

## 사장교 케이블의 진동거동 특성

# Vibrational Characteristics on the Cables in Cable Stayed Bridge

Ikhyun Sung<sup>a\*</sup>

<sup>a</sup> Department of Civil Engineering, Hanseo University/ 45 Hanseo 1-Ro, Haemi, Seosan, Chungnam 31962, Republic of Korea

### ABSTRACT

Recently, a cable disconnection accident occurred due to a lightning strike at the Seohae Bridge located in Dangjin-Pyeongtaek City. This is a natural occurrence, but it is a recall that it is very important to review the safety issues due to the disconnection of cable bridges. In other words, the role of cables in cable bridges has a profound effect on the safety of the structure, and it has become necessary to grasp the effect on the entire structural system. The cable bridge is an economic bridge that builds the main tower and supports the bottom plate by cable. The influence of the cable is the main member, which is a big influence on the safety of the whole bridge system. In the cable-stayed bridge, the cables exhibit nonlinear behavior because of the change in sag due to the dead weight of the cable, which occurs with changing tension in the cable resulting from the movement of the end points of the cable as the bridge is loaded. Modal analysis is conducted using the deformed dead-load tangent stiffness matrix. A new concept was presented by using divided a cable into several elements in order to study the effect of the cable vibration (both in-plane and swinging) on the overall bridge dynamics. The result of this study demonstrates the importance of cable vibration on the overall bridge dynamics.

### KEYWORDS

cable  
nonlinear  
swing vibration  
dynamics  
modal

최근 당진-평택시에 위치한 서해대교에서 낙뢰로 인한 케이블 단선사고가 발생하였다. 이것은 자연발생 사고로 결론이 났지만 케이블교량의 단선으로 인하여 안전문제를 재검토하는 과정이 매우 중요한 일임을 상기하게 된 사건이다. 즉, 케이블 교량에서 케이블의 역할은 구조물의 안전에 지대한 영향을 미치며 이로 인해 전체구조체계에 대한 영향을 파악할 필요가 대두 되었다. 케이블 교량은 주 탑을 세우고 바닥판을 케이블로 지지하는 경제적 교량으로 케이블의 영향은 주 부재로써 전 교량시스템의 안전에 영향이 큰 부재이다. 사장교에서 케이블은 케이블의 장력이 변할 때 발생하는 사하중으로 인한 처짐의 변화 때문에 비선형 성을 가진다. 동적해석은 변형 된 사하중 접선강도행렬을 사용하여 되며 새로운 개념은 전체 교량에 대한 케이블 진동 (면내 및 스윙 모두)의 효과를 연구하기 위해 케이블을 여러 요소로 분할하였다. 이 연구의 결과는 전반적인 교량 역학에 케이블 진동의 중요성을 보여준다.

케이블  
비선형성  
케이블진동  
동적해석  
동적특성

© 2017 Society of Disaster Information All rights reserved

\* Corresponding author. Tel. 82-10-9717-1531.  
Email. [iksung@hanseo.ac.kr](mailto:iksung@hanseo.ac.kr)

### ARTICLE HISTORY

Received May. 28, 2017  
Revised May. 30, 2017  
Accepted Jun. 30, 2017

## 1. 서론

최근 당진-평택시에 위치한 서해대교에서 낙뢰로 인한 케이블 단선사고가 발생하였다. 이것은 자연발생 사고로 결론이 났지만 케이블교량의 단선으로 인하여 안전문제를 재검토하는 과정이 매우 중요한 일임을 상기하게 된 사건이다. 즉, 케이블 교량에서 케이블의 역할은 구조물의 안전에 지대한 영향을 미치며 이로 인해 전체구조체계에 대한 영향을 파악할 필요가 대두 되었다. 케이블 교량은 주 탑을 세우고 바닥판을 케이블로 지지하는 경계적 교량으로 케이블의 영향은 주 부재로써 전 교량시스템의 안전에 영향이 큰 부재이다. 그러나 케이블 교량에서 케이블의 역할이 단순히 지지에 대한 역할을 하는 것이 아니라 주 부재로써 거동을 확인해야 함에도 해석과 분석 시에 케이블의 역할은 단순히 트러스부재로 분석하고 하중전달부재로의 안전성에 대한 검토 대상이 되어있다. 물론, 등가케이블이론을 적용하여 기하학적 비선형성(Fig. 1참조)을 모두 감안하였지만 케이블요소 길이 전체에 영향이 분산되어 케이블의 자체형상과 흔들림에 대한 고려는 할 수 없다. 이러한 측면을 고려하여 본 연구에서는 전체구조체계에서 케이블의 영향을 거동으로 포함할 수 있도록 하여 케이블 거동이 연결된 다른 구조물에 미치는 영향을 확인하고자 하였다. 해석을 수행하기 위해서 케이블을 단일요소로 보지 않고 다수요소를 가진 집합체로 고려함이 필요하다. 따라서 케이블의 다양한 진동형상 및 출렁임을 구조분석에 포함하여 그 영향을 파악하는데 도움이 될 수 있기 때문이다. 이러한 다수요소로 구성하는데 있어 유한요소해석상에 고려해야하는 사항을 파악하고 정적비선형해석을 수행할 수 있었다. 이를 또한 일반적인 케이블교량 해석방법으로 모델링한 것과 비교를 함으로써 서로 분석방법에 대한 차이점을 도출하고 전체 교량의 거동에서 케이블의 영향을 따로 분석할 수 있는 방안을 도출하고자 하였다. 이로 인한 연구의 방법을 다양한 동적영향을 감안하도록 확장하여 여러 개의 케이블로 구성된 교량에서 케이블의 진동영향이 전 구조체계에 미치는 영향을 파악해 보고자 한다.

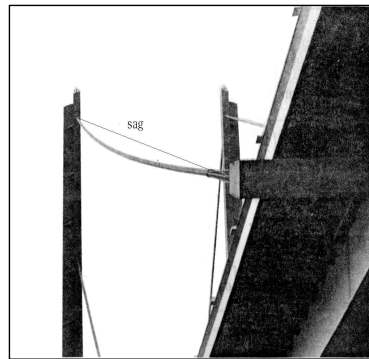


Fig. 1 Cable sag configuration



Fig. 2 Meiko Nishi Ohashi Bridge, Nagoya, Japan

## 2. 정적 비선형 해석

사장교는 전체 구조체계가 유연한 구조이며 주형의 면내확장거동은 경사케이블에 의해 길이방향에 대하여 탄성지지 된 형태를 갖고 있다. 이러한 유연한 구조체계는 상시자중(설계하중)이나 활하중에 대하여 대 변형을 유발하기가 쉽다. 사장교는 케이블 sag(삐그)의 현수작용 및 부재의 압축력으로 인해 기하학적 비선형 문제가 되어서 선형해석법만으로는 값을 판단하기 어렵다. 이러한 비선형성을 갖는 요인으로, 주요한 3가지 특징으로 분류하면 다음과 같다.

- ① 경사케이블의 사하중 상태 하에서 삐그(sag)로써 유발되는 축 하중-신장 관계의 비선형성(Fig. 1).
- ② 주 탑과 바닥판의 휨과 축력의 동시작용으로 인한 축력, 휨모멘트, 변위거동 간의 비선형성.
- ③ 단면강성이 공간에 비해 상대적으로 작아 기하학적 대 변형 유발.

다양한 교량의 기하학적 처리에는 통상 서로 다른 비선형해석 절차가 요구된다. 그중 가장 보편적인 방법으로 컴퓨터 활용

에 적용이 편리한 장점이 있는 Stiffness Method(강도법)이 사용되며 다양한 구조적인 요소에 어떠한 구조체계에도 적용도가 높아 많은 해석자 및 연구자들이 사장교의 정적 비선형해석에 연구 발표한 사례가 많다.(Fleming J.F. et al.) 일반적인 비선형 구조계에서는 강도행렬[K]의 항이 하중의 적용에 따라 변하게 된다. 이 경우 강도행렬[K]는 절점변위{D}의 함수로써 미지항이 되어 비선형 강성방정식은 바로 풀 수 없다. 따라서 이러한 변위벡터{D}의 비선형 방정식을 풀기 위하여 수치해석기법을 도입하게 된다. 정적 비선형 해석 절차의 개요는 다음과 같다.

$$[K_T(D^n)]\{\Delta D^n\} = \{P\} - \{W^n\} \quad \text{-----}(2.1)$$

여기서,  $n$  : 반복 cycle 수

$K_T(D^n)$  : 절점변위  $D^n$ 에서의 접선강도행렬

$\Delta D^n$  : 증분변위벡터

$P$  : 외력

$W^n$  : 절점변위  $D^n$ 에서의 불평형 하중벡터

따라서 식(2.1)에서 하중 증분 값에 대한  $\{P\} - \{W^n\} = 0$  의  $D^{final}$  을 구한다.

또한, 연구에서는 이와 같은 사장교의 비선형성을 고려하기 위하여 비선형 정적해석 프로그램을 이용하여 사하중상태하에서 접선강도행렬을 먼저 구하고 이를 동적해석의 기준점으로 사용하도록 하였다. 정적비선형 Program의 부분은 Abdel-Ghaffar와 Nazmy의 연구를 부분적으로 수정한 후 사용하였다. 이 중 케이블의 재료는 선형탄성으로 가정하고 부재는 주축을 따라 휘다고 가정한다. 따라서 비선형성은 재료보다는 변위에 의하여 지배된다. 케이블 부재특성은 직선부재로 가정하고, 곡선부재의 신장과 같은 기하학적 영향을 호환(대체)할 수 있는 대체 직선부재를 정의 할 수 있는데 이 개념이 식(2.2)의 등가탄성계수(Ernst H. J.)사용이다. 이 식은 Modified Ernst의 등가계수와 잘 일치한다고 증명된 바 있다(Ernst H. J.).

$$E_{eq} = \frac{E}{\left\{1 + \left[\frac{(wL_0)^2(T_f + T_0)}{24T_0^2 T_f^2}\right]AE\right\}} \quad \text{-----}(2.2)$$

이는 최종응력과 하중을 변하는 단계로 부터 반복절차를 통하여 구하고 적절한 tolerance에 수렴하면 최종응력 및 하중을 결정한다.

### 2.1 케이블의 기하강도행렬

실제 자유롭게 매달린 케이블은 그 길이를 따라서 초기인장을 갖는다. 이런 축력의 작용을 무시하면 일반적인 초기인장의 정의가 없는 bar요소를 사용하여 탄성강도행렬  $K_E$ 를 사용하면 된다. 그러나 현수곡선으로 매달린 케이블은 탄성 강도 행렬 이외의 축력에의 영향이 강도방정식에 포함되어야 한다. 초기인장에 의해 생기는 케이블 강성의 변화는 기하강도(geometrical stiffness)로써 표현할 수 있다. 단지 부재의 길이변화에 의해 만들어지는 탄성강도에 반해 부재의 rotation(회전)에 의해 발생되는 기하강도는 서로 독립적으로 된다. 3개의 자유도를 갖고 요소에 부착되어진 케이블 국소좌표계의 탄성강도행렬과 기하강도행렬은 다음과 같다.

$$[K_E] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad [K_G] = \frac{F}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기서  $[K_{\text{sub}}]$ 는 축력을 받는 부재의 선형탄성강도행렬을 나타내며  $[K_{\text{sup}}]$ 는 부재내의 축력에 대하여 그 부호의 영향을 받는 기하강도행렬을 표시한다.

### 2.2 기하변화에 따른 보요소의 비선형 강도행렬

보의 기하학적 비선형성은 변형형상에 대한 평형방정식과 안정(stability)문제로 표현되는 대 변형이론으로 간주한다. 이것은 평형방정식에 고차항의 변형-변위관계 방정식을 추가한 탄성론으로 풀 수 있다. 앞에서와 같이 사장교의 주 탑과 바닥판에서 대 변형이 발생하는데 이들 부재 간에 큰 휨모멘트와 축력이 부재의 축과 휨 강성에 강한 상호작용(coupling)을 유발하므로 이들의 영향이 합성되어 발생한다. 이런 상호작용은 안정함수의 개념을 도입하여 이 안정함수를 휨과 축강성에 계수로 작용시켜 비선형 해석에 적용한다(Nazmy et. al).

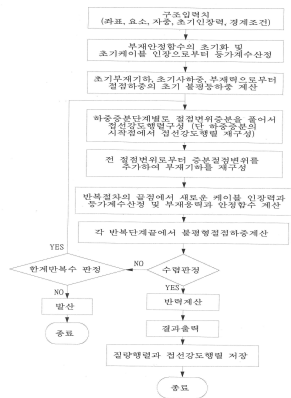


Fig. 3. Static Analysis Flow

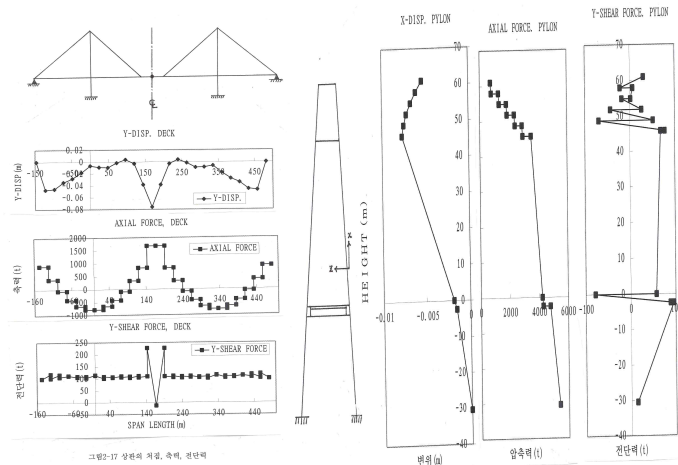


Fig. 4. Nonlinear Static Analysis Result.

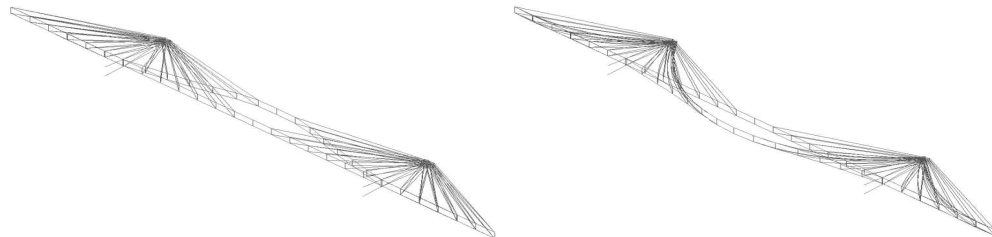


Fig. 5. 2 Types of Model Static Equilibrium State Configuration

앞서 설명한 정적해석절차는 Fig. 3.에 나타내었고 정적비선형해석 바닥판과 주탑의 결과는 Fig. 4와 같다. Fig. 5에서는 두 가지 형태의 모델형상과 정적비선형 해석에서 사하중 평형상태의 처짐 형상을 보여주는데 여기서 다수의 케이블 모델의 경우는 케이블의 사하중변위가 표시된 관계를 명확히 볼 수 있다.

### 3. 해석모델 특성과 동해석

사장교의 진동특성을 파악하기 위해 비선형 정적해석에서 파악한 강도행렬을 기반으로 하여 동해석의 기준으로 사용하기로 하였고 결과에 대한 검증에 대해 이전 연구자의 연구결과를 비교분석하는 것이 필요하다는 생각에서 자료검증이 가능하며 해석결과의 타당성에 대한 간접비교가 가능한 Nazmy와 Abdel Ghaffar의 연구모델(Fig. 2.)을 선정하였으며 이를 비교하여 해석의 객관성을 갖도록 하였다. 해석모델은 보, 트러스 요소로 구성하였으며, 동하중에 의한 바닥판의 불필요한 변위를 막기 위하여 elastic link로 바닥판과 주 탑을 연결하였다. 따라서 모델은 바닥판이 주 탑에 완전 고정되지 않은 경우로 이는 지진의

영향에 감쇠를 주고 온도나 주 탑 하단부에 발생하는 영향에 대하여 줄여주는 역할을 한다. 또한 주 탑을 A형태로 하여 휨 강성이 강하고 장 지간 사장교에 이상적형태를 가진다고 한다. 해석모델은 Fig. 2와 같은 동일한 제원을 갖는 사장교로 케이블을 등가 탄성계수를 갖는 부재와 비선형 트러스 요소의 연속으로 본 두 가지 모델로 각각 모델링 하였으며 편의상 등가탄성 케이블 모델을 SEC(Single Element Cable Model)모델, 비선형케이블요소인 MEC(Multi Element Cable Model)로 표시하기로 한다. 따라서 MEC모델의 경우 총 절점 수 431개중 비선형 케이블 요소 수 384개, 비선형 보요소수 83개로 구성 되었으며, SEC모델의 경우는 총 절점 수 95개의 비선형 등가케이블 요소 수 48개 및 비선형 보요소수 83개로 구성하였다. 정적해석의 부재내력은 Fig. 3과 같으며 기존 연구자들의 결과와 유사하다.

### 3.1 동적해석 특성

사장교는 사하중하에서 소기의 케이블 인장이 도입된 후는 구조물의 처짐이 제한되어 변위가 크게 발생하지 않고 정적비선형 해석에서 언급한 비선형요인이 무시할 수 있을 정도로 되어 선형과 비선형 해석간의 차가 거의 없는 것으로 연구된 바 있다(Khalil and Fleming). 그리고 사장교의 진동은 특히 케이블과 같은 부재의 고유진동수 근처에 주요한 진동이 발생 될 때는 위험하게 된다. 이 경우는 바닥판 및 주 탑이 함께 진동하게 되거나 따로 독립되어 진동하게 된다. 따라서 특히 작은 감쇠를 갖는 구조인 사장교의 경우는 바람, 비, 교통하중, 지진 등의 넓은 대역의 excitation을 갖는 하중에는 전체구조는 물론 연결부재에도 동적응답이 크게 유발 될 수 있으므로 구조절계부분에 중요한 인자가 된다. 특히, 본 연구는 사장교 케이블의 진동영향을 포함하고 있다. 이런 케이블 진동은 형상이 다양하고 복잡하며 교량의 바닥판 및 주 탑의 거동과 강한 연성을 유발하는 경향이 있다. 그러나 과거의 사장교에 대한 동적연구를 수행하였던 많은 연구자들은 3차원 해석에서도 이러한 현상을 간과하거나 혹은 케이블의 진동을 독립적으로 간주하여 주요부재간의 상호연성효과(Dynamic Coupling Effect)에 대한 어떠한 고려 없이 수행 해 왔다. 한편 케이블을 한 개가 아닌 여러 개의 요소로 분할하게 되면 많은 새로운 순수 케이블 진동모드가 나타나고 형상은 대단히 복잡하게 된다. 또한 추가적인 바닥판-주 탑의 상호연성을 갖는 모드가 나타나는데 이는 수치적으로 그 많은 형상 및 거동을 판별하기는 매우 어려운 문제이다. 본 연구는 유한요소법을 적용하여 다수의 케이블요소로 보았으며 각 케이블의 고유치를 선형화된 고유진동의 표현(Max Irvine)을 도입하여 FEM 해석과 비교 하여 보았다. 또한, 사하중 상태하의 변형 후 교량 기하로 부터 얻어진 접선강도 행렬  $[K_T]$ 을 기초로 하여 자유진동을 수행하였다. 따라서 고유치해석은 정적 비선형해석 후 얻어진 접선강도행렬을 기본으로 한 Restart개념의 해석을 수행하였다. 각 모델의 질량행렬을 대각 집중질량을 이용하였고 온도의 영향은 무시하였다. 일반적으로 고유치문제의 해는 다음과 같은 식으로 풀 수 있다.

$$[-\omega_n^2 [M] + [K_T]]\phi_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \text{-----}(3.1)$$

- 여기서,            [M]: 대각 집중질량행렬
- [KT]: 접선강도행렬
- $\omega_n$ : 고유 각진동수
- $\phi_n$ : 고유 벡터(모드형상)

여기서 통상 일련의 최 저차의 고유진동수들이 동적응답해석에서 주요요인이 된다. 식(3.1)의 일반화된 고유진동 문제에서 사장교와 같은 다자유도를 갖는 구조는 정확한 해석이 어려우며 때문에 수치해석방법과 유한요소법에 의한 근사해법을 이용하는 것이 효율적임은 앞에서 설명한 바 있다. 연구에 사용한 해법은 shift를 갖는 역 반복법을 수정한 것으로 초기 값은 부분 공간 반복법에 의하여 구하며 부분공간반복법과 유사하나 미소 항을 제거하여 수렴속도의 향상을 갖는 참고문헌(Lee, I. W.)의 방법을 적용하여 고유치문제를 구하였다.

### 3.2 경사케이블의 선형화 고유진동수 비교

케이블을 다수의 요소로 분할하면 케이블에 대한 순수진동 모드를 얻을 수 있게 되나 전체구조에 결합된 각각의 케이블에 대한 거동을 파악하기는 어렵다. 따라서 각 케이블이 나타내는 진동에 대하여 간접적인 방법을 통하여 이를 비교하여 순수 케이블진동을 구분하고자 선형화고유진동수법(Linealized Natural Frequency)(Max Irvine)을 통해 유한요소해석에서의 케이

블 진동에 대한 면외 및 면내 진동 값을 비교하였다. Table 1에서 선형화 진동수와 모델의 진동수가 비교적 유사함을 알 수 있다. 그리고 사장교의 감쇠 비는 각 모드마다 다를 수 있어 이를 산정하기는 매우 어렵다. 그런데 연구에서 적용한 감쇠비(0.1 ~ 5%)는 응답에 대하여 비교적 선형을 나타낸다(Fig. 6 참조).

Table 1 Linearized Frequency

케이블 번호	초기 횡진동수 (Hz)		초기 수직진동수 (Hz)	
	본연구	Irvine	본연구	Irvine
1	0.280033	0.2612636	0.2314845	0.2719848
3	0.348990	0.34802497	0.3665634	0.4331141

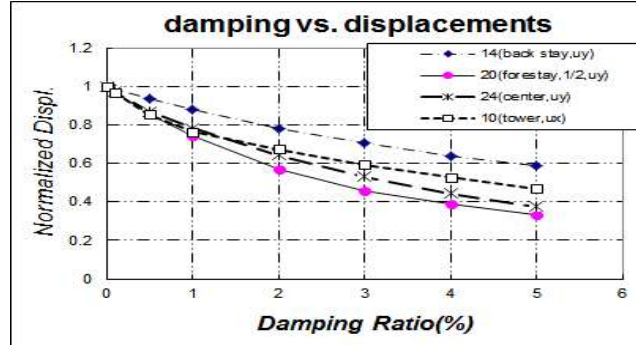


Fig. 6. Damping vs Displacement

### 3.3 사장교 고유진동해석 특성분석

MEC 및 SEC에 대하여 동적해석을 위하여 시간이력해석과 스펙트럼해석 등을 수행하기 이전에 각각 자유진동 해석을 수행 하였다. 특히 MEC의 경우 해석결과가 매우 복잡하므로 두 모델에 대한 결과의 분류를 케이블진동으로 인한 추가 발생 모드로 분류해 보았고 이를 SEC모델과 비교하여 두 모델간의 차이점을 함께 구분할 수 있도록 하였다. 자유진동해석에서 먼저 MEC와 SEC모델에서 각각 100개와 25개의 모드를 구하였으며 이 중 에서 MEC의 100개모우드 (0.19Hz~0.62Hz)와 SEC의 14개모우드(0.19Hz~0.616Hz)의 진동수 대역이 비슷하였다. 따라서 두 모델의 동적거동을 비교함에 있어 대역을 기준 하여 해석하였다. 두 모델 간의 최 저차 3개 모드 형상은 유사하고 Fig. 6과 같다. 그리고 Table 2에서는 SEC모델과 MEC모델의 유사한 모드형상에 관하여 정리하였다.

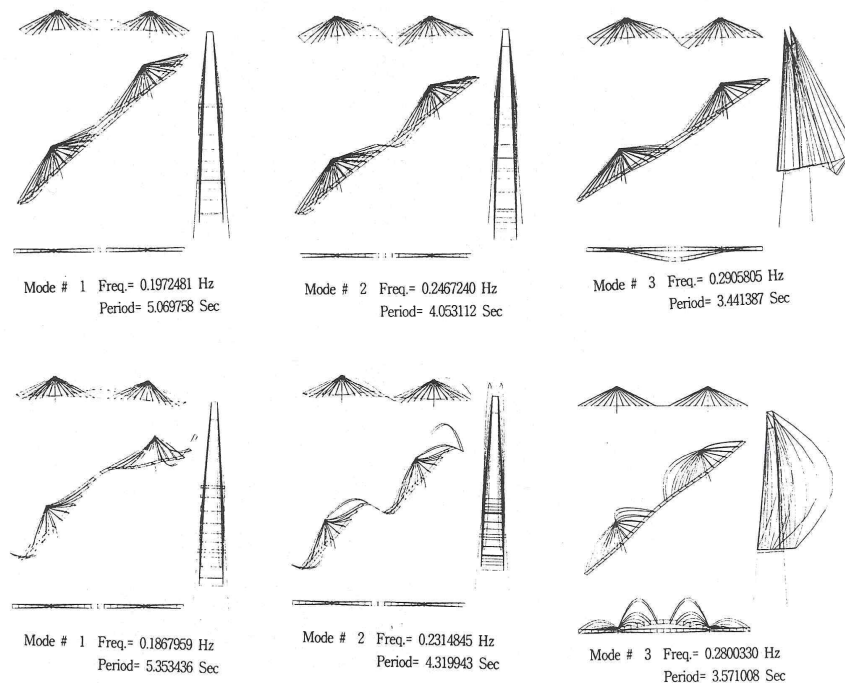


Fig. 7. Comparison between first 3 mode configuration

Table 2. Similar Mode and Periods

SEC모델			MEC모델		
Mode No.	주기 (sec)	특징	Mode No.	주기 (sec)	특징
1	5.069758	상관 수직거동	1	5.353436	상관 수직거동
2	4.053112	상관 수직거동	2	4.319943	상관 수직거동
3	3.441387	상관 횡방향이동	3	3.571008	상관 횡방향이동 케이블 횡방향이동
4	2.733344	상관 비틀림	4	2.728041	상관 비틀림 케이블 횡이동
5	2.600010	주탑 횡이동	5	2.321635	주탑 횡방향진동 강한 케이블 횡이동
6	2.458091	주탑 횡방향이동 상관 횡방향이동	6	2.294466	상관 횡방향이동 강한 케이블 횡진동
7	2.313561	상관 수직이동	7	2.265557	상관 수직이동 케이블 수직진동
8	2.313561	상관 비틀림	8	2.124567	상관 비틀림 케이블 수직-횡진동
9	2.149323	상관 수직진동	9	2.103194	상관 수직진동 케이블 수직진동
10	2.119525	상관 비틀림	10	1.830542	상관 비틀림 케이블 수직진동
11	1.925372	상관 비틀림진동	11	1.704399	상관 비틀림진동 케이블 수직진동
12	1.855702	상관 수직진동	12	1.661409	상관 수직진동 케이블 수직진동
13	1.716298	상관 비틀림진동	13	1.661245	상관 비틀림진동 케이블의 수직-횡진동
14	1.615475	상관 수직진동	14	1.625359	상관 수직진동 강한 케이블 수직 sine진동

여기서 사장교는 최저차진동수가 약 0.2Hz 정도의 매우 유연한 구조거동을 갖고 있다. 케이블을 다중요소로 분할한 모델에서는 유사한 진동수 대역까지 고려하면 약 86개의 추가모드가 생긴다. 이 중에서 78개 모드는 그냥 순수케이블 진동이거나 상호연성이 미약한 진동으로 보아도 되나 약 8~10개의 모드는 바닥판과 주 탑에서 상호연성(Coupling)을 갖는 모드가 생기고 최종적으로 지진해석, 이동하중해석 등의 다양한 동적해석에서 결과에 지대한 차이를 발생시킨다. 두 가지 모델의 모드-진동수를 정리한 Fig. 8을 참고하면 많은 추가 모드가 발생되는 것을 파악할 수 있다. Fig. 9와 Fig. 10.에서는 두 종류의 모델형상을 나타내었다.

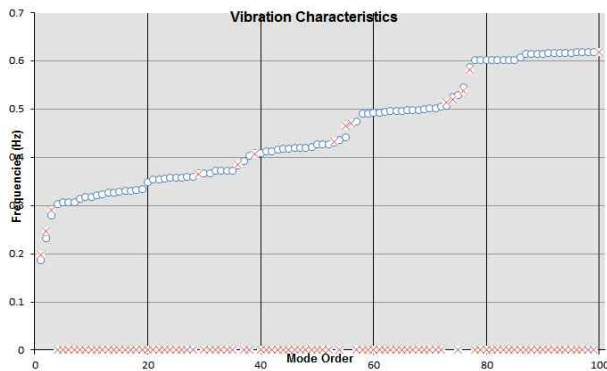


Fig 8. Frequency - mode order

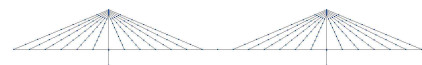


Fig 9. Multi Element Model

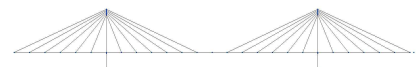


Fig 10. Single Element Model

식 (3.1)을 풀어 전 절점속도 벡터  $\{\dot{\mathbf{u}}\}$ 과 가속도 벡터  $\{\ddot{\mathbf{u}}\}$ 을 각각 구하여 운동방정식에 대입 후 풀면 식(3.2)의 지배 방정식을 얻는다.

$$\ddot{\mathbf{q}}_n(t) + 2\xi_n\omega_n\dot{\mathbf{q}}_n(t) + \omega_{q_n}^2\mathbf{q}_n(t) = \mathbf{Q}_{n,n} \quad \text{----(3.2)}$$

여기서,

$\xi_n$  : 감쇄비

$\omega_n$  : 고유각진동수

$$\mathbf{Q}_n : \text{하중벡터로 } \mathbf{Q}_n = \frac{\{\phi_n\}^T \{F\}}{\{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\}} \quad \text{----(3.3)}$$

여기서 식(3.3)은 참여계수(participation factor)로 모드 중첩해석 시 구조물 결과에 지대하게 영향을 주는 부분이 된다. 케이블의 mode를 고려한 전체 동적해석에서 단일요소와 다중요소로 모델링한 두 개의 사장교에서 회진과 이동방향의 참여계수를 모두 구하였고 그 중 방향별 이동에 대한 참여계수는 Fig. 11.과 같다. 여기서 다중요소에서 발생된 추가 모드의 이동방향으로 동적인 효과를 증대할 수 있는 요인이 많이 발생되어 실제 케이블의 거동을 감안한 사장교를 동해석할 경우에는 유연한 케이블의 움직임이 다른 바닥판과 주 탑의 거동과 연성작용이 발생할 경우에는 사용하중을 초과하는 응답이 발생할 수도 있음을 알 수 있다. 사장교와 같은 연성이 큰 구조의 경우는 사용하중 하에서도 동적응답이 매우 민감하며 이를 이상화하여 해석할 경우에 있어 해석의 목적에 부합 될 수 있도록 신중하게 조건을 고려하여야 할 것 이다. 예로써 케이블의 정착 부설계를 위하여 해석 할 경우는 케이블자체 진동영향을 포함하여 해석하는 것이 필수적이다. 이는 케이블자체 진동에 의해 추가로 발생하는 진동모드로 인하여 케이블에 발생하는 추가의 축 응력이 인접부재의 휨 응력과 함께 연성작용이 발생되어 정착 부에 큰 국부응력을 유발할 수도 있어 국부부재의 설계에 있어서 세밀한 거동분석이 요구된다. 또한 케이블 자체진동현상으로 인하여 연결된 부재에 피로를 발생시키고 부재 내에 피로를 누적시켜 국부 손상발생의 원인이 될 수도 있다. 따라서 설계에서는 간편한 계산과 더불어 부재간의 영향인자를 고려하기 위하여 케이블종류, 앵커방법, 케이블 부식, 교통하중의 밀도 등 많은 인자가 복합적으로 상호 작용하는 관계로 세밀한 모델을 분석하여 더욱 자세한연구가 있어야 될 것이다.

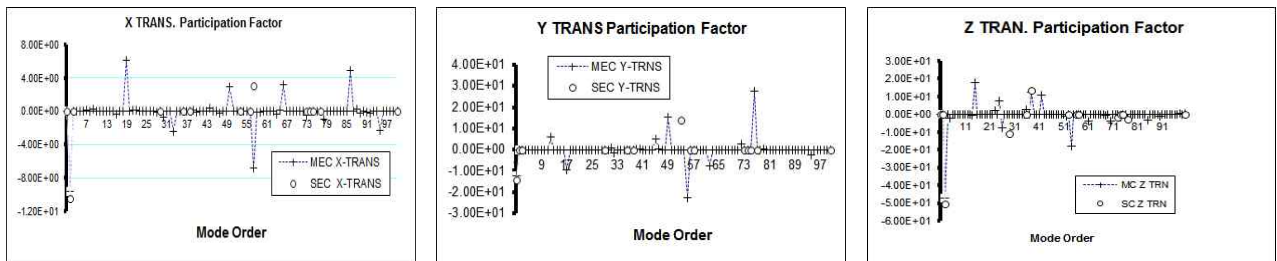


Fig. 11. Modal Participation Factor for Translational Direction

#### 4. 결론

통상 사장교를 해석할 때에 케이블은 등가탄성계수를 적용하여 비선형성을 고려하였다고 가정한 한 개의 요소로 구성하여 해석시간을 줄이고 분석에도 간편한 과정을 수행하고 있다. 그러나 본 연구에서는 실제 사장교는 주부재인 케이블의 유연성에 기인한 동적영향 효과가 구조해석 및 설계에 포함될 수 있도록 케이블의 거동을 모드에 포함하도록 고려하였다. 이로 인하여 다양한 동적해석에서 모드 중첩해석 시 케이블의 영향이 포함될 수 있게 하면 어떤 특성이 나타나는지를 파악하고자 하였다. 해석시간이 많이 소요되고 또한 결과의 분석에도 효율이 떨어지나 케이블과 연결된 다른 부재에서 케이블의 진동은



로 인한 영향이 상호관계를 발생하여 추가적인 결과를 나타낼 수 있어 해석의 중요성을 충분히 확인할 수 있었다. 이를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1) 사장교의 감쇠 비는 각 모드마다 다를 수 있어 이를 산정하기는 매우 어렵다. 그러나 연구에서는 동적응답 결과가 감쇠 비에 따라 매우 민감함을 알 수 있었다. 또한 적용한 감쇠 비(0.1 ~ 5%)는 응답에 대하여 선형과 유사한 값을 보이며 비선형 거동을 반영하는 인자로 판단하지 않아도 됨을 알 수 있었다.

2) 케이블을 여러 개의 요소로 분할하여 집합으로 본 다중케이블요소를 적용하였을 때 확실히 많은 새로운 순수 케이블의 횡 방향과 수직방향에 대한 모드를 나타내었다. 또한 상판-케이블의 횡 방향 휨 현상과 상판-주 탑 간의 비틀림 현상이 서로 연성(Couple)작용을 하는 모드가 표현되었다. 이는 단일 요소로 케이블을 본 경우에는 얻을 수 없는 형상으로 모드중첩 시 해석에서 배제되어 상호연성효과는 고려할 수 없게 된다.

3) 모드 참여계수를 확인한 결과 대부분의 동적 해석에서 모드 중첩방법을 사용하는데 사장교의 주부재인 케이블의 수직진동과 횡 방향 진동의 영향이 해석에서 반영될 수 없다는 것을 파악하였다. 따라서 해석초기부터 복잡하기는 해도 다수 케이블 요소로 모델을 구성하여 해석함이 바람직하다.

4) 케이블 진동 모드를 볼 때 100개 모드에서 약 8개에서 10개의 모드가 상호 연성효과를 발생하는 중요한 모드임을 알 수 있는데 구조물을 해석할 시에 중요한 모드를 추출할 수 있는 방법에 대한 연구가 필요하다.

## References

- HIKAMI, Y. (1986). Rain vibrations of cables in cable-stayed bridge. *Wind Engineers, JAWE*, 1986(27), 17-28.
- Fleming, J. F., Zenk, J. D., & Wethyavivorn, B. (1983). Static and dynamic analysis of cable-stayed bridges. Department of Civil Engineering, School of Engineering, University of Pittsburgh.
- Khalil, M. S., Dilger, W. H., & Ghali, A. (1983). Time-dependent analysis of PC cable-stayed bridges. *Journal of Structural Engineering*, 109(8), 1980-1996.
- Ernst, M. J. (1965). The E-Modulus of Cables Considering the Deflection. *Der Bauingenieur*, 40(2), 52-55.
- Nazmy, A. S., & Abdel-Ghaffar, A. M. (1987). Seismic response analysis of cable-stayed bridges subjected to uniform and multiple-support excitations. Department of Civil Engineering, Princeton University.
- Irvine, H. M., & Irvine, M. (1992). Cable structures (No. Sirsi) i9780486671277).
- Lee, I. W., & Robinson, A. R. (1979). Solution techniques for large eigenvalue problems in structural dynamics. University of Illinois Engineering Experiment Station. College of Engineering. University of Illinois at Urbana-Champaign..