# 다중회귀분석 및 인공신경망을 이용한 자갈다짐말뚝 개량지반의 극한 지지력 예측

# Prediction of Ultimate Bearing Capacity of Soft Soils Reinforced by Gravel Compaction Pile Using Multiple Regression Analysis and Artificial Neural Network

봉 태 호<sup>1</sup> Bong, Tae-Ho 김 병 일<sup>2</sup> Kim, Byoung-Il

#### Abstract

Gravel compaction pile method has been widely used to improve the soft ground on the land or sea as one of the soft ground improvement technique. The ultimate bearing capacity of the ground reinforced by gravel compaction piles is affected by the soil strength, the replacement ratio of pile, construction conditions, and so on, and various prediction equations have been proposed to predict this. However, the prediction of the ultimate bearing capacity using the existing models has a very large error and variation, and it is not suitable for practical design. In this study, multiple regression analysis was performed using field loading test results to predict the ultimate bearing capacity of ground reinforced by gravel compaction pile, and the most efficient input variables are selected through evaluation of error by leave one out cross validation, and a multiple regression equation for the prediction of ultimate bearing capacity was proposed. In addition, the prediction error was evaluated by applying artificial neural network using the selected input variables, and the results were compared with those of the existing model.

#### 요 지

자갈다짐말뚝(Gravel Compaction Pile) 공법은 연약지반 개량공법 중의 하나로 육상 및 해상에서 연약 지반을 개량 하기 위해 많이 사용되어 왔다. 자갈다짐말뚝으로 보강된 지반의 극한 지지력은 자갈다짐말뚝 및 지반의 강도, 치환율, 시공조건 등에 영향을 받으며 이를 예측하기 위한 다양한 예측식이 제안되었다. 하지만 기존 예측식을 활용한 극한지 지력 예측은 오차율 및 변동성이 매우 크며, 실제 설계에 활용하기에는 부적합한 것으로 나타났다. 본 연구에서는 자갈다짐말뚝으로 보강된 지반의 극한 지지력을 예측하기 위하여 현장 재하시험결과를 활용한 다중회귀분석을 수행 하였으며, 단일잔류 교차검증에 따른 예측오차평가를 통하여 가장 효율적인 입력변수를 선정하고 이에 대한 극한 지지력 예측식을 제안하였다. 또한 선정된 입력변수를 활용하여 인공신경망 적용에 따른 극한 지지력 예측오차를 평가하고 이를 기존 예측식에 따른 결과와 비교·분석하였다.

Keywords : Gravel compaction pile, Bearing capacity, Multiple regression analysis, Artificial neural network, Cross validation

Copyright © 2017 by the Korean Geotechnical Society

<sup>1</sup> 비회원, 오레곤 주립대학교 토목건설공학과 박사후 연구원 (Post Doctoral Researcher, School of Civil and Construction Engrg., Oregon State Univ., U.S.A.)

<sup>2</sup> 정회원, 명지대학교 토목환경공학과 교수 (Member, Prof., Dept. of Civil and Environmental Engrg., Myongji Univ., Tel: +82-31-330-6415, Fax: +82-31-336-9705, bikim@mju.ac.kr, Corresponding author, 교신저자)

<sup>\*</sup> 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2017년 12월 31일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함꼐 논문집에 게재하여 드립니다.

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

# 1. 서 론

1930년대 개발되어 미국과 유럽을 중심으로 주로 사용 되어 온 암석기둥(stone column) 공법은 자갈피어(aggregate pier) 공법, 자갈다짐말뚝(gravel compaction pile) 공법 과 비슷한 공법이며, 1950년대 일본에서 개발된 모래다 짐말뚝(sand compaction pile) 공법과도 거의 유사하다 고 할 수 있다(Kim et al., 2015). 우리나라에서는 1990 년대부터 주로 해성 점성토 지반의 개량을 위해 모래다 짐말뚝 공법이 많이 사용되어 왔으며, 최근에는 모래가 부족하여 모래 대신 자갈이나 쇄석을 사용하는 자갈다 짐공법 또는 암석기둥공법에 대한 연구가 많이 이루어 지고 있다. 연약지반을 개량하기 위해 모래다짐말뚝 공 법 또는 자갈다짐말뚝 공법 적용 시 개량된 지반의 극한 지지력을 예측하는 일은 매우 중요하다(Kim et al., 2015; Kitazume, 2005). 1970년대 이후 많은 연구자들이 소성 이론(Greenwood, 1970), 공동팽창이론(Vesic, 1972; Hughes et al., 1975), 수치해석적 방법(Brauns, 1978; Barksdale and Bachus, 1983), 경험적 방법(Mitchell, 1981; Bergado and Lam, 1987) 등 여러 가지 방법으로 이에 대하여 연 구한 바 있다.

자갈다짐말뚝(이하 GCP)이 설치된 지반의 극한 지지 력을 산정하기 위하여 많은 공식이 제안되었지만 실제 극한 지지력과 비교하여 많은 편차가 존재하였으며, 제 안된 공식에 따른 예측 변동성은 매우 큰 것으로 나타났 다. Stuedlein and Holtz(2013)은 재하시험 결과를 바탕 으로 기존 공식에 대한 수정된 극한 지지력 산정공식을 제안하였으며, 동일한 자료에 대한 다중선형회귀분석을 통하여 극한 지지력을 예측한 바 있다. 하지만 수정된 극한 지지력 공식은 치환율이 매우 높은 경우(0.9~1.0) 의 외말뚝의 재하시험 결과로부터 유도된 공식으로 무 리말뚝의 극한 지지력 예측은 외말뚝에 비해 큰 편차 및 변동성이 존재하였다. 또한, 제안된 다중선형회귀식 은 외말뚝 및 무리말뚝을 모두 포함하여 계수들이 산정 되었지만 다양한 매개변수의 고려 및 평가는 이루어지 지 않았으며, 예측식에 대한 검증은 오직 1개의 독립적 인 결과만 통하여 이루어짐에 따라 예측식의 올바른 검 증을 위해서는 보다 많은 독립적인 시험결과들에 대한 교차검증의 수행이 필요하다. 특히, 효율적인 예측모델 은 적은 수의 입력변수를 통하여 결과를 효과적으로 예 측할 수 있어야 하므로 매개변수의 수에 따른 오차율 평가를 통하여 적절한 매개변수의 수를 선정하는 것 또

#### 한 매우 중요하다고 할 수 있다.

본 연구에서는 다짐모래말뚝으로 개량된 지반의 극 한 지지력을 예측하기 위하여 재하시험 결과를 바탕으 로 다양한 매개변수의 조합 및 매개변수의 수를 고려하 여 다중회귀분석을 수행하였으며, 단일잔류(leave one out) 교차검증을 통하여 30개의 독립된 시험 결과를 모두 반 영한 오차율을 평가하였다. 최종적으로 가장 작은 오차 율을 나타내는 매개변수의 수 및 조합을 선정하고 이에 따른 극한 지지력 예측식을 제안하였으며, 예측식의 오 차율을 평가하였다. 또한, 선정된 매개변수에 대하여 인 공신경망기법을 적용하여 극한 지지력을 예측하고 오 차율을 평가하였으며, 각각의 결과를 기존 식에 따른 예 측결과와 비교하였다.

#### 2. 이론적 배경

#### 2.1 GCP 개량지반의 극한지지력

모래다짐말뚝 또는 자갈다짐말뚝으로 지반을 개량하는 경우 개량된 지반 위에 설치되는 기초의 형태는 Fig. 1과 같이 크게 4가지로 나뉠 수 있다. Fig. 1(a) 및 (b)는 외 자갈다짐말뚝, Fig. 1(c) 및 (d)는 무리 자갈다짐말뚝 에 대한 것이다. Fig. 1(a)는 자갈다짐말뚝과 기초의 크 기가 같은 경우이며, 나머지 그림에서 점선은 자갈다짐 말뚝을 나타내며, 기초는 실선으로 표시되어 있다. 자갈 다짐말뚝으로 개량된 지반의 지지력에 대한 이전의 연 구들은 대부분 Fig. 1(a)와 같이 하나의 다짐말뚝이 파 괴되는 형태로 가정하고 있다. 자갈다짐말뚝의 파괴형



Fig. 1. Stone column configurations below the footing (a) single isolated pile (b) intermediate single pile (c) intermediate group piles (d) group of piles

태는 벌징파괴(bulging failure), 전단파괴(shear failure), 펀칭파괴(punching failure) 등 3가지가 있는데 대부분의 경우에서는 벌징파괴가 발생한다.

자갈다짐말뚝이나 모래다짐말뚝이 설치된 기초의 극 한지지력을 산정하는 방법들을 크게 외말뚝에 대한 것 과 무리말뚝에 대한 것으로 나눌 수 있는데 여기에서는 외말뚝에 대한 방법들만 간단히 정리하기로 한다. Hughes et al.(1975)은 자갈다짐말뚝이 설치된 지반의 극한지지 력을 산정하는 식 (1)을 제안하였다.

$$q_{ult} = \sigma'_{3} \cdot \frac{1 + \sin\phi_{p}}{1 - \sin\phi_{p}} = [\sigma'_{r0} + 4 \cdot s_{u}] \cdot \frac{1 + \sin\phi_{p}}{1 - \sin\phi_{p}}$$
(1)

여기서, 
$$\phi_p$$
 = 자갈의 최대 전단저항각  
 $\sigma_{r0}'$  = 현장의 유효 방사방향 응력  
 $s_u$  = 원 지반의 비배수 전단강도

Greenwood(1970)은 식 (1)에 점착력(즉, *s<sub>u</sub>*)에 의한 수동토압 부분을 추가하여 다음과 같은 식 (2)를 제안하 였다.

$$q_{ult} = [\sigma'_{r0} + 4 \cdot s_u] \cdot \frac{1 + \sin\phi_p}{1 - \sin\phi_p} + 2 \cdot s_u \cdot [\frac{1 + \sin\phi_p}{1 - \sin\phi_p}]^{0.5}$$
(2)



Fig. 2는 외 자갈다짐말뚝의 지지력 개념을 나타낸다.

Fig. 2. Bearing capacity model of a single, isolated aggregate pier

Brauns(1978)는 Fig. 2와 같은 비배수 삼축 수동토압 분 포를 가정하여 자갈다짐말뚝을 모델링할 수 있다고 제 안하였으며, 극한지지력 산정공식은 식 (3)과 같다.

$$q_{ult} = (q + \frac{2 \cdot s_u}{\sin 2 \cdot \delta})(1 + \frac{\tan \delta_p}{\tan \delta})\tan^2 \delta_p$$
(3)

여기서, 
$$\delta_p = 45° + rac{\phi_p}{2}$$
  
 $q = 자갈다짐말뚝 원주에 직각으로 작용하는 하중$ 

그리고, Mitchell(1981)은 식 (4)와 같이 간단하게 극 한지지력을 산정하는 경험공식을 제안하였다. 식 (4)에 서 Barksdale and Bachus(1983)은 진동으로 설치된 자 갈다짐말뚝에 대해 현장시험으로부터 역해석하여 원지 반의 강성 및 소성지수에 따라 18 ≤ N<sub>p</sub> ≤ 22를 사용할 것을 제안하였다.

$$q_{ult} = s_u \cdot N_p \tag{4}$$

또한, Stuedlein and Holts(2013)는 재하시험결과에 대 한 다중선형회귀분석을 통하여 GCP의 극한 지지력에 대한 예측식을 식 (5)와 같이 제안하였다.

$$\ln(q_{ult}) = 4.756 + 0.013S_{rp} + 1.914a_s + 0.07d_f S_{rp} - 13.71\tau_{mn}^{-1} + 0.005\tau_{mn}$$
(5)

여기서,  $S_{rp}$  = 말뚝의 세장비(말뚝의 지름에 대한 길 이의 비 $(L_p/d_p)$ )  $a_s$  = GCP 치환율  $d_f$  = 근입깊이  $\tau_{mp}$  = GCP 치환율에 대한 비배수전단강도 의 비 $(s_n/a_s)$ 

#### 2.2 다중회귀분석 및 교차검증

다중회귀분석(multiple regression analysis)은 한 개의 종속변수에 대하여 두 개 이상의 독립변수 사이의 관계 를 규명하고 모형화하기 위해 사용되는 통계적 기법으 로 자료들이 선형적인 관계에 있으면 *n*개의 독립변수  $x_i(i=1,2,\cdots,n)$ 에 대한 관측치 y의 다중선형회귀모형 (multiple linear regression, MLR)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n + \epsilon \tag{6}$$

여기서, *ε*와 *β*<sub>0</sub>는 각각 다중선형회귀분석에 대한 오 차 및 *y*축 절편을 나타내며 *β*<sub>n</sub>은 독립변수 *x*<sub>n</sub>에 대한 종속변수의 중분을 나타내는 값으로 회귀계수이다. 다 항식의 상수항 (*β*<sub>0</sub>)을 고려하여 *x*<sub>0</sub> =1이라고 설정하고 *m*개의 관측값에 대한 다중선형회귀식을 행렬을 이용 하여 간단히 표현하면 다음 식과 같다.

$$[X][\beta] = [Y] \tag{7}$$

여기서, [X]은 m×(n+1) 크기의 독립변수에 대한 행 렬이며, [β]는 (n+1)×1 크기의 각 항의 회귀계수에 대 한 행렬, [Y]는 m×1 크기의 종속변수에 대한 행렬을 나타낸다. 일반적으로 다중선형회귀식의 회귀계수는 최 소자승법에 의하여 산정되는데 식 (7)의 행렬을 이용하 면 식 (8)과 같이 행렬의 연산을 통하여 회귀계수를 산 정할 수 있다.

$$[\beta] = ([X]^T [X])^{-1} [X]^T [Y]$$
(8)

예측모델의 정확성은 동일한 수의 입력변수를 사용 하더라도 입력변수의 종류에 따라 매우 다르게 나타날 수 있으므로 보다 정확한 예측모델을 구성하기 위해서 는 적절한 입력변수의 선정이 가장 중요하다. 특히, 만약 독립변수가 종속변수와 비선형적 관계를 갖는다면 2차 이상의 다항식 또는 지수, 로그 함수 등을 고려하여 보 다 적합한 관계를 규명해야 한다. 하지만 이를 다중회귀 식을 통하여 직접적으로 고려하기 위해서는 다중회귀식 이 매우 복잡해지며, 독립변수가 종속변수에 유의한 영향 을 주지 않을 수도 있으므로 이에 대한 독립변수의 선정 이 필요하다. 다중회귀분석에 있어 적절한 독립변수의 선정은 중요한 문제 중 하나이며, 일반적으로 사용되는 독립변수 선정방법으로는 전진선택법(forward selection), 후진제거법(backward elimination), 단계적 방법(stepwise method) 등이 있다. 하지만 이러한 독립변수 선정방법 을 통하여 회귀식을 산정하더라도 항상 최적의 모형이 선정되는 것은 아니며, 독립변수들 간의 다중공선성이 존재할 경우에는 최적의 모형이 분석되지 않은 채 다른 모형이 선정될 수도 있다. Helsel and Hirsch(2002)는 기 존 선정방법 및 이에 대한 단점을 지적하고 적합한 독립 변수를 선정하기 위해서는 가능한 모든 모형을 만든 후 모형 선택에 사용되는 통계량들과 모형에 사용된 독립 변수들의 조합을 평가하여 적합한 모형을 선택하는 방 법이 많은 장점이 있음을 언급하였다. 이에 따라 본 연 구에서는 다중회귀분석을 위하여 기본적인 식의 형태 는 선형회귀식을 사용하였으며, 독립변수에 대하여  $x^2$ , 1/x,  $\ln(x)$ ,  $\sqrt{x}$  등 다양한 형태를 추가적으로 생성하 여 종속변수와의 비선형성을 고려하였다. 특히, 적절한 독립변수의 수를 선정하기 위하여 다중선형회귀식의 독 립변수의 수를 3, 4, 5개로 설정하고 이에 대한 독립변수

다중회귀분석을 통하여 제안된 예측모델의 정확도 또 는 성능은 모델의 예측오차 평가를 통하여 확인할 수 있다. 이때, 데이터 전체를 사용하여 예측식을 구성할 경 우 사용된 시험 데이터에 대한 예측은 비교적 좋은 성능 을 나타낼 수 있으나 새로운 데이터에 대한 예측은 정확 성이 떨어질 수 있다. 따라서 합리적인 예측오차 평가를 위해서는 독립적인 데이터에 대한 검증이 필요하며, 본 연구에서는 모든 재하시험 결과에 대한 독립적인 오차 를 검증하기 위하여 단일잔류 교차검증을 수행하였다. 단 일잔류 교차검증은 Fig. 3과 같이 1개의 샘플을 제외한 나머지 데이터를 통하여 예측식을 생성한 뒤, 제외된 1 개의 샘플을 적용하여 오차를 평가하는 기법(Stone, 1974) 으로 독립된 데이터를 통하여 오차를 추정함에 따라 보 다 신뢰도 있는 예측오차 평가가 가능하다.

#### 2.3 인공신경망

Fig. 3. Leave one out cross validation

인공신경망(artificial neural network, ANN)이란 인간

의 뇌 신경망을 모델링하여 구성된 시스템으로 뇌를 구 성하고 있는 뉴런과 그들 상호간의 연결 관계를 모사하 여 뇌의 정보처리방식과 유사한 네트워크 형태로 정보 를 처리하는 구조로 지반공학 분야에서도 예측을 위한 다양한 문제에 적용되고 있다(Juang et al., 1999; Hong et al., 2004; Cho and Byeon, 2007; Sulewska, 2011). 인 공신경망은 신경망을 구성하는 뉴런의 종류와 연결 형 태, 그리고 연결링크에 가중치 부여 방식 등에 따라 여 러 유형으로 분류되며 본 연구에서는 역전파 학습 알고 리즘을 이용하는 다층 퍼셉트론을 이용하였다. 다층 퍼 셉트론은 입력층(input layer)과 출력층(output layer) 사 이에 하나 이상의 중간층이 존재하는 인공신경망 모델 로 Fig. 4와 같은 구조를 갖는다. 여기서 입력층과 출력 층 사이의 중간층을 은닉층(hidden layer)이라 하며 네 트워크는 입력층, 은닉층, 출력층 방향으로 연결된 전방 향(feed forward) 네트워크이다.

인공신경망 모델의 구축과정은 훈련단계(training phase) 와 검증 단계(testing phase)로 구분되며, 먼저 이미 알고 있 는 입력과 결과를 이용하여 뉴런들 간의 연결강도(weight) 를 조정하는 훈련 단계를 통하여 신경망 모델은 주어진 자료들을 일반화할 수 있는 연결강도를 스스로 학습하 게 된다. 이때, 역전파 학습 알고리즘은 출력층의 각 뉴 런에서 발생된 출력오차를 역으로 전파시켜 나가면서 연결링크의 가중치 수정을 통해 오차를 최소화시킨다 (Rumclhart and McClelland, 1986). 모델의 검증은 훈련 과정을 통하여 구축된 모델을 이용하여 학습에 사용되 지 않은 입력값을 입력하여 구한 예측값과 실험값을 비 교함으로써 구성된 모델을 검증한다. 본 연구에서는 다 중회귀분석 및 교차검증을 통하여 우선적으로 입력변





수를 선정한 뒤 이를 입력값으로 설정하고 극한지지력 을 출력값으로 설정한 뒤 입력과 출력의 관계를 학습을 통하여 구축하였다.

#### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1 재하시험 데이터

Stuedlein and Holtz(2013)은 점성토 지반에 여러 가 지 형태(Fig. 1)로 설치된 자갈다짐말뚝에 대해 총 58번 의 기초 재하시험 결과를 조사한 후 지반특성, 재하시험 과 기초형태, 지반 균질성, 비배수 조건, 재하속도, 그리 고 충분한 변위까지 재하했는 지 등 6가지 기준에 따라 Table 1과 같이 30개 재하시험결과를 선택하였다. Table 1에서 보는 것처럼 선택된 재하시험 데이터에서 정사각 형 기초 10개, 원형기초 20개이며, 15개의 기초는 근입 깊이를 갖으며, 15개 기초는 지표면에 설치되었다. 또한 GCP의 길이는 대략 2.3m~14m, 지름은 0.3m~1m이며, 면적치환율 a<sub>s</sub>는 16개의 외 자갈 피어(Fig. 1(a))의 경우 에는 88%~122%이며, Fig. 1의 (b), (c), (d)의 14개의 재하시험의 경우에는 16%~47%인 것으로 나타났다.

### 3.2 다중회귀분석 및 인공신경망을 통한 극한 지지력 예측

앞서 설명한 기존 극한 지지력 공식을 통하여 s<sub>u</sub>와 a<sub>s</sub> 는 극한 지지력 예측에 가장 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있으며, 다중회귀분석 수행 시 매개변수와 결과 사이 의 비선형적 관계를 고려하고자 일반적으로 많이 활용 되는 매개변수 형태 가운데 15개의 다양한 입력변수를 가정하였다. 또한, GCP의 시공조건에 따른 입력변수 6 개를 추가적으로 고려하여 총 21개에 대한 입력변수를 생성하고 이를 Table 2에 정리하였다. 효율적인 예측식 을 구성하기 위하여 다중회귀식의 입력변수의 수(n)는 3, 4, 5개로 설정하였으며, 이에 따라 21개 입력변수들 에 대하여 각각 1,330개(21C3), 5,985개(21C4), 20,349개 (21C5)의 입력변수 조합(combination, C)을 생성하고 이 에 대한 단일잔류 교차검증을 수행하여 예측오차를 평 가하였다.

검증결과, 평균절대값오차(mean absolute error, MAE) 를 기준으로 각 입력변수의 수에 따라 가장 작은 오차를 보이는 상위 3개 입력변수 조합에 대한 오차율을 Table

Load test designation	Footing shape	Compaction method	s <sub>u</sub> (kPa)	a <sub>r</sub> (%)	B (m)	<i>d<sub>f</sub></i> (m)	$d_p$ (m)	L <sub>p</sub> (m)	Bearing capacity (kPa)	Pier configuration*
B0.30	Circular	Drop ram	30	100	0.30	0.00	0.30	8.00	722	SP
B0.45	Circular	Drop ram	30	44.4	0.45	0.00	0.30	8.00	396	ISP
B0.60	Circular	Drop ram	30	25	0.60	0.00	0.30	8.00	559	ISP
B0.75	Circular	Drop ram	30	16	0.75	0.00	0.30	8.00	482	ISP
BBS	Circular	Vibrated	12	46.8	1.37	0.00	1.00	5.00	189	IGP
G1	square	Vibrated	59	30.2	2.74	0.00	0.74	4.57	555	GP
G2	square	Vibrated	54	24.2	2.74	0.00	0.74	4.57	532	GP
G4	square	Vibrated	59	30.2	2.74	0.00	0.74	3.05	645	GP
G5	square	Tamped	75	30.2	2.74	0.00	0.76	4.57	624	GP
G6	square	Vibrated	65	30.2	2.74	0.00	0.74	4.57	615	GP
GS	Circular	Vibrated	44	40.1	0.91	0.61	0.61	2.90	399	ISP
HW	Circular	Vibrated	22	122	0.66	0.00	0.73	10.00	628	SP
HYII	square	Vibrated	12	36	1.25	0.00	0.85	14.00	177	ISP
HYIII	square	Vibrated	12	36	1.25	0.00	0.85	14.00	252	ISP
HYIV	Circular	Vibrated	12	100	0.85	0.00	0.85	14.00	378	SP
LS	Circular	Rammed	100	100	0.61	0.00	0.61	3.05	1346	SP
PWG1	square	Rammed	30	34.6	2.29	0.46	0.76	2.33	338	GP
PWG2	square	Rammed	30	34.6	2.29	0.46	0.76	4.64	477	GP
PWP1	Circular	Rammed	30	100	0.76	0.46	0.76	2.33	604	SP
PWP2	Circular	Rammed	30	100	0.76	0.46	0.76	4.64	664	SP
T10U	Circular	Tamped	65	100	0.76	0.61	0.76	3.05	1096	SP
T10W	Circular	Tamped	69	100	0.76	0.61	0.76	3.05	1006	SP
T15U	Circular	Tamped	67	100	0.76	0.61	0.76	4.57	1132	SP
T15W	Circular	Tamped	70	100	0.76	0.61	0.76	4.57	1202	SP
V10PU	Circular	Vibrated	57	95	0.76	0.61	0.74	3.05	1115	SP
V10PW	Circular	Vibrated	61	100	0.76	0.61	0.76	3.05	1093	SP
V10u	Circular	Vibrated	63	88	0.76	0.61	0.71	3.05	1067	SP
V15PU	Circular	Vibrated	61	95	0.76	0.61	0.74	4.57	1214	SP
V15PW	Circular	Vibrated	53	95	0.76	0.61	0.74	4.57	1071	SP
V15U	Circular	Vibrated	52	95	0.76	0.61	0.74	4.57	1106	SP

Table 1. Summary of load test database for GCP (Stuedlein and Holtz, 2013)

\* SP : single isolated pile, ISP : intermediate single pile, IGP : intermediate group piles, GP : group of piles

Table 2. Type of the input variables

Variable	$s_u$	$a_s$	$s_u  a_s$	Other condition	
Input parameter	$s_u, s_u^2, \frac{1}{s_u}, \sqrt{s_u}, \ln(s_u)$	$a_s$ , $a_s^2$ , $\frac{1}{a_s}$ , $\sqrt{a_s}$ , $\ln(a_s)$ , $\exp(a_s)$	$s_u a_s$ , $\frac{1}{s_u a_s}$ , $\frac{s_u}{a_s}$ , $\frac{a_s}{s_u}$	$B, d_f, d_p, L_p, L_p/d_p, d_p/L_p$	

3에 정리하였으며, 가장 낮은 오차율을 보인 입력변수 조합에 대한 교차검증에 따른 예측 극한 지지력과 관측 된 극한 지지력의 비교를 Fig. 5에 나타내었다.

Table 3 및 Fig. 5에서 보는 것처럼 다중회귀식의 입력변수는 4개일 경우 가장 낮은 오차율(MAE)을 보이는것으로 나타났으며, 이에 따른 4개의 매개변수( $\sqrt{s_u}, s_u^2, s_u^a, s_u^a, d_p/L_p$ )에 대하여 30개의 재하시험 데이터를 활용

한 최종적인 다중선형회귀식을 다음과 같이 산정하였다.

$$q_{ult} = -230.5 - 0.087 \sqrt{s_u} + 12.55 s_u^2 + 130.3 s_u a_s - 557.7 \frac{d_p}{L_p} \tag{9}$$

다중회귀식 산정 시 독립변수들 사이에 높은 상관관 계가 존재할 경우 다중공선성(multicollinearity) 문제가

Number of input variable	Rank	Input variables	MAE (kPa)	R <sup>2</sup>	Mean of bias, $\lambda$
	1	$rac{1}{s_u a_s}$ , $\ln(s_u)$ , $\sqrt{a_s}$	69.1	0.931	1.003
3	2	$s_u^2$ , $s_u a_s$ , $\sqrt{s_u}$	71.1	0.931	1.005
	3	$rac{1}{s_u}$ , $s_u a_s$ , $d_p/L_p$	73.0	0.915	0.994
4	1	$\sqrt{s_{u}}\;,\;s_{u}^{2},\;s_{u}a_{s},\;d_{p}/L_{p}$	60.8	0.944	1.007
	2	$s_{u},s_{u}^{2},s_{u}a_{s},d_{p}/L_{p}$	63.0	0.942	1.005
	3	$a_s$ , $\frac{1}{s_u a_s}$ , $\ln(s_u)$ , $\exp(a_s)$	64.8	0.934	1.002
5	1	$rac{1}{a_s}$ , $\ s_u^2$ , $\ s_u a_s$ , $\sqrt{s_u}$ , $\ d_p/L_p$	62.23	0.943	1.008
	2	$s_u^2$ , $s_u a_s$ , ${1\over s_u a_s}$ , $\sqrt{s_u}$ , $d_p/L_p$	62.88	0.941	1.010
	3	$s_u^2$ , $s_u a_s$ , $\sqrt{s_u}$ , $\sqrt{a_s}$ , $d_p/L_p$	62.96	0.942	1.012

Table 3. Evaluation of error rate by parameter selection through cross validation



Fig. 5. Comparison of predicted and observed ultimate bearing capacity according to the number of input variables in cross validation

발생할 수 있으며, 이는 회귀계수 추정의 신뢰성에 문제 를 발생시킬 수 있다. 따라서 매개변수간의 다중공선성 을 식 (10)과 같은 분산팽창계수(variance inflation factor, *VIF*)를 통하여 평가하였다.

$$VIF = 1/(1 - R^2)$$
(10)

다중공선성은 VIF가 클수록 발생할 수 있는 가능성 이 높으며, 5보다 큰 경우 다중공선성의 가능성이 있는 것으로 간주되며(Montgomery and Runger, 2010), 보통 10 이상일 경우 다중공선성 문제가 있는 것으로 판정된 다. 각 매개변수에 대한 표준오차 및 VIF는 Table 4에 정리하였다.

 Table 4에서 보는 것처럼  $\sqrt{s_u}$ 와  $s_u^2$ 은 다중공선성이

 7.95와 7.31로, 10보다는 작지만 다소 높은 VIF를 갖는

Table 4. Summary statistics for proposed MLR

Variable	Fitted coefficient	Coefficient standard error	VIF
Intercept	-230.469	99.6551	NA
$\sqrt{s_u}$	-0.0871	0.0184	7.95
$s_u^2$	12.5533	0.9129	2.68
$s_u a_s$	130.309	22.0126	7.31
$d_p/L_p$	-557.698	199.9505	1.33

것으로 나타났다. 이는 두 매개변수가 *s<sub>u</sub>*에 관한 함수이 기 때문이며 따라서 매개변수의 p-value는 다중공선성 에 영향을 받지 않으므로 이를 무시할 수 있다. 또한 다 른 매개변수의 경우 3이하로 다중공선성이 존재하지 않 는 것으로 판단된다. Fig. 6은 관측된 극한 지지력과 제 안된 식 (9)를 통하여 예측한 극한 지지력과의 비교를 나타낸다. Fig. 6에 나타난 것처럼 30개의 재하시험에 대하여 제 안된 회귀식을 통하여 산정된 극한 지지력의 MAE와 편향(λ)은 각각 52.9kPa와 1.007로 극한 지지력을 효과 적으로 예측할 수 있는 것으로 나타났다. 동일한 시험결 과에 대하여 인공신경망기법 적용을 통한 예측을 평가 하기 위하여 최종적으로 선정된 4개의 매개변수를 활용 한 극한지지력 예측을 수행하였다. 입력값은 4개의 매 개변수이며 출력값은 극한 지지력으로 설정하고 입력 과 출력의 관계를 인공신경망 학습을 통하여 구성하였 다. Fig. 7은 인공신경망을 통한 단일잔류 교차검증 및 모든 재하시험 결과를 통하여 예측된 극한 지지력과 관



Fig. 6. Comparison of predicted and observed ultimate bearing capacity using proposed equation



Fig. 7. Comparison of predicted and observed ultimate bearing capacity using artificial neural network

34 한국지반공학회논문집 제33권 제6호

측된 극한 지지력의 비교를 나타낸다.

모든 재하시험 결과에 대하여 인공신경망을 적용할 경우 MAE는 16.5kPa로 매우 낮게 나타났으며, 편향 또 한 거의 1에 가까운 값을 나타냄에 따라 예측된 극한 지지력이 관측값과 매우 잘 일치하는 것으로 나타났다. 하지만 교차검증 결과에 따른 MAE는 105.0kPa로 동일 한 4개의 매개변수를 사용하여 제안된 다중선형회귀식 에 비해 큰 오차를 갖는 것으로 나타났다. 특히, 편향과 편향의 변동계수는 각각 1.26과 87.3%로 예측에 대한 변동성이 매우 큰 것으로 나타났다. 이는 인공신경망기 법의 경우 학습에 따라 입력변수들과 출력간의 비선형 적 관계를 반영하며 가중치 수정을 통하여 학습에 사용 된 표본들에 대한 오차를 최소화시키기 때문이며, 이에 따라 표본들에 대한 예측오차는 매우 작게 나타날 수 있는 반면, 입력변수들과 출력간의 비선형성이 큰 경우 새로운 입력값에 대한 예측은 그 오차 및 변동성이 매우 크게 나타날 수 있는 것으로 판단된다.

#### 3.3 기존 극한 지지력 예측 모델과 비교

기존 결과와의 비교를 위하여 Stuedlein and Holtz (2013)에 의하여 제안된 다중선형회귀식의 입력변수를 활용하여 동일한 방법으로 단일잔류 교차검증을 수행 하였으며, 본 연구에서 제안된 다중선형회귀식 및 인공 신경망 결과와 비교하였다(Fig. 8 참조).

Stuedlein and Holtz(2013)에 의하여 제안된 다중선형



Fig. 8. Comparison of predicted and observed ultimate bearing capacity by leave one out cross validation

회귀식의 단일잔류 교차검증에 따른 MAE는 89.5kPa, 편향은 1.032로 제안된 다중선형회귀식보다 높은 오차 율을 갖는 것으로 나타났으며 특히, 높은 극한 지지력의 경우 250kPa 이상의 큰 오차를 나타내기도 하였다. 인 공신경망의 경우 단일잔류 교차검증에 따른 예측오차 가 가장 큰 것으로 나타났으며 그 변동성 또한 87.3%로 가장 크게 나타남에 따라 인공신경망을 통하여 새로운 조건에 대한 극한 지지력을 예측할 경우 큰 오차가 발생 할 가능성이 존재하는 것으로 나타났다. 단일잔류 교차 검증에 따른 오차율의 평가는 독립된 자료를 기반으로 모델의 정확도를 평가하기 때문에 임의의 자료에 대한 극한 지지력의 예측을 평가하는 데 있어 매우 중요하며, 본 연구에서 선정된 4개의 매개변수를 활용한 다중선형 회귀식을 통하여 보다 정확한 극한 지지력의 예측이 가 능한 것으로 나타났다.

모든 재하시험 데이터를 활용하여 구성된 Stuedlein and



Fig. 9. Comparison of predicted ultimate bearing capacity according to the prediction method

Table 5. Performance of prediction methods for ultimate bearing capacity

Holtz(2013)가 제안한 다중선형회귀식, 본 연구에서 제 안한 다중선형회귀식 및 인공신경망기법 적용을 통하 여 산정된 극한 지지력의 비교는 Fig. 9와 같으며, 각 예측방법에 따른 오차비교는 Table 5에 정리하였다.

비록 인공신경망기법을 통한 극한 지지력 예측이 가 장 높은 정확도를 나타내었지만 단일잔류 교차검증에 따른 오차 및 예측 변동성은 매우 크게 나타남에 따라 임의의 GCP 대한 극한 지지력을 예측하기에는 적합하 지 않은 것으로 나타났다. 본 연구에서 제안된 다중선형 회귀식의 경우 기존 Stuedlein and Holtz(2013)에 의하 여 제안된 식보다 정확하게 극한 지지력을 예측할 수 있는 것으로 나타났으며, 예측에 대한 변동성 또한 더 작은 것으로 나타났다.

결과적으로 본 연구에서는 임의의 GCP에 대한 강건 한 극한 지지력 예측을 위하여 다양한 입력변수의 형태 를 고려한 단일잔류 교차검증 수행을 통하여 가장 효율 적인 매개변수의 수 및 종류를 선정하였으며, 이에 따른 다중선형회귀식을 제안하였다. 제안된 식을 통하여 극 한 지지력을 예측할 경우 매개변수 4개만으로도 효과적 으로 극한 지지력을 예측할 수 있었으며, 기존 다중선형 회귀식에 비하여 예측 정확도를 향상시킬 수 있었으며 예측 변동성도 감소시킬 수 있는 것으로 나타났다.

# 4.결 론

본 연구에서는 GCP로 보강된 지반의 극한 지지력을 산정하기 위하여 기존 재하시험결과를 기반으로 다중 회귀분석 및 단일잔류교차검증을 통한 새로운 예측식 을 제안하였으며, 인공신경망기법 적용을 통한 극한 지 지력 예측을 평가하였다. 이에 대한 연구결과를 요약하 면 다음과 같다.

Dradiation mathed	Data	MAE (kPa)	$R^2$	Bias, $\lambda$	
	Dala			Mean	COV (%)
Stuedlein and Holtz (2013)	Leave-one-out Cross validation	89.5	0.900	1.032	21.7
	All load test data	71.5	0.939	0.996	13.2
Proposed MLR	Leave-one-out Cross validation	60.8	0.944	1.007	13.8
	All load test data	52.9	0.957	1.002	11.9
Artificial Neural Network	Leave-one-out Cross validation	105.0	0.799	1.26	87.3
	All load test data	16.5	0.995	0.999	5.7

- (1) 극한 지지력 예측식의 효율적인 입력변수 산정을 위 하여 다양한 입력변수 형태 및 입력변수의 수에 따 른 오차율을 단일 잔류 교차검증을 통하여 평가하였 다. 결과적으로 5개의 입력변수를 사용하더라도 예측 정확도는 크게 향상되지 않았으며 4개의 입력변수 √s<sub>u</sub>, s<sup>2</sup><sub>u</sub>, s<sub>u</sub>a<sub>s</sub>, d<sub>p</sub>/L<sub>p</sub>를 사용할 경우 MAE는 60.8kPa 로 가장 낮은 오차율을 갖는 것으로 나타났다.
- (2) 인공신경망기법 적용을 통한 극한 지지력의 예측을 평가하기 위하여 선정된 4개의 입력변수를 활용하 여 극한지지력 결과와의 학습을 통한 예측을 수행 하였으며, 30개의 재하시험 결과에 대한 MAE 및 평 균 편향은 각각 16.5kPa, 0.999로 가장 낮은 오차율 을 나타내었다. 하지만 단일잔류 교차검증에 따른 MAE는 105kPa로 매우 크게 나타났으며, 편향 및 변 동계수는 각각 1.26, 87.3%로 예측 변동성이 매우 크게 나타남에 따라 임의의 GCP에 대한 극한 지지 력을 예측하기에는 적합하지 않은 것으로 나타났다.
- (3) 선정된 4개의 입력변수를 활용하여 30개의 재하시 험 결과에 대한 극한지지력 예측식을 제안하였으며 이에 대한 MAE 및 평균 편향은 각각 52.9kPa, 1.002 로 기존 회귀식에 비하여 보다 정확하게 극한 지지 력을 예측할 수 있는 것으로 나타났다. 특히, 예측 변동성을 감소시킬 수 있음에 따라 보다 정확한 예 측이 가능할 것으로 판단된다.
- (4) 최종적으로 산정된 예측식은 교차검증에 따른 오차 율을 고려하여 GCP의 치환율(a<sub>s</sub>)과 점토지반의 비 배수전단강도(s<sub>u</sub>), 세장비(L<sub>p</sub>/d<sub>p</sub>)만으로 극한 지지력 을 효과적으로 예측할 수 있었다. 하지만 GCP의 강 도에 대한 전단저항각이 극한 지지력에 큰 영향을 미칠 것으로 예상되나 이에 대한 자료가 부족하여 이를 직접적인 입력변수로 고려할 수 없었으며, 추 후 이를 고려하여 다중회귀분석을 수행하면 보다 정확한 예측식의 산정이 가능할 것으로 판단된다.

# 참고문헌 (References)

 Barksdale, R. D. and Bachus, R. C. (1983), "Design and Construction of Stone Columns", Rep. No. FHWA/RD 83/026, Federal Highway Administration, Washington, DC.

- Bergado, D. T. and Lam, F. L. (1987), "Full Scale Load Test of Granular Piles with Different Densities and Different Proportions of Gravel and Sand in the Soft Bangkok Clay", *Soils Found.*, Vol.27, No.1, pp.86-93.
- Brauns, J. (1978), "Initial Bearing Capacity of Stone Columns and Sand Piles", Vol. I, Proc., Soil Reinforcing and Stabilizing Techniques in Engineering Practice, New South Wales Institute of Technology, Sydney, Australia, pp.497-512.
- Cho, S. E. and Byeon, W. Y. (2007), "Reliability Analysis of Slopes Using ANN-based Limit-state Function", *Journal of the Korean Geotechnical Society*, Vol.23, No.8, pp.117-127.
- Greenwood, D. A. (1970), "Mechanical Improvement of Soils Below Ground Surface", *Proc. Ground Engineering Conference*, Institute of Civil Engineering, pp.9-20.
- Helsel, D. R. and Hirsch, R. M. (2002), Statistical Methods in Water Resources, USGS, TWRI-4-A3, p.310.
- Hong, W. P., Kim, W. Y., Song, Y. S., and Lim, S. G. (2004), "Prediction of Landslide Using Artificial Neural Network Model", Vol.20, No.8, pp.67-75.
- Hughes, J. M. O., Withers, N. J., and Greenwood, D. A. (1975), "A Field Trial of the Reinforcing Effect of a Stone Column in Soil", *Geotechnique*, Vol.25, No.1, pp.31-44.
- Juang, C. H., Chen, C. J., and Tien. Y. M. (1999), "AppraisingCPTbased Liquefaction Resistance Evaluation Methods-ArtificialNeural Network Approach", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.36, No.3, pp.443-454.
- Kim, B. I., Cho, S. M., Kim, J. H. and Kim, S. R. (2015), Soft Ground Improvement Method, CIR Publishing Co. pp.239-283.
- Kitazume, M. (2005), The Sand Cpmpaction Pile Method, Balkema, pp.1-7.
- Mitchell, J. K. (1981), "Soil Improvement State-of-the-art Report", Proc., 10<sup>th</sup> Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Session 12, Int. Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, London, Vol.4, pp.506-565.
- 13. Montgomery, D. C. and Runger, G. C. (2010), Applied statistics and probability for engineers, 5th Ed., Wiley, New York.
- Stone, M. (1974), "Cross-validatory Choice and Assessment of Statistical Predictions", J. Roy. Statist. Soc. Ser. B, 36, pp.111-147.
- Stuedlein, A. W. and Holtz, R. D. (2013), "Bearing Capacity of Spread Footings on Aggregate Pier Reinforced Clay", J. Geotech. Geoenviron. Eng., Vol.139, No.1, pp.49-58.
- Sulewska, M. J. (2011), "Applying Artificial Neural Networks for Analysis of Geotechnical Problems", Computer Assisted Mechanics and Engineering Sciences, 18: 231-241.
- Vesic, A. S. (1972), "Expansion of Cavities in Infinite Soil Mass", J. Soil Mech, and Found. Div., Vol.98, No.3, pp.265-290.

Received : March  $24^{th}$ , 2017 Revised : May  $21^{st}$ , 2017 Accepted : May  $23^{rd}$ , 2017