

초등학교 수학에서 공간 방향에 대한 교육과정과 교과서 비교¹⁾

정 영 옥*

본 연구는 초등학교 수학에서 공간 감각 중 공간 방향 요인과 요소를 살펴보고, 이를 바탕으로 우리나라, 싱가포르, 일본, 중국, 홍콩, 핀란드, 독일, 미국의 교육과정과 교과서에서 다루고 있는 공간 방향과 관련된 내용을 비교 분석함으로써 앞으로 우리나라 초등학교 수학에서 공간 방향 지도를 위한 시사점을 제공하는 데 목적이 있다. 이를 위해 이론적 고찰을 통해 공간 방향 요인과 요소를 알아보고, 이를 기초로 지도 학년과 학년 별 내용, 위치, 방향, 좌표, 경로, 거리의 공간 방향 요소와 요소별 내용과 현실 맥락을 중심으로 국가별 교육과정과 교과서를 분석하였다. 이론적 고찰과 교과서 비교 분석 결과 공간 방향 지도를 위한 시사점으로 교육과정에 공간 방향 내용과 기간 확장 및 고학년의 공간 방향 지도 강화, 공간 방향 내용 요소에 대한 기본적인 경험 제공, 학생들 주변의 친숙하고 현실적인 맥락 활용을 제안하였다.

I. 서론

공간 감각은 제 7차 교육과정에서 처음 도입된 도형 영역의 내용이다. 기하를 가르치는 데는 두 가지 관점이 있는데, 하나는 기하를 공간에 대한 탐색으로 보는 것이고, 다른 하나는 기하를 논리적 체계로 보는 것이다(Hershkowitz, 1990). 논리적 체계는 공간에 대한 탐색을 통해 얻은 결과물이고, 공간에 대한 탐색은 이러한 논리적 체계를 통해 좀 더 깊이 있게 이루어질 수 있으므로, 두 측면은 서로 밀접한 관련이 있다.

전통적인 교육과정의 도형 영역에서 주로 다루는 내용은 기하의 논리적 체계의 일부분이라 할 수 있는 도형과 그 성질에 대한 것이었지만, 최근에는 이러한 기하의 논리적 체계를 뒷받침

할 수 있는 공간 감각이 계속 강조되고 있다. 이전에는 공간 감각은 아이들이 학교에 입학하기 전에 자연스럽게 발달하는 것으로 인식하였고, 그 이후의 기하 체계를 배우는 데 중요한 것으로 생각하지도 않았다(Kennedy, Tipps & Johnson, 2004). 그러나 1980년대 이후로 공간 감각의 의미와 하위 요인에 대한 연구, 공간 감각을 신장시킬 수 있는 다양한 활동에 대한 연구 등 공간 감각에 대한 연구들이 지속되어 왔다(Clements, 1999; Clements & Battista, 1992; Del Grande, 1990; Gutiérrez, 1996; McGee, 1979; Tartre, 1990a). 그 결과 전 세계적으로 공간 감각이 초등학교 교육과정의 도형 영역에서 중요한 부분으로 포함되어 왔다.

공간 감각은 “자기 주위의 상황과 물체에 대한 직관적인 느낌”(NCTM, 1992, p. 75)이라 할

* 경인교육대학교, yochong@ginue.ac.kr

1) 이 논문은 2016학년도 경인교육대학교 학술연구비에 의하여 이루어졌음.

수 있으며, McGee(1979)에 의하면 공간 감각은 공간 시각화와 공간 방향으로 구성된다. 공간 시각화는 공간의 대상, 관계, 변환에 대한 정신적 표상을 구성하고 조작하는 능력(조영선·정영욱, 2012; Clements, 1999)을 의미하고, 공간 방향은 공간에서의 위치, 방향, 거리나 이동 경로를 아는 능력(조영선·정영욱, 2012; Clements, 1999)을 의미한다. NCTM(2007)에서는 기하 영역의 기하 규준에서 첫째, 2차원과 3차원 도형의 특징과 성질을 분석하고, 기하 관계에 대해 수학적으로 논쟁할 수 있으며, 둘째, 좌표 기하와 다른 표현 체계를 이용하여 위치를 확인하고 공간적 관계를 기술할 수 있고, 셋째, 수학적 상황을 분석하기 위해 변환을 적용하고 대칭을 활용할 수 있고, 넷째, 문제를 해결하기 위해 시각화, 공간적 추론, 기하 모델링을 활용할 수 있어야 함을 강조하면서 공간 감각의 내용을 포함시키고 있다. 이 때 첫째와 셋째 항목은 지금까지 전통적인 기하 교육과정에서 다루어 왔던 내용이고, 둘째와 넷째 항목이 공간 감각과 직접 관련된 내용인데, 둘째 항목은 주로 공간 방향, 넷째 항목은 공간 시각화에 관련된 내용이다.

이러한 기하교육의 동향을 바탕으로 제 7차 교육과정 이후로 우리나라에서도 공간 감각이 계속 다루어지고 있으나, 주로 공간 시각화 활동에 초점을 맞추어 왔다(교육과학기술부, 2011; 교육부, 1997, 2015; 교육 인적 자원부, 2007). 한편, 공간 감각에 대한 국내의 연구도 활발하게 이루어졌으나, 이러한 연구들의 대부분은 공간 감각을 공간 시각화의 관점(류현아, 2008; 이종영, 2005; 최경숙·백석운, 2004; 한기완, 2002)에서 주로 다루고 있고, 특히 쌓기나무를 활용한 공간 시각화 능력과 관련되어 있다(김양원, 2016; 윤명숙, 2006; 정영욱, 2004; 태혜경, 2001). 또한, 김유경·방정숙(2007)과 조영선·정영욱(2012)은 공간 방향을 강조하고는 있으나, 주로 쌓기나무

활동과 관련해서 다루고 있다.

그러나 최근 2015 수학과 교육과정에서 “쌓기 나무를 이용하여 여러 가지 입체도형의 모양을 만들고, 그 모양에 대해 위치나 방향을 이용하여 말할 수 있다.”(교육부, 2015, p. 10)와 같이 공간 방향에 해당하는 위치와 방향을 새롭게 도입하였다. 장혜원(2016)은 위치와 방향을 도입한 이유로 첫째, 우리나라의 경우 2차 교육과정까지는 실생활 맥락에서 방위를 포함한 위치와 방향을 지도하였다는 점, 둘째, 위치와 방향을 다루고 있는 누리 과정과의 연계가 필요하다는 점, 셋째, 학생들이 쌓기나무의 위치를 설명하는 데 어려움을 겪는다는 점을 들고 있다. 그러나 공간 감각을 강조하는 최근 수학교육의 동향을 고려할 때, 쌓기나무에 한정된 위치와 방향을 다룰 것이 아니라 공간 감각의 두 요인 중 하나인 공간 방향 요인을 고려하여 어떤 내용들을 다루어야 할지에 대한 좀 더 많은 논의가 필요하다.

따라서 본 연구에서는 공간 감각과 공간 방향에 대한 이론적 고찰과 우리나라, 싱가포르, 일본, 중국, 홍콩, 핀란드, 독일, 미국의 교육과정과 교과서에서 다루고 있는 공간 방향과 관련된 내용을 비교 분석함으로써 우리나라 초등학교 수학에서 공간 방향 지도를 위한 시사점을 제안하고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 공간 방향의 의미

인간의 공간 감각에 대한 연구는 오래 전부터 이루어져 왔다. 1883년 Galton이 인간의 직업과 관련된 공간 능력에 대한 체계적인 연구를 시작한 이후로 많은 사람들의 관심의 대상이 되어 왔고, 1920년대 중반 이후에는 공간 능력과 관련

된 요인 분석이 활발하게 이루어져 왔으며, 그 이후로 학생들의 공간 감각 능력에 대한 다양한 연구들이 지속되어 있다(Bishop, 1980; Clements & Battista, 1992; McGee, 1979; Tatre, 1990a).

공간 감각의 요인은 연구자들마다 분류하는 방식이 다르지만, McGee(1979)는 이전의 공간 감각과 관련된 요인 분석 연구들을 종합하면서, 공간 감각은 공간 방향과 공간 시각화의 서로 다른 두 가지 능력으로 구성된다는 점을 주장하였다. 본 연구에서는 McGee의 관점을 따라 공간 감각을 공간 시각화와 공간 방향으로 구분하고, 국내외의 연구자들을 중심으로 공간 방향의 의미와 하위요인에 대해 살펴보고 종합하고자 한다.

McGee(1979)는 공간 방향 능력을 “시각적 자극 패턴에서 요소들의 배열을 이해하고 공간적 배열이 제시되는 방향에 따라 공간의 방향을 결정하는 능력”(p. 893)으로 정의하였고, Thurstone (1944:한기완 2002에서 재인용)은 공간 방향 능

력을 제시된 모양이 다른 각도에서 조망할 때는 어떻게 보이는지를 상상하는 능력과 공간 내에서 자기 자신의 위치를 아는 능력으로 보았다.

Tatre(1990a, 1990b)는 공간 방향 능력을 재조직된 전체와 전체의 부분으로 다시 구분하였는데, 재조직된 전체는 “한 표현에서부터 다른 표현에 이르기까지의 그림 표현과 지각적 변화를 조직하고 이해”(Tatre, 1990b, p. 34)하는 능력, 전체의 부분은 “어떤 표현의 부분과 전체 장면의 관계”(Tatre, 1990b, p. 37)를 이해하는 능력을 말한다.

Del Grande(1990)는 공간 감각을 공간 시각화와 공간 방향으로 구분하지는 않았지만, 공간 감각의 하위 요인을 시각 작동적 조정, 도형 배경 지각, 지각의 일관성, 공간에서의 위치 지각, 공간 관계의 지각, 시각적 변별, 시각적 기억으로 구분하였는데, 이 중 공간에서의 위치 지각과 공간 관계의 지각은 공간 방향과 밀접한 관련이

<표 II-1> 여러 연구자들의 공간 방향의 하위 요인

공간 방향	Thurstone	McGee	Tatre	Del Grande	Clements
방향 감각	전후, 좌우, 상하 등 위치의 의미를 이해하고, 자기 자신의 위치를 파악하는 능력	배가 이동할 때, 각도, 높이, 이동 방향을 인식하는 것과 같이 주체의 움직이는 방향에 따라 공간의 방향을 결정하는 능력	주체의 몸을 중심으로 방향을 결정하는 능력	자신을 중심으로 대상들을 전후, 좌우, 상하로 파악하는 것과 같이 공간에 있는 대상을 자신과 관련된 것인 능력	전후, 좌우, 상하 등의 위치와 동서남북 등의 방위를 이용하여 자신의 위치와 대상들 간의 위치를 파악하는 능력
좌표 감각	자신이 있는 장소에서 위치를 파악하고, 목적지에 이르는 방법을 아는 능력				지도 체계와 좌표 체계를 이해하여 대상의 위치와 이동 경로를 알 수 있는 능력
거리 감각					주체와 대상, 대상들 간의 상대적인 거리나 실제적인 거리를 아는 능력
구조 감각	어떤 위치에서 본 공간적 배열을 이해하는 능력 제시된 모양이 다른 각도에서 바라볼 때 어떻게 보이는지를 상상하는 능력	겉면에 기호가 적힌 정육면체들이 같은 것인지 파악할 때와 같이 공간적 배열이 제시되는 방향의 변화에도 혼동하지 않는 능력 대상을 다른 각도에서 볼 때도 같음을 인식하고, 다양한 위치에서 시각화하는 능력	방향의 변화에도 공간적 배열을 혼동하지 않는 능력 다른 여러 각도에서 보았을 때 대상을 인식하는 능력	쌓기나무로 모양을 쌓을 때와 같이 위치, 방향, 거리 등을 고려하여 둘 이상의 대상들을 자신과 관련된 것거나 대상들끼리 관련된 것인 능력	여러 방향에서 찍은 사진이나 그림을 보고 바라본 위치를 알거나 어떤 위치에서 바라보았을 때 보이는 모습을 인식하는 능력

있다.

Clements(1999)는 공간 방향 능력을 “우리가 공간에서 어디에 위치해 있음을 알고 공간에서 이동해 가는 방법을 아는 능력”(p. 72)으로 정의하였고, 공간 방향 능력에 전후, 좌우와 같은 위치와 동서남북 등의 방위, 지도체계와 좌표체계의 이해 및 위치와 이동 경로 표현, 상대적인 거리나 실제 거리, 상대적인 위치와 어떤 위치에서 바라본 모습을 인식하는 것 등이 포함되는 것으로 보았다.

한편, 국내의 연구들을 살펴보면 한기완(2002), 이종영(2005), 최경숙·백석운(2004)은 Del Grande의 관점을 따라 공간 감각의 하위 요인을 구분하였고, 김유경·방정숙(2007)은 공간 방향을 방향 감각, 위치 감각, 물체의 구조 인식으로 구분하였고, 조영선·정영옥(2012)은 공간 방향을 방향 감각, 거리 감각, 위치 감각으로 구분하였다.

본 연구에서는 위에서 살펴본 연구자들의 의견을 종합하여, 공간 방향의 하위 요인을 방향 감각, 좌표 감각, 거리 감각, 구조 감각으로 구분하고자 한다. 본 연구에서 구분한 하위 요인별로 여러 연구자들의 요인을 재분류하면 <표 II-1>과 같다.

본 연구에서는 여러 연구자들의 관점을 바탕으로 공간 방향을 공간에서 자기 자신과 여러 가지 대상의 상대적 위치와 거리 관계를 이해하

고, 공간에서 위치, 방향, 거리를 알고 공간에서 이동해 가는 경로를 아는 능력(조영선·정영옥, 2012; Clements, 1999; McGee, 1979; Tatre, 1990b)으로 정의하고자 한다. 또한 <표 II-1>의 연구자들의 관점을 종합하여, 각 하위 요인에 대한 의미를 요약하면, <표 II-2>와 같다.

<표 II-2>를 살펴보면, 공간 방향의 하위 요인들은 서로 독립된 것이 아니라 서로 밀접한 관련을 가지며 함께 사용되는 경우가 많다. 특히 구조 감각은 공간 방향의 요인 중 방향 감각과 관련이 있지만 거리 감각이나 좌표 감각과는 관련이 적고, 공간 시각화 능력과 더 밀접한 관련을 가진다. 이는 공간의 대상을 위, 앞, 옆이나 동서남북 등 다양한 위치나 방향에서 바라본 모양을 인식하는 능력을 의미하는 것으로, 정영옥(2017)에서 살펴볼 수 있는 바와 같이 입체도형의 공간감각, 즉 쌓기나무로 쌓은 모양이나 공간의 대상을 위, 앞, 옆 등 다양한 방향에서 본 모양을 다룰 때 더 필요한 능력이고, 다른 나라 교과서에서는 우리나라의 입체도형의 공간감각과 관련된 단원들에서 다루어지고 있음을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 공간 방향의 요인 중 구조 감각을 제외하고, 방향 감각, 좌표 감각, 거리 감각을 중심으로 생각하고자 한다. 또한 방향 감각에서는 전후, 좌우, 상하와 관련된 위치, 동서남북의 4방위나 8방위와 관련된 방향, 좌표 감

<표 II-2> 공간 방향의 하위 요인

하위 요인	의미
방향 감각	전후, 좌우, 상하의 위치나 동서남북과 같은 방위를 이용하여 자신이나 대상의 상대적인 위치와 방향을 아는 능력
좌표 감각	공간에서 지도 체계와 좌표 체계를 이해하고 좌표를 이용하여 방향이나 위치 및 이동 경로를 아는 능력
거리 감각	공간에서 자신과 대상 또는 대상과 대상 사이의 원근이나 고저, 지도 체계와 좌표 체계에서의 거리와 축척을 파악할 수 있는 능력
구조 감각	공간의 대상을 바라본 위치를 방향과 각도, 원근 등을 이용하여 결정하는 능력과 공간의 대상들이 다양한 위치와 각도의 조망에서 어떻게 보이는가를 상상하는 능력

각에서는 지도 체계와 좌표 체계에서의 좌표와 이동 경로, 거리 감각에서는 지도 체계와 좌표 체계에서의 거리와 축척에 초점을 맞추고, 이런 공간 방향 내용 요소를 위치, 방향, 좌표, 경로, 거리로 간략히 표현하여, 이 요소들을 중심으로 우리나라, 싱가포르, 일본, 중국, 홍콩, 핀란드, 미국, 독일 교과서를 분석하고자 한다.

2. 공간 방향 관련 선행 연구

공간 방향에 관한 선행 연구는 공간 감각에 관한 선행 연구들에서 일부 찾아볼 수 있는데, 본 연구에서는 공간 감각에 관련된 연구를 크게 학생들의 공간 감각 관련 지도 내용 분석에 대한 연구, 공간 감각 능력 실태 조사에 대한 연구, 공간 감각 신장을 위한 프로그램 효과에 대한 연구들로 구분하여 살펴보고자 한다.

공간 감각 관련 지도 내용 분석에 대한 연구로 김현수(2010)는 우리나라 교과서와 네덜란드 교과서의 공간 감각 영역을 공간 시각화와 공간 방향 하위 요인으로 비교 분석하여, 네덜란드의 경우는 공간 시각화와 공간 방향의 하위 요인들을 어느 정도 균형 있게 다루는 반면, 우리나라의 경우는 공간 시각화에 치우쳐 있고, 공간 방향은 거의 다루고 있지 않다는 결과를 제시하고, 공간 감각의 의미를 고려한다면 공간 시각화와 공간 방향의 균형을 고려해야 함을 주장하였다. 한편, 정영옥(2017)은 입체도형의 공간 감각과 관련된 내용이 공간 시각화뿐만 아니라 공간 방향과 관련되어 있음을 고찰하고, 이를 바탕으로 우리나라, 핀란드, 네덜란드 교과서의 입체도형의 공간 감각 관련 내용을 분석하여, 핀란드와 네덜란드의 경우는 입체도형의 공간 감각과 관련해서 공간 시각화뿐만 아니라 공간 방향과 관련된 내용을 풍부하게 다루고 있는 반면, 우리나라의 경우는 공간 시각화에 초점이 맞추어져 있

고, 공간 방향의 구조 감각과 관련된 내용은 매우 제한적이라는 결과를 제시하였다.

공간 감각 능력 실태 조사에 대한 연구로 김유경·방정숙(2007)은 공간 감각의 요인을 공간 시각화와 공간 방향으로 구분하고, 쌓기나무를 포함한 입체도형의 공간 감각과 공간 추론 능력에 관련된 검사도구를 제작하고 학생들의 공간 시각화 능력과 공간 방향 능력을 조사하여 학생들의 공간 방향 능력이 공간 시각화 능력보다 낮다는 결과를 제시하였으며, 학생들이 사용하는 다양한 공간 추론 능력을 분석하였다. 조영선·정영옥(2012)은 공간 감각과 관련하여 공간 시각화와 공간 방향을 모두 포함하는 검사 도구를 제작하여, 4, 5, 6학년을 대상으로 공간 감각 실태를 조사한 결과, 공간 시각화 능력에 비해 공간 방향 능력이 낮으며, 학년에 따른 공간 방향 능력은 자연적으로 향상되는 부분은 있으나 공간 시각화 능력의 상승폭이 공간 방향 능력보다 훨씬 크며, 학년간의 차이는 학습 경험이 가장 큰 원인이라는 것을 분석하였다.

공간 감각 지도 프로그램의 효과에 대한 연구로 한기완(2002)은 공간 감각의 의미가 무엇인지 많은 국내외 연구자들에 대한 문헌 연구를 통해 공간 감각을 환경에 대한 사물에 대한 직감으로 대상에 가해진 어떠한 물리적인 변화를 인지하고 원래의 대상과 물리적 변화가 가해진 대상 사이의 공통점과 차이점을 인식할 수 있는 능력으로 보고, 초등학교에서 지도할 수 있는 공간 감각 관련 활동들과 McKim의 공간 시각화 학습을 위한 3단계 학습 등의 지도 방안을 제안하였는데, 그 내용으로 전후, 좌우, 상하 등을 기준으로 올바른 위치 나타내기와 같은 공간 방향 활동을 포함하였다. 윤명숙(2006)은 2학년의 쌓기나무 단원을 공간 방향과 공간 시각화 요인으로 분석하고, MiC 교과서를 분석한 것을 기반으로 현실적 맥락과 공간 방향과 공간 시각화를 고려

한 프로그램을 개발하여 2학년 대상으로 실시한 결과 공간 감각 신장, 특히 공간 방향 신장에 효과적이었음을 주장하였다.

공간 감각에 대한 연구의 대부분은 공간 시각화에 초점을 맞추고 있으며, 위에서 살펴본 공간 방향을 고려한 연구의 경우에도 구조 감각과 관련된 연구는 있지만, 방향 감각, 좌표 감각, 거리 감각과 관련된 위치, 방향, 좌표, 경로, 거리의 공간 방향 내용 요소에 대해서는 많이 다루고 있지 않다. 따라서 본 연구에서는 2015 교육과정에 새롭게 도입된 위치와 방향을 포함한 공간 방향과 관련해서 다른 나라 교육과정과 교과서에서는 어떤 내용들을 포함하여 다루고 있는지 살펴봄으로써 앞으로의 교육과정과 교과서 개발을 위한 기초를 마련하고자 한다.

III. 연구 방법

1. 교육과정과 교과서 분석 대상

본 연구에서는 외국의 교육과정과 교과서에서 공간 방향과 관련된 내용을 다루는 학년과 학년별 구체적인 내용 요소는 무엇인지를 알아보기 위해 7개 국가를 선정하였다. 동양권에서는 싱가포르, 일본, 중국, 홍콩, 서양권에서는 핀란드, 미국, 독일을 선정하였다. 각 국가의 최근 TIMSS와 PISA의 성취도 순위를 살펴보면 <표 III-1>과 같다(구자옥·김성숙·이혜원·조성민·박혜영, 2016; 김경희·시기라·김미영·옥현진·임해미 외, 2010; 김수진·박지현·김현경·진의남·이명진·김지영 외, 2012; 상경아·곽영순·박지현·박상욱, 2016; 송미영·임해미·최혁준·박혜영·손수경, 2013; 이미경·조지민·박선화·김경희·시기라·최성연 외, 2005; Lee, Sohn, & No, 2008). 이 때 TIMSS의 경우는 초등학교 4학년을 대상으로 한 결과이며, 우리나라의 경우 TIMSS 2011 이전에는 초등학교 4학년이 참여하지 않았기 때문에 TIMSS 2011과 2015만을 제시하였다. PISA의 경우는 만 15세를 대상으로 하는 평가라 초등학교 학생들의 성취도와는 다소 차이가 있을 수 있으나 한 가지 국제 평가보다는 대표적인 두 가지 국제 평가를 모두 고려하는 것이 각 국가의 성취도 수준을 알아보는 데 좀 더 적합할 것으로 판단되어, 이를 포함하였다.

<표 III-1>을 살펴보면, 싱가포르, 일본, 중국, 홍콩은 PISA나 TIMSS 등의 국제학업성취도평가에서 높은 성취도를 보인 국가이고, 핀란드는 TIMSS의 성취도는 높은 편은 아니지만 2003, 2006년 PISA에서 인지적 영역뿐만 아니라 정의

핀란드, 미국, 독일을 선정하였다. 각 국가의 최근 TIMSS와 PISA의 성취도 순위를 살펴보면 <표 III-1>과 같다(구자옥·김성숙·이혜원·조성민·박혜영, 2016; 김경희·시기라·김미영·옥현진·임해미 외, 2010; 김수진·박지현·김현경·진의남·이명진·김지영 외, 2012; 상경아·곽영순·박지현·박상욱, 2016; 송미영·임해미·최혁준·박혜영·손수경, 2013; 이미경·조지민·박선화·김경희·시기라·최성연 외, 2005; Lee, Sohn, & No, 2008). 이 때 TIMSS의 경우는 초등학교 4학년을 대상으로 한 결과이며, 우리나라의 경우 TIMSS 2011 이전에는 초등학교 4학년이 참여하지 않았기 때문에 TIMSS 2011과 2015만을 제시하였다. PISA의 경우는 만 15세를 대상으로 하는 평가라 초등학교 학생들의 성취도와는 다소 차이가 있을 수 있으나 한 가지 국제 평가보다는 대표적인 두 가지 국제 평가를 모두 고려하는 것이 각 국가의 성취도 수준을 알아보는 데 좀 더 적합할 것으로 판단되어, 이를 포함하였다.

<표 III-1> 국가별 TIMSS와 PISA의 학업 성취도 결과

국 가	TIMSS		PISA				
	2015	2011	2015	2012	2009	2006	2003
한 국	3	2	7	5	4	4	3
싱가포르	1	1	1	2	2		
일 본	5	5	5	7	8	10	6
중 국			마카오3	상하이1	상하이1	마카오8	
홍 콩	2	3	2	3	3	3	1
핀 란 드	17	8	13	12	6	2	2
미 국	14	11	40	36	30	34	28
독 일	24	16	16	16	15	20	19

<표 III-2> 국가별 수학과 교육과정 문서명과 출처

국 가	연도	교육과정 문서명과 출처	제정기관
한 국	2015	수학과 교육과정 http://ncic.kice.re.kr	교육부
싱가포르	2007	Mathematics Primary Syllabus. https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/2007-mathematics-(primary)-syllabus.pdf	Ministry of Education SINGAPORE(MES)
일 본	2008	小學校學習指導要領解説 - 數學編. http://ncic.kice.re.kr	文部科學省
중 국	2011	의무교육 수학과정표준 http://edu.qq.com/a/20120202/000094.htm	中化人民共和國教育部
홍 콩	2002	Mathematics Education. Key Learning Area Curriculum Guide (Primary 1-Secondary 3) http://www.edb.gov.hk/en/curriculum-development/kla/ma/curr/basic-education-2002.html	Curriculum Development Council(CDC)
핀 란 드	2004	National core curriculum 2004. http://www.oph.fi/download/47672_core_curricula_basic_education_3.pdf .	Finnish National Agency for Education(FNAE)
미 국	2000	Principles and standards for school mathematics.	National Council of Teachers of Mathematics(NCTM)
독 일	2012 2007	Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen Kernlehrplan für das Gymnasium-Sekundarstufe 1(G8) in Nordrhein-Westfalen Mathematik https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/	Ministerium für Schule und Weiterbildungdes Landes Nordrhein-Westfalen

적 영역에서의 높은 성취도로 많은 관심을 받은 국가이고, 독일은 최상위권은 아니지만 상위권을 계속 유지하면서 공간 방향을 오래 전부터 다른 대표적인 국가(정영욱, 2004)이며, 미국은 비록 성취도는 높은 편은 아니지만 전미수학교사협회(NCTM, 1992, 2007)에서 공간 방향을 강조하면서 이런 경향이 교과서에 반영되어 왔을 뿐만

아니라 다른 나라의 교육과정과 교과서에 영향을 끼친 국가이다. 국가별 분석 대상 교육과정을 정리하면 <표 III-2>와 같다.

각 국가의 분석 대상 교과서를 살펴보면, 우리나라는 2015 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서(교육부, 2017), 싱가포르는 My Pals Are Here!(Fong, Gan & Chelvi, 2016), 일본은 새로운

<표 III-3> 국가별 분석 대상 교과서

국 가	연도	교과서명	출판사
한 국	2017	수학 2-1	(주) 천재교육
싱가포르	2016	My Pals Are Here! 4A	Marshall Cavendish Education
일 본	2011	あたらしいさんすう1, 新しい算數 3上, 4下	東京書籍
중 국	2015	數學 一年級 上冊, 三年級 下冊, 五年級 下冊, 六年級 上冊, 六年級 下冊	人民教育出版社
홍 콩	2012	Effective Steps to Mathematics 2B, 5A	Pan Lloyds Publishers Ltd
핀 란 드	2012	Laskuitato 2-2, 4-1, 4-2, 5-1, 5-2, 6-2(Korean Edition)	WSOY pro, Ltd(솔빛길출판사)
미 국	2007	Everyday Mathematics. The University of Chicago School Mathematics Project. Student Math Journal 3-2, 4-1, 4-2, 5-2, 6-1	Wright Group/McGraw-Hill
독 일	2014 2008	Das Zahlenbuch 1, 2, 3, 4 Das Mathematikbuch 5	Ernst Klett Verlag GmbH

산수라는 의미의 あたらしいさんすう와 新しい算數(藤井齊亮·飯高 外, 2011), 중국은 數學(盧江楊剛 外, 2015), 홍콩은 Effective Steps to Mathematics(Pan Lloyds Publishers, 2012), 핀란드는 Laskutaito(WSOY, 2012), 미국은 Everyday Mathematics(Bell et al., 2007), 독일은 Das Zahlenbuch(Wittmann & Müller, 2014)와 Das Mathematikbuch(Affolter, Amstad, Doebeli, Wieland, 2008)이다. 이 때 각 교과서는 우리나라를 제외하면 여러 종류의 교과서가 있지만, 많은 학교에서 사용하고 있거나 공간 방향의 내용을 잘 반영한 교과서를 선정하였다. 국가별 분석 대상 교과서를 정리하면 <표 III-3>과 같다.

2. 교육과정과 교과서 분석 관점과 분석틀

본 연구는 공간 방향에 대한 이론적 고찰과 더불어 실제 외국 교육과정과 교과서에서 다루고 있는 공간 방향의 내용들을 분석함으로써 우리나라의 공간 방향 지도를 위한 구체적인 시사점을 제공하는 것을 목표로 하고 있다. 이런 목표를 달성하기 위한 분석 관점으로 첫째, 공간 방향과 관련해서 교육과정과 교과서의 지도 학년(군)과 학년별 내용을 개관하고, 둘째, 공간 방향 요인과 관련해서 방향 감각, 좌표 감각, 거리 감각 요인의 공간 방향 내용 요소별 교육과정과 교과서 내용을 분석하고, 셋째, 교과서에서 다루고 있는 공간 방향 내용 요소를 학습하는 데 사

용되는 현실 맥락을 분석한다. 이와 같은 분석 관점을 기반으로 교육과정과 교과서 분석틀을 제시하면 <표 III-4>와 같다.

공간 방향을 앞의 이론적 배경에서 살펴본 바와 같이 공간에서 자기 자신과 여러 가지 대상의 상대적 위치와 거리 관계를 이해하고, 공간에서 위치, 방향, 거리를 알고 공간에서 이동해 가는 방법을 아는 능력이라고 할 때, 공간 방향을 방향 감각, 좌표 감각, 거리 감각, 구조 감각으로 구분하였다. 앞에서 기술한 바와 같이 구조 감각은 방향 감각과는 관련이 있으나 오히려 공간 시각화를 중심으로 하는 입체도형의 공간 감각과 관련된 활동에 많이 필요한 능력이기 때문에 구조 감각은 제외하고, 방향 감각에서는 위치와 방향, 좌표 감각에서는 좌표와 경로, 거리 감각에서는 거리를 분석할 요소로 추출하였다. 이 때 좌표 감각과 거리 감각은 모두 지도 체계와 좌표 체계와 관련되지만, 좌표 감각은 좌표를 이용하여 방향이나 위치 및 이동 경로를 아는 능력이고, 거리 감각은 지도 위의 두 지점 사이의 거리와 측척을 이용한 실제 거리에 초점이 맞추어진다. 또한 교과서를 개발할 때는 교육과정에 제시된 공간 방향 관련 내용 요소들을 어떤 맥락을 통해 도입하고 발달시켜 나가는지가 매우 중요하기 때문에 공간 방향 요소별로 어떤 맥락들을 사용하는지 분석하고, 특징적인 맥락을 구체적으로 예시하였다. 또한 맥락을 분석할 때, 좌표 감각과 거리 감각의 좌표, 경로, 거리는 한

<표 III-4> 교육과정과 교과서 분석틀

분석 관점	분석 내용
지도 학년 내용	공간 방향 지도 학년과 학년(군)별 내용
방향 감각 요인	상하, 좌우, 전후 등을 이용한 상대적 위치와 4방위, 8방위 등의 방위를 이용한 상대적 방향(위치, 방향)
좌표 감각 요인	지도 체계, 평면 좌표, 공간 좌표에서의 좌표와 이동 경로(좌표, 경로)
거리 감각 요인	지도 체계, 좌표 체계에서의 측척과 거리(거리)
현실 맥락 요인	공간 방향 요소별 사용하는 맥락

맥락에 이 요소들이 함께 다루어지는 경우가 많아서 묶어서 분석하였다. 또한 분석 결과의 타당도를 높이기 위해 각 교과서의 구체적인 활동들의 목록에서 1차 분석, <표 IV-2>의 국가별 내용을 요약하면서 2차 분석, 국가별 내용을 기술하면서 3차 분석을 실시하여 서로 대조하고 보완하였다.

IV. 연구 결과

1. 공간 방향 관련 교육과정 비교 분석

공간 방향 관련 국가별 수학 교육과정에서 제시된 지도 학년과 구체적인 내용을 살펴보면, <표 IV-1>과 같다. 이 때 미국의 경우에는 공간 방향과 관련하여 CCSM(CCSSI, 2010)에서는 5, 6 학년에 제시하고 있으나, 본 연구에서 분석할 교과서는 NCTM(2007) 기준에서 제시하고 있는 내용을 반영하고 있으므로, 교육과정을 비교할 때, NCTM 기준의 내용을 제시하였다. 또한 국가에 따라서는 교육과정이 학년별로 제시되어 있지 않고, 학년군으로 제시되어 있다. 학년군으로 제시된 경우에는 표에서 학년을 묶어 제시하였다.

<표 IV-1>을 살펴보면, 한국은 1-2학년군, 싱가포르의 4학년, 일본은 1, 4학년, 중국, 홍콩, 핀

<표 IV-1> 국가별 수학 교육과정의 공간 방향 관련 학년(군)별 내용

국 가	학년(군)	교육과정 내용	공간 방향 요소
한 국	1-2	· 쌓기나무로 쌓은 모양의 위치와 방향 표현	위치
싱가포르	4	· 나침반의 8개의 점 인식	방향
일 본	1	· 친숙한 물체의 모양 관찰과 구성-전후, 좌우, 상하와 같은 방향과 위치에 관련된 용어로 물체의 위치 표현	위치
	4	· 물체의 위치 표시 방법	좌표
중 국	1-3	· 상하, 좌우, 전후를 이용한 위치 표시 · 동서남북을 이용한 방향 표시 · 동북, 서북, 동남, 서남을 이용한 물체의 위치와 방향 표시	위치, 방향
	4-6	· 구체적 상황에서 척도의 이해 및 지도상의 거리와 실제 거리의 환산 · 기준점에 따른 물체의 위치, 방향 및 거리 설정 · 간단한 노선에 대한 경로 표시 · 구체적 장면에서 격자 위에 수의 위치와 방향 표시	좌표, 거리, 경로 위치, 방향
홍 콩	1-3	· 4개의 방향 인식	방향
	4-6	· 나침반의 8개의 점 인식	방향
핀 란 드	1-2	· 주변 공간에서 공간 관계의 관찰과 기술	위치, 방향
	3-5	· 좌표 체계	좌표
미 국	K-2	· 공간에서의 상대적 위치 표현 · 공간 탐색에서 방향과 거리 기술 · ‘에 가까운’과 같은 간단한 관계에 있는 위치, 지도와 같은 좌표 체계에서 위치 표시	위치, 방향
	3-5	· 일상 언어와 기하 용어로 위치와 이동 기술 · 위치 확인과 경로 기술을 위한 좌표 체계 이해 · 좌표평면의 X축이나 Y축 위의 두 점 사이의 거리	위치, 좌표, 경로 거리
	6-8	· 기하 도형의 성질 표현과 조사를 위한 좌표체계 이용	좌표
독 일	1-2	· 선을 따라 그리기 · 공간에서 언어적 설명에 따라 방향 찾기 · 길에 대한 설명과 구체적 대상들 또는 그림으로 표현된 대상들 사이의 위치 관계 기술	방향, 위치, 경로
	3-4	· 도로 지도에서 방향 찾기 · 그림, 배열, 지도 및 상상에 의한 공간 관계 기술	좌표, 위치
	5-6	· 기본적인 평면도형과 무늬를 좌표평면 위에 표현	좌표

란드, 미국, 독일은 학년군 구분에는 약간 차이가 있지만 전 학년군에 공간 방향 관련된 내용이 포함되어있음을 알 수 있다. 이런 결과를 살펴보면, 한국과 싱가포르를 제외하면, 대부분의 분석 대상 국가들은 여러 학년(군)에 걸쳐 공간 방향과 관련된 내용을 계속 다루고 있음을 알 수 있다.

국가별 특성을 살펴보면, 한국은 위치, 싱가포르와 홍콩은 방향, 일본은 위치 등 공간 방향과 관련된 내용 요소가 많지 않지만, 핀란드는 위치와 방향, 좌표 체계, 독일은 방향, 경로, 위치, 그림이나 지도 등에서의 공간 관계, 좌표, 중국과 미국은 위치, 방향, 좌표, 경로, 거리에 대한 내용이 포함되어 있고, 중국은 특히 구체적 상황, 축척과 경로를 강조하고 있으며, 미국과 독일은 좌표평면 위에서의 도형을 강조하고 있음을 알 수 있다. 또한 미국의 경우 CCSM(CCSSI, 2010)에서는 K학년에 모양 인식과 기술-주변의 대상들의 상대적 위치를 위, 아래, 옆, 앞, 뒤, 가까이와 같은 용어로 기술, 5학년에 좌표평면에 점 나타내기를 활용한 문제해결, 6학년에 다각형을 좌표평면 위에 표현하기가 포함되어 있으며, 이는 NCTM(2007) 기준과 비교해 보면, 공간 방향에 대한 내용이 다소 간략해진 듯하나 문제해결이라는 표현이 매우 광범위한 뜻을 내포하고 있기 때문에 구체적인 내용을 교육과정에서 파악하기는 어려운 점이 있다. 따라서 본 연구에서는 공간 방향과 관련해서 좀 더 명확하게 기술하고 있고, 분석할 교과서 또한 NCTM을 근거로 만들어진 교과서이기 때문에 NCTM에서 제안한 내용을 분석하였다.

2. 공간 방향 요인 관련 교과서 비교 분석

교육과정 비교 분석을 통해 국가별로 공간 방향과 관련된 개략적인 내용을 파악할 수는 있지

만, 실제적으로 어느 학년에 어떤 내용을 어떤 활동을 통해 지도하고 있는지에 대해서는 알 수 없다. 따라서 이 절에서는 국가별 교과서의 공간 방향 관련 지도 학년과 학년별 단원의 공간 방향 관련 내용들을 간략하게 개관하고, 공간 방향 관련 요소들을 비교 분석하고자 한다.

가. 국가별 교과서의 학년별 공간 방향 관련 내용

국가별 교과서의 공간 방향 관련 지도 학년과 학년별 단원의 공간 방향 관련 내용들을 간략하게 살펴보면, <표 IV-2>와 같다.

<표 IV-2>를 살펴보면, 교육과정에서는 한국, 싱가포르, 일본을 제외하면, 다른 나라들은 공간 방향 관련 내용이 전 학년군에 포함되어 있었지만, 교과서를 살펴보면 실제로 다루는 학년에는 차이가 있는데, 홍콩은 두 학년에서만 다루고 있는 반면, 그 외의 나라들은 실제로 여러 학년에 걸쳐 다루고 있고, 저학년보다는 중학년과 고학년에 더 많은 내용을 다루고 있음을 알 수 있다. 미국의 경우는 앞에서 교육과정에서 K-2학년에 공간 방향에 대한 내용이 포함되어 있지만, 1, 2학년 교과서에서는 나타나고 있지는 않기 때문에, 이는 K학년에서 다루어지는 것으로 추측할 수 있다.

국가별 특성을 살펴보면, 우리나라의 경우 공간 방향 관련 내용은 2학년 1학기에 지도하고 있는데, 쌓기나무로 쌓은 모양에서 쌓기나무 하나를 기준으로 다른 쌓기나무를 전후, 상하로 나타내는 위치와 관련된 내용을 다루고 있지만, 그 외의 내용은 다루고 있지 않음을 알 수 있다.

싱가포르의 경우 공간 방향 관련 내용은 4A에서 지도하고 있는데, 방향과 관련해서는 각을 지도하는 단원에서 1, 2, 3, 4직각을 배운 후에 나침반을 이용하여 방위를 도입하고, 회전각과 연

<표 IV-2> 국가별 교과서의 학년별 공간 방향 관련 내용

국가	학년	단원명	공간 방향 지도 내용	공간 방향 요소	쪽
한국	2-1	2 여러 가지 도형	· 쌓기나무로 쌓은 모양에서 전후, 좌우, 상하로 쌓기나무 위치 표현	위치	51-52
싱가포르	4A	5. 각 ③ 회전과 나침반 위의 8개의 점	· 시계에서 회전각으로 12,3,4 각각 인식 · 8방위가 표시된 나침반에서 시계(반대) 방향과 회전했을 때 방향 표현과 회전각의 크기 · 격자 위에서 동서남북을 이용한 이동 경로	방향 경로	94-99
일본	1학년	13 모양 놀이 19 모양 만들기	· 여러 가지 물체도 모양을 만들 때 전후, 상하로 물체의 위치 표현 · 물체의 배열에서 좌우, 상하로 물체들의 위치 표현	위치	102-103 151
	3학년	3 원모양 조사 ①원	· 방위가 표시된 지도에서 조각에 맞는 장소 표현	방향	44
중국	4학년	16 작방체와 입방체 ④ 위치 표현 방법	· 평면좌표에서 점의 위치 표현 · 공간좌표에서 점의 위치 표현	좌표	106-107
	1-1	2 위치	· 상하, 좌우, 전후를 이용하여 사물, 물체 등의 상대적인 위치와 경로 표현	위치 경로	9-13
홍콩	1-2	1 위치와 방향	· 평면도, 조각도, 지도에서 동서남북 4방위를 이용하여 건물 등의 상대적인 방향과 경로 표현 · 나침반으로 8방위 도모와 이를 이용하여 평면도 지도에서 건물이나 장소의 방향과 경로 표현	방향 경로	2-10
	2-2	2 위치	· 격자 배열에서 학생 물체 글자 등의 위치에 대한 좌표 표현 · 좌표평면 위에서의 점의 좌표, 도형 그리기와 평행 이동 · 방위와 축척이 표시된 지도 위에 건물의 위치에 대한 좌표 표현과 이동 경로 · 지구상의 경로와 위도	좌표 경로	19-23
	3-2	2 위치와 방향	· 지도에서 건물, 물체 등의 위치와 이동 경로를 몇 도 방향과 m로 표현 · 축척과 방위가 표시된 평면도, 조각도에서 건물 등의 좌표, 방향과 거리 · 축척과 방위가 표시된 지도 위에서 방향, 거리, 이동 경로, 시간 속도 · 좌표평면 위에서 몇 도 방향과 몇 m 위치에 있는 점의 좌표	좌표 경로 방향 거리	19-27
	4-2	6 정리와 복소-도형과 위치	· 좌표평면에 좌표를 이용하는 방법과 방향과 거리로 나타내는 방법을 이용하여 장소 표현 · 지도에서 이동 경로	좌표 경로 방향 거리	94-95
	5-2	7 방향	· 동서남북의 방위가 표시된 격자면에 있는 물체들의 상대적 방향 표현 · 동서남북이 표시된 장면에서 각 방향과 여러 위치에서 볼 수 있는 물체 탐색 · 방위가 표시된 장면에서 이동 경로	방향 위치 경로	14-15
	6-2	7 방향	· 8방위와 상대적인 방향 · 지도 위에서 4방위, 8방위를 이용하여 건물 등의 상대적인 방향 표현	방향	14-15 21
핀란드	2-2	4 측정하기와 어렵하기	· 미로에서 이동 경로	경로	138,151
	4-1	4 도형-좌표	· 좌표평면 위의 점의 좌표와 점의 좌표를 연결하여 모양 그리기 · 8방위 표시된 격자 형태의 그림에서 상대적인 위치와 방향 이동 경로	좌표, 위치 방향, 경로	148-149 165
	4-2	4 단위와 좌표	· 좌표평면의 1사분면과 2사분면에 있는 점의 좌표와 좌표를 연결하여 모양 그리기 · 좌표평면 위에 사각형 그리기 · 좌표평면 위의 1-4사분면에 제시된 점의 좌표와 좌표를 연결하여 모양 그리기	좌표	148-151 150,160 179
	5-1	3 도형-원 각도 넓이 대칭 비율	· 8방위가 표시된 각도기에서 방향 전환할 때 시계 방향 시계 반대방향으로의 회전각	방향	145
	5-2	2 자료의 해석과 확률	· 좌표평면 위의 점들의 좌표와 좌표를 연결하여 모양 그리기 · 좌표평면의 평행이동과 사각형, 사각형 그리기 · 좌표평면 위에 원 그리기와 x 축, y 축과 접하는 점의 좌표 · 좌표평면 위에 제시된 점의 좌표와 점들의 좌표	좌표	44-45 70,74
	6-2	3 시간과 비율	· 축척이 제시된 지도에서 구간 경로와 실제 거리	경로, 거리	134
미국	3-2	10 측정과 자료 10·10 좌표평면 위에 점 그리기	· 좌표평면 위의 점의 좌표와 좌표를 연결하여 문자와 사각형 그리기	좌표	264
	4-1	6. 나뭇잎 지도에게 기의 측정 6·8 아일랜드 섬 관광지도 6·9 대륙별 지도에 장소 표시 6·11여행 경로 지도	· 방위와 축척이 제시된 지도에서 도시나 장소 사이의 상대적 방향 이동 경로, 거리 · 세계 지도에서 도시들의 좌표, 고도, 위도, 거리 · 세계 여행 일정 계획에 따라 지도 위에 여행 이동 경로와 이동 거리	방향 경로 좌표, 거리	161-162 164 171-173
	5-2	9. 좌표 넓이 부피 들어 9·1 거북이 그리기 보물찾기 게임 9·2 뚝딱네 그래프 지도 그리기	· 좌표평면 위의 점을 연결하여 거북이 그리기 짝끼리 상대편의 좌표 알아맞히기 게임 · 좌표평면 위의 점들을 연결하여 뚝딱네 모양 그리기와 첫째 좌표나 둘째 좌표를 두 배했을 때의 변화 살펴보고 좌표평면 위에 미국 지도 그리기와 도시들의 좌표	좌표, 경로	233 236-238
	6-1	5. 가하 합동 작도 평행선 5·4 평면좌표, 평면좌표 위의 다각형 선분의 중점 5·5 변환	· 음수를 포함한 좌표평면 위의 점의 좌표 · 음수를 포함한 좌표평면에 조각에 맞게 다각형 완성 선분의 중점, 끝점의 좌표 · 음수를 포함한 좌표평면 위에서 도형의 평행이동, 대칭이동, 회전이동	좌표	174-178 179-181
	1	원배열의 의사 도시 지도의 경로	· 원배열에서 전후, 좌우, 사이 반대 등을 이용하여 상대적인 위치 표현 · 격자 형태(7×7) 지도에서 건물의 상대적인 위치와 구간 경로와 거리	위치, 경로, 거리	83 84-85
	2	도시 지도의 경로	· 격자 형태(12×12) 지도에서 위치를 이용한 다양한 이동 경로와 구간 경로 거리 구하기	위치, 경로	104-105
독일	3	태양의 운행 평면도와 앞에서 본 모양 도시 지도의 경로 고속도로	· 학교 장면에서 동서남북의 도모와 물체의 위치와 방향 · 동서남북 표시 직육면체 3개가 포함된 평면도와 앞에서 본 모양으로부터 바리본 방향 탐색 · 격자 형태(10×7)에서 동서남북을 이용하여 가능한 이동 경로와 구간 경로 표현 · 축척과 고속도로, 거리가 표시된 독일 지도에서 가능한 이동 경로와 거리	위치, 방향 경로, 거리	48 80 81 82
	4	독일의 고속도로 도시 지도 Rissen 지역의 Naßschwarstein 성	· 축척과 고속도로, 거리가 표시된 독일 지도에서 남북, 동서 거리 아랍과 경로와 구간 거리 · 독일의 도시 사진과 지도에서 건물의 좌표, 이동 경로, 사진 찍은 장소 탐색 · 학생들이 사는 도시 지도에서 학교를 찾아보고 학교 가는 길 표시 · 성의 평면도와 동서남북에서 찍은 사진들을 보고 찍은 위치와 방향 성과 건물의 같이 측정 · 격자 형태(10×7)의 지도에서 이동 경로 표현과 모든 가능한 경로 표현 · 직육면체를 격자 위에 놓고 전후, 좌우로 회전하거나 회전 경로 탐색	거리, 경로 방향, 위치	10-11 74
	5	36 직육면체들의 앞에서 본 모양	· 동서남북 표시 직육면체 3개가 포함된 평면도와 앞에서 본 모양으로부터 바리본 방향 탐색	방향, 위치	98 99 123
	5	36 직육면체들의 앞에서 본 모양	· 동서남북 표시 직육면체 3개가 포함된 평면도와 앞에서 본 모양으로부터 바리본 방향 탐색	방향, 위치	77

결하고 있고, 경로와 관련된 문제는 한 문제 다루고 있지만, 좌표와 거리는 다루고 있지 않음을 알 수 있다.

일본의 경우 공간 방향 관련 내용은 1학년과 4학년 2학기에서 지도하고 있는데, 위치와 관련해서 1학년 모양 놀이 단원에서 전후, 좌우 등을 이용하여 물체들의 상대적인 위치를 나타내고, 모양 만들기 단원에서 사물함 배열에서 좌우, 상하 등을 이용하여 물체들의 위치를 표현한다. 3학년 1학기 원 단원에는 방향과 관련해서 4방위가 표시된 그림지도에서 두 성에서 각각 몇 cm씩 떨어진 곳의 장소를 표현하는 활동이 있는데, 교육과정에서는 방향이 제시되어 있지 않지만 교과서에는 포함되어 있음을 알 수 있다. 4학년 2학기 직방체와 입방체 단원에서는 좌표와 관련해서 가위 바위 보 게임 상황에서 격자 위의 두 학생의 위치를 표현하는 방법으로 통해 평면좌표를 도입하고, 헬리콥터 두 대의 위치를 나타내는 방법을 통해 공간좌표를 도입한 후에, 직육면체에서 왼쪽 아래 꼭짓점을 기준으로 다른 꼭짓점들의 위치를 나타낸다. 그러나 좌표평면 위에서 경로나 거리는 다루고 있지 않음을 알 수 있다.

중국의 경우 공간 방향 관련 내용은 1학년 1학기, 3학년 2학기, 5학년 2학기, 6학년 1학기, 6학년 2학기에서 지도하고 있는데, 1학년 1학기 위치 단원에서 도로 위의 교통수단, 학생들이나 동물들의 배열, 방 안의 물체들 사이의 위치를 다루며, 위치를 이용하여 이동 경로를 나타낸다. 3학년 2학기 위치와 방향 단원에서 천안문 주변, 학교, 동물원, 놀이공원 등 다양한 장면에서 동서남북 4방위, 8방위를 다루고, 방위를 이용하여 이동 경로를 나타낸다. 5학년 2학기 위치 단원에서는 책상 배열이나 영화관 좌석 등을 통해 평면좌표를 도입하고, 좌표를 연결하여 도형 그리기, 좌표평면 위에서 도형의 평행이동, 좌표평면

위에 그려진 동물원 안내도나 마을 지도 등에서 좌표와 이동 경로를 다룬다. 6학년 1학기에는 일기예보 상황에서 태풍의 중심과 이동 경로를 방향과 거리를 이용하여 좌표로 표현하고, 학교나 마을 지도 등에서 좌표와 이동 경로, 거리를 다룬다. 6학년 2학기에는 위치를 나타내는 데는 평면좌표를 이용하는 방법과 몇 도 방향과 거리를 이용하는 방법이 있음을 복습하고, 축척이 제시된 지도에서 방향과 거리로 집의 좌표, 집에서 학교까지의 이동 경로를 설명한다.

홍콩의 경우 공간 방향 관련 내용은 2학년 2학기, 5학년 1학기에서 지도하고 있는데, 2학년 2학기 방향 단원에서 방위를 이용하여 격자 위에 배열된 장난감들의 상대적인 방향 표현, 놀이터 장면에서 위치와 방향, 방위를 이용한 이동 경로를 다룬다. 5학년 1학기에는 방향 단원에서 8방위를 도입하고 마을 지도에서 방위를 이용한 상대적인 방향을 다룬다. 그러나 좌표나 거리는 다루지 않는다.

핀란드의 경우 공간 방향 관련 내용은 2학년 2학기, 4학년 1학기, 4학년 2학기, 5학년 1학기, 5학년 2학기, 6학년 1학기에서 지도하고 있는데, 2학년 2학기 측정하기와 어렵하기 단원에서 평면과 공간에서의 미로 찾기를 통해 이동 경로를 다루고, 4학년 1학기 도형 좌표 단원에서 좌표평면 위에 놓인 과일들의 배열을 통해 평면좌표를 도입하고, 좌표를 연결하여 모양 그리기, 8방위를 도입하고 좌표평면 위에 표시된 동물원 지도에서 위치와 방향, 이동 경로를 다룬다. 4학년 2학기 단위와 좌표 단원에서 1·4분면을 도입하고, 좌표를 연결하여 모양 그리기, 동물원 지도나 지역 지도에서 좌표를 다룬다. 5학년 1학기 도형 단원에서 방향과 관련해서 8방위가 표시된 각도를 사용해서 방향을 바꿀 때 시계 방향과 시계 반대 방향의 회전각 구하기를 다룬다. 5학년 2학기 자료의 해석과 확률 단원에서 좌표와 관

련해서 좌표평면에서 좌표 구하기, 모양과 도형 그리기, 좌표평면 이동을 다룬다. 6학년 2학기 시간과 비율 단원에서 축척이 표시된 지도에서 여러 지점들 간의 최단 경로와 실제 거리를 다룬다.

미국의 경우 공간 방향 관련 내용은 3학년 2학기, 4학년 1학기, 5학년 2학기, 6학년 1학기에 지도하고 있는데, 3학년 2학기에 측정과 자료 단원, 확률, 복습 단원에서 좌표와 관련해서 좌표평면에서의 순서쌍을 다루고, 4학년 1학기에 나뭇샘, 지도체계, 각의 측정 단원에서 섬의 구역 지도, 좌표평면 위의 캠핑장 지도 등에서 4방위의 방향, 이동 경로, 좌표, 축척을 이용한 거리 구하기, 대륙별 지도, 세계 지도에서 거리를 다룬다. 5학년 2학기에는 평면좌표를 집중적으로 다루며, 모양 그리기, 좌표 알아맞히기 게임, 대략적인 미국 지도 그리기 등에서 좌표와 경로를 다루고, 음수를 포함하는 좌표를 다룬다. 6학년 1학기에 기하 단원에서 좌표와 관련해서 1-4분면을 포함하는 좌표평면 위에서 도형과 도형의 변환을 다룬다. 위치의 경우에는 K 학년에서 다룬다. 미국의 경우 좌표체계에서 평면좌표뿐만 아니라 지도체계에서의 방향, 경로, 거리를 강조하고 있음을 알 수 있다.

독일의 경우 공간 방향 관련 내용은 1학년에서 5학년까지 지도하고 있는데, 도시 지도의 경로는 1학년에서 4학년, 고속도로는 3, 4학년, 옆

에서 본 모양은 3, 5학년과 같이 동일한 내용이 여러 학년에 반복되며 심화되고 확장되는 내용도 있고, 학년에 따라 새롭게 도입되는 내용도 있어서 학년이 올라갈수록 더 많은 내용을 다루고 알 수 있다. 1학년에서는 원배열로 앉은 학생들을 보며 위치를 다루고, 격자 형태의 마을 그림지도에서 상대적인 위치, 최단 경로, 거리를 다룬다. 2학년에서는 다양한 건물이 표시된 도시 지도에서 위치와 경로를 다룬다. 3학년에서는 학교장면에서 위치와 방향과 관련해서 4방위, 평면도와 옆에서 본 모양에서 직육면체 3개를 위에서 본 모양을 보고 동서남북에서 바라본 모양, 도시 지도에서 두 지점 사이의 최단 경로를 찾고 ONNO(동북북동)와 같이 표현, 축척이 제시된 독일의 고속도로 지도에서 최단 경로와 거리 구하기를 다룬다. 4학년에서는 축척이 제시된 더 상세한 독일의 고속도로 지도에서 최단 경로와 거리 구하기, 도시 지도에서 장소가 있는 구역과 경로 찾기, NeuSchwanstein 성의 평면도와 사진들을 보고 찍은 방향 찾기, 도시 지도의 경로에서 최단 경로 찾고 방위로 간단히 표현, 위치를 사용하여 직육면체 이동 표현을 다룬다. 5학년에서는 위치와 방향과 관련해서 직육면체들의 옆에서 본 모양을 다시 다루면서 심화한다. 독일의 경우는 1-4학년에서는 격자 형태의 마을 그림지도에서 시작하여 독일 지도를 다루면서 위치, 방위, 경로, 거리를 반복적으로 다루고 있고, 5학년

<표 IV-3> 국가별 공간 방향 요소 비교

요인 요소	방향 감각			좌표 감각			거리 감각	
	위치	방향		좌표				
		4방위	8방위	지도	평면	공간		경로
한국	○							
싱가포르		○	○		○		○	
일본	○	○			○	○		
중국	○	○	○	○	○		○	○
홍콩	○	○	○	○			○	
핀란드	○	○	○	○	○		○	○
미국	○(K)	○		○	○		○	○
독일	○	○		○	○		○	○

에는 도형과 관련해서 위치와 방향을 반복하고 있음을 알 수 있다.

전반적으로 볼 때, 우리나라, 싱가포르, 일본, 홍콩은 공간 방향을 간단하게 다루고 있는 반면, 중국, 핀란드, 미국, 독일은 매우 상세하게 다루고 있으며, 특히 중국은 분량도 많음을 알 수 있다.

나. 국가별 공간 방향 요소 비교 분석

국가별로 다루고 있는 공간 방향 요소를 비교 분석하면, <표 IV-3>과 같다.

<표 IV-3>에서 보는 바와 같이, 우리나라의 경우는 위치, 싱가포르는 방향, 좌표와 경로, 일본은 위치, 방향, 좌표, 홍콩은 위치, 방향, 좌표와 경로, 중국, 핀란드, 미국, 독일은 위치, 방향, 좌표, 경로, 거리를 모두 다루고 있다. 따라서 우리나라를 제외한 모든 나라가 방향과 좌표는 모두 다루고 있음을 알 수 있다. 이 때 일본, 미국, 독일은 4방위, 나머지는 모두 8방위까지 다루고 있으며, 홍콩과 중국은 8방위를 좀 더 확장시켜 30° 방향과 같은 일반각까지, 일본은 간단하지만 공간좌표도 다루고 있고, 중국은 각좌표까지 다루고 있음을 알 수 있다. 또한 우리나라와 일본을 제외한 모든 나라가 지도 체계와 좌표 체계에서의 이동 경로를 다루고 있으며, 중국, 핀란드, 미국, 독일은 거리까지 다루고 있음을 알 수 있다. 앞에서 살펴본

교육과정 내용과 비교하면 우리나라와 중국을 제외한 모든 나라들은 교과서에서 더 많은 공간 방향 내용을 다루고 있음을 알 수 있다.

3. 공간 방향 요소별 내용과 현실 맥락 관련 교과서 비교 분석

이 절에서는 앞에서 살펴본 전반적인 내용을 바탕으로 좀 더 구체적으로 국가별로 다루고 있는 공간 방향 내용 요소별로 방향 감각의 위치, 방향, 좌표 감각의 좌표와 경로 및 거리 감각의 거리와 관련하여 어떤 내용과 맥락을 다루고 있는지 비교 분석하고자 한다. 이 때 좌표 감각과 거리 감각에 해당하는 좌표, 경로, 거리 요소는 교과서에서 한 맥락 내에서 함께 다루어지는 경우가 많기 때문에, 본 연구에서도 함께 분석하고자 한다.

가. 방향 감각과 관련된 내용과 맥락 비교 분석

1) 위치와 관련된 내용과 맥락 비교 분석

위치와 관련된 국가별 지도 내용과 맥락을 살펴보면, <표 IV-4>와 같다.

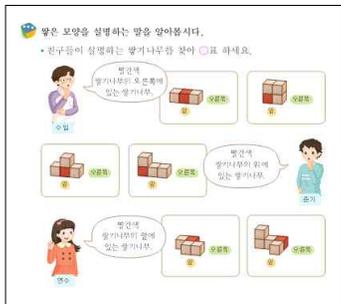
<표 IV-4>를 살펴보면, 한국은 [그림 IV-1]과 같이 쌍기나무 맥락에서 위, 앞, 오른쪽을 다루고 있고, 일본은 [그림 IV-2]와 같이 여러 가지

<표 IV-4> 위치에 관련된 국가별 지도 내용과 맥락

국가	학년	내용	맥락
한 국	2-1	전후, 좌우, 상	· 쌍기나무로 쌓은 모양
싱가포르			
일 본	1	상하, 전후	· 물체들로 모양 만들기 · 사물함 배열
중 국	1상	상하, 좌우, 전후	· 다리 위아래의 교통수단 · 책과 필통의 배열 · 몸의 여러 부분 · 학생들의 배열
홍 콩	2B	좌우	· 동물들의 배열 · 방 안에 있는 사물들
핀 란 드	2-2	상하, 좌우, 전후	· 놀이터 장면
미 국			· 미로
독 일	1	좌우, 상하, 전후, 사이, 옆, 반대쪽	· 학생들의 원배열 · 도시 그림지도에서 경로

물체로 모양을 만들면서 물체를 어느 쪽에 놓아야 할지, 사물함 배열에서 위, 아래에서 몇째에 해당하는 물체를 알아보며 상하, 전후, 좌우를 다룬다. 중국은 [그림 IV-3], [그림 IV-4]와 같이 도로, 방, 몸, 학생들의 배열 등 아주 다양한 맥락에서 상하, 좌우, 전후를 다루며, 홍콩은 [그림 IV-5]와 같이 놀이터 장면에서 남쪽을 바라보았을 때 왼쪽에 보이는 것을 찾으려 좌우를 다룬다. 핀란드는 평면과 공간의 미로 찾기를 통해, 독일은 [그림 IV-6]과 같이 학생들의 원배열에서 좌우, 사이, 옆, 반대쪽, 그림지도에서 길을 찾을 때, 좌우, 상하, 전후를 다룬다.

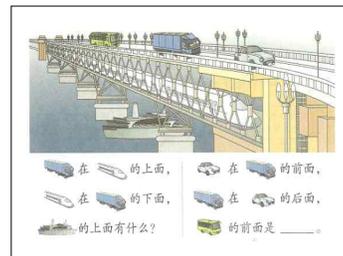
위치와 관련해서 살펴보면, 전반적으로 모든 나라가 전후, 좌우, 상하를 다루고 있으며, 홍콩은 좌우만, 독일은 사이, 맞은편과 같은 내용도 다루고 있음을 알 수 있다. 또한 중국, 홍콩, 핀란드, 독일의 경우는 전후, 좌우, 상하를 이용하여 상대적 위치를 표현할 때, 기준이 고정된 것이 아니라 기준을 계속 바꾸면서 기준이 바뀌었을 때 상대적인 위치가 어떻게 바뀌는지를 강조하고 있음을 알 수 있다. 맥락과 관련해서 살펴보면, 우리나라는 쌓기나무 맥락에서만 위치를 다루고 있는 반면, 다른 나라의 경우 주변의 사물이나 학생들 자신이나 집이나 학교와 학교 주변의 다양한 현실적 맥락을 사용해서 위치를 다루고 있음을 알 수 있다.



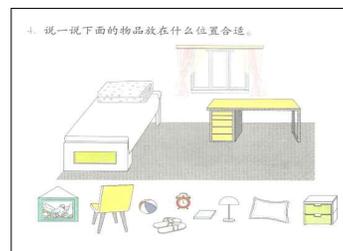
[그림 IV-1] 한국 2-1의 위치 (교육부, 2017, p. 5)



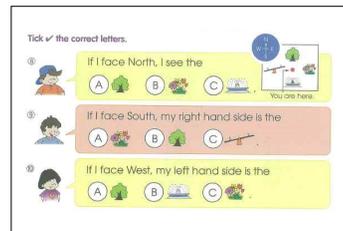
[그림 IV-2] 일본 1의 위치 (藤井齊亮 外, 2011, p. 102)



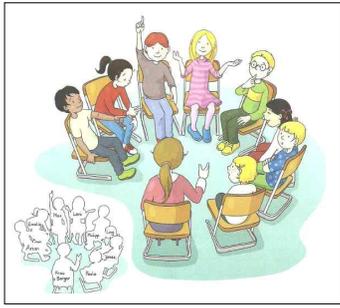
[그림 IV-3] 중국 1상의 위치 (盧江楊剛 外, 2015a, p. 9)



[그림 IV-4] 중국 1상의 위치 (盧江楊剛 外, 2015a, p. 12)



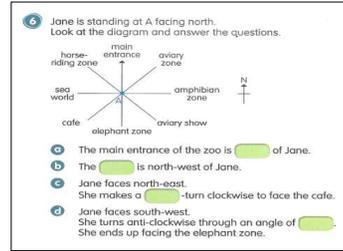
[그림 IV-5] 홍콩 2B의 위치 (Pan Lloyds Publishers, 2012, p. 15)



[그림 IV-6] 독일 1의 위치

(Wittmann et al., 2014a, p. 83)

같이 그림지도에서 4방위가 도입되지만 더 이상 상세하게 다루지는 않는다.



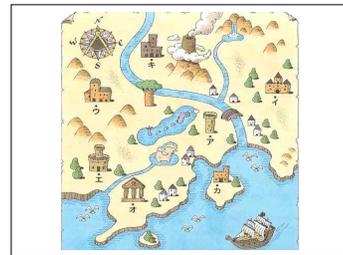
[그림 IV-7] 싱가포르 4A의 방향

(Fong et al., 2016, p. 97)

2) 방향과 관련된 내용과 맥락 비교 분석

방향과 관련된 국가별 지도 내용과 맥락을 살펴보면, <표 IV-5>와 같다.

<표 IV-5>를 살펴보면, 싱가포르는 나침반을 통해 4방위를 도입하고, [그림 IV-7]과 같이 동물원 장면에서 여덟 방향에 동물들이 놓여 있고 한가운데 A를 중심으로 정문, 동물 우리 등의 방향을 찾고, A가 회전했을 때 시계방향인지 시계반대방향인지를 다룬다. 일본은 [그림 IV-8]과



[그림 IV-8] 일본 3상의 방향

(藤井齊亮·飯高 外, 2011b, p. 44)

<표 IV-5> 방향에 관련된 국가별 지도 내용과 맥락

국가	학년	내용	맥락
한 국			
싱가포르	4A	4방위, 8방위, 시계 (반대) 방향의 회전각	· 각과 관련된 나침반 · 동물원에서 각 동물의 방향
일 본	3상	4방위	· 박물관 지도
중 국	3하	4방위, 8방위	· 천안문 근처 사진과 평면도 · 평면도로 제시된 학교 안 내도, 동물원 안내도 · 학교 장면, 교실 장면, 방 장면, 마을 장면, 학교 주변 장면, 동물들의 집, 학교 교와 학생들의 집, 도로 위의 상점들, 도시의 중심가, 놀이공원의 놀이기구, 동물 거주지
			· 중국 지도에서 오대 명산, 학생의 고향을 중심으로 북경의 위치 · 나침반 · 북두칠성, 풍향, 철새의 이동
홍 콩	2B	4방위	· 격자 위에 놓인 장난감 · 놀이터 장면
	5A	4방위, 8방위	· 격자 위의 마을지도 · 도형 모양 · 마을 그림지도
핀 란 드	4-1	8방위	· 동물원 장면
	5-1	8방위, 시계 (반대) 방향의 회전각	· 360° 각도기
미 국	4-1	4방위	· 아일랜드 섬 지도
독 일	3	4방위	· 학교와 주변 장면 · 동서남북 표시와 격자 위의 직육면체 3개의 위치
	4	4방위	· 성의 사진 찍은 위치와 방향

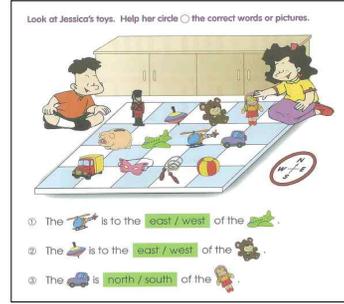


[그림 IV-9] 중국 3하의 방향
(盧江楊剛 外, 2015b, p. 2)

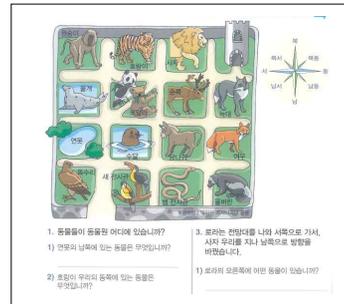
중국은 [그림 IV-9]와 같이 천안문 주변의 사진과 북쪽이 표시된 평면도를 통해 방위를 도입하고 건물들의 방향을 다루며, [그림 IV-10]과 같이 동쪽에 태양이 떠 있는 학교 장면에서 각 건물들의 방향을 다루며, 교실, 방, 마을, 놀이공원 등 다양한 장면에서 4방위, 8방위를 다룬다. 홍콩은 [그림 IV-11]과 같이 격자 위의 장난감들과 더불어 4방위를 도입하고, 헬리콥터는 비행기의 동쪽과 같이 상대적인 방향을 다루고, 놀이터 장면에서 여러 물체들의 방향, 마을 지도에서 4방위를 다루고, 색종이를 접어 8방위를 표현하고 마을지도에서 8방위를 다루며, 방향에 대한 설명을 듣고 도형 그리기를 다룬다. 핀란드는 [그림 IV-12]와 같이 동물원 안내도와 같이 8방위를 도입하고, 동물들의 상대적인 방향을 다루고, 360° 각도기를 통해 시계 방향과 시계 반대 방향의 회전각을 다룬다.



[그림 IV-10] 중국 3하의 방향
(盧江楊剛 外, 2015b, p. 7)

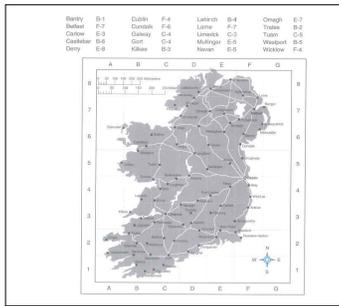


[그림 IV-11] 홍콩 2B의 방향
(Pan Lloyds Publishers, 2012, p. 14)

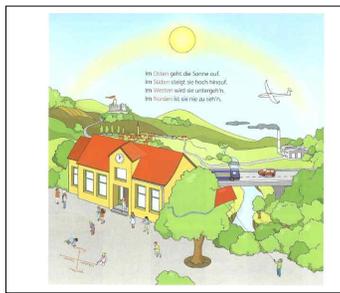


[그림 IV-12] 핀란드 4-1의 방향
(WSOY, 2012b, p. 165)

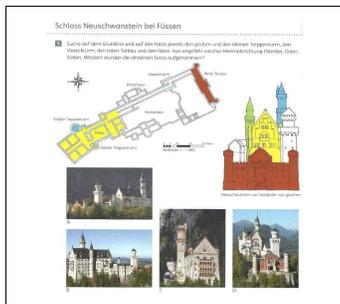
미국은 [그림 IV-13]과 같이 아일랜드 섬의 구역 지도와 더불어 4방위를 도입하고, 지도에서 도시들이 속한 구역을 찾고, 도시 사이의 상대적인 방향을 다룬다. 독일은 [그림 IV-14]와 같이 태양이 떠 있는 학교와 주변 장면에서 ‘동쪽에서 태양이 뜨고, 서쪽으로 태양이 진다.’ 등의 설명과 함께 방위를 알 수 있는 방법을 논의하고, 운동장에 그려진 방위표시를 살펴보고, 그림 장면에 있는 바람, 강, 트럭이 가는 방향에 대해 알아보고, 자신들의 학교에 대한 스케치와 방위를 다룬다. 또한 [그림 IV-15]와 같이 NeuSchwanstein 성의 평면도와 방위, 여러 방향에서 찍은 사진들을 제시하고 어느 방향에서 찍은 것인지 알아본다.



[그림 IV-13] 미국 4-1의 방향
(Bell & Isaacs et al., 2007b, p. 161)



[그림 IV-14] 독일 3의 방향
(Wittmann et al., 2014c, p. 48)



[그림 IV-15] 독일 4의 방향
(Wittmann et al., 2014d, p. 98)

방향과 관련해서 살펴보면, 우리나라를 제외한 모든 나라는 4방위를 공통으로 다루며, 싱가포르, 홍콩, 중국, 핀란드는 8방위까지, 싱가포르와 핀란드는 8방위를 다루면서 시계 방향과 시계 반대 방향의 회전과 관련된고 있음을 알 수 있다. 또한 위치에서와 마찬가지로 상대적인 방향

을 강조하고 있다. 맥락과 관련해서 살펴보면, 전체적으로 대부분의 국가들은 학생들에게 친숙한 학교, 동물원이나 놀이터의 평면도나 간단한 마을 지도와 같은 현실적 맥락을 활용하여 4방위나 8방위와 더불어 상대적인 위치와 방향을 다루고 있으며, 미국이나 중국은 좀 더 복잡한 지도를 사용하고 있고, 특히 중국의 경우는 천안문, 학교, 마을, 도시, 놀이공원, 동물원, 오대 명산 등 매우 다양한 맥락을 다루고 있음을 알 수 있다.

나. 좌표 감각과 거리 감각과 관련된 내용과 맥락 비교 분석

좌표 감각과 거리 감각의 좌표와 경로, 거리와 관련된 국가별 지도 내용과 맥락을 살펴보면, <표 IV-6>과 같다.

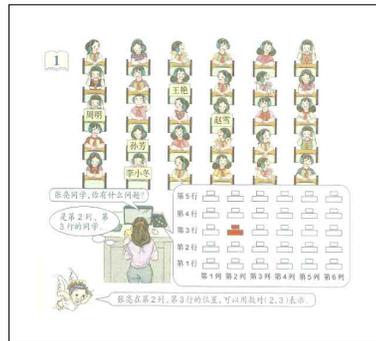
<표 IV-6>을 살펴보면, 싱가포르의 [그림 IV-16]과 같이 한 문제에서 이동 경로에 대한 설명을 듣고 출발 위치의 좌표를 찾는 활동을 통해 평면좌표를 다루지만, 다른 좌표체계는 다루지 않으며 축척과 관련된 거리도 다루지 않는다. 일본은 가위 바위 보에서 바위, 가위, 보로 이기면 각각 세로 1cm, 가로 1cm, 세로나 가로 1cm 이동해서 결승점에 먼저 도착하는 사람이 이기는 게임에서 좌표평면에 두 학생들의 위치를 나타내는 것을 다룬 후에 [그림 IV-17]과 같이 공간에 떠 있는 헬리콥터 두 대의 위치를 표현하는 것을 통해 공간좌표를 도입하며, 직육면체에서 왼쪽 아래 꼭짓점을 기준으로 다른 꼭짓점의 좌표를 나타내면서 익힌다. 그러나 이동 경로나 축척과 거리는 다루지 않는다.

중국은 1학년부터 6학년에 이르기까지 지도체계, 평면좌표, 각좌표와 같은 다양한 좌표체계를 다루는데, 우선 끝벌과 과일이 그려진 그림지도에서 이동 경로를 다루고, 학교, 마을, 동물원 지도 등

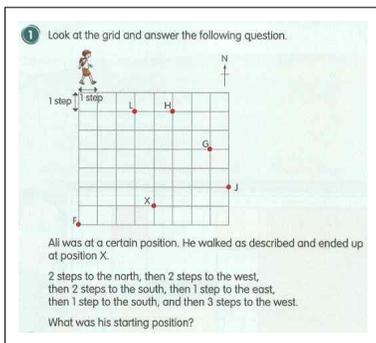
<표 IV-6> 좌표, 경로, 거리에 관련된 국가별 지도 내용과 맥락

국가	학년	내용	맥락
한국			
싱가포르	4A	평면좌표, 경로	· 격자 위의 이동 경로와 출발 위치
일본	4하	평면좌표 공간좌표	· 가위 바위 보 게임에서 두 학생의 위치를 좌표평면 위에 표시 · 헬리콥터 두 대의 위치를 공간좌표 위에 표시 · 직육면체 꼭짓점의 공간좌표 표현
중국	1하	지도체계, 경로	· 꿀벌과 과일들이 그려진 그림지도에서 꿀벌의 이동 경로
	3하	지도체계, 경로	· 학교 안내도, 마을, 학교 주변, 집 주변, 동물원 안내도, 중국 그림지도에서 위치, 방향, 이동 경로
	5하	평면좌표, 경로	· 학생들의 책상 배열, 영화관 좌석, 동물원 안내도, 한약재 서랍들의 배열, 체스판 등 격자나 좌표평면에서의 위치와 이동 경로 · 도형의 꼭짓점 구하기나 점들이나 색칠한 칸을 연결하여 모양 그리기 · 지구의 경도와 위도
	6상	각좌표, 경로, 거리	· 일기예보 상황에서 축척이 표시된 그림지도에 태풍의 중심과 도시의 위치, 태풍의 이동 경로, 거리 · 축척이 표시된 마을 지도, 학교 평면도, 길 안내도, 버스 노선 안내도, 도시 중심지도, 석유탐사대, 동물원 안내도, 중국 그림지도나 지도 등에서 각도와 거리로 위치 표시, 이동 경로, 거리
홍콩	6하	평면좌표와 각좌표 각좌표, 거리 경로	· 학교 주변 지도 · 1:20000 학교 주변 지도 · 지역 지도에서 집과 학교 이동 경로
	2B 5A	지도체계, 경로 지도체계	· 간단한 그림지도에서 방위를 이용하여 집에 가는 경로 · 방위가 표시된 격자 위의 마을 그림지도에서 상대적 위치 · 마을 그림지도에서 위치
핀란드	2-2	지도체계	· 미로 찾기
	4-1	지도체계 평면좌표	· 동물원 지도에서 위치와 이동 경로 · 좌표평면 위의 과일들의 배열 · 모양 그리기
	4-2	평면좌표, 1-4사분면	· 모양, 도형 그리기 · 동물원 지도 · 좌표평면 위의 성들의 좌표
	5-2	평면좌표 좌표평면의 이동	· 보트, 집들의 좌표 · 삼각형, 사각형, 원 그리기
	6-2	지도체계, 경로, 거리	· 축척이 1:10000인 지역 지도에서 여러 지점들 사이의 최단 경로와 실제 거리
미국	3-2	평면좌표	· 문자, 사각형 그리기
	4-1	지도체계, 경로, 거리 평면좌표	· 축척이 표시된 아일랜드 섬 지도, 캠퍼장 그림지도, 대륙별 세계 지도에서 위치, 방향, 이동 경로, 거리 · 세계 지도에서 여행 일정과 경로, 거리 · 좌표와 순서쌍
	5-2	평면좌표, 1-4분면, 경로	· 거북이, 뚝단배 등 모양, 미국 지도 · 상대방의 좌표를 알아맞히는 보물찾기 게임에서 이동 경로
	6-1	평면좌표, 1-4분면, 도형과 변환	· 다각형 그리기와 변환
독일	1	지도체계, 경로, 거리	· 도시 그림지도에서 위치와 최단 경로와 거리(7×7)
	2	지도체계, 경로, 거리	· 도시 그림지도에서 위치와 최단 경로와 거리(12×12)
	3	지도체계, 경로, 거리	· 도시 그림지도에서 위치, 방향, 최단 경로와 거리(10×7) · 축척, 고속도로와 주요 도시가 표시된 독일 지도에서 도시의 위치, 도시 사이의 모든 가능한 경로와 최단 경로, 거리
	4	지도체계, 경로, 거리	· 도시 그림지도에서 위치, 방향, 모든 가능한 경로와 거리 · 축척, 고속도로와 도시들이 포함된 독일 지도에서 도시의 위치와 도시 사이의 모든 가능한 경로와 최단 경로, 거리 · Rothenburg 사진과 구역지도에서 위치와 경로 · 학생들이 사는 도시 지도 · 방위와 축척이 표시된 독일 지도에서 NeuSchwanstein성 위치

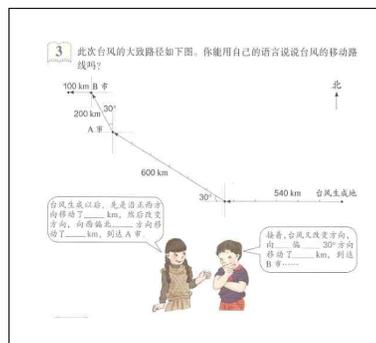
다양한 그림지도와 중국 지도에서 이동 경로를 다루며, [그림 IV-18]과 같이 교실의 책상 배열, 영화관 좌석 배열 등을 통해 평면좌표를 도입하고 위치와 이동 경로를 다루고, 좌표평면에서 도형의 좌표나 모양 그리기를 다룬다. 태풍에 대한 일기예보를 통해 축척이 표시된 그림지도에서 각도와 거리로 위치를 나타내는 각좌표를 도입하고, [그림 IV-19]와 같이 태풍의 이동 경로와 거리를 알아보며, 마을이나 학교, 버스노선 안내도 등과 같은 축척이 표시된 그림지도에서 각좌표를 이용하여 위치를 나타내고, 이동 경로와 거리를 알아본다.



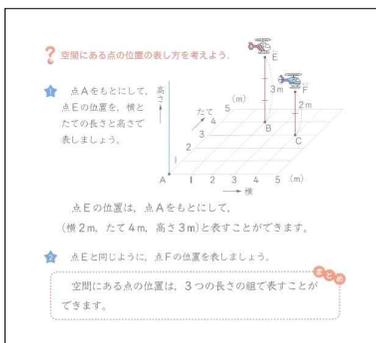
[그림 IV-18] 중국 5하의 좌표 (盧江楊剛 外, 2015d, p. 19)



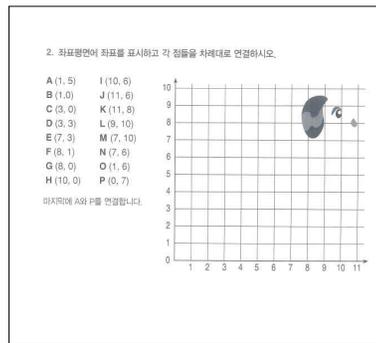
[그림 IV-16] 싱가포르 4A의 좌표 (Fong et al., 2016, p. 99)



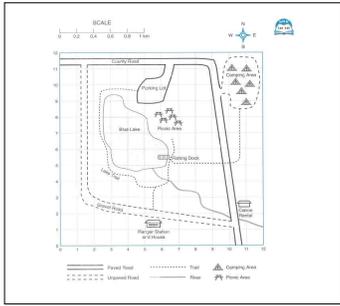
[그림 IV-19] 중국 6상의 좌표, 경로, 거리 (盧江楊剛 外, 2015e, p. 22)



[그림 IV-17] 일본 4하의 좌표 (藤井齊亮 · 飯高 外, 2011c, p. 107)



[그림 IV-20] 핀란드 4-1의 좌표 (WSOY, 2012b, p. 149)



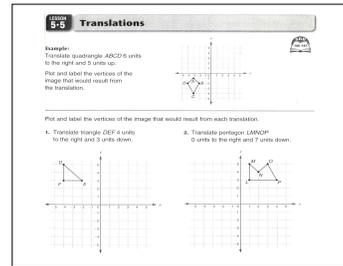
[그림 IV-21] 미국 4-1의 좌표, 경로, 거리
(Bell & Isaacs et al., 2007b, p. 162)

홍콩은 지도체계 중 그림지도를 강조하는데, 간단한 그림지도에서 집에 가는 경로, 마을 그림 지도에서 상대적 방향을 다룬다. 그러나 실제 지도나 좌표평면은 다루지 않으며 축척에 의한 거리도 다루지 않는다. 핀란드는 동물원 그림지도에서 동물들이 있는 장소를 찾아가는 이동 경로를 다루고, 좌표평면 위의 과일들의 배열을 보고 평면좌표를 다루고, [그림 IV-20]과 같이 좌표평면 위에 강아지와 같은 모양과 도형 그리기를 다룬다. 또한 평면좌표도 1사분면에서 4사분면까지 모두 다루고 좌표평면의 이동도 다룬다.

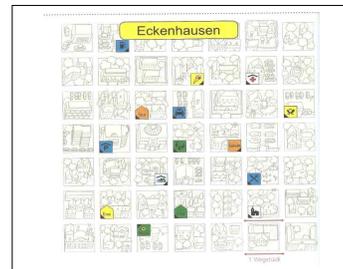
미국은 지도체계와 평면좌표를 강조하는데, [그림 IV-13]과 같이 아일랜드 섬의 지도, 대륙별 세계지도와 세계지도를 통해 지도체계를 다루고, 이동 경로와 축척을 다루며, [그림 IV-21]과 같이 좌표평면 위에 제시된 캠프장 그림지도를 통해 평면좌표를 다룬다. 이와 같이 미국은 실제적인 지도를 강조하고, 평면좌표에서의 모양과 도형 그리기 및 변환을 강조한다. 또한 한 가지 상황에서 위치, 방향, 좌표, 경로, 거리를 복합적으로 다룬다.

독일은 지도체계를 강조하는데, [그림 IV-23]과 같이 도시 그림지도를 1학년에서 4학년까지 계속 다루면서 건물의 위치, 건물 사이의 모든 가능한 경로와 최단 경로 및 거리를 점점 더 심화하고 확대하며, [그림 IV-24]와 같이 고속도로와

주요 도시 사이의 거리가 표시된 독일 지도에서 도시의 위치, 도시 사이의 여러 경로와 최단 경로 및 거리를 지속적으로 다룬다. 또한 도시 지도에서 건물의 위치, 건물에 갈 수 있는 길 찾기, 사진을 찍은 위치를 찾아보고, 학생들이 사는 도시의 지도를 보고 위치와 경로를 다루게 하며, 실제 독일 지도에서 NeuSchwanstein성의 위치를 찾아본다.



[그림 IV-22] 미국 6-1의 좌표
(Bell & Bretzlauf et al., 2007e, p. 179)



[그림 IV-23] 독일 1의 좌표, 경로, 거리
(Wittmann et al., 2014a, p. 84)



[그림 IV-24] 독일 4의 좌표, 경로, 거리
(Wittmann et al., 2014d, p. 10)

좌표 감각과 거리 감각에 대해 살펴보면, 전체적으로 좌표와 관련하여 일본을 제외한 다른 국가들은 지도 체계를 다루고 있으며, 미국과 독일은 다양하고 복잡한 지도까지 다루고 있음을 알 수 있다. 또한 홍콩과 독일을 제외하면 다른 국가들은 좌표체계 중 평면좌표들을 다루며, 핀란드와 미국은 1:4분면을 모두 다루고, 일본은 공간좌표, 중국은 간단한 각좌표의 형태도 다루고 있음을 알 수 있다. 또한 핀란드와 미국의 경우는 평면좌표와 관련하여 모양 그리기나 도형 그리기, 도형의 변환을 강조하고, 특히 핀란드는 좌표 평면의 이동도 다루고 있음을 알 수 있다. 경로와 관련하여 일본을 제외한 다른 국가들은 모두 이동 경로를 다루고 있으며, 홍콩, 핀란드, 독일은 지도 체계에서만, 싱가포르를 좌표 체계에서만, 중국과 미국은 지도 체계와 좌표 체계에서 모두 이동 경로를 다루고 있다. 거리와 관련하여 일본, 싱가포르, 홍콩을 제외한 다른 국가들은 축척과 거리를 모두 다루고 있으며, 미국과 독일은 실제적인 지도를 사용한 축척과 거리를 강조하고 있음을 알 수 있다. 맥락과 관련하여 살펴보면, 대부분의 국가들은 물체들의 격자 배열이나 마을이나 동물원의 그림지도로부터 축척이 표시된 도시, 지역, 국가, 세계 지도에 이르기까지 다양한 현실적 맥락을 이용하여 좌표, 경로, 거리 등을 다루고 있음을 알 수 있다. 특히, 중국의 경우에는 학교, 동물원, 버스 노선, 길 안내도, 집, 학교, 마을 등 다양한 그림지도나 도시나 국가의 지도, 책상, 영화관 좌석, 서랍, 체스판 등 다양한 격자 배열, 태풍의 이동 경로 등 다양한 현실적 맥락을 사용하고 있음을 알 수 있다.

V. 결론

본 연구에서는 공간 감각에서 공간 시각화와

공간 방향의 의미와 하위 요인을 살펴보고, 이를 바탕으로 한국, 싱가포르, 일본, 중국, 홍콩, 핀란드, 미국, 독일의 공간 방향 관련 교육과정과 교과서를 비교 분석하여, 우리나라의 공간 방향 지도를 위한 시사점을 제공하고자 하였다.

공간 방향은 공간 감각의 한 하위 요인으로 공간에서 자기 자신과 여러 가지 대상의 상대적 위치와 거리 관계를 이해하고, 공간에서 위치, 방향, 거리를 알고 이동해 가는 방법을 아는 능력을 의미한다. 이런 관점을 기초로, 공간 방향을 방향 감각, 좌표 감각, 거리 감각, 구조 감각으로 구분하였다. 이 때 구조 감각은 공간 시각화 능력과 관련하여 입체도형의 공간 감각과 더욱 밀접한 관련이 있기 때문에, 본 연구에서는 공간 방향 중 방향 감각, 좌표 감각, 거리 감각을 중심으로 살펴보았다.

교육과정과 교과서를 분석하기 위한 틀로 지도 학년과 학년별 내용, 공간 방향 내용 요소로 방향 감각에서 위치와 방향, 좌표 감각에서 좌표와 경로, 거리 감각에서는 거리, 공간 방향 내용 요소별 현실 맥락을 고려하였다.

공간 방향과 관련하여 한국, 싱가포르, 일본, 중국, 홍콩, 핀란드, 미국, 독일의 교육과정과 교과서를 분석한 결과를 바탕으로 한 결론 및 시사점은 다음과 같다.

첫째, 교육과정을 비교 분석한 결과, 한국은 1-2학년군, 싱가포르는 4학년, 일본은 1학년과 4학년, 중국과 홍콩은 1-3, 4-6학년, 핀란드는 1-2학년, 3-5학년군, 미국은 1-2, 3-5, 6-8학년, 독일은 1-2, 3-4, 5-6학년과 같이 모든 학년(군) 전반에 공간 방향의 내용이 포함되어 있었다. 또한 우리나라의 경우는 위치만을 포함하고 있고, 각 국가별로 다루고 있는 공간 방향 요소는 다소 차이가 있지만, 우리나라를 제외한 대부분의 국가는 위치 외에도 방향과 좌표 등 다양한 공간 방향 내용 요소를 다루고 있음을 알 수 있었다.

한편, 교과서를 비교 분석한 결과, 실제로 공간 방향을 지도하고 있는 학년은 한국은 2학년, 싱가포르는 4학년, 일본은 1, 3, 4학년, 중국은 1, 3, 5, 6학년, 홍콩은 2, 5학년, 핀란드는 2, 4, 5, 6학년, 미국은 3, 4, 5, 6학년, 독일은 1, 2, 3, 4, 5학년에서 다루고 있었으며, 중국, 핀란드, 미국, 독일은 다루는 내용 요소와 분량도 많은 것을 알 수 있었다. 또한 대부분의 나라에서 교과서에서 다루고 있는 공간 방향 내용 요소가 교육과정에서 제시하고 있는 공간 방향 내용보다 더 많았고, 특히 고학년에서 더 많은 내용을 다루는 것을 알 수 있었다. 그러나 우리나라의 경우 본 연구에서 분석한 다른 국가들과는 달리 저학년인 2학년에 위, 앞, 옆과 같은 위치와 관련된 용어 외에는 공간 방향과 관련된 내용을 다루지 않고 있다. 이러한 결과는 김현수(2010)에서 살펴볼 수 있는 바와 같이 우리나라와 네덜란드의 공간 감각 관련 교과서 비교에서도 나타났다. 이는 김유경·방정숙(2007), 조영선·정영옥(2012)에서 살펴볼 수 있는 바와 같이 우리나라 학생들의 공간 방향 능력이 공간 시각화 능력보다 낮은 결과와 무관하지 않을 것으로 생각된다. 따라서 교육과정 개발과 관련된 더 많은 논의가 필요하겠지만 앞으로의 교육과정과 교과서에서는 공간 방향과 관련된 내용과 지도 학년을 확장할 필요가 있으며, 특히 고학년에서 공간 방향의 강화를 고려할 필요가 있다.

둘째, 공간 방향 관련 단원의 내용에 대한 개관과 공간 방향 요소별로 교과서를 비교 분석한 결과, 우리나라를 제외한 대부분의 국가에서는 위치, 방향, 좌표, 경로를 대부분 다루고 있었고, 중국, 핀란드, 미국, 독일은 거리도 다루고 있음을 알 수 있었다. 한편 각 요소별로 다루는 내용에서도 약간씩 차이가 있었는데, 위치의 경우에도 상하, 좌우, 전후 외에도 사이, 맞은편 등을 다루는 국가도 있었고, 방향의 경우에도 4방위,

8방위 외에 30°와 같은 각도를 포함하는 국가도 있었다. 특히 대부분의 국가는 위치와 방향을 다룰 때, 기준이 고정된 것이 아니라 기준을 바꾸었을 때의 상대적인 위치와 방향을 강조하고 있었다. 좌표의 경우에는 지도체계, 평면좌표 외에 공간좌표와 각좌표를 포함하는 국가도 있었고, 평면좌표의 경우 미국과 핀란드처럼 1사분면만이 아닌 1-4사분면을 모두 다루는 국가도 있었고, 경로의 경우에는 격자 형태의 그림지도나 간단한 마을 그림지도에서의 경로뿐만 아니라 독일처럼 최단 경로나 가능한 모든 경로를 구하는 경우도 있었고, 미국이나 독일처럼 실제 지도에서의 이동 경로를 구하는 경우도 있었다. 거리의 경우에는 그림지도뿐만 아니라 중국, 핀란드, 미국, 독일처럼 실제 지도에서의 축척을 고려한 경우도 있었다. 따라서 공간 방향의 의미를 고려할 때, 앞으로의 교육과정과 교과서에서는 다루는 깊이는 더 많은 논의가 이루어져야 하지만 적어도 학생들에게 위치, 방향, 좌표, 경로, 거리와 관련한 기초적인 경험을 제공할 필요가 있다. 특히 좌표의 경우는 지도 체계이든 좌표 체계이든 우리나라를 제외한 모든 나라가 다루고 있음을 고려할 때, 중학교를 위한 기초 경험으로써 반드시 다룰 필요가 있을 것으로 생각된다.

셋째, 공간 방향 요소별로 다루는 내용과 맥락을 비교 분석한 결과 우리나라는 쌓기나무 맥락을 중심으로 지도하고 있지만, 다른 나라의 경우 위치와 관련해서는 주변의 사물이나 학생들 자신이나 집이나 학교와 학교 주변의 맥락, 방향과 관련해서는 학교, 동물원이나 놀이터의 평면도나 간단한 마을 지도나 실제 지도 맥락, 좌표, 경로, 거리와 관련해서는 물체나 사람, 동물들의 격자 배열이나 마을이나 동물원의 그림지도로부터 축척이 표시된 도시, 지역, 국가, 세계 지도에 이르기까지 다양한 현실적 맥락을 사용하고 있었다. 즉, 학생이나 동물들의 배열, 학교, 마을, 도시,

국가의 그림지도나 실제 지도 등을 사용한 다양한 현실 맥락에서 공간 방향을 지도하고 있음을 알 수 있었다. 윤명숙(2006)은 현실 맥락을 고려한 공간 감각 프로그램의 효과를 분석하면서 현실 맥락의 사용이 전반적인 공간 감각, 특히 공간 방향 능력에 효과적임을 주장하였다. 따라서 공간 방향은 우리가 실제로 살아가고 있는 공간에서 직접 체험하는 것이 중요하다는 점을 고려할 때, 인위적이고 제한적인 맥락이 아닌 학생들이 주변에서 쉽게 접할 수 있고, 실제적인 생활에서 친숙한 맥락을 중심으로 구체적인 맥락에서 추상적인 맥락으로 진행할 필요가 있다. 이와 관련해서 중국, 미국, 독일과 같이 자연스럽게 다양한 맥락을 참조하는 것이 필요하다.

지금까지 공간 방향과 관련해서 여러 나라의 교육과정과 교과서를 비교 분석하여 몇 가지의 방향을 제안하였다. 이런 방향이 좀 더 구체화되기 위해서는 학생들의 공간 방향에 대한 실태 조사와 더불어 직접적인 교수실험을 통해 학생들에게 공간 방향 능력을 신장하는 데 도움이 되는 다양한 내용 요소들과 적절한 맥락을 선정하는 노력이 필요할 것으로 생각된다.

참고 문헌

- 교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책 8].
- 교육부(1997). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제 1997-15호 [별책 8]. 서울: 대한 교과서 주식회사.
- 교육부(2015). **수학과 교육과정**. 교육부.
- 교육부(2017). **수학 2-1**. 서울(주): 천재교육.
- 교육 인적 자원부(2007). **수학과 교육과정**. 교육 인적 자원부 고시 제2007-79호 [별책 8].
- 구자옥 · 김성숙 · 이혜원 · 조성민 · 박혜영(2016). **OECD 국제 학업성취도 평가 연구: PISA 2015 결과보고서**. 연구보고 RRE 2016-2-2. 한국교육과정평가원.
- 김경희 · 시기라 · 김미영 · 옥현진 · 임해미 · 김선희 · 정종 · 정지영 · 박희재(2010). **OECD 학업성취도 국제 비교 연구(PISA 2009) 결과보고서**. 연구보고 RRE 2010-4-2. 한국교육과정평가원.
- 김수진 · 박지현 · 김현경 · 진의남 · 이명진 · 김지영 · 안윤경 · 서지희(2012). **수학 · 과학 성취도 추이변화 국제비교 연구: TIMSS 2011 결과보고서**. 연구보고 RRE-2012-4-3. 한국교육과정평가원.
- 김양원(2016). **애플리케이션을 활용한 쌍기나무 학습이 공간감각, 성취도, 수학적 성장에 미치는 영향**. 광주교육대학교 대학원 석사학위논문.
- 김유경 · 방정숙(2007). 초등학교 6학년 학생들의 공간감각과 공간추론능력 실태조사. **대한수학교육학회지 학교수학**, 9(3), 353-373.
- 김현수(2010). **한국 교과서와 네덜란드 교과서의 공간감각 영역 비교 분석**. 경인교육대학교 대학원 석사학위논문.
- 류현아(2008). **중등 기하문제 해결에서 시각화와 추론과정**. 건국대학교 대학원 박사학위논문.
- 상경아 · 광영순 · 박지현 · 박상옥(2016). **수학 · 과학 성취도 추이변화 국제비교 연구: TIMSS 2015 결과 분석**. 연구보고 RRE 2016-15-1. 한국교육과정평가원.
- 송미영 · 임해미 · 최혁준 · 박혜영 · 손수경(2013). **OECD 국제 학업성취도 평가 연구: PISA 2012 결과 보고서**. 연구보고 RRE-2013-6-1. 한국교육과정평가원.
- 윤명숙(2006). **초등학교 수학수업에서 쌍기나무 활동 지도를 통한 공간감각 신장에 관한 연구**. 경인교육대학교 대학원 석사학위논문.

- 이미경·조지민·박선화·김경희·시기자·최성연·최길찬(2005). **PISA 2003 결과 심층 분석 연수-문제해결 소양과 수학 성취도에 미치는 학교 효과를 중심으로**. RRE 2005-2-2. 한국교육과정평가원.
- 이종영(2005). 초등학교에서 지도하는 공간 감각 내용에 관한 고찰. **대한수학교육학회지 학교 수학**, 7(3), 269-286.
- 장혜원(2016). 2015 개정 초등 수학과 교육과정의 변화 내용에 대한 종적 분석. **한국초등수학교육학회지**, 20(2), 215-238.
- 정영옥(2004). 초등학교 쌓기나무 단위 지도 방안 탐색. **교육과정평가연구**, 7(2), 75-101.
- 정영옥(2017). 입체도형의 공간 감각 지도에 대한 논의. **한국초등수학교육학회지**, 21(1), 161-194.
- 조영선·정영옥(2012). 초등학생들의 공간 감각 실태 조사-4, 5, 6학년울 중심으로. **한국초등수학교육학회지**, 16(3), 359-388.
- 최경숙·백석운(2004). 공간 감각 관련 지도내용 계열 분석. **한국초등수학교육학회지**, 8(1), 63-87.
- 태혜경(2001). 큐브(쌓기나무)를 활용한 학습이 중학생의 공간시각화 능력에 미치는 영향. 이화여자대학교 대학원 석사학위논문.
- 한기완(2002). **초등학교 수학에서 공간 감각 지도에 관한 연구**. 단국대학교 대학원 박사학위논문.
- 盧江楊剛 外. (2015a). **數學 一年級 上冊**. 北京: 人民教育出版社.
- 盧江楊剛 外. (2015b). **數學 三年級 下冊**. 北京: 人民教育出版社.
- 盧江楊剛 外. (2015c). **數學 四年級 下冊**. 北京: 人民教育出版社.
- 盧江楊剛 外. (2015d). **數學 五年級 下冊**. 北京: 人民教育出版社.
- 盧江楊剛 外. (2015e). **數學 六年級 上冊**. 北京: 人民教育出版社.
- 盧江楊剛 外. (2015f). **數學 六年級 下冊**. 北京: 人民教育出版社.
- 文部科學省(2008). **小學校學習指導要領解説 - 數學編**. 文部科學省. <http://ncic.kice.re.kr>.
- 藤井齊亮・飯高 外. (2011a). **あたらしいさんすう 1**. 東京: 東京書籍.
- 藤井齊亮・飯高 外. (2011b). **新しい算數 3上**. 東京: 東京書籍.
- 藤井齊亮・飯高 外. (2011c). **新しい算數 4下**. 東京: 東京書籍.
- 中化人民共和國教育部(2011). **義務教育 數學課程標準**. 北京: 北京師範大學出版社. <http://edu.qq.com/a/20120202/000094.htm>.
- Affolter, W., Amstad, H., Doebeli, M., & Wieland, G. (2008). *Das Mathematikbuch 5*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag GmbH.
- Bell, M., Dillard, A., Pitvorec, K., Bell, J., Hartfield, R., Saecker, P., & Bretzlauf, J., Isaacs, A., Dairyko, M. E., McBride, J. (2007a). *Everyday Mathematics. The University of Chicago School Mathematics Project. Student Math Journal Volume 2 Grade 3*. Chicago: Wright Group/McGraw-Hill.
- Bell, M., Isaacs, A., Balfanz, R., Bretzlauf, J., McBride, J., Carroll, W., Dillard, A., Pitvorec, K., Sconiers, S., Hartfield, R., Saecker, P. (2007b). *Everyday Mathematics. The University of Chicago School Mathematics Project. Student Math Journal Volume 1 Grade 4*. Chicago: Wright Group/McGraw-Hill.
- Bell, M., Isaacs, A., Balfanz, R., Bretzlauf, J., McBride, J., Carroll, W., Dillard, A., Pitvorec, K., Sconiers, S., Hartfield, R., Saecker, P. (2007c). *Everyday Mathematics. The University of Chicago School Mathematics Project. Student Math Journal Volume 2 Grade 4*.

- Chicago: Wright Group/McGraw-Hill.
- Bell, M., Bretzlauf, J., Dillard, A., Hartfield, R., Isaacs, A., McBride, J., Pitvorec, K., Saecker, P., Winningham, N., Balfanz, R., & Carroll, W. (2007d). *Everyday Mathematics. The University of Chicago School Mathematics Project. Student Math Journal Volume 2 Grade 5*. Chicago: Wright Group/McGraw-Hill.
- Bell, M., Bretzlauf, J., Dillard, A., Hartfield, R., Isaacs, A., McBride, J., McCarty, A., Pitvorec, K., Saecker, P., Balfanz, R., & Carroll, W. (2007e). *Everyday Mathematics. The University of Chicago School Mathematics Project. Student Math Journal Volume 1 Grade 6*. Chicago: Wright Group/McGraw-Hill.
- Bishop, A. J. (1980). Spatial abilities and mathematics education-a review. *Educational Studies in Mathematics, 11*, 257-269.
- Clements, D. H. (1999). Geometric and spatial thinking in young children. In V. C. Juanita(Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 66-79). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Clements, D. H. & Battista, M. B. (1992). Geometry and spatial reasoning. In A. G. Douglas (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420-464). New York: Macmillan Publishing Company.
- Common Core State Standards Initiative(2010). *Common Core Standards for Mathematics*. http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf.
- Curriculum Development Council (2002). *Mathematics Education. Key Learning Area Curriculum Guide (Primary 1-Secondary 3)*. Hong Kong.
- <http://www.edb.gov.hk/en/curriculum-development/kla/ma/curr/basic-education-2002.html>.
- Del Grande, J. J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic Teacher, 37*, 14-20.
- Finnish National Agency for Education(FNAE) (2004). *National core curriculum 2004*. http://www.oph.fi/download/47672_core_curricula_basic_education_3.pdf.
- Fong, H. K., Gan, K. S., & Chelvi, R. (2016). *My pals are here! Maths 4A*. Singapore: Marshall Cavendish Education.
- Gutiérrez, A. (1996). Children's ability for using different plane representations of space figures. *New Directions in Geometry Education, 33-42*.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspect of learning geometry. In P. Nesher, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge, UK: University Press.
- Kennedy, L. M., Tipps, S., & Johnson, A. (2004). *Guiding children's learning of mathematics*. Belmont: Wadsworth.
- Lee, M. K., Sohn, W. S., & No, Y. K. (2008). *The Results from PISA 2006*. Research Paper RRE 2008-10. Korea Institute for Curriculum and Evaluation.
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin, 86*(5), 889-918.
- Ministerium für Schule und Weiterbildungdes Landes Nordrhein-Westfalen(2007). *Kernlehrplan für das Gymnasium-Sekundarstufe I(G8) in Nordrhein-Westfalen Mathematik*. <https://www.schulen.twicklung.nrw.de/lehrplaene/>.
- Ministerium für Schule und Weiterbildungdes

- Landes Nordrhein-Westfalen(2012). *Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen*.
<https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/>.
- Ministry of Education SINGAPORE (2007). *Mathematics Primary Syllabus*.
[https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/2007-mathematics-\(primary\)-syllabus.pdf](https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/2007-mathematics-(primary)-syllabus.pdf).
- National Council of Teachers of Mathematics. (1992). **수학교육과정과 평가의 새로운 방향**. (구광조, 오병승, 류희찬, 역). 서울: 경문사. (영어 원작은 1989년 출판).
- National Council of Teachers of Mathematics. (2007). **학교수학을 위한 원리와 기준**. (류희찬, 조완영, 이경화, 나귀수, 김남균, 방정숙, 역). 서울: 경문사. (영어 원작은 2000년 출판).
- Pan Lloyds Publishers(2012). *Effective Steps to Mathematics*. Tsuen Wan, N. T.: Pan Lloyds Publishers.
- Tartre, L. A. (1990a). Spatial orientation skill and mathematics problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 216-229.
- Tatre, L. A. (1990b). Spatial skills, gender, and mathematics. In Fennema, E. & Leder, G. (Eds.), *Mathematics and gender: Influences on teachers and students* (pp. 27-59). New York: Teachers College Press, Columbia University.
- Wittmann, E. Ch, & Müller, G. N. (2014a). *Das Zahlenbuch 1*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag GmbH.
- Wittmann, E. Ch, & Müller, G. N. (2014b). *Das Zahlenbuch 2*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag GmbH.
- Wittmann, E. Ch, & Müller, G. N. (2014c). *Das Zahlenbuch 3*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag GmbH.
- Wittmann, E. Ch, & Müller, G. N. (2014d). *Das Zahlenbuch 4*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag GmbH.
- WSOY(2012a). **핀란드 초등 수학교과서 Laskutaito 2-2**. 황윤희 · 도영 역. 서울: 솔빛길출판사.
- WSOY(2012b). **핀란드 초등 수학교과서 Laskutaito 4-1**. 양재욱 · 도영 역. 서울: 솔빛길출판사.
- WSOY(2012c). **핀란드 초등 수학교과서 Laskutaito 4-2**. 양재욱 · 도영 역. 서울: 솔빛길출판사.
- WSOY(2012d). **핀란드 초등 수학교과서 Laskutaito 5-1**. 문보람 · 도영 역. 서울: 솔빛길출판사.
- WSOY(2012e). **핀란드 초등 수학교과서 Laskutaito 5-2**. 문보람 · 도영 역. 서울: 솔빛길출판사.
- WSOY(2012f). **핀란드 초등 수학교과서 Laskutaito 6-2**. 이영석 · 도영 역. 서울: 솔빛길출판사.

A Comparative Study on Mathematics Curriculums and Textbooks of Spatial Orientation in Elementary School Mathematics

Chong, Yeong Ok (Gyeongin National University of Education)

The aim of this study is to look into the meaning and sub-factors of spatial orientation, compare and analyze mathematics curriculums and textbooks of several countries with respect to spatial orientation and offer suggestions to improve teaching spatial orientation in elementary school mathematics in Korea.

In order to attain these purposes, this study examined the meaning and sub-factors of spatial orientation through the theoretical consideration regarding various studies on spatial sense. Based on such examination, this study compared and analyzed mathematics curriculums and textbooks used in South Korea, Singapore, Japan, China, Hong Kong, Finland, United States of America,

and Germany with respect to contents of mathematics curriculum and textbooks in grades, sub-factors of spatial orientation, and contexts for spatial orientation.

In the light of such theoretical consideration and analytical results, this study provided suggestions for improving teaching spatial orientation in elementary schools in Korea as follows: extending content of spatial orientation in mathematics curriculum, emphasizing spatial orientation across the several grades, especially in the upper grades, providing opportunities to learn the sub-factors of location, direction, coordinates, route, and distance variously, and utilizing various familiar and realistic contexts in the world around students.

* Key Words : spatial sense(공간 감각), spatial orientation(공간 방향), location(위치), direction(방향), coordinates(좌표), route(경로), distance(거리)

논문접수 : 2017. 11. 8

논문수정 : 2017. 12. 12

심사완료 : 2017. 12. 14