

수학 교사교육 연구와 실천과제: 효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임으로 분석한 고등학교 수월 단원 수업과 교사 전문성 신장에 대한 소고

김 희 정*

본 논문에서는 수학 교실 수업 관찰 프레임인 “효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임”을 한국어로 소개하고, 이 프레임을 이용하여 한국의 고등학교 수업을 분석한 결과를 논의한다. 교사의 교수 행동에 초점을 맞추어 교사를 평가 하였던 기존의 많은 수업 관찰 프레임에서 보여졌던 것과는 달리, “효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임”은 교실 수업에서 학생들에게 어떤 질 좋은 배움의 기회를 제공하고 그 기회에 학생들이 참여하게 하는 지에 초점을 맞추고 있는 것이 큰 특징이다. 본 고에서는 단순히 이 프레임을 번역하여 소개하는 것이 아닌, 연구 수업 및 교사 공동체가 학교와 교사의 문화로 자리매김한 한국 상황에 맞게 적용하여 한국 고등학교 수업을 케이스 스터디로 분석한 것으로, 한국의 학교 문화에 적용할 수 있는 시사점을 제시하고 있다. 또한, 본 고의 말미에서는 “효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임”의 다른 버전인 교사 전문성 신장 가이드를 이용하여 교사들과 교사 연수자들이 수학 교실 수업 개선을 목표로 하는 교사 전문성 신장에 관한 실천적 측면의 함의점을 논한다.

I. 서론

수학 교실에서 교수-학습적으로 효과적인 수업이란 무엇일까? 이 질문은 학교 수학이 도입된 이래로 동서양을 막론하고 각급 학교 교사, 교육 연수자, 교육 연구자 들이 끊임없이 고민해 오던 것이다. 특히, 예전부터 우리나라에서는 교사의 전문성이 강조되어왔고, 수업 전문성은 그 중에 가장 핵심이다. 따라서 좋은 수학 수업을 위한 교사들의 자발적인 노력인 교사 공동체나, 각 시도 교육청 등에서 실시하는 수업 연구 대회를 비롯한 장학이나 교사 연수, 혹은 각급 학교 단위의 수업 연구 및 장학 활동 등을 통한

실행적 측면에서 상당 부분 진행되어 왔다(김동원, 2010; 최승현, 임찬빈, 2006; 한국교육개발원, 2000). 또한, 국내의 다수의 연구자들에 의해 수학 수업 분석을 논의하기 위한 많은 노력들도 있어 왔다 (예를 들면, 방정숙, 2012; 주삼환, 1998; 이경화, 2002). 이러한 연구적인 측면과 실천적인 측면을 포함한 다양한 국내의 교실 관찰 프레임은 수업 관찰을 수업 ‘평가’로 명명하여, 수업의 성장 측면을 고려하여 제시하였더라도, 의도치 않게 평가적인 측면이 부각되곤 하였다. 특히, 교사 수업 전문성 신장을 위한 수업 분석틀이나 학교 평가를 위해 제시된 평가틀도 전통적으로 실시한 장학 목적의 교수 행동이나 수업의 평가 측면에 초점을 맞춘 것들이 대부분이기

* 홍익대학교, heejeongkim@hongik.ac.kr

도 하다.

한편으로는, 이러한 국내의 연구 논문에서 제시된 프레임들은 중고등학교 수학 수업보다는, 초등학교 수학 수업의 관찰이 주된 연구가 되어, 중 고등학교 수학 수업과는 다른 점이 부각이 되는 등, ‘좋은 수학 수업’이 어떤 구성요소를 가지고 있는지의 통합적인 이론으로 제시하기에는 아직 부족한 듯 보인다. 이는 비단 국내의 이슈만이 아니라 국외의 연구 실정에서도 마찬가지이다. 즉, 전 세계적으로 교실 수업 연구가 진행된 이래로 “교수 학습적으로 효과적인 수학 수업”이라는 것이 어떤 것인지에 대한 논의가 꾸준히 있어 왔음에도 불구하고, 각각의 연구들이 좋은 수학 수업이라고 믿고 있는 것을 증명하는 증거나 이론들이 명확하게 제시되지 않은 것으로 보인다(Schoenfeld, 2013, 2014). 그럼에도 불구하고, 국외의 몇몇의 교실 수업 관찰 프레임들은 수년간의 연구와 이론 탐구 등을 통해 개발한 내용을 바탕으로 각각이 지향하고자 하는 좋은 수업에 대한 명시적, 혹은 암시적으로 기준을 제시하고 있다. 따라서, 본 고에서는 국외에서 이루어진 다수의 교실 수업 관찰 프레임들 소개하고 간략히 비교하고자 한다. 또한, 그 중에 효과적인 수학 수업에 관하여 다차원적으로 접근 가능한 이론적 기반까지 제시해 주는 “효과적인) 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면”의 프레임들 깊게 조명하고, 이를 이용하여, 한국의 고등학교 수월단원 수업을 분석한 결과에 대해 논의하고자 한다.

II. 이론적 배경

국외 연구에서는 비디오를 이용하여 교실 수업 관찰 프레임을 다년간에 걸쳐 개발한 사례들이 여러 가지가 있다. 이 중, 널리 알려져 있고 실제 쓰이고 있는 수학 수업 관찰 프레임들에는 미시간 대학에서 하버드 대학과 협력하여 개발한 The Mathematical Quality of Instruction (MQI)²⁾ 프레임(University of Michigan, 2006)이 그 중에 하나이다. 이 MQI 프레임은 미국에서 교사 전문성 신장의 측면과 교사 평가의 측면에서 널리 사용되고 있다. 특히, MQI는 교수-학습 이론에 상당부분 기반을 두고 있는데, 이 중 Cohen, Raudenbush, & Ball (2003)에서 나타난 교사와 학생의 자원의 활용 측면에서 바라본 교수 이론과 효과적인 수학 교수 문헌 연구(Borko, Eisenhart et al., 1992; Stigler & Hiebert, 1999)에 기반하여 개발되었다. 교사의 수업을 위한 지식(Mathematical Knowledge for Teaching; MKT)과 수업 실행의 관련성 측면을 연구하기 위해 개발이 시작되었으며, 심리 측정 연구에 기반하여 학생들의 수학 성취도와와의 상관관계도 나타내 주고 있다. MQI의 예전 버전에서는 수학의 풍부함, 오류와 부정확성, 학생과 수학의 상호작용, 의미 생성과 추론에의 학생 참여, 명확성과 철저함, 교실 수업과 수학과와의 연결성이라는 6가지의 측면에 따른 기준으로 교실 수업의 질을 측정하였다. 최근에 미국 수학 공통 핵심 기준(Common Core State Standards for Mathematics; NGA Center & CCSSO, 2010)의 수학적 실천 기준(Standards for Mathematical Practices)에 수학적 추론과 명확성이 제시되고 있어, 이번 버전에서의 ‘의미 생성과 추론에의 학생 참여’와 ‘명확성과 철저함’의 2가지 측면을 ‘공통 기준에 맞춘 학생 실천’의 측면으로 통합하여, 총 다섯 가지의 측면(즉,

1) 이 프레임의 원어는 Teaching for Robust Understanding of Mathematics Framework이지만, 저자가 번역을 하는 과정에서 Alan Schoenfeld와의 여러 번의 대화(2017. 7. 23; 2017.11.2)를 통해 한국어와 일본어로는 “robust”의 직역보다는 “effective”로 나타내는 것이 좋겠다는 합의를 하였다.

2) MQI의 자세한 프레임은 다음의 웹사이트에서 볼 수 있다. <https://cepr.harvard.edu/mqi>

공통규준에 맞춘 학생 실천, 수학의 풍부함, 오류와 부정확성, 학생과 수학의 상호작용, 교실 수업과 수학과 연결성에 따른 기준으로 수정하였다. 한 수업은 5분 단위의 클립(clip)으로 나누어, 각 측면을 상, 중, 하의 3가지 수준으로 측정 및 평가하도록 평가 기준을 제시하였다(Learning for Mathematics for Teaching, 2006).

또 다른 수업 관찰 프레임으로 국외에서 널리 이용되고 있는 것은 The Framework for Teaching (FfT; Danielson, 2011)³⁾으로, 역시 교사 평가와 교사 전문성 신장에서 많이 이용되고 있다. FfT 역시, 학생의 학업 성취도와와의 상관관계도 나타내주고 있으나, 이 프레임은 어느 한 교과 수업을 위한 프레임은 아니고, 다른 과목에서 공통으로 이용될 수 있도록 개발되었다. FfT는 교수 활동을 22개의 요소로 나눈 후, 수업 분석을 위한 영역을 위해 수업 준비와 계획, 교실 환경, 수업, 전문적 책무의 네 가지의 차원으로 나누었다. 이 FfT 프레임은 연구에 기반을 두고 개발이 되었다고 기술하고 있으나, 숙련도 혹은 효과성의 이론에 기반을 두기 보다는 실행적 측면에 좀 더 중점을 두고 있다 (Schoenfeld, in press). 특히, Danielson(2011)에 따르면, 이 FfT는 미국의 공통 교수 기준(Interstate Teacher Assessment and Support Consortium, InTASC; Council of Chief State School Officers, 2013)에서 제시한 여러 교수 실행적 요소에 적합하도록 개발되었다고 기술하고 있다.

FfT는 MQI와 함께 MET study(Measures of Effective Teaching Project, 2012)에서 이용된 프레임 중의 하나이다. MET study는 미국에서 교사 평가의 문제점을 보완하기 위해 시작된 연구이며, 다섯 개의 수업 관찰 도구(FfT, MQI를 비롯한 Classroom Assessment Scoring System(CLASS), Protocol for Language Arts Teaching Observations

(PLATO; Institute for Research on Policy Education and Practice, 2011), UTeach Teacher Observation Protocol(UTOP; Marder & Walkington, 2012)를 이용하여 수업을 평가하였으며, 이러한 수업 평가에서 좋은 점수를 받은 교사가 가르친 학생의 학업 성취도와 긍정적인 관련이 있음을 보고한 바 있다(Kane & Staiger, 2012).

앞서 MET study에서 언급했듯이, FfT와 MQI 이외에도 Classroom Assessment Scoring System (CLASS; Pianta, La Paro, & Hamre, 2008), Instructional Quality Assessment (IQA; Junker et al., 2004), Performance Assessment for California Teachers (PACT: PACT Consortium, 2012) 등의 교실 수업 관찰 프레임들이 있다. 각각의 관찰 프레임들은 수업의 각기 다른 측면들에 중점을 두며, 연구, 수업 전문성, 혹은 수업 장학에 각각 다른 목적과 수단으로 이용된다. 그러나, Schoenfeld (in press)에 따르면, 우리 수학 교육 연구자 및 수학 교사 교육 연구자들은 수학 수업 관찰 연구의 측면에서 교실 수업 관찰 프레임들을 다음과 같은 기준을 갖춰야 한다고 주장하고 있다.

- (1) 기존 연구에서 알려진 교실 수업에서 중요하다고 여겨지는 측면들이 이해가 쉬워야 하며,
- (2) 그 측면들을 명료하게 측정 가능해야 하고,
- (3) 프레임의 측면들이 일관성이 있어야 하고,
- (4) 프레임을 이용한 관찰 결과의 신뢰도와 타당도가 높아야 한다.

따라서 기존의 수업 관찰 프레임의 존재에도 불구하고, 우리 연구팀은 기존 프레임들에서 제안하고 있는 각각의 측면들 사이의 일관성이 약함을 발견하고 (Schoenfeld, in press), 기존의 프

3) FfT의 자세한 프레임은 다음의 웹사이트에서 볼 수 있다. <http://www.danielsongroup.org/framework/>

레이들이 측정하지 못하는 좋은 수학 수업의 다양한 필수 측면들을 이론에 근거하여 개발하여 TRU Math 프레임에 제시하고 있다. 특히, MQI를 제외한 프레임들은 특정 교과 수업에 맞춘 관찰 프레임이 아니기에, 일반적인 교실 관리 측면에만 중점을 두어, 중고등학교 수학 수업에서 가장 중요한 수학 교과적 측면에 대한 다양한 수업 방식이나 학습의 기회에 관해 측정이 불가능하였다. 또한, 수학 교실 수업 측정에 가장 적합한 MQI가 MET study의 일부로서 MET study의 비디오 데이터를 우리 연구팀이 지향하고 있는 좋은 수학 수업에 대한 기준으로 코딩을 개발하여 측정하였을 때, 우리가 기준으로 삼고 있는 좋은 수학 수업의 요소 및 기준들과 다름을 발견하였다. 예를 들면, MQI는 개념적 이해를 돕는 수업을 하지 않거나 인지적 요구 수준을 낮춰서 수업을 함에도, 교사가 매우 명료하게 공식과 과정을 제시하면 높은 점수를 주게끔 평가 기준이 제시되었다. 이는 우리 연구팀이 지향하고 있는 좋은 수학 수업의 요소 중 하나인, ‘개념적 이해와 수학적 연결성이 풍부해야 하고, 높은 인지적 요구 수준의 발문과 과제를 제시해야 함’과 기준이 명백하게 달랐다. 따라서 우리 연구팀이 지향하고 있는 ‘좋은 수학 수업’에 대한 수학 수업 관찰 프레임의 개발의 필요성이 매우 절실했다. 이러한 맥락에서 수년간의 미국내의 좋은 수학 수업을 실제로 방문하여 관찰하고, 분석하고, MET study 비디오 데이터와 같은 기존의 수업 데이터를 분석하는 등의 과정을 거쳐, “효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임(TRU Math; Schoenfeld and the Teaching for Robust Understanding Project, 2016a)”이 개발되었다. 이렇게 개발된 TRU Math를 이용하여 한국의 수학 수업 분석을 제시하기에 앞서, 다음 절에서 이 TRU Math에 관해 자세히 소개하고자 한다.

III. 효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임

1. 효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임 개발 과정

복잡한 교실 상황을 포착하는 연구적 스킴을 개발하는 것은 여간 어려운 일이 아니다. 따라서 “효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 분석틀”을 개발하는 데에도 다년간 수 차례의 다른 시도를 통해 코딩 스킴을 생성하고, 적용하고, 수정하여 개발하였다. 이러한 분석틀의 개발 과정은 Schoenfeld (2013)에 자세히 소개되어 있다. 이를 본 고에 간략히 요약하면, 프레임 개발 연구팀은 크게 세 갈래의 다른 관점으로 프레임 개발을 시도했으며, 이후 기본적인 틀이 잡힌 후, 수 차례의 수정 보완을 거쳐 현재의 프레임을 얻을 수 있었다.

초기 프레임 개발을 위해 Alan Schoenfeld를 비롯한 개발팀의 연구자들의 첫번째 시도는, Schoenfeld (2011)의 교사의 의사 결정 과정 연구에서 시작되어, 교실 수업을 관찰하면서 얻게된 코딩 스킴이었다. 즉, 교사의 신념, 교수 목표와 지식이 복합적으로 어울어져서 교수 행동이 나타나게 되는데, 그러한 메커니즘을 분석할 수 있는 코딩 스킴이었다. 즉, 수업 구조에 따라서 수업을 에피소드(예를 들면, 전체 학급 활동, 소그룹 활동, 학생 발표 활동 등)로 나누고, 각 에피소드 안에서 교수 행동을 코딩하는 것이었다. 그러나 이러한 초기 코딩 스킴은 교사의 행동에 초점이 맞춰져서, 학생들의 경험을 포착하는 데에 한계가 있었다. 또한 교사의 신념과 교수 목표, 지식 등의 메커니즘이 어울려져서 나타난 의사 결정으로 이루어진 교수 행동은 교실 수업 관찰만으로는 포착하기 힘들었다. 즉, 교사 인터뷰를 추가적으로 해서, 수업 중에 교수 행동 관

찰만으로 드러나지 않는 신념등을 더 깊게 탐구 해야했다. 우리의 교실 관찰 프레임은 추가적인 자료 수집의 노력은 최소화하고, 실제 수업을 관찰하면서 교수-학습의 유기적인 관계를 포착하고자 하였기에 이를 보완해야했다.

우리 개발 연구팀의 두번째 시도는 이를 보완하기 위해 관점을 바꾸어, 교사의 교수 행동보다는 수업을 통해 기대되는 학생들의 산출물에 초점을 맞추어 스킴을 개발하였다. 특히, 우리가 기대한 수학교실에서의 학생들의 산출물은 다음의 세 가지였다.

- (1) 접근성(Access) 측면: 모든 학생들이 수학적으로 참여하기 위한 기회가 얼마나 있는가?
- (2) 책무성(Accountability) 측면: 어떠한 방식으로 학생들이 높은 수학 규준에 도달하는가?
- (3) 생산적인 태도(Productive dispositions) 측면: 학생들이 얼마나 긍정적인 수학적 태도와 성향을 개발할 수 있는가?

이 세 가지 측면과 더불어, 수업 관찰 측면에서는 (1) 수학, (2) 수학 학습의 기회, (3) 교실 공동체, (4) 개인 학습자의 네 가지에 초점을 두고, 이를 이용하여 4x3의 표를 만들 수 있었다. 그러나, 이 스킴 역시 분석하기에 매우 복잡한 구조를 가지고 있었고, 교사, 학생, 수학 과제를 또 각각 나누어 코딩해야하기에 더욱더 복잡한 양상을 띄게 되었다. 이렇게 복잡한 코딩 스킴은 다른 연구자나 또는, 교사 전문성 신장 및 교사 연수와 같은 실천적인 측면에서도 더욱 더 응용이 불가능한 치명적인 단점을 가지고 있었다.

이후, 우리는 이렇게 개발된 복잡한 코딩 스킴을 좀 더 간략하게 나타낼 수 있도록 보완해야 했다. 따라서, 우리는 교실에서의 수학적 활동을

수준으로 나누었다. 그리고 교실 활동 구조도 도입, 수학적 토론, 소그룹 활동, 개인 학습 활동 등으로 나누어 각각의 교실 활동 구조안에서 세 부적으로 코딩을 할 수 있도록 코딩 스킴을 개발하였다. 앞의 버전에 비해 좀 더 쉽게 시간 순서대로 코딩할 수 있었으나, 여전히 매우 많은 수의 코드를 가지고 있었다. 이 중, 몇몇 코드들은 수준으로 나누기에 애매한 경우가 있었고, 또 교사의 교수 목표나 신념 등에 따라서 판단이 달라지는 경우가 있었다.

따라서, 또 다른 수정 보완된 스킴은 교실 활동 구조를 더 세분화해서 나누고, 교수학적 삼각형인 교사-학생-수학의 상호작용 안에서 어떠한 일들이 일어나는지 세부적으로 기술하여 분석할 수 있도록 만들었다. 이는 결국 15가지의 교실 활동 구조와 교수학적 삼각형 (교사-학생-수학)의 컴비네이션으로 나누어진 6가지 측면으로 구성된 15x6의 큰 표가 되었다. 이는 매우 구체적으로 교실 수업을 포착할 수 있었으나, 여전히 복잡한 양상을 띄고 있었다. 이렇게 개발 및 보완된 스킴의 구성 요소들을 일관성이 있게 기존의 교수-학습 이론 및 문헌 연구에 기반한 우리가 생각하는 교실 수업의 중요한 요소들을 포착할 수 있도록 단순화 하는 마지막 단계에 착수하여, 현재의 TRU Math (Teaching for Robust Understanding of Mathematics. 번역: 효과적 인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면⁴⁾) 프레임에 도달하게 되었다.

TRU Math 프레임이 추구하고 있는 목표는, 앞서 기술하였듯이, 우리 연구팀이 수년간의 개발 과정과 이론 탐구 등을 통하여 포착하고자 했던 좋은 수학 수업의 필수적인 측면을 빠짐없이 포착할 수 있으면서도 상대적으로 단순화된 카테고리 구성되어야 했다. 따라서, 이미 수년

4) 이 TRU Math 프레임에는 다섯 가지의 dimension으로 구성이 되어 있는데, Alan Schoenfeld와 개인적 대화 (2017. 7. 23.)를 통해 'dimension'을 '차원'으로 번역하는 것보다는 '필수 측면'으로 번역하는 것으로 합의 를 하였다. 특히, TRU-Japan (일본어)버전도 있는데, 현재 일본어로도 '필수 측면'으로 번역이 되어 있다.

<표 III-1> 효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면(TRU Math) 수업 분석틀의 기본 구조

효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면				
수학적 측면 (The Mathematics)	인지적 요구 측면 (Cognitive Demand)	수학 내용에 대한 접근성(Access) 측면	행위주체성, 자주성 및 긍정적 정체성 측면 (Agency, Authority, and Identity)	형성평가적 측면 (Uses of Assessment)
전체 학급 활동	각 측면 당 1~3 수준의 평가 기준으로 구성			
소그룹 활동	각 측면 당 1~3 수준의 평가 기준으로 구성			
학생 발표 활동	각 측면 당 1~3 수준의 평가 기준으로 구성			
개별 학습 활동	각 측면 당 1~3 수준의 평가 기준으로 구성			

간 연구를 진행하여 개발된 교수-학습의 핵심 구성요소들을 기존 이론에 근거하여 재배치하여 수학적 측면, 인지적 요구의 측면, 접근성의 측면, 행위주체성-자주성-긍정적 정체성의 측면, 형성 평가적 측면의 다섯 가지의 핵심 측면으로 나누고, 교실 수업 구조도 단순화하여 전체 학급 활동, 소그룹 활동, 학생 발표 활동, 개별 학습 활동으로 나누었다. 따라서, 다음 <표 III-1>과

같은 4x5의 표로 구성된 TRU Math 프레임은 산출물로 발표할 수 있게 되었다.

또한, 효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면에 대한 각각의 측면에 관한 요약 설명은 다음 <표 III-2>에 잘 나타나 있다.

이제 다음 절에서 TRU Math 프레임의 각 측면과 이를 수업 분석에 어떻게 이용하는지에 대하여 자세히 설명하도록 한다.

<표 III-2> 효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면

효과적인 수학 수업의 5 가지 필수 측면				
수학적 측면 (The Mathematics)	인지적 요구 측면 (Cognitive Demand)	수학 내용에 대한 접근성(Access) 측면	주체성, 자주성 및 긍정적 정체성 측면 (Agency, Authority, and Identity)	형성평가적 측면 (Uses of Assessment)
교실 수업에서 다루어지는 수학이 얼마나 목표 중심적이고, 일관성 및 연결성이 있는지의 측면이다. 학생들은 중요한 수학적 내용과 수학적 실정을 배울 수 있는 기회를 가져야 하고, 효과적인 수학적 습관을 개발할 수 있는 배움의 기회를 가져야 한다.	교실에서의 상호 작용이 얼마나 학생들의 수학적 재능을 위한 지적 자극 및 도전은 조성하고 유지하는지의 측면이다. 이러한 지적 도전은 교사가 하나하나 가르쳐 주는 정도의 너무 심위서도 안되고, 너무 어려워서 바다에서 헤매도록 해서도 안되는 중간 정도가 이상적이다.	교실 활동 구조가 수업에서 다루는 핵심 수학에 모든 학생들의 적극적인 참여를 어느 정도로 유도하는지의 측면이다. 수학이 얼마나 풍부하게 논의되는 지와는 상관없이 소수의 학생들만이 토론을 독점하는 듯한 수업은 공정(equitable)하지 않다.	어느 정도로 본인의 주체성(agency, 수학학습에 몰두 할 수 있는 역량과 의지)과 자주성(authority, 확실히 수학을 배울 수 있다고 인식하는 것)을 개발하는 데 기여하는 방식으로, 학생들이 서로 가설을 세우고 설명하고 수학적으로 논쟁을 하면서 결과적으로 수학 학습자로서의 긍정적인 정체성을 갖게 되는 측면이다.	수업의 효과적인 도입 및 학생들의 오개념을 바탕으로, 교사가 얼마나 학생들의 생각을 유도하고 그것에 반응적 지도를 하는지의 측면이다. 효과적인 수업은 학생들의 현재 상태를 진단하고 발전할 수 있는 기회를 주는 것이다.

2. 효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 분석틀(TRU Math)

효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임의 여러 버전 중, 교실 관찰 프레임의 가장 큰 특징은 수업 분석틀 및 수학 내용이나 교수 행동에만 초점을 맞춘 것이 아닌 실제 학습의 기회와 그 기회에 얼마나 학생들이 접근하는지에 초점을 맞추어 수업을 분석할 수 있다는 점이다. 기존의 수업 분석틀들이 대부분 교사의 교수 행동을 분석을 한 것이었다면, TRU Math 프레임은 학습자의 입장에서 수학 학습의 기회를 고려하도록 개발되었다. 물론, 이러한 학습의

기회를 창출하고 접근을 만드는 것은 교사의 교수 행동이므로 교수 행동이 매우 중요한 것은 사실이지만, 분석의 포커스를 학생의 입장으로 돌리면서 진정한 수업의 목적-학생들의 학습의 기회-을 교사 스스로 재고할 수 있어 교실 수업의 개선과 교사의 전문성 신장이 함께 이루어질 수 있다는 점에서 의의가 매우 크다고 할 수 있다. 이는 TRU 수업 관찰 가이드 (Schoenfeld and the Teaching for Robust Understanding Project, 2016b)에 안내된, “학생의 눈으로 수업을 관찰하기” (<표 III-3> 참조)에 잘 나타나 있다.

이러한 특징을 염두에 두고, TRU Math 프레임의 수업 관찰 기준을 살펴보면, 이 “효과적인

<표 III-3> 학생의 눈으로 수업을 관찰하기

학생의 눈으로 수업 관찰하기	
수학적 측면 (The Mathematics)	<ul style="list-style-type: none"> 이 수업에서 다루고 있는 중요한 수학적 개념은 무엇인가? 내가 이미 알고 있는 것과 그 개념을 어떻게 연결할까?
인지적 요구 측면 (Cognitive Demand)	<ul style="list-style-type: none"> 나에게 생각할 시간과 수학적 개념 및 활동을 이해하는데 얼마 동안 주어 졌나? 내가 수학 활동을 하다가 막혔을 때, 어떤 일이 벌어 졌나? 나에게 수학 활동을 설명할 기회가 주어졌는가? 아니면, 그냥 정답만 주어졌는가?
수학 내용에 대한 접근성(Access) 측면	<ul style="list-style-type: none"> 나에게 의미 있는 수학 학습에 참여할 수 있는 기회가 주어졌는가? 내가 이 수업에서 숨을 수 있거나 무시될 수 있는가?
행위주체성, 자주성 및 긍정적 정체성 측면 (Agency, Authority, and Identity)	<ul style="list-style-type: none"> 나에게 내 아이디어를 설명하고 발표할 수 있는 기회가 주어졌는가? 그 아이디어들이 서로 구축되었는가? 나는 수학을 할 수 있고 수업 활동에 의미 있게 기여할 수 있다고 다른 사람들에게 여겨지고 있는가?
형성평가적 측면 (Uses of Assessment)	<ul style="list-style-type: none"> 수학 토론이 내 생각을 포함하고 있는가? 수업이 내 생각에 반응을 하고, 내가 수학적사고를 더 깊이 있게 발전하는데 도움이 되는가?

5) 교육 기회에 대한 액세스(access; 즉, 접근) 측면이 교육 기회의 평등성에 관련한 연구에서 국내외에 널리 이용되고 있는 단어로, 이러한 access를 “접근”으로 번역하였다.

6) Observe the lesson through a student’s eyes

<표 III-4> 요약 관찰 평가 기준

	수학적 측면 (The Mathematics)	인지적 요구 측면 (Cognitive Demand)	수학 내용에 대한 접근성 (Access) 측면	행위주체성, 자주성 및 공정적 정체성 측면 (Agency, Authority, and Identity)	행성평가적 측면 (Uses of Assessment)
	수학적 내용이 얼마나 정확하고, 일관성 있고, 잘 정당화 되었습니까?	학생들이 수학적 개념을 접하고 이해하는 데 있어 어느 정도까지 도움을 받고 있습니까?	교사는 모든 학생들의 수업 내용에 대한 접근성/참여도를 어느정도 유도하고 도와줍니까?	학생들이 어느 정도로 아이디어와 토론의 원천입니까? 학생 참여는 어떻게 구성되어 있습니까?	학생들의 수학적 사고가 어느 정도까지 유발되었는지; 학생의 오개념이 잠재적으로 가치가 있을 때 교수활동이 학생의 아이디어를 어느 정도로 기반을 두고 정립합니까?
1	교실 활동은 초점이 맞지 않거나 기술 지향적이어서 핵심 학년 수준의 수학적 내용에 참여할 기회가 부족하다. (공통 핵심 기준 ⁷⁾ 에 명시된 대로)	교실 활동은 학생들이 대부분 암기된 절차나 공식을 적용하거나 연습문제풀이를 하도록 구성되어 있다.	수학적 내용에 대한 차별적인 접근이나 참여가 있고, 교사가 이러한 현상을 바꾸기 위한 드러나는 노력이 보이지 않는다.	교사가 대화를 시작한다. 학생들은 대부분 매우 짧게(한문장도 안되는) 대답을 하고, 교사가 무엇을 말하고 행동하는지에 제한된다.	학생 추론이 활발히 표면화되거나 추구되지 않는다. 교사의 행동은 고정 피드백이나 격려로 제한된다.
2	교실 활동은 학년 수준이지만 주로 기술 지향적이며 수학적 연결성(예: 절차와 개념 사이) 또는 수학적 일관성(용어집 참조)의 기회가 거의 없다.	교실 활동은 개념적 풍부성이나 문제 해결의 도전적 가능성을 제공하지만, 교수 활동이 그 도전성(challenge)이나 생산적인 고민(productive struggles)의 기회를 세기해 버리는 경향이 있다.	고르지 못한 접근이나 참여가 있지만 교사는 많은 학생들에게 수학적 접근을 제공하기 위해 어느 정도 노력한다.	학생들은 수학적 사고의 일부를 설명할 수 있는 기회를 갖는다. 그러나 (학생 보다는) 교사가 대화의 종대한 원동력이며 정확성의 결정권이다. 수업 토론에서 학생의 아이디어는 탐구되거나 구축되지 않는다.	선생님은 학생의 생각이나 공통 오류를 언급한다. 그러나 특정 학생의 아이디어가 (잠재적으로 가치가 있지만) 구축되지 않거나 문제 해결에 사용되지 않는다 (문제가 있는 경우).
3	교실 활동은 절차, 개념 및 상황(적절한 경우) 간의 의미 있는 연결을 지원하고 수학에 대한 일관된 관점을 구축 할 수 있는 기회를 제공한다.	교사의 힌트 또는 도움(scaffolds)이 생산적인 고민을 통해 이해를 구축하고 수학적 관행(math practices)에 참여하도록 학생들을 도와준다.	교사는 적극적으로 지원하고 어느 정도는 광범위하고 의미 있는 수학적 참여를 성립 시키거나 또는, 이미 그러한 참여 구조가 노력의 결과로 보인다.	학생들은 그들의 아이디어와 추론을 설명한다. 교사는 그러한 과정에서 학생들의 개별 아이디어에 소유권(ownership)을 부여하거나, 학생들은 서로의 아이디어에 반응하고 상호간 아이디어를 구축한다.	교사는 학생들의 사고를 유도하고 후속 교수 행동은 생산적인 기초를 세우거나 새로운 오개념을 지목하면서 이러한 학생 사고에 반응한다.

수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 분석틀⁷⁾이 교사의 교수 행동을 평가하는 것이 아니라 학습의 기회의 측면에서 분석할 수 있음을 좀 더 이해하기 편하리라 기대된다. TRU Math 프레임을 이용한 수업 분석은 앞서 언급했듯이, 수업의 구조적인 측면에서 전체 학습 활동, 소그룹 활동, 학생 발표 활동, 개별 학습 활동의 네 가지 유형의 에피소드로 나눈다. 이 때, 기본적으로 10분을 초과하여도 수업 구조가 바뀌거나 수학적 큰 아이디어가 바뀌지 않는다면 에피소드를 10분 내에서 수학적 큰 아이디어의 전환에 따라 한 번씩 더 나누게 된다. 각각의 에피소드에는 각 측면당 점수를 1점에서 3점까지 부여하되, 연구의 목적상, 더 세분할 필요가 있을 시 1.5점과 2.5점도 부여하여 논의가 가능하다. 즉, 수업 관찰자의 각 연구 목적에 따라서 약간 수정해서 에

피소드를 나누거나, 점수를 부여할 수 있으며, 사실상 훈련이 된 연구자들이 코딩을 할 때에는 각 측면 당 전체적인 점수를 주거나, 각 에피소드의 각 측면의 점수를 평균을 낼 수도 있다. 점수를 부여하는 총체적인 기준은 다음 <표 III-4>와 같으며, 각 수업 구조별 기준은 영문 원본은 미국 연구팀 웹사이트⁷⁾에서, 한국어 번역본은 저자의 연구 웹사이트⁸⁾에서 참고할 수 있다.

본 고에서는 연구 보조원들이 효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임을 이용하여 수업 관찰을 분석하는 것이 처음이었기에, 이를 연구에 지속적으로 이용하기 위한 훈련의 목적을 겸해서, 한 차시의 수업을 수업 구조와 시간 배분 규칙(즉, 10분이 넘어가는 에피소드는 분절한다)에 따라 세부적으로 에피소드를 나누고, 1, 1.5, 2, 2.5, 3점으로 구성된 5-scale 점수를 각각 부여하고,

7) <http://map.mathshell.org/trumath.php> 또는 <http://ats.berkeley.edu/tools.html>

8) http://huniv.hongik.ac.kr/~mathprof/hjkim_bib2

본 고의 저자인 연구자와 두 명의 연구 보조원들이 각자 부여한 점수를 토론하고 공론화하는 과정을 거쳤다. 본 고에서는 연구 결과 보고 측면으로, 각 수업 구조당 하나의 에피소드로 묶고, 그 안에서 각각의 측면에서 점수를 평균을 내었다.

IV. 연구 방법

1. 연구 참여자 및 자료 수집

본 연구의 참여자는 한국의 A광역시의 고등학교 수학교사인 김교사이다. 김교사는 이 수업을 관찰한 년도인 2013년도 당시 8년차의 고등학교 수학 교사로, 중간의 2년간 대학원 과정을 제외하면 실제 5년의 중고등학교 수학 수업의 경력(중학교 4년, 고등학교 1년)을 가지고 있었다. 수업 관찰 학교는 A광역시의 일반계 고등학교인 D여고이고, 관찰한 수업은 2학년 수준별 수업 상반 학생들 24명으로 구성된 학급이었다. 이 수업은 교내 수업 연구의 일환으로 진행되었고, 본 고의 저자인 연구자와 교내의 동료 수학 교사 두 명과 함께 참관을 하였다.

본 연구를 위해 수집된 자료로는 교사 인터뷰, 수업 지도안, 수업 관찰 및 비디오 영상, 수업이 끝난 후, 동료 교사와의 수업 나눔 비디오 촬영 데이터이다. 수업 비디오 영상은 총 3대의 카메라로 각각 포커스를 달리하여 촬영하였다. 첫째, 교사 포커스 영상으로, 비디오 카메라는 교실 뒤에 고정하여 전체 교실을 배경으로 하되, 교사의 움직임을 포착하는 영상이다. 둘째, 학생 포커스 영상은 교실 전면에 고정하여 전체 학생들의 반응 및 토론 등의 교실 활동을 포착하는 영상이다. 마지막으로, 소그룹 포커스 영상은 연구자가

카메라를 들고 각 수업 구조마다 포커스를 달리 하되, 전체 학급 토론 구조에서는 교사를 줌인 하였고, 소그룹 토론 구조에서는 4명으로 이루어진 각 소그룹의 활동을 2~5분의 간격으로 움직이며 소그룹 활동을 줌인 하여, 소그룹 활동을 포착하였다. 교실 수업 관찰 프레임을 이용하여 수업을 분석하는 본 연구의 목적 상, 이 세 가지 종류의 수업 관찰 비디오 영상을 주된 데이터로 사용하였고, 교사 인터뷰, 수업 나눔 영상, 수업 지도안 등은 분석의 보조자료로 사용하였다.

2. 김교사의 수열 수업 개요

본 연구의 분석 대상인 참관한 수업의 단원은 고등학교 2학년을 대상으로 하는 수열 단원으로, 소단원주제는 자연수의 거듭제곱의 합이다. 교사가 수업 지도안을 통해 제시한 학습 목표는 “거듭제곱의 합을 (다양한 표현을 통해) 증명하고 여러가지 문제를 풀 수 있다”이고, 여기서 삽입된 “다양한 표현을 통해”는 본 고의 저자인 연구자와 두 명의 연구 보조자들이 수업을 관찰한 후 연구자들의 시각에서 바라본 합의된 학습 목표(9)를 공론하고 합의하여 추가한 것이다.

본 연구 참여자인 김교사는 학생들에게 각 모듈별 토론을 통해 다음에 제시된 각 수열의 합의 공식을 유도 및 증명을 하도록 하였다.

$$\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

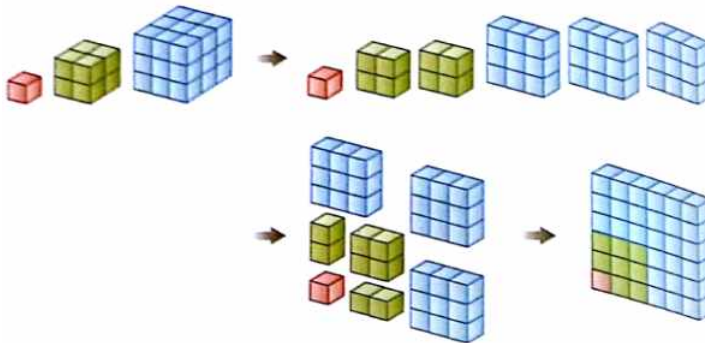
$$\sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

학생들이 이 두 수열의 합을 증명하기 위해 모듈별로 고민하고 토론을 하는 시간을 갖은 후에, 김교사는 다음 [그림 IV-1], [그림 IV-2]와 같은 그림 힌트지를 제공하여, 학생들이 그림에서 유추할 수 있는 직관을 이용하여 공식을 유도할

9) implicit goals 혹은 attributed goals이라고도 하며, 연구자에 의해 관찰된 학습 목표와 교사가 제시한 학습 목표를 모두 생각해서 수업 분석을 한다 (Schoenfeld, 2011).



[그림 IV-1] $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ 의 유도¹⁰⁾를 위한 그림 힌트지1



[그림 IV-2] $\sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$ 의 유도를 위한 그림 힌트지 2

수 있도록 도와주었다.

3. 자료 분석

본 연구의 주요 분석 대상 자료는 수업 관찰 비디오로 “효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임”을 이용하여 분석하기 위해, 각각의 수업 구조인 전체 학급 토의, 소그룹 활동, 학생 발표 활동에 따라 각각 다른 포커스 영상을 이용하였다. 예를 들면, 전체 학급 토의 활동 에피소드에서는 교사 포커스와 전체 학생 포커스 영상을, 소그룹 활동 에피소드에서는 학생 포커스 영상 및 소그룹 포커스 영상을 사용하여 분석하였다. 수업 영상을 분석하기에 앞서, 우선적으로 교사가 제출한 수업 지도안을 참고하여

시간, 수업 구조, 수업 활동 등으로 기록된 비디오 관찰 기록지(Video log)를 체계적으로 작성하였다. 이후, 총 3명의 연구자들이 모여 50분짜리 수업 영상의 각각의 수업 구조로 구성된 에피소드(<표 IV-1> 참조) 중 각 수업 구조 1~2개씩을 뽑아 총 5개의 에피소드를 샘플로 하여, 전사하고 “효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임”을 이용하여 코딩하면서 의견을 교환하였다. 이는 TRU Math프레임 개발에 참여하지 않았던 두 연구 조교의 “효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임”을 이용한 비디오 코딩을 훈련의 목적과 코딩의 타당도와 신뢰도 부여 목적을 포함하고 있다. 이후, 각각의 연구자가 따로 수업 영상을 프레임에 이용하여 분석하여 평가기준을 참조하여 분석하였다. 코딩의

10) 이 그림 힌트지에서는 학생들에게는 수식을 직접적으로는 제공하지는 않았다. 본 논문의 독자들에 이해를 돕기 위해 그림 제목에 공식을 추가하였다.

<표 IV-1> 수업 분석을 위해 나누어진 에피소드

에피소드	수업 구조	수업 활동	소요시간
1	전체 학습 활동 (전시학습상기)	전시 학습 상기 및 개념 환기: Σ 의 정의, 이용방법 상기	2' 27"
2	전체 학습 활동 (과제 제시)	소그룹 과제 제시: $\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ 와 $\sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$ 를 다양한 방법으로 유도 및 증명하기	1' 27"
3	소그룹 활동 1	소그룹 별로 과제 토론	5' 29"
4	전체 학습 활동 (힌트 제안1)	힌트 제안: 선속11)의 방법을 언급하며 그림 힌트지 제공 (힌트: 그림을 이용하여 패턴 생각하기)	6' 26"
5	소그룹 활동 2	소그룹 별로 그림을 이용한 패턴 밝히기 토론	18' 20"
6	학생 발표	소그룹 별 학생 한 명씩 소그룹 활동 내용 발표	13' 00"
7	전체 학습 활동 (연습문제 풀이)	교과서 연습 문제 풀이	3' 12"

초기 상호 신뢰도(interrater reliability)는 64%(총 7개의 에피소드의 각각 다섯 가지의 측면, 즉 35가지 중 22가지의 측면 일치)였고, 불일치한 부분은 그 부분의 영상 재 시청 후 코딩과 협의를 통해 100% 일치를 이끌어 냈다.

이는 Yin(2009)의 질적 연구 방법론 중, 싱글 케이스 스터디 디자인에 입각하여 진행되었으며, 이는 이미 개발된 프레임을 한국의 특수한 상황에 적용한 본 연구 방법론에 정당성을 부여한다. 특히 비디오 코딩은 이 분야의 연구자들(MacQueen, McLellan, Kay, & Milstein, 1998; Miles & Huberman, 1994)의 비디오 분석 방법론에 입각하되, 본 논문에서는 이미 프레임을 가지고 분석한 것으로 오픈코딩을 위한 영상 시청과 코딩스킵의 개발의 반복의 단계를 제외한 나머지 단계인, 영상 시청 및 전사, 개별 코딩, 코딩 결과 논의, 불일치 부분 합의, 영상 재 시청 및 재 코딩 등의 단계를 거친 것이다.

V. 연구 결과 및 논의

본 연구에서는 효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임을 이용하여 김교사의 자연수의 거듭제곱의 합의 수업의 학습 기회의 질을 분석하였다. 이 프레임은 다섯 가지 필수 측면인 (1) 수학적 측면, (2) 인지적 요구 측면, (3) 수학 내용에 대한 접근성 측면, (4) 행위주체성, 자주성 및 긍정적 정체성 측면, (5) 형성평가지 측면으로 구성되어 있다. 따라서 본 절에서는 우선적으로 수업 전체를 수업의 흐름에 따라 분석한 거시적 관점 분석결과를 제시하고, 이후, 각 섹션에서 김교사의 수업을 이 다섯 가지의 측면으로 나누어서 분석한 결과를 각 차원별로 제시하고, 그에 대한 논의를 하고자 한다.

1. 수업 전체의 거시적 관점(bird's eye view) 분석 결과

김교사의 수업을 수업의 흐름과 시간 순서대

11) 본 논문에 나오는 이름은 모두 가명이다.

<표 V-1> 김교사의 자연수의 거듭제곱의 합 수업의 거시적 분석 결과

에피소드	수업 구조	수학	인지요구	접근성	주체성	형성평가
1	전체 학급 활동 (전시학습상기)	High	Medium	High	Low	Low
2	전체 학급 활동 (과제 제시)	High	Medium	High	Low	Low
3	소그룹 활동 1	High	High	Medium	High	High
4	전체 학급 활동 (힌트 제안1)	High	Medium	High	Medium	Low
5	소그룹 활동 2	High	High	Medium	High	High
6	학생 발표	High	Medium	High	High	High
7	전체 학습 활동 (연습문제 풀이)	Medium	Medium	High	Low	Low
평균		2.64	2.36	2.71	1.93	1.79

로 각 측면별로 분석한 결과를 본 고에서는 거시적 관점의 분석이라 명하고, 그 결과는 다음 <표 V-1>과 같다. 다시한번 상기하자면, 이 점수는 교사 평가적 측면이 아닌, 수업에서의 학습의 다양한 기회가 어떠한 방식으로 형성되고 접근성이 부여되었는지의 측면임을 분명히 한다. 따라서 연구적인 측면에서 부여된 숫자로 된 점수는 본 고에서는 High-Medium-Low로 언어적 표현으로 바꾸어 나타내었고, 평균 점수만 참고로 숫자화 하였다. <표 V-1>에서 에피소드3~6까지 음영처리 된 것은 도입과 정리를 제외한 주요 수업 활동으로 이 부분에 대한 논의는 다음 각 섹션에서 하기로 한다.

이제, 다음의 절에서 각각의 측면에 대한 세부적인 관찰 결과를 기술하도록 한다.

2. 수학적 측면

효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임의 수학적 측면에 대한 수업 관찰 평가 기준은 다음과 같다.

교실 수업에서 다루어지는 수학이 얼마나 목표 중심적이고, 일관성 및 연결성이 있는지의 측면이다. 학생들은 중요한 수학적 내용과 수학적 실행을 배울 수 있는 기회를 가져야 하고, 효과적인 수학적 습관을 개발할 수 있는 배움의 기회를 가져야 한다.

본 고의 김교사의 수업의 합 수업에서는 학생들에게 주어진 수학 주제가 매우 목표 중심적이었다. 국내의 신규 교사나 연구 수업 중에 의례적으로 제시되곤 하는 ‘학습목표 제시’라며 학생들에게 학습 목표를 읽게 하는 등의 명시적인 활동이 본 수업 관찰에서는 없었음에도 불구하고, 학생들에게 주어진 활동지에 학습 목표가 구체적으로 명시되어 있었고, 또한 수업 중에 “거듭제곱의 합을 (그림을 이용하거나, 선숙이의 방법을 이용하거나, 교과서를 참조하여) 증명해보자”라고 여러 번 언급하는 것을 통해 관찰할 수 있었다.

수업 활동은 대부분 소그룹 활동과 학생 발표로 구성되어 있었는데, 소그룹 활동에서도 주어진 소그룹 학생 활동지를 통해 학생들에게 주어진 수학은 학습 목표를 중심으로 일관적으로 구

성된 수학적 내용($\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$) 과

$\sum_{k=3}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$ 의 유도 및 증명을 중심으로 활발히 고민하고 토론하였다. 그러면서 여러 수학적 실천적(mathematical practices)인 측면들, 예를 들면, 문제를 이해하고 인내심을 갖고 문제를 풀거나, 반복되는 추론에서 규칙을 찾아 표현하거나, 다른 사람의 추론을 비판하고 논리적으로 주장하기도 하는 등의 수학적 습관 (mathematical habits of mind) 및 실천을 실행하는 모습을 보였다. 또한, 학생들은 다양한 방법으로 수학적 내용을 생각할 수 있게끔 하는 수학적 기회를 가지기도 했다. 소그룹 활동이 끝난 후, 학생들이 발표하는 에피소드에서도 발표하는 학생의 수학적 설명은 매우 명료했으며 절차적인 내용이 중점적으로 다루어지기보다는, 학생이 도출해낸 아이디어를 설명하고 정당화하였다. 또한, 이러한 수학적 아이디어는 지난 시간에 자연수의 합의 수열 표현과 일반화 유도를 선숙이라는 학생이 그림을 그려서 제시한 부분과 자연스럽게 연결하여 전체 학급 토론으로 발전하여, 수학적 연결성을 중심으로 한 학습의 기회까지 확장되었다. 이는 다음의 ‘에피소드6-학생발표’의 일부에서도 알 수 있다.

- 1 학생 발표자1: 이 그림(앞 절의 [그림 IV-4]에 나타난 [그림 I] 참조)을 보면 이게 1의 제곱 더하기 2의 제곱 더하기 3의 제곱 이잖아. 이걸 이제 그림에서 붙여놨어. 여기서 보면 이게 하나가 길이가 1이잖아. 그리고 이거 절반으로 나눈걸 반대로 쌓았어. 그럼 하나의 도형이 나오게 되면, 길이가 여기는 n 개고 여긴 $n+1$ 개, 여긴 $n + \frac{1}{2}$ 개 있는거야. 그래서 이렇게 계산해보면 나와 (그림을 짚어가면서 설명함).
- 2 김교사: (학생들 보며) 질문 없니?

3 학생 1: 왜 저기가 $\frac{1}{2}$ 이야?

4 학생 발표자1: 도형 하나의 길이를 1이라고 뒀잖아. 1의 제곱 더하기 2의 제곱 더하기 3의 제곱 더하기 4의 제곱. 이거 세개를 한꺼번에 결합시키면 위애가 남잖아. 여기 높이가 같게 나눠서 똑같은데 덮어 주잖아. 그래서 위애가 n 개에 $\frac{1}{2}$ 을 더한 거고, 옆애가 $n+1$ 이 되는거고 여긴 n 개여서 이렇게 나오는거야.

5 김교사: 너희 하나 더 튀어나온 거 이해가?

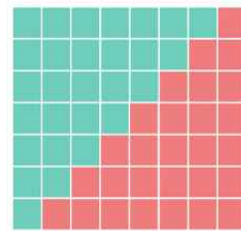
6 학생 2: 하나는 안 튀어나오고 하나는 튀어나오고...

7 김교사: ‘하나는 안 튀어나오고 하나는 튀어나오고’가 뭐야?

8 학생 2: 노란색은 안 튀어나오고 파란색은 튀어나오고...

9 학생 3: 빨간색은?

10 김교사: (지난 시간에 선숙이가 나와서 설명했던) 선숙이 방법. ‘선숙이 방법’ 그림이 뭐였지? ($\sum_{k=1}^n k = 1+2+3+\dots+n$ 의 그림을 이용한 표현으로, 다음의 [그림 V-1]처럼 두 번의 $1+2+\dots+7$ 을 상하로 합치면, 가로에 하나의 줄이 더 생겨 가로가 7이 아닌 8이 됨을 설명함)



[그림 V-1] 선숙이의 방법: 그림으로 표현한 자연수의 합의 일반화 과정

학생 발표 활동 에피소드의 수업 관찰 기준의 상위 수준은 “발표된 수학은 비교적 명확하고 정확하며 정당성이나 설명이 포함되어 있거나 교사가 학생들에게 중점적으로 중심 수학 아이

디어와, 설명 및 정당화 하도록 권장한다”로 명시하고 있다. 따라서 위에 제시된 에피소드 6에서 1줄과 4줄에서 보여지듯이 학생발표자는 본인의 아이디어를 비교적 명확하게 설명하고 있고, 교사는 전체 학급에게 질문을 하도록 권유하며 학생 발표를 통한 수학적 아이디어가 다른 모든 학생들에게도 더 명료하게끔 권장하고 있다. 3줄에 학생1이 학생발표자에게 질문을 하고 학생발표자는 추가 설명을 하면서(4줄) 이러한 명료화 및 정당화 과정을 보여주고 있다. 또한 교사는 5줄에서 보여지듯이 학생 발표 활동을 이제 전체 학급 토론의 형태로 전환하면서 자연스럽게 발표자뿐 아니라 다른 모든 학생들이 발표자의 아이디어를 동일한 수준으로 이해할 수 있는 기회로 만들고 있다. 또한 지난 수업 시간에 제시된 선속이의 아이디어와 본시 학습의 3차원적인 블록 그림과의 연결(10줄과 [그림 V-1] 참조)을 통해 수학적 표현들 사이의 연결성, 아이디어사이의 연결성까지 제시하고 있어 높은 수준으로 코딩이 되었다.

3. 인지적 요구의 측면

효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임의 인지적 요구 측면에 대한 수업 관찰 평가 기준은 다음과 같다.

교실에서의 상호 작용이 얼마나 학생들의 수학적 계발을 위한 지적 자극 및 도전을 조성하고 유지하는 지의 측면이다. 이러한 지적 도전은 교사가 하나하나 가르쳐 주는 정도의 너무 쉬운 수준이어서도 안 되고, 너무 어려워서 해매도록 두어서도 안 되는 중간 정도가 이상적이다.

김교사의 수업에서 제공된 활동지 자체의 인지 요구 수준은 고등학교 1학년 학생들이 이 수업에서의 수학적 목표인 수열의 합의 일반항을

구하는데, 다양한 전략과 표현법을 이용해서 유도할 수 있도록 요구 하고 있어, 다양한 수학적 사고 계발을 위한 지적 자극을 조성하고 있다. 이는, Stein, Smith, Hemmingsen, & Silver (2009)의 수업 시 이용되는 과제의 인지적 요구 레벨 분석 가이드(The Task Analysis Guide)를 적용하여 분석했을 경우에도 높은 수준으로 나타나게 된다. 특히, 교사의 힌트지가 제공되기 전에는 ‘수학을 행하기 (Doing mathematics)’ 수준의 과제로 제시가 되었고, 학생들이 어려워하자, 교사는 시각적인 표현이 담긴 힌트지를 제시함으로써 학생들이 추상화된 수학적 아이디어와 시각적 표현을 연결할 수 있도록 도움을 주는, ‘연계 있는 절차형 과제’ 수준의 과제로 제시가 되었다 (구미영, 이광호, 2015; Stein et al., 2009).

“효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임”은 특히 이 과제가 교사의 발문 등을 통해 어떠한 형태의 배움의 기회로 제공되었는지에 중점을 두는데, 김교사는 초기 힌트가 없는 활동지를 이용하여 학생들에게 충분히 생각하고 고민하고 소그룹 내에서 토론할 수 있는 기회를 우선 제공하였다. 이때에도 김교사는 각 소그룹을 방문하여 도움을 주기도 하였는데, 이때의 도움은 직접적으로 설명을 제시하거나 결정적 힌트를 제공하여 인지적 요구 수준을 낮추지 않고, 다음과 같은 적절한 발문 및 지도를 하였다. “이 방법 말고 다른 방법으로도 다양하게 풀어볼까”라거나, 지난 시간에 학습했던 내용을 상기시키며 학생들이 스스로 연결할 수 있도록 도와주는 발문인 “저번에 등비수열의 합 구할 때 어떻게 했었지? 적당히 식을 빼서 계산을 했었지? 그 방법을 이용하면 되지 않을까? 안되면 그림으로. 이걸 기하학적으로, 도형으로 한 번 접근해봐.”라며 학생들이 그 과제에 대해 과제 내적, 외적으로 연결하여 생각할 수 있게끔 하였다. 이러한

발문들은 학생들이 본인들의 생각과 노력에 의해 수학적 활동에 생산적으로 참여할 수 있도록 도와주는 것으로 높은 수준의 인지 요구 측면적인 학습의 기회가 제공되었음을 알 수 있었다.

4. 수학 내용에 대한 접근성 측면

효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임의 수학 내용에 대한 접근성 측면에 대한 수업 관찰 평가 기준은 다음과 같다.

교실 활동 구조가 수업에서 다루는 핵심 수학에 모든 학생들의 적극적인 참여를 어느 정도로 유지하는 지의 측면이다. 수학이 얼마나 풍부하게 논의되는 지와는 상관없이 소수의 학생들만이 토론을 독점하는 듯한 수업은 공정하지 않다.

이 측면은 단 한 번의 수업 관찰로 배움의 기회가 얼마나 공정한지 측정하기에는 다른 측면에 비해 어려운 점이 있다(Schoenfeld, in press). 그러나, 본 고의 수업 관찰은 겨울에 이루어진 것으로, 이미 학년이 끝나가는 시기였다. 따라서, 교사가 학생들의 공정한 토론 참여를 이루어지게끔 하는 구체적인 가이드나 지시는 없었지만, 학생 참여가 학급의 문화로 이미 형성되어 있음을 학생들의 활발하고 적극적인 토론 참여로 알 수 있었다. 특히, 소그룹 활동에서는 모든 모둠 구성원들이 빠짐없이 적극적으로 본인의 의견을 제시하고 토론하였다. 또한, 위에서 제시한 ‘에피소드 6-학생 발표’에서도 알 수 있듯이 학생이 발표를 할 때에도 다른 학생들이 스스로없이 질문을 하고 답을 하는 모습에서도 대체적으로 공정한 접근성에 관해 관찰할 수 있었다. 즉, 학생 발표가 이미 교사가 폭 넓은 참여를 적극적으로 지원할 수 있도록 전체 토론의 형태로 참여 구조가 형성되어 있음이 관찰되어, 매우 높은 수준으로 코딩이 되었다.

5. 행위주체성, 자주성 및 긍정적 정체성 측면

효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임의 수학 내용에 대한 행위주체성, 자주성 및 긍정적 정체성 측면에 대한 수업 관찰 평가 기준은 다음과 같다.

어느 정도로 본인의 행위주체성(agency, 수학 학습에 몰두 할 수 있는 역량과 의지)과 자주성(authority, 확실히 수학을 배울 수 있다고 인식하는 것)을 계발하는 데 기여하는지의 측면으로, 학생들이 서로 가설을 세우고 설명하고 수학적으로 논증을 하면서 결과적으로는 수학 학습자로서의 긍정적인 정체성을 갖게 되는 측면이다.

이 측면은 김교사의 도입 에피소드(전시학습 상기나 과제 제시)와 마지막 연습문제 풀이 에피소드에서는 높지 않은 수준을 나타내었는데, 이는 본 수업에 들어가기 전, 짧은 시간 안에 많은 내용을 체크해야하기에 이 측면을 높은 수준으로까지 유지하며 수업을 하는 데에는 오히려 본 수업에 집중하지 못하고 효과적이지 않는 수업이 될 우려가 있다.

반면에 소그룹 활동이나 학생 발표 에피소드에서는 높은 수준을 나타내었는데, 대부분의 학생들이 수학적 내용에 대해 설명하고 토론하는 양상을 나타내었고, 또한 서로 의견을 교환하며 생각을 구축하였음이 관찰되었다. 또한, 앞선 에피소드에서처럼, 교사가 ‘선숙이의 방법’이라며, 그림으로 자연수의 합을 나타낸 선숙이의 아이디어에 소유권(authorship)을 부여함으로써 학생들에게 행위주체성과 자주성을 계발할 수 있는 기회를 주었다. 이는 학생들이 스스로 수학 활동에 참여하고 목소리를 낼 수 있고 그에 접근할 수 있는 기회가 부여된 것의 예로 볼 수 있으며, 수학 학습에 긍정적인 정체성을 구축할 수 있는

기반이 된다. 이는 특히 ‘수포자’라고 본인을 명명하며 수학 학습에 부정적인 태도와 정체성을 갖는 많은 학생들에게 수학 학습의 행위주체성을 계발할 수 있는 방안에 함의를 주며, 이는 기존의 연구들(Engle, 2011; Engle & Conant, 2002)과 같은 연결고리를 갖는다.

6. 형성평가적 측면

효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임의 수학 내용에 대한 형성 평가적 측면에 대한 수업 관찰 평가 기준은 다음과 같다.

수업의 효과적인 도입 및 학생들의 오개념을 바탕으로 교사가 얼마나 학생들의 생각을 유도하고 그것에 반응적 지도를 하는지의 측면이다. 효과적인 수업은 학생들의 현재 상태를 진단하고 발전할 수 있는 기회를 주는 것이다.

이 측면은 앞의 네 번째 측면과 마찬가지로 김교사의 도입 에피소드(전시학습 상기나 과제 제시)과 마지막 연습문제 풀이 에피소드에서는 높지 않은 수준을 나타내었다. 이는 전술한 것처럼 본 수업 활동에 효과적인 집중도를 위하여 반응적 지도(responsive teaching; 김희정, 한채린, 배미선, 권오남, 2017)를 의도적으로(혹은 비의도적으로) 하지 않은 것으로 관찰된다. 반면에 소그룹 활동에서는 조금 높은 수준의 반응적 지도를 보였다. 이는 다음 ‘에피소드 5-소그룹 활동 2’에서도 잘 보여진다.

- 11 학생1: 아~ 팔호하고 2하면 다 곱해지는 거잖아!
 12 학생 2: 아, 그럼 팔호하고 1+2+3+ ...
 13 학생 3: (교사에게) 그럼 시그마 k예요?
 14 김교사: k는 뭐고, 2는 뭔데?
 15 학생2: 근데, 이걸 $1^2+2^2+3^2+\dots$ 잖아.
 16 학생들 어려워 하며 문제 해결을 못하고 있음

- 17 김교사: ([그림 IV-1]과 [그림 IV-2]가 제시되어 있는 유인물을 나누어주며) 자, 그림 이걸 해보자. 이걸 이해해보자. 힌트는 선속이 법. 그림마다 설명하는 게 달라. 1번은 뭘 설명하는 걸까?
 18 학생1: 이거 은미(학생 4)가 설명한 거 아니야?
 19 김교사: 은미가 이거 설명했었어?
 20 은미: 아, 저는 이렇게 안했어요. 그냥 여기 점 찍어서 세로로 봤어요.
 21 김교사: 비슷하네. 이거 네가 점 찍을 걸 애는 세로로 세웠네.
 22 학생 3: 아, 보니까 이거 세 개를 한번에 합쳤으니까 $\frac{1}{3}$ 을 곱했네.
 23 학생들 잠시 멈추며 그림 해석을 함.
 24 김교사: 우리 k로 생각하지 말고, 애네가 몇 개인가 한 번 세볼까? 세다보면 규칙이 나오겠지?
 25 은미: 했어!!! (다른 친구들에게 설명)
 26 김교사: (은미의 설명 후) 근데 여기가 왜 k+1이 되지?
 27 학생1: (고민하다가) 아! 선속이 방법처럼 이게 한 칸씩 밀려서 k+1이 되요!

이 에피소드의 17줄과 24줄에서 보여지듯이, 교사는 단순히 학생들의 오류를 교정해 주는 것이 아니라, 발문을 통해 학생의 생각을 끌어내고 있다. 또한 이미 형성되어 있는 학급의 분위기와 문화로, 교사가 따로 학생들의 설명을 요구하지 않아도, 학생들이 스스로 본인의 사고를 설명하고 (특히, 25줄. 은미가 학생들에게 본인의 아이디어 설명), 24줄이나 26줄에서처럼 김교사는 학생들이 혼란을 겪을 만한 부분을 짚어주는 질문을 하여 학생들이 사고를 발전할 수 있도록 유도하고 있다.

그러나, 교실내의 모든 소그룹을 지도할 때에 위의 에피소드에서처럼 오개념을 의미있는 토론 활동으로까지의 확장을 하거나 의미 있는 반응적 지도를 하지는 못하였다. 이는 김교사의 수업에서만 이러한 어려움이 관찰되는 것이 아니라,

다인수 학습에서는 대부분 관찰되는 어려움이다 (Cobb et al., 1991; Kim, 2015; Peressini & Knuth, 1998; Smith & Stein, 2011). 이는 앞으로 교사 개인의 노력 이외의 다른 방향으로 교실 수업 지원 및 개선을 위한 논의가 필요한 부분이다.

VI. 결론 및 함의점

본 고에서는 ‘효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임’의 한 버전인 교실 수업 관찰 프레임을 이용하여 한국 고등학교 수학 교사인 김교사의 수업단원의 수업을 분석하였다. 특히, 기존의 프레임과는 달리, 효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임은 교수 행동이 아닌 학습자의 수학 학습의 기회에 초점을 맞추어 얼마나 수학적으로 질 좋은 학습의 기회가 창출되고, 학생들이 이 기회에 공정하게 접근할 수 있는지에 초점을 두어 분석을 할 수 있었다. 수업 분석을 요약하면, 김교사의 수업 단원 수업은 빠르게 점검하고 지나가야 하는 전시학습 확인 및 연습문제 풀이 부분을 제외한, 본시 수업 활동에서의 분석 결과 대부분의 측면에서 바라본 수학적인 배움의 기회의 질과 접근성이 매우 높은 수준이었다. 이러한 김교사 수업의 사례 분석은 본 고의 독자와 연구자들에게 효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임을 이용하여 수업을 분석하는 기준과 예시를 제공해줄 뿐만 아니라, 다섯 가지 측면 중 각각의 측면에서의 높은 수준의 수업활동이 어떠한 특성을 띠고 있는지에 대한 사례도 제시하고 있다. 이는 수학 교실 수업 분석과 사례 연구를 통하여 실제 교사들이 다방면으로 교실 수업에서 실천할 수 있는 방안을 함의하고 있다.

김교사와 같은 많은 수학교사들에게 본 고에서 소개한 ‘효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필

수 측면’은 좋은 수학 수업에 대하여 수업의 본질인 학생들의 배움과 그 기회에 포커스를 맞추어 수업 개선을 하는데 의의가 크다. 또한, 이 프레임은 그동안 수학 수업이 수학적 내용에 매우 치중하고 있어, 수학 포기자(일명, 수포자)나 수학적 태도나 정의적 측면에서 부정적인 학생들을 지도하는 데의 연구적 측면이 부족하였던 우리나라의 실정에, 수학적 내용 뿐만 아닌 다양한 측면에 대한 좋은 수학 수업에 대한 연구에 많은 함의를 준다. 특히, 본 프레임의 각각의 다섯 가지의 필수 측면들에 따라, 다음의 학습 활동을 장려하고 있음을 제안하고 있다. 첫째, 교사가 학생의 행동을 통제하고 수학 지식의 일방적 전달을 하는 교실 활동이 아닌, 수학적으로 다양한 전략 및 개념, 방법에 대한 생산적인 토론 활동을 통해 학습자 중심의 수학적 개념 구성 및 수학적 실천 활동을 돕는 것을 수학적 측면으로 장려하고 있다. 둘째, 교사가 과제를 제시하거나 과제와 관련된 활동을 할 경우, 학생들이 생각의 깊이 없이 단답형으로만 답할 수 있는 매우 쉬운 과제나 교사의 질문을 지양한다. 또한, 과제나 교사의 의도된 발문이 너무 어려워서 깊은 사고를 포기하게 하는 교실 활동도 지양하고, 그 중간의 적절한 인지적 요구가 필요한 활동이 필요함을 제안하고 있다. 즉, 두 번째 측면과 관련한 효과적인 수학 수업에서는 수학 과제를 해결하는데 적절한 인지적 자극을 줄 수 있는 과제를 제공하고, 그 과제를 중심으로 하는 수학적 활동이 교사의 발문에 의해 학생들이 수학적으로 사고할 수 있는 기회를 제거해 버리거나 해서는 안 되고, 학생들의 사고를 계발토록 하는 발문을 통해 수학적 활동을 (재)구성되어야 함을 장려하고 있다. 셋째, 수학 학습 활동이 이루어지는 동안, 되도록 많은 학생들의 참여가 독려되어야 하는 활동을 장려하고 있는데, 이는 수학에 흥미를 잃은 학생이나 본 수업에 참여하기

를 거부하는 학생들을 다양한 방법으로 참여를 독려하거나 그러한 교실문화가 구성이 되어야 함을 제안한다. 이는 특히, 소그룹 활동에서 두드러지게 나타날 수 있는데, 여기서 추상적인 수학 표현 뿐 아니라, 다양한 아이디어들을 가진 (예를 들면, 시각적 표현, 확산적 사고 등의 다양한 장점을 가진) 개개인의 참여가 수학적 활동에 의미 있는 기여를 할 수 있도록 과제를 구성하거나 그러한 수 있도록 하는 교사의 발문이 중요함을 시사하고 있다. 소그룹 활동에서 연습된 이러한 실천적이고 태도적인 측면은 이후 전체 학급 토론이나 활동에서도 학생들의 자신감 있는 공정한 참여를 이르게 한다. 이는 다음의 네번째 제안점과도 깊이 관련이 있는 것으로, 이러한 자신감 있는 활동들은 교사가 공개적으로 아이디어를 제시한 학생에게 그 아이디어의 소유권을 부여하거나, 학생들의 자발적인 질문과 반박 등을 통한 토론 활동이 가능하도록 장려함으로써 학생들의 수학 학습에 대한 행위주체성과 자주성, 긍정적 태도 등이 길러질 수 있는 기회가 마련이 됨을 제안하고 있다. 마지막으로, 수업 활동 중에 학생들의 오개념이나 부분적 이해 등이 드러났을 경우, 교사가 이를 바로 정오답으로 가리는 것보다는 수업 토론 활동의 자원으로 환원하여 전체 학생들과 왜 그런지에 대해 생각해보고 토론해 보는 활동을 통해 수학적 개념을 이해하고 구성할 수 있도록 하는 반응적 교수를 지향하고 있음을 제안하고 있다.

개발된 프레임워크를 통해 제안하고 있는 의미 있는 다섯 가지의 필수적인 교수학습 활동 측면은 학습의 이론적 관점에서도 함의하는 바가 크다. 수학 교실에서의 교수-학습적으로 중요한 다섯 가지의 필수 측면은 교실 수업에서 학습자들이 어떠한 학습의 기회를 제공받고, 그 기회에 접근

하는지를 고찰할 수 있는 틀이 되기도 한다. 즉, 수학 교실에서 수학적 내용과 수학적 실천을 위한 질 높은 배움의 기회를 창출하고, 그 기회에 어떻게 학생들이 공평하게 접근하고, 학생들의 수학에 대한 긍정적 태도 및 정체성을 계발하게끔 할 수 있는지에 대한 기준을 제시하는데 큰 의의가 있다.

본 프레임을 이용하여 수학 수업에서 교수학습적으로 중요한 다섯 가지 핵심 측면에 대해서 분석한 결과를 각각의 측면에 따른 학습자들의 학습 결과를 측정하여 교실 수업에서의 활동과 학습자의 각 측면의 학습 결과(즉, 수학적인 학업 성취도 뿐만 아니라, 학습자들의 행위주체성, 자주성, 긍정적 정체성 등의 성장 여부)와 연결하는 연구로 발전할 수 있다면, 연구의 실천적 측면에서 매우 의의가 클 것으로 생각한다. 따라서, 본 프레임에서 제안하고 있는 다섯 가지 핵심 측면의 학습 결과를 측정하는 연구를 차후 연구로 제안한다.

또한, 교사 전문성 신장의 관점에서 제안하자면, 교사들도 본인의 수학 수업을 본 프레임에서 제안하고 있는 다섯 가지 측면을 중심으로 각각 인식하고 주목하기(김희정, 한채린, 배미선, 권오남, 2017; 이은정, 이경화, 2016) 를 통해 되돌아볼 수 있다. 특히, 본 고에 소개된 ‘효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임’의 일부로 교사 전문성 신장의 관점에서 개발된 ‘좋은 수학 수업의 필수 측면을 위한 전문성 신장 대화 가이드(Baldinger, Louie, & the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project, 2016)¹²⁾’는 꾸준한 교사와 수업 관찰자 및 연구자들의 대화를 통해, 장기적으로 교사들이 여러 맥락의 수업 연구나 배움의 공동체에서 다방면에서의 좋은 수학 수업에 대한 인식 및 주목하기를 계발할 수 있고, 그에 따른 본인의

12) TRU PD conversation guide. 번역본은 저자의 웹페이지 http://huniv.hongik.ac.kr/~mathprof/hjkim_bib2 에서 찾을 수 있다.

수업을 되돌아보고, 부족한 측면을 계발할 수 있는 실천적인 도구를 제공하고 있다. 이를 이용한 교사 전문성 신장 및 교실 수업 개선의 연구는 차후 연구로 제안한다.

김교사는 좋은 수학 수업에 대한 고민을 끊임 없이 하며, 꾸준히 동료교사와 공식적인 수업 연구 뿐만 아니라 비공식적으로 배움의 공동체를 구성하여 수업 연구를 하고 있다. 김교사와 같이, 교사의 자발적인 전문성 신장의 노력은 개인 주의적인 면모를 보이는 서구의 교사 및 학교 문화(Richardson, 2003)와는 달리, 우리나라에서 고유하게 보여지는 값진 문화이다. ‘효과적인 수학 수업의 다섯 가지 필수 측면 프레임’과 ‘전문성 신장 대화 가이드’를 이용하여 좋은 수학 수업을 위한 필수 측면들에 대하여 탐색하되, 우리나라 교사들 간의 문화, 혹은 우리나라 학교 문화의 특색에서 더 값진 필수 측면들을 찾는 것이 다음 연구의 임무가 아닐까 한다. 특히, 본 고에서 관찰한 년도의 김교사의 수업 연구 및 수업 관찰과 수업 나눔 이후, 그 다음해의 김교사의 꾸준한 수업에 대한 연구 끝에, 더 성장한 같은 내용의 수업(즉, 자연수의 거듭제곱의 합의 수업)의 분석은 차후 연구에서, 교사들 간의 자력으로 구성된 배움의 공동체와 수업 연구, 혹은 전문성 신장과 관련하여 깊게 탐구해볼 가치가 있다. 이에, 다양한 연구자들의 후속 연구로 우리나라만의 고유한 교사 및 학교 문화의 맥락에서 더 값진 교사 전문성 신장의 필수 측면을 찾을 수 있는 방안을 본 고에서 함의 및 제안하면서, 다양한 후속 연구를 기대한다.

참고문헌

- 구미영, 이광호(2015). 인지적 요구 수준 및 사고 수준의 발달방향에 따른 초등학교 길이 측정 단원의 수학과제 분석. **한국초등수학교육학회지**, 19(3), 387-408.
- 김동원(2010). 우리나라 수학 수업 연구의 현황과 전망. **수학교육연구**, 20(2), 121-143.
- 김희정, 한채린, 배미선, 권오남(2017). 수학 교사의 주목하기와 반응적 교수의 관계: 모든 학생의 수학적 사고 계발을 지향하는 수업 상황에서. **수학교육**, 56(3), 341-363.
- 방정숙(2012). 초등학교 수학 수업 어떻게 분석할 것인가?-수학 수업 평가 기준의 활용 사례. **초등교과교육연구**, 15, 109-140.
- 이경화(2002). 초등 수학 수업의 이해를 위한 관찰과 분석. **학교수학**, 4(3), 435-461.
- 이은정, 이경화(2016). 교사의 사전 주목하기와 수학수업에서 실제 주목하기에 대한 연구. **학교수학**, 18(4), 773-791.
- 주삼환(1998). **수업관찰과 분석: 장학과 교사의 수업의 질 향상을 위한**. 서울: 원미사.
- 최승현, 임찬빈(2006). **수업평가 매뉴얼: 수학과 수업평가 기준**. 한국교육과정평가원 연구자료. ORM 2006-24-5.
- 한국교육개발원(2000). **학교평가대상학교 교직원 연수 자료집**. 한국교육개발원.
- Baldinger, E. Louie, N., and the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project. (2016). *TRU Math conversation guide: A tool for teacher learning and growth (mathematics version)*. Berkeley, CA & E. Lansing, MI: Graduate School of Education, University of California, Berkeley & College of Education, Michigan State University.
- Borko, H., Eisenhart, M., Brown, C., Underhill, R., Jones, D., & Agard, P. (1992). Learning to Teach Hard Mathematics: Do Novice Teachers and Their Instructors Give up Too Easily? *Journal for Research in Mathematics Education*

- 23(3). 194-222.
- Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Wheatley, G., Trigatti, B. and Perlwitz, M.: 1991, 'Assessment of a problem-centered second-grade mathematics project', *Journal for Research in Mathematics Education* 22(1), 3-29.
- Cohen, D., Raudenbush, S., & Ball, D. (2003). Resources, instruction, and research. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 25(2), 1-24.
- Council of Chief State School Officers. (2013). Interstate Teacher Assessment and Support Consortium InTASC Model Core Teaching Standards and Learning Progressions for Teachers 1.0: A Resource for Ongoing Teacher Development. Washington, DC: Author.
- Danielson, C. (2011). *The Framework for Teaching evaluation instrument, 2011 Edition*.
<http://www.danielsongroup.org/article.aspx?page=FFTEvaluationInstrument>.
<http://www.danielsongroup.org/download/?download=448>.
- Engle, R. A. (2011). The productive disciplinary engagement framework: Origins, key concepts and developments. In D. Y. Dai (Ed.), *Design research on learning and thinking in educational settings: Enhancing intellectual growth and functioning* (pp. 161-200). London: Taylor & Francis.
- Engle, R. A., & Conant, F. R. (2002). Guiding principles for fostering productive disciplinary engagement: Explaining an emergent argument in a community of learners classroom. *Cognition and Instruction*, 20(4), 399-483
- Institute for Research on Policy Education and Practice. (2011). *PLATO (Protocol for language arts teaching observations)*. Stanford, CA: Institute for Research on Policy Education and Practice.
- Junker, B., Matsumura, L. C., Crosson, A., Wolf, M. K., Levison, A., Weisberg, Y., & Resnick, L. (2004). Overview of the Instructional Quality Assessment. *Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association*, San Diego, CA.
- Kane, T. J. & Staiger, D. O. (2012). *Gathering feedback for teaching: Combining high-quality observations with student surveys and achievement gains*. Research Paper. MET Project. Bill & Melinda Gates Foundation.
- Kim, D. (2010). Current state and prospect of research about mathematics instruction in Korea. *Journal of Educational Research in Mathematics*. 20(2). 121-143.
- Kim, H. J. (2015). *Teacher learning through practices: How mathematics teachers change in practices with innovative curriculum materials*. Unpublished doctoral dissertation. University of California, Berkeley, Berkeley, CA.
- Kim, H., Han, C., Bae, M. S., & Kwon, O. N. (2017). The relationship between mathematics teachers' noticing and responsive teaching: In the context of teaching for all students' mathematical thinking. *Journal of Korean Society of Mathematics Education Series A: The Mathematical Education*. 56(3), 341-363.
- Ku, M. & Lee, K. (2015). Analyzing and restructuring mathematical tasks of length measurement in elementary school mathematics: Focused on 2nd Graders. *Journal of Elementary Mathematics Education in Korea*. 19(3), 387-408.
- Learning for Mathematics for Teaching (2006). *A Coding Rubric for Measuring the Mathematical*

- Quality of Instruction* (Technical Report LMT1.06). Ann Arbor, MI: University of Michigan, School of Education.
- Lee, E. J. & Lee, K-H. (2016). A study on teacher's pre-noticing and actual noticing in mathematics classroom. *Journal of Korean Society Educational Studies in Mathematics School Mathematics*, 18(4). 773-791.
- Lee, K-H. (2002). Observation and analysis of elementary mathematics classroom discourse. *Journal of Korean Society Educational Studies in Mathematics School Mathematics*, 4(3). 435-461.
- MacQueen, K. M., McLellan, E., Kay, K., & Milstein, B. (1998). Codebook development for team-based qualitative analysis. *Cultural Anthropology Methods*, 10(2), 31-36.
- Marder, M., & Walkington, C. (2012) UTeach Teacher Observation Protocol.
https://wikis.utexas.edu/pages/viewpageattachment.action?pageId=6884866&sortBy=date&highlight=UTOP_Physics_2009.doc&
- Measures of Effective Teaching Project (2012). *Gathering Feedback for Teaching*.
http://metproject.org/downloads/MET_Gathering_Feedback_Research_Paper.pdf
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- National Governors Association Center for Best Practices and Council of Chief State School Officers (NGA & CCSSO). (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: Authors.
- PACT Consortium (2012) Performance Assessment for California Teachers. (2012) A brief overview of the PACT assessment system.
http://www.pactpa.org/_main/hub.php?pageName=Home.
- Peressini, D., & Knuth, E. (1998). 'Why are you talking when you could be listening? The role of discourse in the professional development of mathematics teachers', *Teaching and Teacher Education*. 14(1), 107-125.
- Pianta, R., La Paro, K., & Hamre, B. K. (2008). *Classroom assessment scoring system*. Baltimore: Paul H. Brookes.
- Richardson, V. (2003). The dilemmas of professional development. *Phi Delta Kappan*, (January), 401-406.
- Schoenfeld, A. H. (2011). *How we think: A theory of goal-oriented decision making and its educational applications*. New York: Routledge.
- Schoenfeld, A. H. (2013). Classroom observations in theory and practice. *ZDM*, 45(4), 607 - 621.
- Schoenfeld, A. H. (2014). What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them? *Educational Researcher*, 43(8), 404-412.
- Schoenfeld, A. H. (2015). Thoughts on scale. *ZDM*, 47(1), 161-169.
- Schoenfeld, A. H. (July 23, 2017). Personal communication.
- Schoenfeld, A. H. (November 2, 2017). Personal communication.
- Schoenfeld, A. H. (in press). In C. Y. Charalambous and A.-K. Praetorius (Eds.), *Studying Instructional Quality in Mathematics through Different Lenses: In Search of Common Ground. An issue of ZDM: Mathematics Education*.
- Schoenfeld, A. H., & the Teaching for Robust Understanding Project. (2016a). *An Introduction*

- to the Teaching for Robust Understanding (TRU) Framework. Berkeley, CA: Graduate School of Education. Retrieved from <http://map.mathshell.org/trumath.php> or <http://tru.berkeley.edu>.
- Schoenfeld, A. H., and the Teaching for Robust Understanding Project. (2016b). *The Teaching for Robust Understanding (TRU) observation guide for mathematics: A tool for teachers, coaches, administrators, and professional learning communities*. Berkeley, CA: Graduate School of Education, University of California, Berkeley.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *Five practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2009). *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development*. Second Edition. Reston, VA: Teachers College Press.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press.
- University of Michigan (2006). Learning mathematics for teaching. A coding rubric for measuring the mathematical quality of instruction (Technical Report LMT1.06). Ann Arbor, MI: University of Michigan, School of Education.
- Yin, R. K. (2009). Case study research: Design and Methods. SAGE publications. *Thousand oaks*.

Connecting Research and Practice: Teaching for Robust Understanding of Mathematics Framework in a Korean Mathematics Classroom Context

Kim, Hee-jeong (Hongik University)

This article reviews several classroom behaviors. In this article, using this TRU Math observational frameworks and introduces one of them, Teaching for Robust Understanding of Mathematics (TRU Math) framework, in more detail. The TRU Math framework has unique features, especially of which it helps researchers and practitioners analyze lessons with a focus on opportunities to learn and on how students access to the learning opportunities in mathematics classrooms rather than focusing on teacher

behaviors. In this article, using this TRU Math framework, a Korean high school mathematics lesson was analyzed. The analysis illustrates the aspects of good mathematics teaching according to the five dimensions that we theorized. It provides implications on how to better use the tool for both research and practice in Korean school culture and teacher professional development contexts.

* Key Words : Teacher Professional Development(교사 전문성 개발), Mathematics Classroom Observation Framework(수학 수업 관찰 프레임), Teaching for Robust Understanding of Mathematics(효과적인 개념 이해를 위한 수학 수업; 혹은 효과적인 수학 수업을 위한 필수 측면)

논문접수 : 2017. 9. 25.

논문수정 : 2017. 11. 4.

심사완료 : 2017. 11. 10.