5)

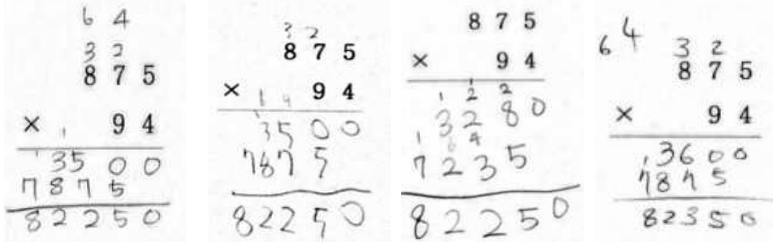
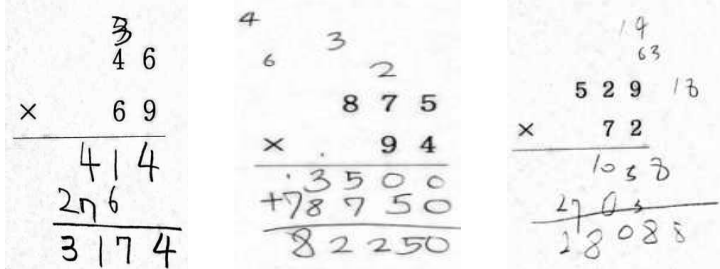
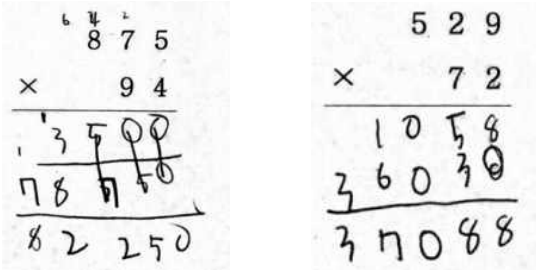
다. (두 자리 수)×(두 자리 수), (세 자리 수)×(두 자리 수)의 올림하는 수 표기 유형 및 분석 결과

(두 자리 수)×(두 자리 수), (세 자리 수)×(두 자리 수)의 자연수 곱셈 알고리즘에서의 올림하는 수 표기 유형은 <표 4>와 같이 6가지로 유형화되었다. MT1은 교과서에 나타난 대로 자연수 곱셈 알고리즘을 구사하면서 승수의 일의 자리와 십의 자리 수의 부분곱을 할 때 나타나는 올림하는 수를 구분지어 기록하는 경우이다. MT2는 올림하는 수를 구분 짓는 방법의 하나로, 계산이 끝난 올림하는 수를 지우거나 그 위에 덧쓰는 유형이다. MT3는 올림하는 수를 산발적으로 자신이 기억하기 좋은 곳에 쓰는 유형으로, 기록에 있어 일관성이 없고 불규칙한 경우이다. MT4는 계산의 일부를 주변에 다시 기록하는 유형이고, MT5는 올림하는 표기를 하지 않는 경우이다. 마지막으로 MT6는 한 문제를 해결하는 데 MT1~MT5의 유형을 혼합하여 사용하거나, 4문제를 해결하는 데 MT1~MT5 유형을 문제별로 다르게 사용한 경우에 해당한다. S37의 경우, (세 자리 수)×(두 자리 수)를 해결할 때에는 MT1과 MT2를 혼합하여 사용하고, (두 자리 수)×(두 자리 수) 문제에서는 MT5 유형

을 보이고 있어 MT6로 분류하였다.

(두 자리 수)×(두 자리 수), (세 자리 수)×(두 자리 수)의 자연수 곱셈 알고리즘에서 MT1 유형은 <표 5>에서 보이듯이 54.7%로 가장 높은 비율을 차지하였으나, 세부적으로 학생들이 올림하는 수를 표기하는 방법은 <표 4>와 같이 다양하였다. 올림하는 수를 표기하지 않는 MT5와 여러 가지 유형이 혼합된 MT6를 제외하고, MT1~MT4와 같이 올림하는 수를 표기하는 학생의 비율은 75.5%에 이른다. 이를 통해 상당수의 학생들은 승수가 두 자리 수인 자연수 곱셈에서 자기 나눴의 방식으로 올림하는 수를 표기하고 있음을 알 수 있고, 특히 MT1과 MT2가 차지하는 비율은 63.2%로 올림하는 수를 구분지어 표기하는 것을 선호하고 있음을 알 수 있다.

<표 4> (두 자리 수)×(두 자리 수), (세 자리 수)×(두 자리 수)의 올림하는 수 표기 유형의 예

올림하는 수 표기 유형	유형의 예
MT1	
MT2 MT3 MT4	
MT5	올림하는 수 표기가 없는 자연수 곱셈 알고리즘
MT6	

S37의 해결 방법

4문제가 평가된 (두 자리 수)×(두 자리 수), (세 자리 수)×(두 자리 수)는 정답률이 아닌 평균으로 올림하는 수 표기 방법과의 관계를 살펴보았다. 1문제당 1점씩 부여하여 4~6학년의 평균을 구한 결과는 <표 5>와 같다. MT6 유형의 평균이 3.5로 가장 높았고, 그 다음으로 MT1, MT2 순으로 평균이 높음을 확인할 수 있었다. 문제에 따라 다양한 유형의 올림하는 수 표기 방법을 사용하는 MT6의 오류가 가장 적다는 결과는 흥미롭지만, MT1과는 유형 빈도에 차이가 있음에 유의할 필요가 있다. 또한 MT1, MT2와 같이 올림하는 수를 구분지어 표기하는 유형의 평균이 MT3의 일관성이 없는 불규칙한 표기보다는 평균이 높다는 점은 자연수 곱셈 지도시 올림하는 수를 체계적으로 기록하도록 하는 것이 계산 오류를 줄일 수 있는 방법이 될 수 있음을 시사한다.

<표 5> (두 자리 수)×(두 자리 수), (세 자리 수)×(두 자리 수)의 올림하는 수 표기 유형별 빈도 및 평균

올림하는 수 표기 유형	학생수 (백분율 = $\frac{\text{학생수}}{\text{학년학생수}} \times 100$, $\frac{\text{학생수}}{\text{전체학생수}} \times 100$)					평균 ($\frac{\text{점수총합}}{\text{학생수}}$, 4점 만점, 3학년은 2점 만점)				
	3학년	4학년	5학년	6학년	합계	3학년	4학년	5학년	6학년	4~6학년 평균
MT1	9 (42.9)	13 (61.9)	25 (56.8)	11 (55)	58 (54.7)	1.33	3.54	3.36	3.55	3.45
MT2	1 (4.8)	3 (14.3)	4 (9.1)	1 (5)	9 (8.5)	2	3.67	3	4	3.38
MT3	0 (0)	0 (0)	2 (4.5)	2 (10)	4 (3.8)	.	.	3.5	3	3.25
MT4	4 (19.0)	0 (0)	3 (6.8)	2 (10)	9 (8.5)	1.75	.	3	2.5	2.8
MT5	4 (19.0)	2 (9.5)	7 (15.9)	2 (10)	15 (14.2)	1.5	2.5	3.14	3.5	3.09
MT6	3 (14.3)	3 (14.3)	3 (6.8)	2 (10)	11 (10.4)	1.67	3	3.67	4	3.5
합계	21	21	44	20	106 (100)	1.52	3.38	3.30	3.45	3.35
분석 제외	5	6	4	5	20
합계	26	27	48	25	126

라. (두 자리 수)×(세 자리 수)의 올림하는 수 표기 유형 및 분석 결과

(두 자리 수)×(세 자리 수)의 올림하는 수 표기 유형인 TT1~TT6는 MT1~MT6의 분류 방법과 동일하다. (두 자리 수)×(세 자리 수)에서 새롭게 나타난 유형인 TT7은 승수가 세 자리 수인 것이 익숙하지 않은 학생들이 임의적으로 피승수와 승수를 바꾸어 계산한 경우이다. 문제를 새롭게 작성하거나, 문제는 그대로 둔 채 승수가 두 자리 수인 경우의 알고리즘으로 해결한 학생의 응답은 TT7의 유형에 포함하였다. (두 자리 수)×(세 자리 수)의 올림하는 수 표기 유형별 학생 수와 (두 자리 수)×(세 자리 수)인 2문항을 각각 2점으로 하

여 평균을 정리하면 <표 6>과 같다.

<표 6> (두 자리 수) × (세 자리 수)의 올림하는 수 표기 유형별 빈도 및 평균

올림하는 수 표기 유형	학생수 (백분율 = $\frac{\text{학생수}}{\text{학년학생수}} \times 100, \frac{\text{학생수}}{\text{전체학생수}} \times 100$)				평균 ($\frac{\text{점수총합}}{\text{학생수}}$, 4점 만점)			
	4학년	5학년	6학년	합계	4학년	5학년	6학년	4~6학년 평균
TT1	5 (27.8)	13 (31.0)	9 (42.9)	27 (33.3)	2	2.92	2	2.44
TT2	1 (5.6)	2 (4.8)	3 (14.3)	6 (7.4)	0	2	2	1.67
TT3	0 (0)	2 (4.8)	1 (4.8)	3 (3.7)	.	4	4	4
TT4	0 (0)	2 (4.8)	1 (4.8)	3 (3.7)	.	1	4	2
TT5	1 (5.6)	4 (9.5)	2 (9.5)	7 (8.6)	0	4	2	2.86
TT6	1 (5.6)	1 (2.4)	0 (0)	2 (2.5)	0	0	.	0
TT7	10 (55.6)	18 (42.9)	5 (23.8)	33 (40.7)	2.4	2	2.4	2.18
합계	18	42	21	81 (100)	1.79	2.48	2.29	2.30
분석 제외	9	6	4	19
합계	27	48	25	100

(두 자리 수)×(세 자리 수)의 경우, 학생들은 승수의 자릿값에 따라 분해하여 올림하는 수를 표기하는 TT1(33.3%)보다는 [그림 9]와 같이 피승수와 승수를 머릿속에서 바꾸거나, 실제로 바꾸어 써서 계산하는 유형인 TT7(40.7%)을 더 선호하는 것으로 나타났다. 6학년에서는 TT1이 차지하는 비율이 가장 높고, 4, 5학년에서는 TT7의 비율이 가장 높았다. 4학년에서 6학년으로 학년이 올라갈수록 TT7의 비율이 감소하고 있는 것으로 보아, 학년이 높아짐에 따라 자연수 곱셈 알고리즘에 대한 이해를 바탕으로 승수가 세 자리 수인 경우 까지 적용하고 있음을 알 수 있다.

$$\begin{array}{r}
 67 \\
 \times 21738 \\
 \hline
 5116 \\
 428 \\
 \hline
 49446
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 36 \\
 \times 178 \\
 \hline
 6408
 \end{array}$$

[그림 9] (두 자리 수) × (세 자리 수)의 TT7의 예

앞서 제시한 문제와 달리, (두 자리 수)×(세 자리 수)의 문제는 학생에게 익숙하지 유형으로, 승수가 두 자리 수인 문제에 비해 평균이 매우 낮았다. 그 중에서 평균이 가장 높은 유형은 TT5의 경우였고, 그 다음으로 TT1의 평균이 높았다.

마. 분석 결과 요약

올림이 있는 자연수 곱셈 알고리즘에서 올림하는 수 표기를 중심으로 유형화하여 분석한 결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, (세 자리 수)×(한 자리 수), (한 자리 수)×(두 자리 수), (두 자리 수)×(두 자리 수), (세 자리 수)×(두 자리 수), (두 자리 수)×(세 자리 수)의 알고리즘에서 나타나는 올림하는 수 표기 방법을 유형화할 수 있었다.

둘째, (세 자리 수)×(한 자리 수), (한 자리 수)×(두 자리 수)의 경우, 교과서에 제시된 알고리즘과 올림하는 수를 표시하는 방법에 따라 문제를 해결하는 빈도가 매우 높았다. (세 자리 수)×(한 자리 수)의 경우, 교과서에 제시된 대로 올림하는 수를 표기하는 학생 수가 차지하는 비율이 69.0%이었고, (한 자리 수)×(두 자리 수)의 경우, 교과서에 제시된 알고리즘인 ST3와 승수와 피승수를 바꾸어 교과서에 제시된 올림하는 수 표기로 해결한 ST1을 합치면 65.1%의 학생들이 교과서 제시 방법을 따르고 있었다.

셋째, (세 자리 수)×(한 자리 수)의 경우, 교과서에 제시된 대로 올림하는 수를 표기하는 경우가 그렇지 않은 경우보다 정답률이 높았다. 교과서에 제시된 대로 올림하는 수를 표기한 TS1의 경우 정답률은 89.7%인 것에 반해, 교과서에 제시되지 않는 방법으로 올림하는 수를 표기한 경우인 TS2의 정답률은 80%였다.

넷째, (두 자리 수)×(두 자리 수), (세 자리 수)×(두 자리 수)일 때, 학생들은 승수를 분해하여 생기는 부분곱의 올림하는 수를 구분하여 표기하는 것을 선호하며, 그 방법은 매우 다양했다.

다섯째, (두 자리 수)×(두 자리 수), (세 자리 수)×(두 자리 수)일 때, 다양한 유형을 사용하는 MT6를 제외하고 평균이 높았던 해결 방법은 올림하는 수를 구분하여 표기하는 경우이다. 따라서 자연수 곱셈 지도시 올림하는 수를 구분지어 체계적으로 기록하도록 하는 것이 계산 오류를 줄일 수 있는 방법이 될 수 있다.

여섯째, 학생들은 (두 자리 수)×(세 자리 수)와 같이 익숙하지 않은 문제가 제시된 경우, 자신이 알고 있는 계산식으로 변형하여 계산하려고 한다. 하지만 이러한 경향은 4학년에서 6학년으로 학년이 올라감에 따라 줄어들고 있다. 즉, TT7이 각 학년에서 차지하는 비율은 55.6%, 42.9%, 23.8%로 점차 감소하고 있음을 확인할 수 있었다.

일곱째, 학생들은 자연수 곱셈 알고리즘에서 올림하는 수를 암기하기보다는 표기하여 문제를 해결한다. 올림하는 수 표기 없이 계산한 경우인 TS3, ST2, MT5, TT5의 각 유형에서 차지하는 비율은 각각 13.3%, 16.7%, 14.2%, 8.6%였다.

IV. 올림하는 수 표기 지도에 관한 논의들

올림이 있는 자연수 곱셈 알고리즘의 올림하는 수 표기 방법에 대한 실태 조사 결과를 통해, 학생들은 올림하는 수를 암기하기보다는 표기하는 것을 선호한다는 것을 알 수 있었다. 또한, 교과서에 올림하는 수 표기 방법이 제시되어 있는 승수가 한 자리 수인 경우, 교과서에 제시된 올림하는 수 표기 유형의 사용 빈도가 높고 그 유형에 대한 정답률도 높다는 것을 확인할 수 있었다. 반면, 교과서에 올림하는 수 표기 방법이 제시되지 않은 승수가 두 자리 수인 경우에는 학생들의 표기 방식이 매우 다양하고, 올림하는 수를 구분하여 표기하는 유형의 평균이 높다는 점을 확인할 수 있었다.

김수미(2012)는 자연수 곱셈의 오류 분석 연구에서 오답 학생 중 간단한 계산 실수가 49.19%로 매우 높았는데, 그 이유 중 하나로 제시된 것이 올림하는 수를 무질서하게 표기하는 데에서 비롯된 것이라고 지적한 바 있다. 이것은 실태 조사에서 승수가 두 자리 수인 경우 올림하는 수를 구분하여 표기하는 유형의 평균이 높았던 점과 연결되며, 올림하는 수의 체계적인 표기가 필요함을 의미한다.

승수가 한 자리 수인 경우는 이미 교과서에 올림하는 수 표기 방법을 제시하고 있기 때문에, 승수가 두 자리 수인 경우의 올림하는 수 표기 지도에 관해 시사점을 줄 수 있는 내용을 확인하고자 하였다.

첫째는, 핀란드 교과서이다. 핀란드 Laskutaito(2012, WSOY, 양재욱, 도영 역, 2013) 교과서에서는 곱셈 단원을 구구셈부터 시작하여 그 학년까지 배운 기습된 내용을 다시 한 번 확인하고 이후 내용을 지도한다. 핀란드 교과서에서 올림이 있는 자연수 곱셈은 3학년 2학기에 (세 자리 수)×(한 자리 수), 4학년 1학기에 (세 자리 수)×(한 자리 수), (세 자리 수)×(두 자리 수)를 다루고 있다.

두 개의 받아올림이 있는 곱셈하기

168×4

	1	6	8	
×			4	
	6	7	2	32

- 일의 자리를 곱하세요. (4×8=32) 3은 십의 자리라는 것을 기억하세요. 일의 자리에 2를 쓰세요.
- 십의 자리를 곱하세요. (4×6=24) 일의 자리 곱셈에서 나온 3을 더하세요. (24+3=27) 2는 백의 자리라는 것을 기억하세요. 십의 자리에 7을 쓰세요.
- 백의 자리를 곱하세요. (4×1=4) 십의 자리 곱셈에서 나온 2를 더하세요. (4+2=6) 백의 자리에 6을 쓰세요.

(세 자리 수)와 (두 자리 수)의 곱셈 2

59×264

		2	6	4	
	×		5	9	
		2	3	7	35
+	1	3	2	0	33
	1	5	5	7	6

- 일의 자릿수 곱셈에서 올려지는 숫자는 남겨서 답 첫 번째 줄 옆에 써 두고, 십의 자릿수 곱셈에서 올려지는 숫자는 답 두 번째 줄 옆에 쓰시오.
- 남겨진 수를 올린 후에는 숫자를 차례대로 지워 주시오.

[그림 10] 올림이 있는 (세 자리 수)×(한 자리 수), (세 자리 수)×(두 자리 수)의 알고리즘 (WSOY, 2012a, p12, WSOY, 2012b, p108, 양재욱, 도영 역, 2013)

핀란드 교과서에서는 [그림 10]과 같이 모눈을 지속적으로 제시하면서 자연수 곱셈 알고리즘에서 자릿값을 맞추는 것을 강조하고 있다. 또한, 알고리즘을 제시하는 과정에서 올림하는 수를 표기하는 방법에 대해서는 단계적으로 설명하고 있으며, 승수가 한 자리 수인 경우뿐만 아니라 두 자리 수인 경우에도 표기하고 있다.

우리나라 교과서에서 올림하는 수 표기가 곱셈식의 위쪽에 제시되는 것과는 달리, 핀란드 교과서는 승수의 각 자릿수의 계산 결과 우측에 표기하고 있고, 받아 올린 수는 줄을 그어 지우도록 하고 있다. 이는 계산 과정에서 중복하여 더하거나 누락되는 경우를 줄여 계산의 오류를 줄이기 위한 방안으로 보인다.

둘째는, Ashlock(2010, 남승인 외 역, 2013)와 Van de walle(2004, 남승인 외 역, 2008)의 연구를 통해서이다. Ashlock은 [그림 11]과 같이 올림하는 수 표기가 혼란을 주거나, (한 자리 수)×(두 자리 수)와 같이 올림하는 수를 표기하는 것이 실용적이지 않을 수 있기 때문에 올림하는 수를 표기하지 않고 기억하는 것이 좋다고 말한 바 있다. 하지만 Ashlock은 문제 해결에 유용하거나 계산 과정에 도움이 된다면 사용될 수 있음을 언급하면서 올림하는 수를 승수의 위에 표기함으로써 발생하는 오류를 교정할 수 있는 방법으로 [그림 12]와 같이 부분곱 사이에 올림하는 수를 표기하는 것을 제안하고 있다.

$$\begin{array}{r}
 \overset{2}{4}6 \\
 \times 24 \\
 \hline
 184 \\
 102 \\
 \hline
 1204
 \end{array}$$

(승수의 일의 자리 곱에서 표기한 올림하는 수를 십의 자리 곱에서도 사용)

$$\begin{array}{r}
 \overset{2}{2}9 \\
 \times 3 \\
 \hline
 127
 \end{array}$$

(올림하는 수를 피승수의 십의 자리 수에 더하여 계산)

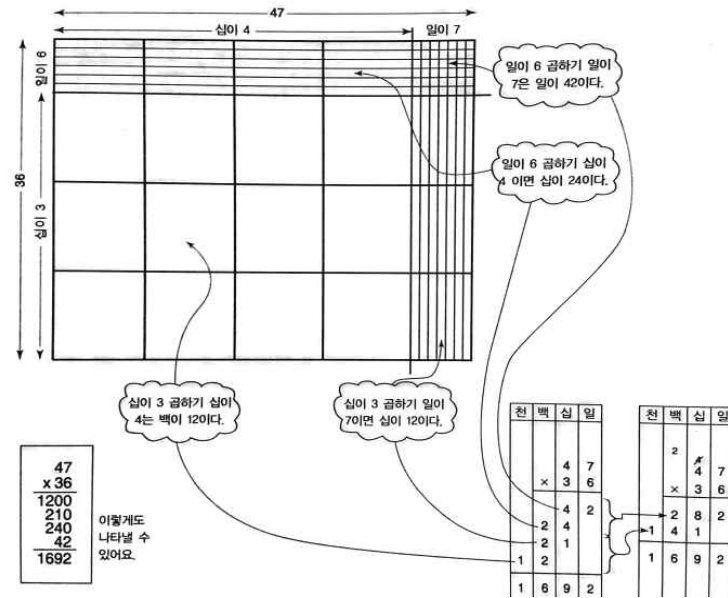
[그림 11] 올림하는 수 표기로 인한 계산 오류의 예 (Ashlock, 2010, 남승인 외 역, 2013, p52, p54)

$$\begin{array}{r}
 86 \rightarrow 86 \rightarrow 86 \\
 \times 45 \quad \times 45 \quad \times 45 \\
 \hline
 430 \quad 430 \quad 430
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 86 \rightarrow 86 \rightarrow 86 \\
 \times 45 \quad \times 45 \quad \times 45 \\
 \hline
 430 \quad 430 \quad 430 \\
 \overset{2}{4} \quad \overset{3}{4}4 \quad \overset{3}{4}4 \\
 \hline
 3870
 \end{array}$$

[그림 12] 부분곱 사이에 올림하는 수 표기(Ashlock, 2010, 남승인 외 역, 2013, p53)

Van de walle는 [그림 13]과 같이, 받아 올리는 수가 표기되는 표준화된 기록 형식을 설명하면서, 이러한 받아 올림한 수가 계산을 어렵게 하는 요인이 될 수 있어 부분곱을 모두 기록하는 것도 좋은 방법이 될 수 있다고 설명하고 있다.



[그림 13] 표준화된 기록 방법 (Van de walle, 2004, 남승인 외 역, 2008, p. 270)

올림하는 수를 표기하는 것은 부분곱에서 발생하는 올림하는 수를 빠뜨리거나 잘못 기억하여 발생하는 오류를 최소화하기 위한 것이다. 하지만 올림하는 수가 체계적이지 않고 무질서하게 표기된 경우에는 계산 오류의 원인이 될 수 있기 때문에(김수미, 2012), 교사는 올림하는 수를 체계적으로 표기하도록 지도해야 한다. 핀란드 교과서와 Ashlock(2010, 남승인 외 역, 2013), Van de walle(2004, 남승인 외 역, 2008)의 선행 연구는 올림하는 수의 체계적인 표기 방법의 구체적인 예가 될 수 있다.

더불어, Ashlock(2010, 남승인 외 역, 2013)와 Van de walle(2004, 남승인 외 역, 2008)의 연구에서 언급한 것처럼 올림하는 수를 표기하는 것이 계산을 방해하는 요인이 될 수 있다는 점도 간과할 수 없기 때문에 올림하는 수 표기 지도에 있어서 주의가 필요하다.

V. 결 론

본 연구는 올림이 있는 자연수 곱셈 알고리즘에서 올림하는 수에 대한 표기 방법이 교과서에 구체적으로 제시되어 있지 않고, 현직 교사의 풀이 방법에서도 다양한 형태로 나타나는 것에 의문점을 가지고 그 지도 방법에 대해 논의하고자 하였다.

이를 위해 본 연구에서는 현행 교과서 지도 내용을 살펴보고, 3, 4, 5, 6학년을 대상으로, 조사를 실시하여 올림이 있는 자연수 곱셈 알고리즘의 올림하는 수를 표기하는 방법에 중점을 두고 분석하였다. 또한 올림하는 수 표기에 관한 지도의 시사점을 얻고자, 핀란드 교과서와 선행 연구를 살펴보았다.

본 연구에서 살펴본 결과를 바탕으로 올림하는 수 표기 지도에 관해 추출된 시사점은 다음과 같다.

첫째, 학생들이 표준화된 자연수 곱셈 기록 방법만을 따를 필요는 없으나, 기본이 될 수

있는 방법을 교사용 지도서나 교과서에 제시할 필요성이 있다. 받아 올리는 수를 기록하는 것은 곱셈 알고리즘에서 실수를 줄이기 위한 방법이지만, 이로 인해 계산 오류가 발생할 수 있다(김수미, 2012.; Ashlock, 2010, 남승인 외 역, 2013; Van de walle, 2004, 남승인 외 역, 2008). 그러므로 올림하는 수를 표기하는 방법에 대해 학생에게 자기 나름의 방법을 찾도록 내버려두는 것이 아니라 학생이 자신의 올림하는 수 표기 방법과 표준적인 곱셈 기록 방법을 비교해보고 자신에게 적절한 방법을 선택할 수 있는 기회를 주는 것이 필요하다. 핀란드 교과서와 Ashlock(2010, 남승인 외 역, 2013), Van de walle(2004, 남승인 외 역, 2008)의 선행연구는 올림하는 수의 체계적인 표기 방법의 구체적인 예가 될 수 있다.

둘째, 학생들에게 올림하는 수를 표기할 때에는 산발적으로 표기하기 보다는 체계적으로 표기하는 것의 중요성을 인식시킬 필요가 있다. 실태 조사 결과에서 승수가 두 자리 수인 경우, 올림하는 수를 구분하여 표기하는 학생들이 문제를 더 정확하게 해결하는 것을 확인할 수 있었다. 체계적인 표기를 통해 계산의 오답을 줄일 수 있고, 계산 과정에서 자신이 범한 오류 또한 쉽게 확인할 수 있을 것이다.

셋째, 교사는 학생의 계산 과정에서 오류를 줄이기 위해 곱셈의 세로셈 알고리즘과 올림하는 표기의 대안적 방법에 관해 이해하고 있어야 한다. Ashlock(2010, 남승인 외 역, 2013)은 올림하는 수가 계산에 방해가 되어 생기는 오류의 예를 지적하고 부분곱의 바로 위에 올림하는 수를 적도록 하고 있다. 또한, Van de walle(2004, 남승인 외 역, 2008)가 지적한 것처럼 승수의 분해에 따른 부분곱으로 곱셈의 혼란이 있을 경우, 피승수와 승수를 모두 분해하여 부분곱의 합으로 계산 결과를 구하도록 할 수도 있다.

본 연구는 표준화된 자연수 곱셈 알고리즘과 올림하는 수 표기의 특정한 방법을 사용하고자 주장하는 것은 아니다. 단지, 이러한 논의를 통해서 올림하는 수의 체계적인 표기의 중요성에도 불구하고 학생들과 교사들에게 지나치게 열려 있는 곱셈 알고리즘의 올림하는 수 표기 방법에 대해 고민해보고, 실제 교육 현장에서 교사들의 지도 방향에 대해 몇 가지 제안을 해보고자 하였다.

참 고 문 헌

- 강홍규, 심선영 (2010). 알고리즘의 다양성을 활용한 두 자리 수 곱셈의 지도 방안과 그에 따른 초등학교 3학년 학생의 곱셈 알고리즘 이해 과정 분석. **한국초등수학교육학회지**, 14(2), 287-314
- 교육부 (2016a). **초등학교 3~4학년군① 교사용 지도서 수학 3-1** 서울: (주)천재교육
- _____ (2016b). **초등학교 3~4학년군① 수학 3-1**, 서울: (주)천재교육
- _____ (2015c). **초등학교 3~4학년군② 교사용 지도서 수학 3-2** 서울: (주)천재교육
- _____ (2015d). **초등학교 3~4학년군② 수학 3-2**, 서울: (주)천재교육
- _____ (2016e). **초등학교 3~4학년군③ 수학 4-1**. 서울: (주)천재교육
- 김유경, 방정숙 (2014). 곱셈적 구조에 대한 2, 4, 6학년 학생들의 수학적 사고의 연결성 분석. **수학교육**, 53(1), 57-73.
- 김수미 (2012). 학년 상승에 따른 초등학생들의 자연수 사칙 계산 오답 유형 및 오답률 추이와 그에 따른 교수학적 시사점. **한국초등수학교육학회지**, 16(1), 125-143.
- 변희현 (2011). 한국과 일본의 초등교과서에서 다루는 분배법칙 개념에 관한 비교 분석. **한국초등수학교육학회지** 15(1), 39-56.
- 정연준 (2011). 자연수 곱셈 계산법의 역사적 발달 과정에 대한 고찰. **학교수학**, 13(2), 267-287.
- 정영옥 (2013). 초등수학에서 자연수 곱셈 지도 -곱셈의 도입과 곱셈 구구 중심으로-. **학교수학**, 15(4), 889-920.
- 정승진 (2004). 자연수의 곱셈에 대한 교수-학습지도 방안 고찰. **한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>**, 18(1), 73-87.
- Ashlock, R. B. (2010). Error patterns in computation: Using error patterns to help each student learn, 10th edition. Pearson Education. 남승인 외 (역) (2013). **초등수학 교수법-수학 오개념과 오류 바로잡기**. 서울: 경문사.
- Van de Walle, J. A. (2004). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally, 5th edition. Pearson Education. 남승인 외 (역) (2008). **수학을 어떻게 가르칠 것인가**. 서울: 경문사.
- WSOY (2012a). Laskutaito 3B. WSOYpro Ltd. 양재욱, 도영 (역) (2013). **핀란드 초등수학교과서 Laskutaito 3-2**. 서울: 솔빛길출판사
- _____ (2012b). Laskutaito in English 4A. WSOYpro Ltd. 양재욱, 도영 (역) (2013). **핀란드 초등수학교과서 Laskutaito 4-1**. 서울: 솔빛길출판사

<Abstract>

A Study on Marking the Carrying Number of Multiplication Algorithm
with regrouping

Choi, Kyoung A⁴⁾; & Lee, Jeong Eun⁵⁾

The standardized algorithm of natural number multiplication simplify the procedure of arithmetic. In the case of multiplication algorithm with regrouping, we write small the carrying number on the multiplicand. But, teachers and students have to make their own way about the case of two digits multipliers, because Korean elementary mathematics textbooks just deal with the case of the one digit multipliers.

In this study, we investigated Korean current elementary mathematics textbooks related to multiplication algorithm with regrouping, and analyzed the result of research on the real condition about marking the carrying number. Besides, we reviewed the guidance contents of algorithm of natural number multiplication in Finland's math textbook and literature. By conclusions, we suggest several implications as followed;

First, we need some examples of the way to mark the carrying number in teacher's guidance books and textbooks. Second, teachers try for students to feel the good points of the systematic ways to mark the carrying number. Third, teachers understand algorithm of natural number multiplication and the alternative ways about marking the carrying number.

Key words: multiplication algorithm with regrouping, marking the carrying number

논문접수: 2017. 01. 15

논문심사: 2017. 02. 20

게재확정: 2017. 02. 23

4) kachoi@ginue.ac.kr

5) jelee@ginue.ac.kr