대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 27 권 제 4 호
Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. 27, No. 4, 615 ~ 637. Nov 2017

심화수학 교과서 과제의 인지적 노력수준에 대한 학생 인식 분석

정 혜 윤* · 이 경 화**

본 연구는 심화수학 교과서 과제의 인지적 노력수준에 대한 학생 인식을 분석함으로써 학생에게 주어진 학습기회의 실제 발현 여부를 살펴보는 것을 목표로 하였다. 이를 위해, 첫째, 이론적 틀에 기반 한 분석을 통해 심화수학 교과서 과제의 분포에 나타난 특징과 한계점을 살펴보았다. 둘째, 실제 심화수학 교과서를 사용하는 학생들이 교과서 과제의 인지적 노력수준 분포와 관련하여 인식하고 있는 특징과 한계점을 살펴보고, 교과서에 제공된 학습기회가 실제로 어떻게 발현되고 있는지 살펴보았다. 셋째, 심화수학 교과서가 과학고등학교 학생을 위한 교재라는 측면에서, 영재교육을 위한 학습기회가 제공되고 있는지 여부를 살펴보았다. 연구 결과, 심화수학 교과서에는 PNC 과제가 주로 제시되어 있었으며, 학생들 역시 PNC 과제의 해결경험이 많다고 인식하고 있었다. 또한, 영재교육을 위한 과제가 제공되지 않았으며, 학생들 역시 이에 대한 경험이 부족함을 인식하고 있었다.

Ⅰ. 서론

수학 교과서가 수학 교수·학습에 큰 영향력을 지니는 중요한 교육과정 자료임은 그동안 많은 수학교육 연구자들(Matić, & Grancin, 2016; Pepin, Gueudet, & Trouche, 2013; Remillard, Harris, & Agodini, 2014; Remillard, & Heck, 2014; Rezat, 2006; Stein, Remillard, & Smith, 2007, p. 323; Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt, & Houang, 2002, pp. 1-2)에 의해 밝혀져 왔다. 특히, 교수·학습의 과정에서 교과서가 활용되는 특정 방식을 유도하거나 제한함으로써 학생들의 학습 기회, 즉, 학생들이 무엇을 배우고 학습해야 하는지를 결정하고 구성하는데 수학 교과서에 제시된 과제의 인지적 노력수준(levels of cognitive demand)이 중심 역할을 한다는 점은 여러 연구자들(김미희, 김구연, 2013; Brown, 2011; Otten, & Soria, 2014; Remillard et al., 2014; Rezat, 2013; Stein et al., 2007, p. 327; Thompson, Senk, & Johnson, 2012)이 공통적으로 인정하는 바이다.

이러한 관점에서, 교과서에 제시된 과제의 인지적 노력수준은 교과서 연구의 주요 주제로 꾸준히 다루어져 왔다. 유리수의 덧셈과 뺄셈, 평행사변형 조건, 함수 등 특정 주제와 관련한 과제의 인지적 노력수준을 분석한 연구(권지현, 김구연, 2013; 김성희, 방정숙, 2005; 정혜윤, 이경화, 2016; 홍창준, 김구연, 2012; Son, 2012; Son, & Senk, 2010), 고등학교와 같이 특정 학교급에서 사용되는 교과서 과제의 인지적 노력수준을

* 서울대학교 대학원, hy0501@snu.ac.kr (제1 저자)
** 서울대학교, khmath@snu.ac.kr (교신저자)

분석한 연구(김미희, 김구연, 2013), 스토리텔링 교과서와 같이 특정 목적을 위한 교과서 과제의 인지적 노력수준을 분석한 연구(김동중, 배성철, 김원, 이다희, 최상호, 2015) 등 다양한 주제와 목적의 과제를 대상으로 한 인지적 노력수준에 대한 논의가 이루어지고 있는 것이다.

한편, 국내의 여러 연구들(권지현, 김구연, 2013; 김동중 외, 2015; 김미희, 김구연, 2013; 정혜윤, 이경화, 2016; 홍창준, 김구연, 2012)은 주로 일반 초, 중, 고등학교에서 사용되는 교과서에 제시된 과제에 대한 분석을 하였으며, 과학고등학교에서 별도로 사용(KAIST 과학영재교육연구원, 2016)되는 수학 교과서인 심화수학 교과서(김훈, 김병옥, 서창환, 차성훈, 전영철, 박윤주, 2011, 2012) 과제에 대한 논의는 부족한 상황이다. 하지만 심화수학 교과서 분석은 과학고등학교에서 이루어지는 교육과정에 대한 정보를 제공(양태연, 한기순, 이정훈, 박인호, 김일, 2013) 해주며, 나아가 수학・과학 우수학생에게 심화된 교육기회의 제공이라는 과학고등학교의 설립취지(Choi, 2014)에 맞는 교수・학습이 이루어지고 있는지에 대해 살펴볼 수 있는 기회를 제공해준다(김홍원, 2003)는 측면에서 연구의 필요성을 갖는다. 이에 본 연구에서는 심화수학 교과서 과제의 인지적 노력수준에 대한 분석을 그 특징과 한계점 측면에서 살펴보고자 한다. 특히, 심화수학 교과서가 과학고등학교 학생들을 대상으로 하는 영재교육 교재로써 일반 교과서에 비해 심화된 학습 기회의 제공이라는 성격을 가져야 한다는 측면(Wikins, Wikins, & Oliver, 2006)에서 과제가 갖는 한계점을 살펴보도록 한다.

더불어, 그동안 교과서 과제의 인지적 노력수준에 관한 연구(권지현, 김구연, 2013; Son, 2012; Stein et al., 2007)는 이론적 틀에 기반 한 교과서 분석이 주로 수행되었으며, 한계점이나 시사점 제시 역시 이론적 측면에 머물러왔다. 하지만 Rezat과 Sträβer(2012)에 따르면, 교과서 분석은 학생에게 주어진 학습기회의 가능성만을 제공할 뿐이며, 실제로 이런 기회가 어떻게 발현되는지에 대해선 알려주지 않는다. 학생에게 교과서가 제공하는 학습 기회와 제약이 사실인지 여부는 교과서 사용에 대한 경험적 연구에 의해서만 밝혀질 수 있다(Rezat, & Sträβer, 2012)는 것이다. 즉, 수학 교과서 과제의 인지적 노력수준이 제공하는 학습기회의 가능성(김미희, 김구연, 2013; Remillard et al., 2014; Thompson et al., 2012)은 교과서 학습 주체인 학생(도종훈, 2016; Rezat & Sträβer, 2012)의 실제 경험과 인식을 살펴봄으로써 그 실질적인 특징과 한계점을 파악할 수 있는 것이다. 이에 본 연구에서는 심화수학 교과서 과제의 인지적 노력수준이 갖는 특징과 한계점을 교과서 자체에 대한 분석 뿐 아니라 실제 사용 주체인 학생의 입장에서도 살펴보고자 한다. 학생의 실제 경험에 근거한 인식 측면에서 교과서 과제의 특징과 한계점을 살펴봄으로써 향후 교과서 구성 시 요구되는 시사점을 실제 교과서 활용 측면에서 논의해 나가는 토대를 마련하고자 한다.

구체적인 연구문제는 다음과 같다. 첫째, 과제의 인지적 노력수준 이론(Stein, & Smith, 1998)에 따라 분석했을 때, 심화수학 교과서에 제시된 과제의 분포는 어떠한 특징과 한계점을 보이는가? 둘째, 학생들은 심화수학 교과서 과제의 인지적 노력수준 분포에 대해 어떠한 특징과 한계점이 있다고 인식하고 있는가? 셋째, 심화수학 교과서가 영재교육을 위한 교재라는 측면에서, 제시된 과제는 어떠한 한계점을 보이는가?

II. 이론적 배경

1. 과제의 인지적 노력수준

과제의 인지적 노력수준이란 학생들이 주어진 과제를 성공적으로 해결하는데 필요한 사고 수준(Stein, Grover, & Henningsen, 1996; Stein, & Smith, 1998)이다. Stein 외(1996), Stein과 Smith (1998)는 인지적 노력수준을 낮은 수준, 높은 수준으로 나누고 낮은 수준에 Memorization[M] 과제와 Procedures Without Connections[PNC] 과제를, 높은 수준에 Procedures With Connections [PWC] 과제와 Doing Mathematics[DM] 과제를 제시함으로써 총 네 가지 수준의 과제를 제시하였다. Stein과 Smith(1998)가 제시한 각 수준별 과제의 특징은 다음과 같다.

M 과제는 공식, 정의, 규칙 등의 이전 지식을 그대로 떠올려 사용하는 과제로, 인지적으로 가장 낮은 수준을 요구하는 과제이다(권지현, 김구연, 2013). 과제 해결 시 절차 없이, 암기된 지식을 이용하여 짧은 시간에 즉각적인 과제 해결이 가능하다. 예를 들어, 공식이나 개념 적기, 빈칸 채우기 등의 문제는 M 과제에 해당한다(김하림, 이경화, 2016).

PNC 과제는 풀이 과정에서 특정 절차를 사용할 필요성이 있거나 특정 절차를 활용한 이전 학습에 기초하지만 개념과 의미의 관련성은 없는 과제를 말한다(권지현, 김구연, 2013). 정답 산출에 중점을 두며, 추가적인 설명은 필요하지 않다. 예를 들어, 예제에 제시된 풀이를 그대로 적용하는 등의 방법으로 해결 가능한 문제는 PNC 과제에 해당한다(김하림, 이경화, 2016).

PWC 과제는 수학적 개념과 해결 방법 사이에 연계성이 필요한 과제를 말한다(권지현, 김구연, 2013). 과제 해결을 위해 결과보다는 절차의 활용에 중점을 두게 되므로, 학생들에게 과정에 기초한 개념적 사고를 요구하게 된다. 예를 들어, '대각선으로 만들어지는 두 쌍의 엇각의 크기가 같은 사각형은 평행사변형임을 설명하시오.'와 같은 증명 문제는 PWC 과제이다(정혜윤, 이경화, 2016). 한편, PNC 과제와 PWC 과제 모두 과제해결 시 절차의 활용을 필요로 하지만, PNC 과제가 하나의 간단한 알고리즘을 필요로 한다면 PWC 과제는 두 개 이상의 복잡한 알고리즘을 필요로 한다는 점에서 차이점이 존재한다.

DM 과제는 문제 해결 전략이 분명히 제시되지 않고 복잡한 사고와 비알고리즘적인 사고를 필요로 하는 과제로, 인지적으로 가장 높은 수준을 요구하는 과제이다(권지현, 김구연, 2013). DM 과제는 PWC 과제와 함께 높은 수준 과제에 해당하지만, PWC 과제가 알고리즘적인 사고를 요구한다면 DM 과제는 비알고리즘적인 사고를 요구한다는 점에서 차이점이 존재한다.

Stein과 Smith(1998)가 제시한 과제의 인지적 노력수준은 과제 해결 과정의 복잡성과 깊이를 분석한 것으로, 과제 해결에 필요한 지식과 기술의 종류가 복잡하게 얽혀있다면 과제의 수준이 높다고 평가할 수 있다(정혜윤, 이경화, 2016). 하지만, 과제해결과정이 복잡하다고 하여 모두 동일한 높은 수준의 과제라고 볼 수는 없으며, 복잡성의 형태에 따라 높은 수준의 과제 중에서도 PWC 과제에 해당하는지, 혹은 DM 과제에 해당하는지 여부가 결정된다. 예컨대, 계산을 통한 답 구하기와 같은 알고리즘의 복잡함은 알고리즘의 연결이 요구되는 과제이므로 PWC 과제라고 할 수 있으며, 비알고리즘적인 복잡한 사고를 요구하는 과제는 DM 과제라고 할 수 있다.

과제의 인지적 노력수준을 분석한 선행연구는 교과서의 과제가 학생들에게 요구하는 사고의 깊이가 어떠한지, 다양한 수준의 학습 기회를 제공하고 있는지 여부에 대한 정보를 제공한다. 과제의 인지적 노력수준을 분석한 선행연구로는 유리수의 덧셈과 뺄셈, 평행사변형 조건, 함수 등 특정 주제와 관련한 과제의 인지적 노력수준을 분석한 연구(권지현, 김구연, 2013; 김성희, 방정숙, 2005; 정혜윤, 이경화, 2016; 홍창준, 김

구연, 2012; Son, 2012; Son, & Senk, 2010), 고등학교와 같이 특정 학교급에서 사용되는 교과서 과제의 인지적 노력수준을 분석한 연구(김미희, 김구연, 2013), 스토리텔링 교과서와 같이 특정 목적을 위한 교과서 과제의 인지적 노력수준을 분석한 연구(김동중 외, 2015) 등이 있다. 이들은 각 교과서별로 과제의 인지적 노력수준이 다양한 분포를 이루고 있으며, 분포경향과 관련하여 다음과 같은 공통점과 차이점이 존재한다는 것을 보여주었다.

먼저, 이들 연구결과의 공통점은 많은 연구에서 높은 수준보다는 낮은 수준 과제의 비중이 더 높음을 지적하면서 높은 수준 과제의 비중이 더 높아져야 함을 주장하였다는 것이다. 이러한 결과는 교과서 수학 과제의 인지적 노력수준의 분포가 균등하지 못하며, 낮은 수준 과제, 특히 PNC 과제에 집중되어 있음을 보여준다. 한편, 이들 연구결과의 차이점은 교과서 집필 목적별로 네 가지 인지적 노력수준의 비율에 차이가 존재한다는 것이다. 연구결과에 의하면, 일반적인 학교에서 사용되는 교과서에 제시된 과제의 경우 M 과제, PNC 과제, PWC 과제, DM 과제의 구성 비율이 각각 5~7%, 88~89%, 2~3%, 1~2%를 차지한다. 반면, 스토리텔링을 위한 교과서에 제시된 과제의 경우 단원별로 M 과제, PNC 과제, PWC 과제, DM 과제의 구성 비율이 각각 10~30%, 40~50%, 20~30%, 3~10%를 차지하는 등 일반 교과서와 각 수준별 과제의 분포비율에 차이가 나타남을 알 수 있다. 이와 같은 연구결과의 차이는 교과서가 그 목적에 따라 제시되는 과제의 인지적 노력수준을 차별화시킬 수 있으며, 동시에 차별화 되어야 함을 보여준다.

2. 영재교육을 위한 수학과제의 특징

수학영재학생들은 일반적인 교육과정과는 다른 별도의 교육과정 프로그램을 필요로 한다(Choi, 2014; McAllister, & Plourde, 2008; Wikins, Wikins, & Oliver, 2006). 나아가 학생들에게 제공되는 과제 역시 일반적인 과제와 다른 형태의 과제를 필요로 하는데, 여러 연구자들은 정형문제보다는 발견적 기술을 필요로 하는 비정형 문제(김양권, 송상헌, 2010; McAllister, & Plourde, 2008; Sowell, 1996; Wikins et al., 2006), 더 나아가 개방형 과제(김은혜, 박만구, 2011; 박화영, 김수환, 2006)가 필요함을 주장하였다.

이때 비정형 문제란, 문제 해결의 알고리즘이나 답을 얻는 방법을 모르는 상태에서 문제해결 전략이나 독자적인 해결 방법을 구안하여 풀어야 하는 문제를 의미한다(황혜정 외, 2013, p. 191). 또한 개방형 과제란, 주어진 하나의 문제에 대해 유일한 정답만 존재하는 것이 아니라, 문제 접근 방식에 따라 다양한 해결 전략을 이용하여 여러 가지 답을 산출할 수 있는 문제를 의미한다(김은혜, 박만구, 2011). 이들은 모두 문제해결 시 공식과 같은 정형화된 접근보다, 새롭고 다양한 접근을 요구한다는 점에서 창의성 유발 과제, 비알고리즘적 과제의 성격을 지닌다.

이와 같은 성격의 과제는 새로운 문제를 제기하고 탐구할 수 있는 보다 열려진 경험을 통해 창조적인 사고에의 도전기회를 제공하기 때문에 영재교육에서 더욱 중요시 된다(송상헌, 2002). 특히, Wikins 외(2006)는 열린 형태의 과제를 통해 영재학생들이 과제에 독특하고 새로운 방법으로 접근하며 주어진 과제를 또 다른 과정과 연결시키는 통찰력을 지닐 수 있다고 하였다.

이들 논의를 종합적으로 살펴보았을 때, 영재학생들에게 필요한 수학과제는 문제해결전략이 분명히 제시되지 않고 비알고리즘적인 복잡한 사고, 그리고 창의적 사고를 필요로 하는 과제이다. 나아가, 이를 Stein과 Smith(1998)가 제안한 과제의 인지적 노력수준으로 살펴보면, DM 과

제의 특징과 유사함을 알 수 있다. 결론적으로 위의 분석은 영재학생을 위해 필요한 인지적 노력수준을 갖는 과제는 DM 과제임을 보여준다.

III. 연구방법

본 연구의 목적은 심화수학 교과서 과제의 인지적 노력수준에 대한 특징과 한계점을 이론적 측면과 학생의 실제 교과서 활용 측면에서 분석하는 데 있다. 이를 위하여, 심화수학 교과서 과제 자체에 대한 이론적 분석과 함께 실제 교과서를 사용하고 있는 학생 설문조사 및 인터뷰를 진행하고자 한다.

1. 심화수학 교과서 분석

현재 수학과 교육과정(교육과학기술부, 2011)에서 제시하고 있는 과학고등학교 심화수학 교과서로는 고급수학과 심화수학이 있는데, 대부분의 과학고등학교에서는 심화수학을 1학년과 2학년 때 지도하며, 고급수학은 3학년 때 지도하거나 아예 지도하지 않는다(KAIST 과학영재교육원, 2016). 또한 고급수학을 3학년 때 지도하는 경우에도 과학고등학교의 많은 수의 학생들이 조기졸업 등으로 2학년 때 졸업하게 되어 고급수학을 접하지 못하게 된다. 이에 따라, 일반 고등학교와 차별화되면서 모든 과학고등학교 학생들의 학습에 주로 사용되는 교과서가 심화수학이라고 판단하여 심화수학에 제시된 과제를 분석하였다.

심화수학 교과서는 심화수학 Ⅰ, Ⅱ로 구성되어 있다. 본 연구에서는 심화수학 Ⅰ, Ⅱ 교과서에 제시된 과제를 연구대상으로 선정하였으며, 이를 해석하기 위한 이론적 분석틀로 Stein과 Smith(1998)가 제안한 과제의 인지적 노력수준을 선정하였다. 이하에서는 교과서에 제시된 여러 문제들 중 분석의 대상이 되는 수학과제의 선정 기준을 밝히고, 분석틀인 Stein과 Smith(1998)의 인지적 노력수준 이론에 근거한 예시적 분석을 보여줌으로써 분석의 방향을 제시하고자 한다.

가. 수학 과제 선정

수학 과제는 학생들이 무엇을 어떻게 사고하고 활용해야 하는 지에 대하여 스스로 판단함으로써 수학적 감각을 갖게 해주는 활동이다(Stein et al., 1996). 이와 같은 수학 과제 선정을 위하여 심화수학 교과서의 내용구성 체계를 확인하였다(<표 III-1> 참고). 그 뒤 이를 바탕으로 교과서에 제시된 여러 가지 형태의 문제 중에서 위의 성질에 부합하는 수학 과제를 선정하기 위하여 다음과 같은 기준을 설정하였다. 기준 설정을 위해 수학 과제 분석 연구를 수행한 김동중 외(2015)와 김미희, 김구연(2013)의 연구를 참고하였다.

<표 III-1> 심화수학 교과서의 내용구성체계

<table>
<tr><th colspan="3">단원 수준</th><th>내용전개요소</th></tr>
<tr><td rowspan="3">대단원</td><td rowspan="2">중단원</td><td>소단원</td><td>본문, 핵심개념, 예제, 확인학습</td></tr>
<tr><td colspan="2">연습문제</td></tr>
<tr><td colspan="3">종합문제, 더 알아보기</td></tr>
</table>

첫째, 개념 설명을 위해 교과서 본문 중에 풀이와 정답이 제시되는 문제와 예제는 모두 수학 과제로 선정하지 않는다. 연구 대상이 되는 수학 과제는 교과서에 풀이가 제시되지 않은 문항, 즉 학생 스스로에게 설명이나 답을 요구하는 문항에 한정하도록 한다.

둘째, 하나의 문제가 여러 개의 소문제로 구성되는 경우, 문제 성격에 따라 한 가지 혹은 그 이상의 과제로 선정한다(권지현, 김구연, 2013).

소문항들이 아래의 [그림 III-1]과 같이 최종 문항을 해결하기 위해 단계적으로 존재하면 하나의 과제로, [그림 III-2]와 같이 한 문항 속에 독립적으로 존재하면 두 가지 이상의 과제로 간주하는 것이다.

1. 지수함수 $9^x + 9^{-x} + 3^x + 3^{-x} + 1$에 대하여 다음 물음에 답하여라.
(1) $3^x + 3^{-x}$의 최솟값과 그 때의 x의 값을 구하여라.
(2) 지수함수 $9^x + 9^{-x} + 3^x + 3^{-x} + 1$의 최솟값을 구하여라.

[그림 III-1] 연결된 소문항(김훈 외, 2011, p. 61)

7. 다음 합을 구하여라.
(1) $1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{2^2} + \cdots + \frac{n}{2^{n-1}}$
(2) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{6}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2n}+\sqrt{2n+2}}$

[그림 III-2] 독립적인 소문항(김훈 외, 2012, p. 26)

위의 기준을 토대로 심화수학 교과서에 제시된 수학 과제를 선정한 결과, 연구대상으로 선정된 수학 과제의 개수는 심화수학Ⅰ에 제시된 과제 565개, 심화수학Ⅱ에 제시된 과제 534개 등 총 1099개이다.

나. 과제분류 기준 및 예시적 분석

연구대상으로 선정된 1099개의 과제를 이론적 배경에서 제시한 과제의 수준별 특징을 적용하여 분석한다. 이때, 각 단원별로 동일한 유형의 과제를 동일한 인지적 노력수준으로 선정하는 등의 명확한 과제 분류 기준이 필요하다고 판단되어, 다음과 같은 기준을 적용하였다. 이들 기준은 앞 장의 이론적 배경에 제시된 과제의 특징 및 선행연구(김동중 외, 2015; 김미희, 김구연, 2013)를 참고하였다.

첫째, 공식적기, 빈칸 채우기 등의 과제는 M 과제로, 공식을 적용한 방정식 풀이 등의 과제는 PNC 과제로 분류하는 등, 이론적 배경의 Stein과 Smith(1998)의 각 인지적 노력수준 과제에 제시된 과제의 유형에 해당하는 과제는 해당 수준의 과제로 분류한다. 이들 외에 다양한 유형의 과제의 경우 아래의 기준을 적용한다.

둘째, 증명 과제의 경우 PNC 과제 또는 PWC 과제로 분류한다. 먼저, 소문항의 제시를 통해 증명방법이 단계적으로 제시된 과제, 본문에 제시된 문항이나 예제의 풀이과정에 증명방법이 제시된 과제, 문제에서 증명방법이 제시된 과제의 경우 PNC 과제로 분류한다. 이들 과제의 경우 제시된 정보를 통해 증명의 절차적 과정이 쉽게 유추할 수 있다고 판단되었기 때문이다. 반면, 이들 외의 증명과제, 즉, 증명방법에 대한 아이디어가 예제나 소문항 등으로 제시되지 않은 과제는 PWC 과제로 분류한다. 예를 들어 [그림 III-3]은 주어진 조건에 맞는 직선의 방정식을 세운 뒤, 이 직선에 대한 대칭이동을 나타내는 식 또는 행렬을 구하고 일차변환의 개념에 부합하지 않음을 증명해야 하는 과제이다. 증명방법에 대한 아이디어 제공 없이 과제해결 과정에서 일차변환의 개념과 표현의 연계성을 요구하는 증명과제라는 점에서 PWC 과제라고 할 수 있다.

6. 원점을 지나지 않는 직선에 대한 대칭이동은 일차변환이 아님을 보여라.

[그림 III-3] PWC 과제의 예(김훈 외, 2011, p. 168)

셋째, 명제의 참, 거짓을 판단하는 과제는 PWC 과제로 분류한다. 해당 유형의 과제는 본문에 제시된 개념적 아이디어를 사용하여 해결해야 하는 과제로, 학습한 개념의 즉각적인 사용으로 답을 구하기에는 어려움이 존재한다고 판단되었기 때문이다. 예를 들어, [그림 III-4]는 각 명제의 참, 거짓을 판별해야 하는데, 참인 경우 증명을 통해 참인 이유를, 거짓인 경우 반례 제시 등을 통해 거짓인 이유를 먼저 확인해야 할

것이다. 이 과정은 공식을 대입하는 등의 알고리즘적인 과정이 아니며, 행렬의 개념적 아이디어를 사용한 풀이과정이 요구된다는 점에서 PWC 과제라고 할 수 있다.

정사각행렬 A, B, C에 대해서 다음 명제의 참, 거짓을 판별하여라.
(1) $AB=A,\ BA=B$이면, $A^2=A$이다.
(2) $(A-B)^2=O$이면 $A=B$이다.
(3) $A-B=E$이면 $AB=BA$이다.
(4) $A\neq O,\ AB=AC$이면, $B=C$이다.

[그림 III-4] PWC 과제의 예(김훈 외, 2011, p. 133)

넷째, 계산을 통한 값 구하기 과제는 PNC 과제 또는 PWC 과제로 분류한다. 정답산출에 중점을 두며 추가적인 설명을 요구하지 않는 과제의 경우 PNC 과제에 해당한다고 보았으며, 계산과정에서 2개 이상의 연산을 통해 개념간의 연결을 요구하는 경우 PWC 과제에 해당한다고 보았다. 특히, 해를 구하는 과정에서 2개 이상의 연산공식을 요구하는 과제의 경우 계산과정에서의 복잡성과 어려움을 지니지만, 문제해결의 과정이 비알고리즘적이거나 창의적이지 않다는 점에서 PWC 과제에 해당한다고 판단하였다.

예를 들어, [그림 III-5]는 양수 a의 값을 구하는 과제로, 분수식을 통분하여 함수의 극한 풀이 알고리즘에 대입하면 그 값이 쉽게 구해진다. 정답산출에 중점을 두고, 문제해결과정이 복잡성이나 어려움을 지니지 않는 알고리즘적 과제이므로 해당 과제는 PNC 과제라고 할 수 있다.

$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x-a}+\frac{1}{a}\right)=-\frac{1}{4}$를 만족하는 양수 a를 구하여라.

[그림 III-5] PNC 과제의 예(김훈 외, 2012, p. 94)

위에서 제시한 과제분류 기준을 토대로 심화수학 교과서의 모든 수학 과제를 인지적 노력수준별로 분석하였다. 연구 과정과 결과의 타당도와 신뢰도를 높이기 위하여 연구 대상이 되는 각각의 수학 과제마다 분류된 인지적 노력수준과 그 이유를 간략하게 작성하였다. 또한 저자들 간의 지속적인 협의의 과정을 거쳤다.

2. 학생 인식 분석

심화수학 교과서 과제의 인지적 노력수준에 대한 학생의 인식을 알아보기 위하여, 심화수학을 학습한 학생들을 대상으로 설문조사 및 인터뷰를 실시하였다.

가. 설문조사

본 연구에서는 심화수학 과제의 인지적 노력수준에 대한 학생 전반의 인식을 살펴보기 위하여 설문조사가 필요하다고 판단되었다. 이 절에서는 학생 설문조사의 구체적인 방법을 살펴본다.

1) 연구 참여자

연구 참여자는 수도권 소재 A 과학고등학교에 재학 중인 3학년 학생 98명이다. 해당 학생들은 심화수학 Ⅰ, Ⅱ를 사용하는 수업에 참여한 경험을 갖고 있다. 이들은 평소 다양한 수준의 문제를 접하고 해결하는 방식의 학습을 해왔다. 또한, 과제탐구를 비롯한 다양한 탐구활동 프로그램에 참여하는 기회를 통해 비알고리즘적 과제를 해결하는 등 창의적 사고력을 기르기 위한 영재교육 프로그램에 참여한 경험을 갖고 있다.

2) 설문 개발

설문을 개발하기 위하여, 일차적으로 과제의 인지적 노력수준을 분석한 연구(권지현, 김구연, 2013; 김성희, 방정숙, 2005; 정혜윤, 이경화, 2016; 홍창준, 김구연, 2012; Son, 2012; Son, & Senk, 2010; Stein, & Smith, 1998)를 참고하였다.

또한 심화수학 교과서가 과학고등학교 학생들을 대상으로 하는 영재교육 교재라는 점을 고려하여, 영재교재와 과제의 특성을 제시한 연구(한인기, 2001; McAllister, & Plourde, 2008; Sowell, 1996; Wikins et al., 2006)를 참고하였다. 이 과정을 거쳐 과제의 인지적 노력수준이 M 과제, PNC 과제, PWC 과제, DM 과제로 분류되며, 영재학생을 위한 과제는 비알고리즘적인 창의적 사고를 요구하는 등 가장 높은 인지적 노력수준인 DM 과제의 특성을 지닌다는 사실을 확인하였다. 그 뒤, 이와 같은 사실을 바탕으로 심화수학 교과서에 각 수준의 과제, 특히 DM 과제가 제시되고 있는지 여부에 대한 인식을 묻는 설문 문항을 다음과 같이 구성하였다.

먼저, 학생의 인식에 대한 분석틀은 크게 '과제 전반의 인지적 노력수준 분포에 대한 인식', '각 인지적 노력수준 과제의 해결 경험에 대한 인식', '과제해결의 어려움을 느끼는 이유에 대한 인식'이라는 세 가지 상위 범주로 구분하였다. 각 범주는 다시 하위 범주의 문항으로 구성되는데, 과제 전반의 인지적 노력수준 분포에 대한 인식은 분포의 '다양성', '단계성' 등 2개, 각 인지적 노력수준 과제의 해결경험에 대한 인식은 'M 과제의 해결 경험', 'PNC 과제의 해결 경험', 'PWC 과제의 해결 경험', 'DM 과제의 해결 경험' 등 4개, 과제 해결의 어려움을 느끼는 이

<표 III-2> 설문지 구성

범주	하위 범주	질문	개수
과제 전반의 인지적 노력수준 분포 인식	다양성	나는 심화수학에 제시된 문제의 난이도가 주어진 내용을 학습하기 위해 다양하게 제시되었다고 생각한다.	1
	단계성	나는 심화수학에 제시된 문제가 본문의 내용을 학습하기 위해 개념 문제에서 간단한 계산문제, 응용문제, 심화문제에 이르기까지 난이도가 단계적으로 제시되어 있다고 생각한다.	1
각 인지적 노력수준 과제의 해결 경험 인식	M 과제의 해결 경험	나는 심화수학에 제시된 문제가 기초 개념을 확인할 수 있는 기회(예: 미분의 개념, 이차곡선의 개념 등)를 제공한다고 생각한다.	1
	PNC 과제의 해결 경험	나는 심화수학에 제시된 문제가 공식 적용을 연습할 수 있는 기회(예: 삼각함수의 덧셈정리 공식 문제)를 제공한다고 생각한다. 나는 심화수학에 제시된 문제가 알고리즘화 된 풀이방법을 익힐 수 있는 기회(예: 분수부등식 풀이 문제)를 제공한다고 생각한다.	2
	PWC 과제의 해결 경험	나는 심화수학에 제시된 문제가 여러 가지 개념(예: 방정식과 적분) 또는 다양한 표현(예: 그래프와 수식)간의 연결성을 익힐 수 있는 기회를 제공한다고 생각한다.	1
	DM 과제의 해결 경험	나는 심화수학에 제시된 문제가 수학적 창의성을 발현하는 기회를 제공한다고 생각한다.	1
과제해결의 어려움을 느끼는 이유	계산과정의 복잡성	내가 심화수학에 제시된 문제가 어렵다고 느끼는 이유는 계산과정이 복잡한 문제 때문이다.	1
	창의적 해결과정의 필요성	내가 심화수학에 제시된 문제가 어렵다고 느끼는 이유는 해결방법과 답이 정해지지 않은 창의적 문제 때문이다.	1
자유 서술		위의 내용 이외에, 심화수학 교과서에 제시된 과제와 관련하여 귀하가 갖고 있는 생각을 적어주세요.	1
합계			10

유에 대한 인식은 '계산과정의 복잡성', '창의적 해결 과정의 필요성' 등 2개의 하위 범주로 구성되었다. 과제해결의 어려움을 느끼는 이유에 대한 인식은 각 인지적 노력수준 과제의 해결 경험을 인식하는 데에서 나아가 영재교육의 기회를 제공하는 데 필요한 수준의 과제가 제시되고 있는 지 여부에 대한 점검을 가능하게 한다. 특히, 과제 해결 시 창의적 해결과정의 필요성을 느꼈는지 여부는 영재교육에 요구되는 창의적 과제가 반영되었는지 여부를 확인할 수 있게 한다. 또한, 영재학생들에게 요구되는 창의적 해결 과정이 필요한 과제 뿐 아니라 계산과정이 복잡한 과제로 인한 어려움을 느꼈는지에 대한 인식을 추가하였다. 창의적 해결과정이 요구되는 과제는 DM 과제로, 계산과정이 복잡한 과제는 PWC 과제로 볼 수 있는데, 이를 추가함으로써 학생들의 인식 측면에서 영재교육을 위해 제공된 높은 수준의 과제가 PWC 과제인지 DM 과제인지 여부를 확인할 수 있게 한다. 특히, PWC 과제와 DM 과제 모두 과제해결 과정에서 복잡성을 지니는 바, 주어진 과제의 복잡성이 계산과정의 복잡성인지 여부를 확인할 수 있게 한다.

문항 구성 시, DM 과제 등의 학문적 용어를 사용하기 보다는 각 인지적 노력수준별 과제의 대표적인 특징을 제시함으로써 학생들이 이해하고 응답하기 쉬운 수준의 문항으로 구성하였다. 구체적인 문항과 범주별 문항 개수는 <표 III-2>와 같다. 개발한 설문은 수학교육 전문가 3인의 검토를 거쳐 최종 수정하였다. 최종 설문지는 총 10문항으로, 9문항은 5점 리커트 척도 문항이고, 1문항은 자신의 생각을 자유롭게 기술하는 서술형 문항으로 구성되었다. 응답한 설문지를 분석하여 리커트 척도의 9문항의 경우 '전혀 동의 안함'부터 '매우 동의함'까지의 각 응답에 1점부터 5점까지 부여한 뒤 평균을 계산하였고, 서술형 문항은 비슷한 응답을 묶어 범주화하였다. 문항이 2개 제시된 'PNC 과제의 해결 경험' 범주의 경우 두 문항에 대한 전체 평균을 계산하였다.

나. 인터뷰

본 연구에서 연구 참여자들의 사고를 심층적으로 살펴보는데 설문조사만으로는 한계가 있으며, 심층면접, 즉, 비구조화된 인터뷰(김병섭, 2012, p. 549)가 필요하다고 판단되었다. 이 절에서는 학생 인터뷰의 구체적인 방법을 살펴본다.

1) 연구 참여자

연구 참여자는 앞의 설문조사에 참여했던 학생 중 한 명이다. 설문조사 연구 참여자들이 속한 학교에는 심화수학 학습 초기 교과서 과제에 대한 흥미와 활용도가 높았으나 시간이 지남에 따라 차츰 낮아진 학생들이 대다수 존재한다. 이에 따라, 흥미와 활용도의 감소에 과제의 인지적 수준이 미친 영향을 분석함으로써 심화수학 과제의 인지적 노력수준이 갖는 한계점을 파악할 수 있을 것이라고 판단하여, 이와 동일한 활용 모습을 보인 학생 중 한 명을 인터뷰 대상자로 선정하였다. 특히 인터뷰 대상자로 선정된 학생은 수학 학습에 대한 흥미와 우수한 수학 교과 성적을 지니는 학생으로, 평소 공식과 알고리즘적인 절차를 요구하는 과제부터 개방형 과제에 이르기까지 다양한 인지적 노력 수준의 수학 과제를 접해본 경험이 있다. 다양한 수준의 과제를 접해본 경험을 바탕으로 심화수학 과제의 인지적 노력수준에 대한 인식을 잘 표현할 수 있을 것이라 판단하여 해당 학생을 인터뷰 대상자로 선정하였다.

2) 인터뷰 방법

비구조화된 인터뷰에서는 앞서 제시한 설문문항에 대해 좀 더 구체적인 생각을 살펴본다. 특

히, 학습 과정에서 활용하는 심화수학 교과서에 제시된 과제의 난이도에 대한 인식을 중점적으로 살펴본다. 학습 시 심화수학 교과서에 제시된 과제를 얼마나 활용하는 지, 교과서 활용도가 낮아진 이유는 무엇이며 특히 교과서에 제시된 과제가 활용에 어떠한 영향을 미쳤는지, 활용하는 과정에서 인식한 제시된 과제의 특성과 한계점은 무엇인지를 확인한다.

본 연구에서는 인터뷰의 모든 과정을 녹음기로 녹음하였으며, 인터뷰를 진행한 연구자를 I, 인터뷰에 참여한 학생을 S로 익명화한 인터뷰 내용을 전사 자료로 구성하였다. 연구 자료의 신뢰성과 타당성을 높이기 위하여 인터뷰 내용에 대한 상세한 기술을 하였으며, 인터뷰 내용 분석 시 공동 연구자와 지속적인 협의의 과정을 거쳤다. 특히 인터뷰 내용 중 이론적인 표현과의 차이가 존재하는 학생의 답변 부분을 이론적으로 왜곡되지 않도록 분석하는 데 초점을 두었다. 이에 대한 예시적 분석을 소개하면 다음과 같다.

<표 III-3> 예시적 분석 사례

번호	화자	전사
42	S	개념이 기초적인 것부터 심화적인 것까지 쭉 스토리가 있는 게 아니라, 기초적인 것은 어느 정도 안다고 가정을 해서, 중간정도부터 나가게 되니까, 정작 끄트머리만 필요한 사람들이 읽기도 애매하고, 완전 심화된 걸 얻고 싶어 하는 아이들에게는 그렇게 아이디어가 많은 문제들이 없기 때문에 읽기도 좀 그렇고, …

위의 <표 III-3>에서 학생은 인터뷰 중 과제의 수준에 대해 ‘기초적인 것’, ‘중간 정도’, ‘완전 심화’라는 자신만의 표현을 이용하여 평가하였다. 이에 대해 연구자들은 ‘개념이 기초적인 것부터 심화적인 것까지’라는 과제 수준의 연속성과 단계성에 대한 학생의 앞선 표현에 근거하여, ‘기초적인 것’이 M 과제를, ‘중간 정도’가 PNC 과제를, ‘완전 심화’가 DM 과제를 의미한다고 분석하였다.

IV. 연구 결과

연구 결과, 심화수학 교과서에 제시된 과제의 인지적 노력수준과 관련한 특징과 한계점을 관찰할 수 있었다. 특히 본 연구에서는 Stein과 Smith(1998)의 이론적 틀에 근거한 교과서 과제 분석 및 학생 설문조사와 인터뷰를 통해 인지적 노력수준의 분포가 어떻게 나타나는지, 과제 활용 측면에서 인식되는 인지적 노력수준 분포의 한계점은 무엇인지 확인할 수 있었다. 이 장에서는 인지적 노력수준의 분포와 그 한계점을 (1) Stein과 Smith(1998)의 이론적 틀에 따른 과제 분석 결과, (2) 학생 설문조사 결과, (3) 이를 바탕으로 한 학생 인터뷰 결과 및 인지적 노력수준 관련한 과제의 특징과 한계점 순으로 제시한다.

1. 과제 분석틀에 근거한 인지적 노력수준 분석 결과

가. 인지적 노력수준

교과서에 제시된 과제를 Stein과 Smith(1998)의 인지적 노력수준에 따라 분석한 결과, M 과제, PNC 과제와 PWC 과제가 각각 0.4%, 90.4%와 9.3%의 비율로 제시되며, DM 과제는 제시되지 않은 것으로 나타났다(<표 IV-1> 참고). 이와 같은 결과는 심화수학 교과서에서 학생들에게 높은 수준의 학습 기회를 충분히 제공하지 못하고 있음을 보여준다. 이에 대해 좀 더 자세히 살펴보면 다음과 같은 특징을 확인할 수 있다.

<표 IV-1> 과제의 인지적 노력수준

인지적 노력수준		개수(개)	비율(%)
낮은 수준	M	4	0.4
	PNC	993	90.4
높은 수준	PWC	102	9.3
	DM	0	0
합계		1099	100

먼저, PNC 과제와 PWC 과제 모두 절차적 과제라는 점에서 심화수학 교과서에서 제시하고 있는 과제가 과정에 초점을 맞춘 학습기회를 주로 제공하고 있음을 알 수 있다. 다만, PNC 과제의 비율이 90.4%로 9.3%를 차지하는 PWC 과제의 비율에 비해 상당히 높다는 사실에 근거할 때, 예제를 통해 해결방법이 이미 제공되었거나 핵심개념에 제시된 방법의 직접적인 적용을 통해 해결할 수 있는 정형화된 과제, 그리고 정답 산출에 중점을 둔 계산과제가 선호되고 있는 것으로 볼 수 있다. 즉, 수학적 과정 또는 개념을 더 깊이 이해하도록 요구하기보다 알고리즘적인 절차를 이용하면서 개념을 절차적으로 연습할 것을 우선적으로 요구하고 있음을 알 수 있다.

다음으로, DM 과제가 제시되지 않은 점은 학생들에게 문제해결전략이 불분명한 복잡한 사고를 요구하지 않고 있음을 의미한다. 학생 스스로 다양한 방법의 전략적 사고를 할 수 있는 열린 과제 보다 과제 해결과정에 제약이 존재하는 과제가 주로 제시되고 있음을 보여주는 것이다. 나아가 학생들에게 수학적 개념과 아이디어에 대한 이해를 더 높은 수준으로 발전시킬 수 있는 학습 기회 제공이 제한되어 있음을 보여준다.

마지막으로, M 과제는 교과서에 4문제만 제시되었다. 이는 절차 없이 단순히 암기하는 것만을 요구하는 과제가 선호되지 않음을 의미한다. 심화수학 교과서를 활용하는 학생들에게 정형화된 과정일지라도 최소한의 절차가 요구되는 과제를 제시하고자 함을 보여준다.

나. 인지적 노력수준과 관련한 과제의 특징

이 부분에서는 앞의 분석결과를 토대로 심화수학 교과서 과제에 나타나는 특징을 구체적인 예와 함께 좀 더 세부적으로 살펴보고자 한다. 특히, 심화수학 교과서가 주로 PNC 과제와 PWC 과제로 구성되는 바, 아래에서는 이들 과제와 관련한 과제의 특징을 살펴보고자 한다.

1) PNC 과제와 관련한 과제의 특징

심화수학 교과서에는 다양한 증명과제가 제시되어 있다. 증명과제를 앞에서 살펴본 과제분석틀에 따라 분석하면, PNC 과제에 해당하는 증명과제는 크게 소문항을 통해 증명절차를 제시한 과제와 예제에 제시된 증명절차를 따를 경우 해결되는 과제로 나누어볼 수 있다. 하지만 심화수학 교과서 증명과제의 경우 소문항이 제시된 과제보다 예제에 제시된 증명절차를 따를 경우 해결되는 과제가 주로 제시된다는 특징을 갖는다.

예를 들어, 아래의 [그림 IV-1]의 경우, 소문항이 제시되지 않았기 때문에 PWC 과제로 볼 수도 있다. 하지만, [그림 IV-2]와 같이 본문의 예제에서 동일한 유형의 과제에 대한 해결과정을 제공하고 있는 바, PNC 과제라고 판단할 수 있다. 이와 같은 유형의 과제는 증명의 아이디어와 절차를 먼저 제공해 줌으로써 과제 해결과정에 대한 사고의 기회를 제한할 수 있게 된다.

삼각형 ABC에 대하여 다음 등식이 성립함을 보여라.

$$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4\sin A \sin B \sin C$$

[그림 IV-1] PNC 과제의 예(김훈 외, 2011, p. 106)

예제 8

삼각형 ABC에 대하여 다음 등식이 성립함을 보여라.

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}$$

풀이 $A + B + C = \pi$이므로

$$\frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}$$

이다. 따라서 다음과 같이 고칠 수 있다.

$$\sin\frac{A+B}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) = \cos\frac{C}{2}$$

$$\cos\frac{A+B}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) = \sin\frac{C}{2}$$

그러므로

$$\begin{aligned}\sin A + \sin B + \sin C &= 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2} + 2\sin\frac{C}{2}\cos\frac{C}{2} \\ &= 2\cos\frac{C}{2}\cos\frac{A-B}{2} + 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{C}{2} \\ &= 2\cos\frac{C}{2}\left(\cos\frac{A-B}{2} + \cos\frac{A+B}{2}\right) \\ &= 4\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}\end{aligned}$$

가 성립한다.

[그림 IV-2] 본문의 예제(김훈 외, 2011, p. 105)

2) PWC 과제와 관련한 과제의 특징

PNC 과제의 특징에서 살펴보았듯이, 심화수학 교과서의 증명과제는 대부분 소문항이 없는 형태로 제공된다. 이때, 예제를 통한 증명의 아이디어 제공이 이루어지지 않는 과제는 PWC 과제로 볼 수 있다.

타원과 직선이 두 점에서 만날 때, 그 교점들을 양 끝점으로 하는 선분들을 타원의 현이라 하자. 평행한 현들의 중점의 자취는 직선(선분)임을 보여라.

[그림 IV-3] PWC 과제의 예(김훈 외, 2011, p. 202)

예를 들어, 위의 [그림 IV-3] 과제는 소문항이 제공되지 않았으며, 예제를 통해 증명의 아이디어도 먼저 제공되지 않은 증명 과제이다. 이에, 증명의 아이디어와 절차를 쉽게 파악하기 힘들다는 점에서 PWC 과제로 볼 수 있다.

심화수학 교과서에는 다양한 계산 과제가 제시되어 있다. 이들 과제는 해를 구하는 과정에서 2개 이상의 연산 공식을 요구하는 등 복잡한 경로가 존재한다는 점에서 결과보다 절차의 활용에 중점을 둔 과제라고 할 수 있다. 또한 해당 절차가 존재한다는 점에서 알고리즘적 사고를 요하는 과제인 바, PWC 과제라 할 수 있다.

$(\cos 2\theta + \cos 4\theta + \cos 6\theta + \cdots + \cos 200\theta)\sin\theta = \cos a\theta \sin b\theta$가 성립한다. 이 때, 두 상수 a, b를 구하여라.

[그림 IV-4] PWC 과제의 예(김훈 외, 2011, p. 117)

예를 들어, 위의 [그림 IV-4] 과제는 정해진 값을 구해야하는 계산 과제로서, 계산 과정에서 2개 이상의 알고리즘 연산을 요구한다. 이에, 계산과정의 복잡성이 존재함에도 일반적인 절차가 존재한다는 점에서 PWC 과제로 볼 수 있다. 한편, 과제의 인지적 노력수준을 분석한 선행 연구(김미희, 김구연, 2013; 정혜윤, 이경화, 2016)에 따르면 계산 과제는 주로 PNC 과제로 제시되는데, 심화수학 교과서에서는 해당 과제가 PNC 과제 뿐 아니라 PWC 과제로도 제공되고 있다는 측면에서 계산과정의 복잡함이 크다는 특징을 지닌다고 볼 수 있다.

2. 학생 인식 설문 결과

학생 대상 설문 결과를 각 범주별로 나누어 살펴봄으로써 심화수학 교과서 과제의 인지적 노력수준에 대한 학생 인식을 살펴보고자 한다.

<표 IV-2> 과제 전반의 인지적 노력수준 분포에 대한 인식 분석 결과

범주	하위 범주	평균
과제 전반의 인지적 노력수준 분포 인식	다양성	3.4
	단계성	3.4

<표 IV-2>에서 알 수 있듯이, 과제 전반의 인지적 노력수준 분포와 관련한 각 하위 범주의 평균은 다양성과 단계성 모두 3.4로 나타났다. 이와 같은 결과는, 인지적 노력수준 분포의 다양성과 단계성에 대하여 학생들이 긍정적으로 인식하고 있지는 않은 것으로 판단할 수 있다. 이와 같은 다양성과 단계성에 대한 학생들의 인식은 심화수학 과제에 대한 자유의견을 범주화한 <표 IV-5>에서도 확인할 수 있다. 학생들은 다양성 범주와 관련하여, '문제의 유형이 부족하다.'고 하였으며, 단계성 범주와 관련하여 '문제를 단계적으로 충분한 양을 제시해야 한다.', '수준별 문제로 구성되어 있지 않다.'고 하는 등 과제 전반의 인지적 노력수준 분포에 있어서 다양성과 단계성이 부족하다고 인식하고 있는 것으로 나타났다. 이에 대한 구체적인 분석은 다음의 <표 IV-3>에서 살펴볼 수 있다.

<표 IV-3> 각 인지적 노력수준 과제의 해결 경험에 대한 인식 분석 결과

범주	하위 범주	평균
각 인지적 노력수준 과제의 해결 경험 인식	M 과제 해결 경험	3.4
	PNC 과제 해결 경험	3.6
	PWC 과제 해결 경험	3.2
	DM 과제 해결 경험	2.9

각 인지적 노력수준의 해결 경험에 대한 질문에 대하여, M 과제의 해결 경험은 3.4, PNC 과제의 해결 경험은 3.6, PWC 과제의 해결 경험은 3.2, DM 과제의 해결 경험은 2.9의 평균을 나타냈다. 학생들은 PNC 과제의 해결 경험에 대해 가장 높게 인식하고 있었으며, DM 과제의 해결 경험에 대해 가장 낮게 인식하고 있었다. 특히, 암기된 개념이나 정형화된 절차 등 알고리즘적 사고를 필요로 하는 M, PNC, PWC 과제의 해결 경험에 대해선 보통 이상의 인식을 하고 있는데 비해, 비알고리즘적 사고를 필요로 하는 DM 과제의 해결 경험에 대해선 보통 이하의 인식을 하고 있는 것을 알 수 있다. 이와 같은 인식은 <표 IV-5>의 자유의견에서도 확인할 수 있다. 많은 학생들이 PNC 과제 해결경험 범주와 관련된 의견을 제시하였는데,'문제가 대부분 정형화되어 있다는 느낌이 강하다.', '창의성 부분을 키워주기 보다 정형화된 문제로 그런 풀이를 요구한다.'라고 하는 등 심화수학 교과서 과제의 인지적 노력수준이 PNC 과제에 집중되어 있다고 인식하고 있음을 보여주었다. <표 IV-3>의 결과를 앞의 <표 IV-2> 결과 및 <표 IV-5>의 결과와 종합하여 살펴보면, 학생들은 PNC 과제가 주로 제시됨으로 인하여 과제의 다양성과 단계성이 부족하다고 인식하고 있다고 판단할 수 있다. 심화수학 교과서에 특정 수준의 과제가 집중적으로 제시되고 있다고 인식하고 있는 것으로 해석할 수 있는 것이다.

<표 IV-4> 과제해결의 어려움을 느끼는 이유에 대한 인식 분석 결과

범주	하위 범주	평균
과제해결의 어려움을 느끼는 이유 인식	계산과정의 복잡성	3.2
	창의적 해결과정의 필요성	2.5

<표 IV-4>에서 알 수 있듯이, 학생들은 창의적 해결과정이 필요한 과제보다 계산과정이 복잡한 과제로부터 과제해결의 어려움을 느끼고 있다. 이와 같은 결과는 앞의 <표 IV-3>의 결과와 연결되는데, DM 과제의 해결 경험에 대한 낮은 점수와 PWC 과제의 해결 경험에 대한 상대적으로 높은 점수는 학생들이 심화수학 교과서에서 창의성을 발휘할 수 있는 기회를 적극적으로 제공하지 않으며, 단지 복잡한 알고리즘을 필요로 하는 계산문제를 이용하여 과제의 수준을 높이

<표 IV-5> 과제에 대한 학생 인식 분석 결과(중복된 의견 제외)

범주		의견
다양성		문제 수가 적고 유형 또한 수가 부족하다.
단계성		문제와 교과서 본문과 수준 차이가 심하다고 생각한다/난이도 순으로 문제가 정리되면 좋겠다/과제양이 적고 수준별 문제로 구성되어 있지 않다/문제를 단계적으로 충분한 양을 제시해야 한다.
PNC 과제 해결경험		전형적인 문제이다/문제가 대부분 정형화되어 있다는 느낌이 강하다/정형화된 문제 틀에서 벗어났으면 좋겠다/창의성 부분을 키워주기 보다 정형화된 문제로 그런 풀이를 요구한다/과제가 딱히 사고력을 요구하지 않고 그냥 바로 식 쓰고 계산하는 문제다.
PWC 과제 해결경험, 계산과정의 복잡성		계산이 많고 계산방법 찾기 같다/계산능력을 향상시킬 수 있다/심화수학 교과서는 계산이 주로 복잡하다.
DM 과제 해결경험, 창의적 해결과정의 필요성		창의적인 문제가 필요하다/창의적이고 어렵게, 증명 위주로 해주세요/창의적 사고력을 키울 단원이 없다/창의적 사고력과는 관련이 없는 교과서이다.
기타	부족한 문제량	문제 수를 늘려줬으면 좋겠다/개념을 완벽히 익히기에는 문제수가 너무 적은 것 같다.
	간략한 풀이	풀이가 친절하지 않다/풀이가 자세히 제시되어 있었으면 좋겠다/풀이가 없는 것이 있어서 보기 불편하다/답 외로 풀이과정이 없기 때문에 풀리지 않은 문제의 해결방법을 얻기가 쉽지 않고, 답이 맞았다고 한들 문제에서 요구하는 방안으로 풀었는지 확인할 수 없음.
	과제 및 풀이 오류	답안지 교정이 필요하다/문제의 답이 부정확해 계산력을 기르기 힘듦/풀이가 빈약하며 오류가 많다/답이 틀리거나 문제가 틀린 경우가 종종 보였음/편집 및 검토를 통한 수정 관련 작업이 제대로 된 뒤 만들어졌으면 함/답에 오류가 많아 스스로 학습하는 데 어려움이 있다.

려 하고 있다고 인식하고 있는 것으로 판단할 수 있다. 이와 함께 <표 IV-5>에 제시된 학생들의 자유의견에서도 PWC 과제와 DM 과제의 해결 경험, 그리고 계산과정의 복잡성과 창의적 해결과정의 필요성에 대한 동일한 형태의 인식을 살펴볼 수 있었다. 학생들은 ‘계산이 주로 복잡하다.’, ‘(심화수학 교과서 과제를 풀면) 계산능력을 향상시킬 수 있다.’, ‘창의적인 문제가 필요하다.’, ‘창의적 사고력과는 관련이 없는 교과서이다.’와 같은 의견을 통해 심화수학 교과서에 복잡한 계산을 요구하는 절차적 과제가 주로 제시되어 있으며, 동시에 창의적인 과제가 필요함을 주장하였다. 서술형 문항에 대한 응답률이 낮다는 사실에 근거할 때, 과제해결의 어려움을 느끼는 이유에 대해 학생들이 복잡한 계산의 심각성을 인식하고 있다고 판단할 수 있다. 좀 더 구체적으로 살펴보면, 과제의 인지적 노력수준이 다양하게 제시되지 않고 있으며, 정형화된 절차에 따른 복잡한 계산을 강조하는 과제가 집중적으로 제시됨에 따라 창의성을 요구하는 과제가 부족하다고 인식하고 있는 것으로 판단된다.

한편, <표 IV-5>에서는 기타 의견으로 ‘부족한 문제량’, ‘간략한 풀이’, ‘과제 및 풀이 오류’가 제시되었다. 이들은 과제의 인지적 노력수준에 대한 인식을 직접적으로 제시하지 않는다. 하지만, ‘개념을 완벽히 익히기에는 문제수가 너무 적은 것 같다.’, ‘문제의 답이 부정확해 계산력을 기르기 힘듦’과 같은 의견을 제시함으로써, 과제의 인지적 수준의 구성에 부정적인 영향을 미치는 특징에 대해 인식하고 있음을 보였다.

3. 과제 인지적 노력수준 분포의 한계점

이 절에서는 과제의 인지적 노력수준 분포 상의 한계점을 살펴본다. 특히, 심화수학 교과서가 과학고등학교 학생들을 대상으로 한다는 점에서, 영재교재로서 갖는 한계점에 중점을 두고 살펴본다. 앞 절의 교과서 분석과 학생 인식 설문 결과 뿐 아니라 학생과의 인터뷰 결과를 추가함으로써, 학생 인식 측면에서의 한계점을 다각도로 살펴본다.

가. 과제의 다양성 부족 : 인지적 노력수준의 불균등한 분포

심화수학 교과서 과제의 경우, 인지적 노력수준의 분포가 고르지 못하다는 한계점을 갖는다. PNC 과제에 90% 가까운 과제가 집중적으로 분포되어 있다는 사실과 0.4%의 M 과제 분포 및 DM 과제의 부재는 과제의 인지적 노력수준이 특정 수준에 극단적으로 치우쳐져 분포하고 있다는 사실을 보여준다. Stein과 Smith (1998), Hiebert와 Vearne(1993)에 따르면 각 수준의 과제는 서로 다른 수준의 사고를 통해 다양한 학습 기회를 제공하는 등 학습 과정에서 모두 필요한 요소이다. 각 수준의 과제가 각각의 역할을 지니고 있다는 점에 비추어볼 때, 극단에 치우친 과제 분포는 한계점으로 지적된다.

학생 역시 이와 동일한 관점에서 한계점을 인식하고 있었다. 앞 절의 설문조사 결과(<표 IV-2>, <표 IV-3>, <표 IV-5>)에서 나타난 다양성과 각 인지적 노력수준별 과제의 해결경험 인식 범주에 대한 분석 결과는 인지적 노력수준이 다양하게 분포하지 않으며, 특히 PNC 과제가 집중적으로 제시되고 있음을 보여준다. 학생과의 인터뷰 결과는 이에 대한 좀 더 확실한 인식 상황을 보여주는데, 인터뷰 내용은 다음과 같다(번호 40~42, 47~48).

<표 IV-6> 인지적 노력수준의 다양성 인터뷰

번호	화자	전사
40	S	… 교과서가 친절하지 않으니까 (교과서를) 기피하게 되는 경향이 있는 것 같아요.
41	I	친절하지 않다는 게, 어떤 측면에서 친절하지 않다는 거야?
42	S	개념이 기초적인 것부터 심화적인 것까지 쭉 스토리가 있는 게 아니라, 기초적인 것은 어느 정도 안다고 가정을 해서, 중간정도부터 나가게 되니까, 정작 끄트머리만 필요한 사람들이 읽기도 애매하고, 완전 심화된 걸 얻고 싶어 하는 아이들에게는 그렇게 아이디어가 많은 문제들이 없기 때문에 읽기도 좀 그렇고, 그렇다고 완전 기초적으로 처음부터 공부를 시작하는 친구들이 읽기에는 개념 자체가 워낙 복잡하고 어렵다 보니까 읽기가 불편해서 안 읽게 되고.
		…
47	I	그럼 결국 심화수학 교과서는 내용도 불친절하고 과제도 불친절한 교과서네.
48	S	네, 포지션을 좀 명확하게 잡았으면. 좀 더. 완전히 모든 걸 안 상태에서 추가적인 지식을 얻기 위해서 완전 심화된 교과서로 자리매김을 하던지, 아니면 말 그대로 과고생이 처음 입학해서 아예 모르는 애들을 처음부터 심화된 것까지 쭉 가르치겠다. 이런 스토리가 잘 짜여 있는 교과서가 됐으면 오히려 좀 더 잘 사용될 수 있을 것 같아요.

학생은 교과서의 과제가 ‘한편으로는 학생들이 기초적인 내용을 어느 정도 안다고 가정을 한 뒤, 중간정도의 난이도부터 제시하고 있으며, 다른 한편으로는 가장 높은 수준의 난이도는 제시하지 않고 있다’고 인식하는 것으로 드러났다(번호 42). 과제의 인지적 노력수준 분석결과(<표 IV-1>)를 바탕으로 이를 분석하면, 학생들의 기

초지식을 확인할 수 있는 M 과제가 제시되지 않은 상태에서 중간 수준의 인지적 노력수준을 갖는다고 할 수 있는 PNC 과제와 PWC 과제가 중점적으로 제시되었지만, 가장 높은 수준의 DM 과제는 제시되지 않았다는 사실과 맥을 같이 한다. 특히 학생은 이와 같은 인지적 노력수준의 불균등한 분포가 오히려 교재의 특성을 불분명하게 하여 교과서 활용도를 낮추고 있다는 문제점을 제시하기도 하였다(번호 48).

나. 과제의 단계성 부족 : 인지적 노력수준 사이의 낮은 연결성

과제의 인지적 노력수준은 가장 낮은 수준인 M 과제부터 가장 높은 수준인 DM 과제까지 제시되며, 각 수준별 과제는 단계적으로 제시되어야 한다. 하지만, <표 IV-1>에 나타난 PNC 과제로의 집중현상은 과제가 각 인지적 노력수준에 따라 단계적으로 제시되기 쉽지 않은 상황임을 보여준다.

학생들 역시 심화수학 교과서의 과제가 단계성이 부족하다는 점을 인식하고 있다는 사실이 설문조사 결과(<표 IV-2>, <표 IV-5>)에서 나타났다. 학생들은 과제의 단계성에 평균 3.4를 부여하고 추가의견으로‘문제를 단계적으로 충분한 양을 제시해야 한다.’라고 서술하는 등 단계성 부족의 문제를 적극적으로 제시한 바 있다. 학생 인터뷰에서는 이와 관련한 한계점을 인식하고 있음이 더욱 뚜렷하게 나타난다. 이와 관련한 내용은 다음과 같다(번호 5~6, 9~10, 13~14).

<표 IV-7> 인지적 노력수준의 단계성 인터뷰

번호	화자	전사
5	I	교과서 문제 수준은 어떤 것 같아?
6	S	문제의 수준이나 난이도는 괜찮은데요, 말 그대로 처음에 개념을 딱 익힌 다음에 기본문제 풀고 심화 풀고 그 다음에 최상위 이런 식으로 스토리가 좀 짜여 있어야 될 것 같은데, 저 같은 경우에는 각 문제에서 대표적인 유형 한 두 문제를 알려주고 나서 갑자기 중간에 공백이 좀 크게 있고, 그 다음에 맨 뒷장에 보면 어려운 문제 있고. 그런 식으로 있는 것 같아서. 말 그대로 제가 실력을 키우거나 개념에 대한 이해를 할 수는 있지만, 제가 시험을 대비한다거나 문제풀이를 적극적으로 한다고 할 때, 다양한 문제 유형을 접한다거나 예습을 한다거나하기에는 좀 부족한 것 같아요.
		…
9	I	지금, 개념이 나오고 대표적인 문제들이 나오고 훅 건너뛰는 느낌이라고 했잖아, 그 훅 건너뛴다고 했을 때 그건 계산상의 복잡함이 있는 거야 아니면 개념간의 연결이 돼서, 단순히 계산상에 복잡하고 뭐 그런 게 있고 아니면,
10	S	그러니까 논리적인 절차가, 처음에는 기본적인 개념으로 문제를 풀었다가 그 다음에는 좀 더 복잡해지고 좀 더 전에 배운 내용들과 융합해서 나오고 그 다음에는 완전히 꼬아서 창의적으로 아이디어가 필요한 문제가 나오고, 이런 단계가 좀 진행이 되어야 될 것 같은데, 문제량 자체가 절대적으로 작다는 생각이 들어서 저 많은 내용을 저 한 권의 책으로 다 커버하기에는 감당이 안 되는 것 같아요.
		…
13	I	이게 영재는 보통 창의교육 이런 말을 많이 하잖아. 근데 이 교과서가 창의적이거나 뭐 정말 이렇게, 계산상의 복잡함이 아니라 어떠한 개념과 개념간의 연결성이 있어서 그런 표현의 다양성이라든지 유창성이라든지 창의적 발상이라든지 이런 게 제시되는 문제는 있을까?
14	S	단원마다 한 두 문제 정도는 어느 정도 있었던 것 같은데, 말 그대로 그런 것들도 일단 정형화된 풀이가 있는 문제들이니까 아무래도 그 사전에 좀 많은 이런 계산이나 논리적인 연습이 없으면 풀기 어려울 것 같아요. 제가 예전에 공부했을 때, 좀 더 필요했던 게, 좀 더 논리적인 사고과정을 차근차근 넓혀갈

		수 있는 방안이 있었으면 좋겠는데, 학교 진도 자체도 워낙에 빠른 편인데, 거기에 대해 연습할 문제들이 교과서에 충분히 갖추어져 있지 않아서, 따라잡는 데 쉽지 않았어요.

학생은 ‘각 문제에 대표적인 한 두 문제를 알려주고 나서 갑자기 중간에 공백이 좀 크게 있고, 그 다음에 맨 뒷장에 보면 어려운 문제가 있다.’고 답하는 등 과제 사이의 단계성이 부족하다고 인식하고 있는 것으로 드러났다(번호 6). 특히, ‘논리적인 사고과정을 차근차근 넓혀갈 수 있는 방안이 필요하다.’는 향후 개선방안을 언급하는 등 현재 제공되는 과제에는 단계성이 매우 부족하다는 것을 강조하였다(번호 14). 이를 인지적 노력수준과 관련한 과제의 특징에 기반하여 분석하면, 학생들은 PNC 과제와 PWC 과제 간의 연결성이 부족하다고 인식하고 있는 것으로 볼 수 있다.

다. DM 과제 제시의 미흡 : 영재교육을 위한 과제의 부재

앞의 이론적 배경에서 영재학생을 위한 수학 과제는 DM 과제에 해당됨을 알았다. 또한 심화수학 교과서는 심화학습을 필요로 하는 과학고등학교 학생들을 대상으로 별도로 제작된 교과서인 만큼 영재교재라고 할 수 있다. 이에 심화수학 교과서에는 영재교재라는 특성 상 DM 과제가 적극적으로 제시되어야 할 필요성이 존재한다. 하지만 교과서 과제 분석결과에 나타난 심화수학 교과서 과제의 인지적 노력수준(<표 IV-1>)은 심화수학 교과서만으로 과학고등학교 학생들에게 심화 학습, 나아가 심화 교육과정이 제공될 수 있는지 여부에 대한 의문을 갖게 한다. 오히려 일반 교과서의 경우 DM 과제를 미약하게나마 제시(김미희, 김구연, 2013; 정혜윤, 이경화, 2016)하고 있는바, DM 과제가 전혀 제시되지 않은 심화수학 교과서는 영재교재로서 그 의미가 미약하다고 판단할 수 있다.

학생들 역시 심화수학 교과서의 이와 같은 한계점에 대해 인식하고 있음이 설문조사와 인터뷰 결과에서 뚜렷하게 나타났다. 학생들은 설문조사(<표 IV-4>, <표 IV-5>)를 통해 DM 과제의 해결경험과 주어진 과제에 대한 창의적 해결과정의 필요성을 낮게 평가하는 등 영재교육을 위한 과제 부족의 문제를 인식하고 있음을 반복적으로 드러냈다. 특히, 교과서에 제시되는 높은 수준의 문제는 계산상의 복잡함을 요구하는 문제일 뿐 비정형화된 과제 등의 창의성을 요구하는 과제는 아니라고 인식하고 있었다. 이와 같은 문제 인식은 학생과의 인터뷰에서 좀 더 명확하게 드러난다(번호 25~30, 33~34).

<표 IV-8> DM 과제의 존재성 인터뷰

번호	화자	전사
25	I	문제들의 난이도라든지 너의 창의적인 사고를, 심화수학이 영재학생들을 위한 교재이기 때문에 영재학생들을 위한 어떤 매력이 있는지가 궁금하거든.
26	S	제가 문제를 풀어본 바로는, 문제의 다양한 아이디어라던가 반짝반짝한 그런 걸 요구하기 보다는 논리적인 단계를 차근차근 밟아나가는 걸 요구하는 문제가 많아서, 말씀하셨던 그런 반짝반짝한 그런 걸 기대하기는 좀 힘든 것 같아요.
27	I	정형화된 풀이 위주로 되어 있다는 얘기야?
28	S	네
29	I	어려운 문제인데 그 어려운 문제도 정형화된 풀이들이 이것저것 섞여있는?
30	S	네
		…
33	I	문제 유형을 보지 않은 이유는 뭐라고 볼 수 있을까?

34	S	저기(심화수학 교과서) 있는 문제 자체가 그렇게 문제양이 풍부한 것도 아니고, 아이디어가 많이 있는 게 아니라 논리적인 절차를 밟으면 되는 거니까, 그런 논리적인 연습은 학교 수업시간에 주시는 유인물이나 학원에서 주는 것들로도 충분히 충당할 수 있다고 생각을 해서 교과서는 잘 안 보게 되는 것 같아요.

<표 IV-8>을 통해 알 수 있듯이, 학생은 과제가 ‘창의적인 아이디어를 요구하는 열린 형태의 과제이기보다 개념을 절차적으로 연습할 것을 우선적으로 요구하는 과제’라고 인식하고 있는 것으로 드러났다(번호 26). 특히, 난이도가 어려운 과제 역시 비알고리즘적인 사고를 요구하는 것이 아닌, 복잡한 계산 등의 정형화된 풀이를 요구한다고 인식(번호 29~30, 34)하고 있었다. 학생들이 교과서에 제시된 높은 수준의 문제가 궁극적으로 계산력 강화 혹은 복잡한 알고리즘의 해결과 연결된다고 인식하고 있음이 명백하게 드러난 것이다. 이를 과제의 인지적 노력수준 분석결과(<표 IV-1>)에 기반하여 분석하면, 학생들이 높은 수준이라고 인식하는 과제는 PWC 과제이며, DM 과제는 부재한다고 인식하고 있음을 알 수 있다. 심화수학 교과서가 영재교재로서 역할하지 못하고 있음을 보여주는 결과로 볼 수 있는 것이다.

V. 결론

본 연구에서는 심화수학 교과서에 제시된 과제의 인지적 노력수준의 특징과 한계점을 살펴보았다. 특히, 이론적 틀에 기반 한 분석과 함께 실제 교과서를 사용하고 있는 학생의 인식을 살펴봄으로써 심화수학 교과서 과제의 특징과 한계점을 실제적 측면에서 분석하고, 이론적 틀에 근거하여 분석된 학습기회가 실제로 어떻게 발현되었는지에 대해 보여주었다. 더불어 과학고등학교 교과서로 사용되는 심화수학 교과서에 제시된 과제의 특징을 분석함으로써 영재교육의 실제에 대한 정보를 일부 제공하였다. 이는 교과서에 주어진 학습기회의 가능성에 대한 경험적 연구의 필요성을 제시한 Rezat과 Sträβer(2012) 뿐 아니라, 학생 관점의 교과서 사용에 대한 연구의 필요성을 제안하고 있는 최근 연구들(도종훈, 2016; 박진용 외, 2011, p. 22; Matić, & Grancin, 2016; Rezat, 2013)과 그 맥락을 같이 하는 것으로, 학생 교과서 활용의 실제에 대한 연구의 가능성이 제고되는 계기를 마련하였다는 의의를 가진다. 또한, 영재교육과정의 이론적 논의를 제공한 선행 연구(McAllister, & Plourde, 2008; Wikins et al., 2006)를 바탕으로 실제 과학고등학교에서 사용되고 있는 교과서를 분석함으로써, 교과서와 연계된 영재교육과정에 구체적이고 실질적으로 접근할 수 있는 계기를 마련하였다는 의의를 가진다.

본 연구의 분석 결과, 과제의 인지적 노력수준과 관련하여 이론적 측면과 실제적 측면에서 공통적으로 나타나는 한계점이 있음을 알 수 있었다. 구체적으로는 과제의 인지적 노력수준의 분포에 있어서 다양성과 단계성 부족, 영재학생을 위한 DM 과제의 부재가 발견되었다. 이에, 본 연구에서는 향후 과학고등학교 학생들을 위한 교과서 제작에 필요한 시사점을 제안하는 것으로 결론에 갈음하고자 한다.

먼저, 심화수학 교과서에 제시된 과제의 인지적 노력수준 분포의 다양화가 필요하다. 현재 심화수학 교과서의 과제는 PNC 과제에 집중되어 있다. 이러한 결과는 일반 교과서의 과제 집중도(권지현, 김구연, 2013; 김미희, 김구연, 2013; 정혜윤, 이경화, 2016)보다 더 높다. 다양한 수준의 과제를 접할 때 다양한 수준의 사고를 할 수 있

는 기회를 갖게 되며(Hiebert, & Vearne, 1993; Stein, & Smith, 1998), 과제의 기본 특성이 학생들의 사고에 영향을 미친다(Henningsen, & Stein, 1997)는 사실에 비추어볼 때 과제 수준의 다양성은 필수적인 요소라고 할 수 있다. 다양한 수준의 과제를 제공하여 다양한 수준과 다양한 형태의 사고를 할 수 있는 기회가 제공되기를 기대한다.

다음으로, 인지적 노력수준의 단계적 제시가 필요하다. 학생 설문조사와 인터뷰를 통해 과제의 단계적 제시가 이루어지지 않을 경우 학생들이 학습에 많은 어려움을 겪는다는 사실을 알 수 있었다. 증명 과제나 복잡한 과정을 요구하는 값 구하기 과제와 같은 PWC 과제의 경우, PWC 과제에 적용되는 아이디어를 PNC 과제에서 먼저 접하게 하는 방향으로의 과제 구성이 필요하다(정혜윤, 이경화, 2016).

마지막으로, 무엇보다 비알고리즘적 과제라 할 수 있는 DM 과제의 도입과 확대가 필요하다. 심화수학 교과서는 과학고등학교 학생들의 수학 학습을 위한 별도의 교수･학습 자료로 사용되고 있다. 이는 일반 학생들과 차별화되는 별도의 심화학습의 기회를 제공하기 위함인데, 심화학습의 기회 제공에 교과서에 제시된 과제가 중요한 역할을 함은 익히 알려진 사실이다. 하지만 현재의 심화수학 교과서에는 영재학생들의 차별화되는 학습 기회, 즉 창의적인 사고를 필요로 하는 과제를 찾아볼 수 없다. 이에, 향후 심화수학 교과서가 영재교육을 위한 별도의 교과서로서 의미를 갖기 위해서는 창의적인 사고를 필요로 하는 과제, 즉, 열린 과제라고 할 수 있는 DM 과제의 적극적인 도입이 필요하다고 판단된다.

한편, 본 연구의 학생 인터뷰 과정에서, 교과서에 제시된 과제의 인지적 노력수준이 실제 사용에 어떠한 영향을 미치는지에 대한 정보를 확인할 수 있었다. 특히, 그 한계점이 학생의 교과서 활용에 부정적인 영향을 미칠 수도 있다는 사실이 학생 인터뷰를 통해 발견되었다. 이에, 후속 연구로 교과서 과제의 인지적 노력수준, 나아가 이를 포함한 교과서의 특징이 학생들의 실제 교과서 활용에 미치는 영향에 대한 연구를 제안한다. 더불어, 단순히 과제만으로 영재교육이 이루어진다고 판단하기 힘든 바, 과제 및 과제의 인지적 노력수준 외에 영재교육을 위한 교과서의 특징과 한계점에 대한 추가적인 연구를 제안한다. 이와 같은 연구가 이루어질 때, 보다 현실성 있는 교과서 재구성의 토대가 마련될 것으로 보인다. 본 연구가 향후 심화수학 교과서의 재구성에 미약하게나마 도움이 되길 기대한다.

참고문헌

교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정**.

김동중, 배성철, 김원, 이다희, 최상호(2015). 중학교 2학년 수학 교과서의 수학 과제 분석: 스토리텔링 유형을 고려하여. **수학교육논문집, 29**(3), 281-300.

권지현, 김구연(2013). 중학교 수학 교과서에 제시된 기하영역의 수학 과제 분석. **수학교육, 52**(1), 111-128.

김미희, 김구연(2013). 고등학교 교과서의 수학과제 분석. **학교수학, 15**(1), 37-59.

김병섭(2010). 편견과 오류 줄이기. 서울: 법문사.

김성희, 방정숙(2005). 수학 교수 학습 과정에서 과제의 인지적 수준 분석: 초등학교 ‘비와 비율’ 단원을 중심으로. **수학교육학연구, 15**(3), 251-272.

김양권, 송상헌(2010). 초등 수학 영재를 위한 도형수 과제의 수준별 교수학습 자료 개발 절차와 방법에 관한 연구. **한국초등수학교육학회지, 14**(3), 745-768.

김은혜, 박만구(2011). 수학 영재교육 대상 학생과 일반 학생의 개방형 문제해결 전략 및 행동 특성 분석. **한국초등수학교육학회지, 15**(1), 19-38.

김하림, 이경화(2016). 중등 수학 예비교사의 미분계수 과제 변형. **학교수학, 18**(3), 711-731.

김홍원(2003). 영재 교수-학습 방법의 성격과 영재 교수-학습 자료의 개발. **수학교육논문집, 17**, 1-16.

김훈, 김병옥, 서창환, 차성훈, 전영철, 박윤주(2011). **고등학교 심화수학 1**. 서울 : 한국과학창의재단.

김훈, 김병옥, 서창환, 차성훈, 전영철, 박윤주(2012). **고등학교 심화수학 2**. 서울 : 한국과학창의재단.

도종훈(2016). 활용도 높은 수학교과서의 모형 및 예시 단원 개발 연구. **한국학교수학회논문집, 19**(3), 239-260.

박진용, 신성균, 함승연, 이영아, 남창우, 손예희, 신명경, 김민정(2011). **수요자 중심의 교과서 체제 개발 방안**. 한국교육과정평가원 연구보고 PRO 2011-4.

박화영, 김수환(2006). 개방형 과제를 활용한 수학 영재아 수업 사례 분석. **수학교육 논문집, 20**(1), 117-145.

송상헌(2002). 수학 영재를 위한 교수 원리 및 방법의 적용에 대한 소고. **인천교육대학교 과학교육논총, 14**, 312-329.

양태연, 한기순, 이정훈, 박인호, 김일(2013). 영재교육 교재 적합도 및 교육내용 분석. **과학영재교육, 5**(1), 1-14.

정혜윤, 이경화(2016). 우리나라와 미국 수학 교과서의 과제 비교: 평행사변형 조건을 중심으로. **학교수학, 18**(4), 749-771.

한인기(2001). 중등학교 수학 영재교육 프로그램 분석 및 교수-학습 자료 개발에 관한 연구. **영재교육연구, 11**(3), 175-202.

홍창준, 김구연(2012). 중학교 함수 단원의 수학 과제 분석. **학교수학, 14**(2), 213-232.

황혜정, 나귀수, 최승현, 박경미, 임재훈, 서동엽(2013). **수학교육학신론**. 서울: 문음사.

Brown, M. W. (2011). The Teacher-tool Relationship : Theorizing the Design and Use of Curriculum Materials. In Remillard, J. T., Herbel-Eisenmann, B. A., & Lloyd, G. M. (Eds.), *Mathematics Teachers at Work: Comparing Curriculum Materials and Classroom Instruction*. pp. 21-36. New York: Routledge.

Choi, K. M. (2014). Opportunities to Explore for Gifted STEM Students in Korea : From Admissions Criteria to Curriculum. *Theory Into Practice, 53*, 25-32.

Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *Journal for Research in Mathematical Education, 28*(5), 524-549.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional Tasks, Classroom Discourse, and Students' Learning in Second-Grade Arithmetic. *American Educational Research Journal, 30*(2).

KAIST 과학영재교육연구원(2016). **2016년 과학고등학교 현황**.

Matić, L. J., & Gracin, D. G. (2016). The Use of the Textbook as an Artefact in the Classroom: A Case Study in the Light of a Socio-didactical Tetrahedron. *Journal für Mathematik-Didaktik, 37*(2), 349-374.

McAllister, B. A., & Plourde, L. A. (2008). Enrichment Curriculum : Essential for Mathematically Gifted Students. *Education, 129*(1), 40-49.

Otten, S., & Soria, V. M. (2014). Relationships Between Students' Learning and Their Participation During Enactment of Middle School Algebra Tasks. *ZDM, 46*, 815-827.

Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2013). Investigating Textbooks as Crucial Interfaces Between Culture, Policy and Teacher Curricular Practice: Two Contrasted Case Studies in France and Norway. *ZDM, 45*(5), 685-698.

Remillard, J. T., Harris, B., & Agodini, R. (2014). The Influence of Curriculum Material Design on Opportunities for Student Learning. *ZDM, 46*(5), 735-749.

Remillard, J. T., & Heck, D. J. (2014). Conceptualizing the Curriculum Enactment Process in Mathematics Education. *ZDM, 46*, 705-718.

Rezat, S. G. (2006). The Structure of German Mathematics Textbooks. *ZDM, 38*(6), 482-487.

Rezat, S. G. (2013). The Textbook-in-use: Students' Utilization Schemes of Mathematocs Textbooks Related to Self-Regulated Practicing. *ZDM, 45*(5), 659-670.

Rezat, S., & Sträβer, R. (2012). From the Didactical Triangle to the Socio-didactical Tetrahedron: Artifacts as Fundamental Constituents of the Didactical Situation. *ZDM, 44*(5), 641-651.

Son, J. W. (2012). A Cross-national Comparison of Reform Curricula in Korea and the US in terms of Cognitive Complexity: The Case of Fraction Addition and Subtraction. *ZDM, 44*, 161-174.

Son, J. W. & Senk, S. L.(2010). How Reform Curricula in the USA and Korea Present Multiplication and Division of Fractions. *Educational Studies in Mathematics, 74*(2), 117-142.

Sowell, E. J. (1993). Programs for Mathematically Gifted Students: A Review of Empirical Research. G*ifted Child Quarterly, 37*(3), 124-131.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M.(1996). Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *American Educational Research Journal, 33*(2), 455-488.

Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How Curriculum Influences Student Learning. In Lester, F. K. (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching Account*. pp. 319-369. National Council of Teachers of Mathematics.

Stein, M. K. & Smith, M. S.(1998). Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(4), 268-275.

Thompson, D. R., Senk, S. L., & Jonhson, G. J. (2012). Opportunities to Learn Reasoning and Proof in High School Mathematics Textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education, 43*(3), 253-295.

Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2002). *According to the Book: Using TIMSS to Investigate the Translation of Policy into Practice Through the World of Textbooks*. Dordrecht: Kluwer.

Wikins, M. M., Wikins, J. L. M., & Oliver, T. (2006). Differentiating the Curriculum for Elementary Gifted Mathematics Students. *Teaching Children Mathematics, 13*(1), 6-13.

Analysis of Students' Cognition for Enrichment Mathematics Textbook Tasks' Levels of Cognitive Demand

Jung, Hye Yun (Graduate School, Seoul National University)
Lee, Kyeong-Hwa (Seoul National University)

The purpose of this study is to analyze the actual realization of the opportunity to learn given to students by examining students' cognition for enrichment mathematics textbook tasks' levels of cognitive demand. First, we analyze characteristics and limitations based on the theoretical framework. Second, we examine students' cognition about the distribution of the mathematics textbook tasks' levels of cognitive demand. And we analyze how the opportunity to learn actually work. Third, in the sense that enrichment textbooks are textbooks for science school students, we analyze whether the opportunity to learn for gifted is offered.

The conclusion is as follows: First, with respect to levels of cognitive demand, PNC tasks account most. Second, students also cognize that PNC tasks account most. Third, tasks for gifted are not offered and students also cognize that opportunity to learn for gifted is lacked.

* Key Words : enrichment mathematics textbook(심화 수학 교과서), task(과제), levels of cognitive demand(인지적 노력수준), students' cognition(학생 인식), gifted(영재)

논문접수 : 2017. 9. 19
논문수정 : 2017. 11. 9
심사완료 : 2017. 11. 10

<부록> 설문지 조사 문항

1. 귀하의 소속은 어떻게 되나요? ☞ ( )고등학교 ( )학년 2. 귀하의 성별은 어떻게 됩니까? ☞ 남학생( ), 여학생( )

귀하는 다음 의견에 대해 얼마나 동의하십니까?	전혀 동의 안함	동의 안함	보통	동의함	매우 동의함
1. 나는 심화수학에 제시된 문제의 난이도가 주어진 내용을 학습하기 위해 **다양**하게 제시되었다고 생각한다.					
2. 나는 심화수학에 제시된 문제가 본문의 내용을 학습하기 위해 **개념 문제에서 간단한 계산문제, 응용문제, 심화문제에 이르기까지 난이도가 단계적으로 제시**되어 있다고 생각한다.					
3. 나는 심화수학에 제시된 문제가 **기초 개념**을 확인할 수 있는 기회(예: 미분의 개념, 이차곡선의 개념 등)를 제공한다고 생각한다.					
4. 나는 심화수학에 제시된 문제가 **공식 적용**을 연습할 수 있는 기회(예: 삼각함수의 덧셈정리 공식 문제)를 제공한다고 생각한다.					
5. 나는 심화수학에 제시된 문제가 **알고리즘화된 풀이방법**을 익힐 수 있는 기회(예: 분수부등식 풀이 문제)를 제공한다고 생각한다.					
6. 나는 심화수학에 제시된 문제가 여러 가지 개념(예: 방정식과 적분) 또는 다양한 표현(예: 그래프와 수식)간의 **연결성**을 익힐 수 있는 기회를 제공한다고 생각한다.					
7. 나는 심화수학에 제시된 문제가 **수학적 창의성**을 발현하는 기회를 제공한다고 생각한다.					
8. 내가 심화수학에 제시된 문제가 어렵다고 느끼는 이유는 **계산과정이 복잡**한 문제 때문이다.					
9. 내가 심화수학에 제시된 문제가 어렵다고 느끼는 이유는 **해결방법과 답이 정해지지 않은 창의적** 문제 때문이다.					
10. 위의 내용 이외에, **심화수학 교과서에 제시된 과제와 관련하여 귀하가 갖고 있는 생각**을 적어주세요.					