

Support Vector Regression을 이용한 GARCH 모형의 추정과 투자전략의 성과분석

김선웅

국민대학교 비즈니스IT전문대학원
(swkim@kookmin.ac.kr)

최흥식

국민대학교 비즈니스IT전문대학원
(hschoi@kookmin.ac.kr)

주식시장의 주가 수익률에 나타나는 변동성은 투자 위험의 척도로서 재무관리의 이론적 모형에서뿐만 아니라 포트폴리오 최적화, 증권의 가격 평가 및 위험관리 등 투자 실무 영역에서도 매우 중요한 역할을 하고 있다. 변동성은 주가 수익률이 평균을 중심으로 얼마나 큰 폭의 움직임을 보이는가를 판단하는 지표로서 보통 수익률의 표준편차로 측정한다. 관찰 가능한 표준편차는 과거의 주가 움직임에서 측정되는 역사적 변동성(historical volatility)이다. 역사적 변동성이 미래의 주가 수익률의 변동성을 예측하려면 변동성이 시간 불변적(time-invariant)이어야 한다. 그러나 대부분의 변동성 연구들은 변동성이 시간 가변적(time-variant)임을 보여주고 있다. 이에 따라 시간 가변적 변동성을 예측하기 위한 여러 계량 모형들이 제안되었다. Engle(1982)은 변동성의 시간 가변적 특성을 잘 반영하는 변동성 모형인 Autoregressive Conditional Heteroscedasticity(ARCH)를 제안하였으며, Bollerslev(1986) 등은 일반화된 ARCH(GARCH) 모형으로 발전시켰다. GARCH 모형의 실증 분석 연구들은 실제 증권 수익률에 나타나는 두터운 꼬리 분포 특성과 변동성의 군집현상(clustering)을 잘 설명하고 있다. 일반적으로 GARCH 모형의 모수는 가우스분포로부터 추출된 자료에서 최적의 성과를 보이는 로그우도함수에 대한 최우도추정법에 의하여 추정되고 있다. 그러나 1987년 소위 블랙먼데이 이후 주식 시장은 점점 더 복잡해지고 시장 변수들이 많은 잡음(noise)을 띠게 됨에 따라 변수의 분포에 대한 엄격한 가정을 요구하는 최우도추정법의 대안으로 인공지능모형에 대한 관심이 커지고 있다.

본 연구에서는 주식 시장의 주가 수익률에 나타나는 변동성의 예측 모형인 GARCH 모형의 모수추정방법으로 지능형 시스템인 Support Vector Regression 방법을 제안한다. SVR은 Vapnik에 의해 제안된 Support Vector Machines와 같은 원리를 회귀분석으로 확장한 모형으로서 Vapnik의 e-insensitive loss function을 이용하여 비선형 회귀식의 추정이 가능해졌다. SVM을 이용한 회귀식 SVR은 두터운 꼬리 분포를 보이는 주식시장의 변동성과 같은 관찰치에서도 우수한 추정 성능을 보인다. 2차 손실함수를 사용하는 기존의 최소자승법은 부최적해로서 추정 오차가 확대될 수 있다. Vapnik의 손실함수에서는 입실론 범위내의 예측 오차는 무시하고 큰 예측 오차만 손실로 처리하기 때문에 구조적 위험의 최소화를 추구하게 된다. 금융 시계열 자료를 분석한 많은 연구들은 SVR의 우수성을 보여주고 있다.

본 연구에서는 주가 변동성의 분석 대상으로서 KOSPI 200 주가지수를 사용한다. KOSPI 200 주가지수는 한국거래소에 상장된 우량주 중 거래가 활발하고 업종을 대표하는 200 종목으로 구성된 업종 대표주들의 포트폴리오이다. 분석 기간은 2010년부터 2015년까지의 6년 동안이며, 거래일의 일별 주가지수 증가 자료를 사용하였고 수익률 계산은 주가지수의 로그 차분값으로 정의하였다. KOSPI 200 주가지수의 일별 수익률 자료의 실증분석을 통해 기존의 Maximum Likelihood Estimation 방법과 본 논문이 제안하는 지능형 변동성 예측 모형의 예측 성과를 비교하였다. 주가지수 수익률의 일별 자료 중 학습구간에서 대칭 GARCH 모형과 E-GARCH, GJR-GARCH와 같은 비대칭 GARCH 모형에 대하여 모수를 추정하고, 검증 구간 데이터에서 변동성 예측의 성과를 비교하였다. 전체 분석기간 1,487일 중 학습 기간은 1,187일, 검증 기간은 300일 이다. MLE 추정 방법의 실증분석 결과는 기존의 많은 연구들과 비슷한 결과를 보여주고 있다. 잔차의 분포는 정규분포보다는 Student t분포의 경우 더 우수한 모형 추정 성과를 보여주고 있어, 주가 수익률의 비정규성이 잘 반영되고 있다고 할 수 있다. MSE 기준으로, SVR 추정의 변동성 예측에서는 polynomial 커널함수를 제외하고 linear, radial 커널함수에

서 MLE 보다 우수한 예측 성과를 보여주었다. DA 지표에서는 radial 커널함수를 사용한 SVR 기반의 지능형 GARCH 모형이 가장 우수한 변동성의 변화 방향에 대한 방향성 예측력을 보여주었다. 추정된 지능형 변동성 모형을 이용하여 예측된 주식 시장의 변동성 정보가 경제적 의미를 갖는지를 검토하기 위하여 지능형 변동성 거래 전략을 도출하였다. 지능형 변동성 거래 전략 IVTS의 진입규칙은 내일의 변동성이 증가할 것으로 예측되면 변동성을 매수하고 반대로 변동성의 감소가 예상되면 변동성을 매도하는 전략이다. 만약 변동성의 변화 방향이 전일과 동일하다면 기존의 변동성 매수/매도 포지션을 유지한다. 전체적으로 SVR 기반의 GARCH 모형의 투자 성과가 MLE 기반의 GARCH 모형의 투자 성과보다 높게 나타나고 있다. E-GARCH, GJR-GARCH 모형의 경우는 MLE 기반의 GARCH 모형을 이용한 IVTS 전략은 손실이 나지만 SVR 기반의 GARCH 모형을 이용한 IVTS 전략은 수익으로 나타나고 있다. SVR 커널함수에서는 선형 커널함수가 더 좋은 투자 성과를 보여주고 있다. 선형 커널함수의 경우 투자 수익률이 +526.4%를 기록하고 있다. SVR 기반의 GARCH 모형을 이용하는 IVTS 전략의 경우 승률도 51.88%부터 59.7% 사이로 높게 나타나고 있다.

옵션을 이용하는 변동성 매도전략은 방향성 거래전략과 달리 하락할 것으로 예측된 변동성의 예측 방향이 틀려 변동성이 소폭 상승하거나 변동성이 하락하지 않고 제자리에 있더라도 옵션의 시간가치 요인 때문에 전체적으로 수익이 실현될 수도 있다. 정확한 변동성의 예측은 자산의 가격 결정뿐만 아니라 실제 투자에서도 높은 수익률을 얻을 수 있기 때문에 다양한 형태의 인공지능경망을 활용하여 더 나은 예측성과를 보이는 변동성 예측 모형을 개발한다면 주식시장의 투자자들에게 좋은 투자 정보를 제공하게 될 것이다.

주제어 : 변동성, GARCH, MLE, SVR, 지능형변동성투자전략

.....
 논문수집일 : 2017년 5월 12일 논문수정일 : 2017년 6월 13일 게재확정일 : 2017년 6월 16일
 원고유형 : 일반논문 교신저자 : 최홍식

1. 개요

주식시장에서 변동성(volatility)은 주가 수익률이 평균을 중심으로 변동하는 정도를 측정하는 지표로서 재무관리의 이론적 모형에서 뿐만 아니라 포트폴리오 최적화, 증권가격 평가 및 위험 관리 영역 등 실무 영역에서도 매우 중요한 역할을 하고 있다. 이러한 변동성에 대한 독창적인 재무경제학적 모형은 Engle(1982)에 의해서 Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH) 모형으로 탄생되었다. ARCH 모형은 변동성의 시간가변적(time-variant) 특성을 잘 표현하고 있으며, Bollerslev(1986)은 ARCH 모형을 일반화한 Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity(GARCH) 모형을 제안하면서, 실제 시장에서 나타나는 증권 수익률의 두터운 꼬리 분포(fat-tailed distribution) 특성과 변동성의

군집(clustering) 현상을 잘 설명하기 시작하였다. 한편, 제안된 초기의 GARCH 모형들이 대칭적 GARCH 모형이었다면, 이후 다양하게 발전하고 있는 GARCH 모형들은 주가가 대폭락했던 1987년 “Black Monday” 이후 더 심화되고 있는 수익률과 변동성의 비대칭적 음의 관계(negative asymmetry) 특성을 잘 반영하고 있다. Nelson (1991)과 Glosten et al.(1993) 등이 제안한 비대칭적 GARCH 모형들은 증권 수익률의 조건부 분산이 수익률의 과거 잔차항의 방향성에 따라 다르게 반응하도록 모형화함으로써 변동성의 비대칭성을 잘 포착해내고 있어 실무적으로도 유용하게 활용되고 있다.

일반적으로 GARCH 모형의 모수(parameters)는 가우스분포(Gaussian distribution)로부터 추출된 자료에서 최적의 성과를 보이는 로그우도함수(log-likelihood function)에 대한 최우도추정법

(maximum likelihood estimation: MLE)에 의하여 추정되고 있다(Kang and Ryu, 2009). MLE 방법은 통계적으로 추정하기 쉽고 결과에 대한 통계적 해석이 용이하다. 이러한 장점으로 인해 MLE가 많은 영역에서 활용되고 있지만, 주가변동과정에 대한 이론적 함수 형태(theoretical functional form)와 잔차항의 분포에 대한 가정을 필요로 하기 때문에 두터운 꼬리분포나 급침도(leptokurtosis)가 존재하는 주가 수익률의 경우 불안정한 결과를 초래하는 경향이 있다(Seo and Lee, 2015). 특히, 1987년 블랙먼데이와 같은 다양한 시장 변화를 겪으면서, 시장은 점점 더 복잡해지고 시장 변수들이 많은 잡음(noise)을 띠게 됨에 따라 변수의 분포에 대한 엄격한 가정을 요구하는 모수적 계량경제학 모형들의 한계점은 더욱 커지고 있다(Roh et al., 2005). 최근에는 MLE 추정방법에 대한 대안으로 기계학습(machine learning)기법과 같은 다양한 인공지능 기법을 이용한 GARCH 모형의 추정 및 예측에 관심이 커지고 있다.

인공지능모형은 비모수 모형(nonparametric models)으로서 함수 형태를 특정하지 않고 분포에 대한 사전적 가정 없이 학습과정을 통해 최적의 적합모형을 찾는다. 이러한 장점으로 인해 GARCH 모형이 도입된 이후 많은 비모수 GARCH 모형들이 제안되었다. Hamid and Iqbal(2004)는 미국의 S&P 500 주가지수 변동성의 실증 분석을 통해 인공신경망(artificial neural network)이 기존의 옵션 내재변동성 모형보다 뛰어난 예측력이 있음을 보여주었으며, 뒤를 이어 많은 연구들이 인공신경망모형의 우수성을 보여주었다(Ferland and Lalancette, 2006; Tseng et al., 2008). 그러나 인공신경망은 많은 모수가 필요하고, 학습 데이터에서 좋은 정보도 끌어내지만 원

치 않는 잡음까지도 이끌어내는 지나친 일반화(generalization)로 인해 오히려 과적합화(over-fitting) 문제점을 안고 있다(Tay and Cao, 2001). 최근, Vapnik(1995)에 의해서 제안된 Support Vector Machine(SVM) 알고리즘은 인공신경망과 마찬가지로 복잡한 비선형 관계를 보이는 문제를 분류하는데 있어서 상당히 우수한 예측성적을 보이면서도 인공신경망의 일반화 문제점을 개선하고 있기 때문에 변동성 예측과 같은 금융 시계열 분석에서 활용도가 커지고 있다. Cao and Tay(2001)는 미국의 S&P 500 주가지수를 예측하는데 있어서 SVM의 예측력이 인공신경망의 예측력보다 뛰어난을 보여주었다. Perez-Cruz et al.(2003)은 SVM에 기초한 GARCH 모형의 추정 방법을 제안하고 S&P 100, FTSE 100, IBEX 35, Nikkei 주가지수 등의 주가 자료를 이용하여 전통적인 MLE에 기반한 GARCH보다 예측성적이 우수함을 보여주었다. Chen et al.(2011)은 1996년부터 2002년까지의 독일의 기업 재무자료를 이용하여 해당 기업의 부도 가능성을 예측한 결과 SVM 모형이 로짓모형 등 다른 모형들과 비교하여 우수한 분류 예측력을 보임을 실증 분석하였다. Kim and Ahn(2010)은 다양한 인공지능기법을 이용한 주가지수 등락 예측모형을 개발하고 KOSPI 200 주가지수의 매수, 매도, 혹은 유지의 신호로 전환한 트레이딩시스템의 성과를 분석한 결과, 학습기간과 검증기간 모두에서 SVM의 투자 성과가 로짓모형, 인공신경망모형 등 비교모형보다 높은 투자 수익이 발생함을 보여주었다. Dao and Ahn(2014)은 KOSPI 200 주가지수의 등락 예측을 위한 로지스틱 회귀모형, 다중판별분석, 의사결정나무, 인공신경망과 SVM을 제안하고, 실증 분석을 통해 예측 정확도와 투자수익률 측면에서 SVM 모형

의 우수성을 입증하였다. Ra et al.(2016)은 Support Vector Machines를 이용하여 일 중의 변동성 변화를 예측하고 실제 옵션 매매에 적용하여 높은 투자 성과가 나타남을 보여주었다.

본 연구는 주식시장의 변동성을 예측하기 위한 GARCH 모형의 모수를 추정하기 위해 MLE 대신 SVM을 이용하는 변동성의 지능형 예측시스템을 제안하고, 한국의 주식시장에서의 데이터 분석을 통해 제안된 지능형 GARCH 모형의 예측 성능을 실증 분석하고자 한다. GARCH 모형의 모수 추정을 위한 SVM 모형은 SVM의 회귀분석 모형인 Support Vector Regressor(SVR)을 이용한다. SVR의 장점은 ϵ -insensitive loss function을 이용함으로써 주어진 학습 데이터에 대한 확률밀도 함수(probability density function)에 대한 가정이 필요 없다는 점이다(Vapnik, 1998). 본 연구에서 다루는 주식시장의 변동성 모형인 GARCH의 추정과 예측에서 SVR 등의 지능형 정보시스템이 활용되면 주식시장에서의 다양한 변동성거래를 위한 투자시스템 개발에 많은 도움을 줄 것으로 기대된다.

본 연구의 구성은 다음과 같다. 제2장은 기계학습모형인 SVR과 변동성 예측 모형인 GARCH를 소개하고, 그 모수 추정방법으로서의 MLE와 SVR을 비교한다. 제3장에서는 한국의 주가지수인 KOSPI 200 주가지수의 변동성 예측을 위한 GARCH 모형을 추정하고, 추정된 GARCH 모형을 이용한 지능형 변동성 투자전략의 투자 성과를 실증 분석한다. 마지막 장에서는 결론 및 본 연구의 한계점을 논의한다.

2. 모형의 소개

2.1 SVR

SVM은 러시아의 통계학자인 Vapnik(1995)이 처음 제안한 인공신경망 분류기법으로 기존의 인공신경망과 유사한 기계학습방법이면서도 복잡한 비선형 관계를 갖는 주식 시장의 변동성 예측과 같은 문제를 해결하는 데 적합한 분류기법이다. 경험적 위험 최소화(empirical risk minimization)를 추구하는 전통적 인공신경망모형과 달리, SVM은 구조적 위험 최소화(structural risk minimization)를 통해 더 우수한 일반화 성과를 보여준다. 또한 SVM의 학습과정은 선형제약 2차계획법(linearly constrained quadratic programming)문제를 푸는 과정으로서 전통적인 인공신경망기법이 안고 있는 지역 최소화(local minima) 문제에서 자유로울 수 있다. SVM은 원래 패턴분류기법으로 개발되었지만, Vapnik의 ϵ -insensitive loss function을 이용하여 비선형 회귀식의 추정이 가능해졌다. SVM을 이용한 회귀식 SVR은 두터운 꼬리 분포를 보이는 주식시장의 변동성과 같은 관찰치에서도 우수한 추정 성능을 보인다. 2차손실함수(quadratic loss function)를 사용하는 기존의 최소자승법(least square method)은 부최적해(suboptimal)로서 추정 오차가 확대될 수 있다(Vapnik, 1982). ϵ -insensitive loss function에서는 ϵ 범위 내의 예측 오차는 무시하고 큰 예측 오차만 손실로 처리하기 때문에, SVR은 구조적 위험 최소화를 추구하게 된다. 금융 시계열 자료를 분석한 많은 연구들이 SVR의 우수성을 보여주고 있다(Vapnik et al., 1996; Mukherjee et al., 1997; Perez-Cruz et al., 2003; Chen et al., 2010; Park et

al., 2014).

2.2 GARCH

주식시장의 변동성을 적절히 모형화하고 추정하는 GARCH 모형은 실제 주식시장에서 관찰되는 수익률 및 변동성의 특성을 잘 포착해낸다고 알려져 있다. GARCH 모형은 현재 수익률의 변동성이 과거의 변동성에 의존하여 결정되도록 모형화함으로써 수익률의 두터운 꼬리 분포와 변동성의 군집 특성을 잘 표현하고 있다.

본 연구에서는 주가지수의 수익률을 이용하여 변동성 예측을 위한 GARCH 모형을 분석한다. 먼저 수익률은 다음과 같이 표시한다.

$$y_t = 100 \times (\log S_t - \log S_{t-1}), \quad (\text{식 1})$$

where S_t is the price level of KOSPI 200 index at time t

Bollerslev(1986)의 표준형 GARCH(1,1)모형(S-GARCH)은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} y_t &= \mu + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2) \\ \sigma_t^2 &= \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \end{aligned} \quad (\text{식 2})$$

where μ and σ^2 denote the conditional mean and variance of returns, ϵ_t is an unanticipated realized return at time t , that is return shock at time t , and α, β are non-negative constants and require $\alpha + \beta < 1$.

일반적으로 GARCH 모형은 주가 수익률 자료를 이용하여 다음과 같은 로그우도함수를 극대화하도록 MLE를 사용하여 추정된다(Fiorentini et al., 1996).

$$LL_T = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left[\ln(2\pi) + \ln(\sigma_t^2) + \frac{(y_t - \mu)^2}{\sigma_t^2} \right] \quad (\text{식 3})$$

S-GARCH는 간단하면서도 변동성 군집현상을 잘 표현하는 장점을 가지고 있다. 그러나, 변동성이 시장 충격에 대해서 대칭적으로 반응하도록 설계되어, 수익률 상승 시 변동성 하락 폭보다 수익률 하락 시 변동성 상승 폭이 커지는 변동성의 비대칭성은 반영하지 못한다. 1987년 블랙먼데이(Black Monday) 이후 더 심화되어 나타나고 있는 변동성의 비대칭성을 반영하는 대표적인 GARCH 모형은 Nelson(1991)의 Exponential GARCH(E-GARCH)와 Glosten et al.(1993)의 threshold GARCH(GJR-GARCH) 등이다. 변동성의 비대칭성을 반영하는 Nelson의 E-GARCH 모형은 다음과 같다.

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \alpha |\epsilon_{t-1}| + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) + \gamma \epsilon_{t-1}, \quad (\text{식 4})$$

where γ captures the asymmetric impact of return shocks on volatility.

만약 $\gamma < 0$ 이라면 수익률에 대한 변동성의 반응은 비대칭적이 된다. GJR-GARCH 모형도 다음과 같이 더미변수를 이용하여 변동성 모형에 비대칭성을 반영하고 있다.

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma \epsilon_{t-1}^2 D_{t-1} \quad (\text{식 5})$$

where $D_{t-1} = 1$ if $\epsilon_{t-1} < 0$ and 0 otherwise.

주식시장에서 발생하는 호재(good news)로 인한 주가의 상승은 변동성에 α 의 영향을 미치며, 반대로 악재(bad news)가 발생하여 주가가 폭락하면 변동성의 반응도가 $\alpha + \gamma$ 가 된다. 따라서 $\gamma > 0$ 이면 수익률에 대한 변동성의 반응은 비대

칭적이 된다.

2.3 SVR을 이용한 GARCH 모형의 추정

Perez-Cruz et al.(2003)는 GARCH 모형의 추정 방법으로 MLE 대신 SVR을 제안하고, 주요 국가의 주가지수 자료를 분석한 결과 SVR이 기존의 MLE 보다 예측 성능이 우수함을 보여주었다. 특히, 본 연구에서 분석하는 주식시장의 변동성과 같은 데이터의 경우 가우스분포를 따르지 않기 때문에, SVR은 MLE 보다 더 우수한 추정 결과를 보일 것으로 예상된다. Perez-Cruz et al.(2003)는 일별 자료와 같은 고빈도자료(high-frequency data)에서는 일반적으로 수익률의 평균이 0에 수렴하므로 0으로 처리하여도 모형의 성과에 크게 영향을 미치지 않기 때문에 (식 2)의 변동성 함수를 다음 (식 6)과 같이 변형하고 있다. 마찬가지로, (식 4)와 (식 5)도 다음과 같이 (식 7)과 (식 8)로 변형한다.

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha y_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (\text{식 6})$$

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \alpha |y_{t-1}| + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) + \gamma y_{t-1} \quad (\text{식 7})$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha y_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma y_{t-1}^2 D_{t-1} \quad (\text{식 8})$$

본 연구에서는 한국의 KOSPI 200 주가지수의 수익률을 이용하여 GARCH 변동성 모형을 추정함에 있어, MLE 방법과 Perez-Cruz et al.(2003)의 SVR 방법을 적용하여 변동성을 추정하고 그 예측 성능을 비교하고자 한다. GARCH 모형에서 로그우도함수의 최적화를 위한 SVR 모형의 학습을 위해 (식 6), (식 7), (식 8)에서 종속변수 σ_t 와 회귀벡터 $x_t = [y_{t-1} \ \sigma_{t-1}]^T$ 의 관찰치를 알

아야 한다. 일반적으로 σ_t 에 대한 대용치(proxy)는 시장에서 관찰되는 과거 수익률의 일정 기간 동안의 이동평균(moving average)으로 계산하는 역사적 변동성(historical volatility) s_t 를 사용한다. 실무적으로 많이 사용되는 이동평균 기간은 다음 (식 9)에서와 같이 최근 거래일중 22일이며, 이는 1개월에 해당하는 영업일수이다.

$$s_t^2 = \sum_{k=0}^{21} y_{t-k}^2 \quad (\text{식 9})$$

SVR 모형의 커널함수(kernel function)로는 일반적으로 많이 활용되는 linear, polynomial, 그리고 radial basis function 함수를 사용한다. 최적의 SVR 모형을 찾기 위해 모수들을 변화시키면서 검증 데이터에서 우수한 예측성고를 보이는 모수를 추정한다. SVR 학습을 위한 소프트웨어는 R의 “e1071”을 사용한다.

추정 모형의 예측 성능을 평가하기 위하여 통계적 평가와 경제성 평가를 실시한다. 통계적 평가는 예측의 정확성을 측정하는 MSE(Mean Squared Error)와 예측의 방향성을 평가하는 DA(Directional Accuracy) 척도를 이용하며, GARCH 모형에 대한 MLE와 SVR 추정방법의 성능을 비교 평가한다(Brooks, 1998; Chen et al., 2010).

MSE와 DA는 다음과 같이 계산한다.

$$MSE = E(s_t^2 - \hat{\sigma}_t^2)^2, \quad (\text{식 10})$$

where s_t^2 is historical volatility
and $\hat{\sigma}_t^2$ is model's forecasted value.

$$DA = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n} \times 100(\%), \quad (\text{식 } 11)$$

where $a_i = 1$ if $(s_t^2 - s_{t-1}^2)(\hat{\sigma}_t^2 - \hat{\sigma}_{t-1}^2) > 0$
and 0 otherwise and n is testing period.

한편, 추정된 모형을 이용하여 예측된 시장의 변동성 정보가 경제적 의미를 갖는지를 판단하기 위하여 예측 정보를 이용한 투자전략을 개발하고 그 투자 성과를 분석해 변동성 예측 정보의 경제성을 판단한다. 예측된 변동성 정보를 이용한 투자전략은 (식 12)와 같은 Intelligent Volatility Trading System(IVTS)이다.

Intelligent Volatility Trading System

If $\hat{\sigma}_t^2 - \hat{\sigma}_{t-1}^2 > 0$ then buy volatility at s_t^2 ;
If $\hat{\sigma}_t^2 - \hat{\sigma}_{t-1}^2 < 0$ then sell volatility at s_t^2 ;
If $(\hat{\sigma}_t^2 - \hat{\sigma}_{t-1}^2) \times (\hat{\sigma}_{t-1}^2 - \hat{\sigma}_{t-2}^2) \geq 0$
then hold existing position;

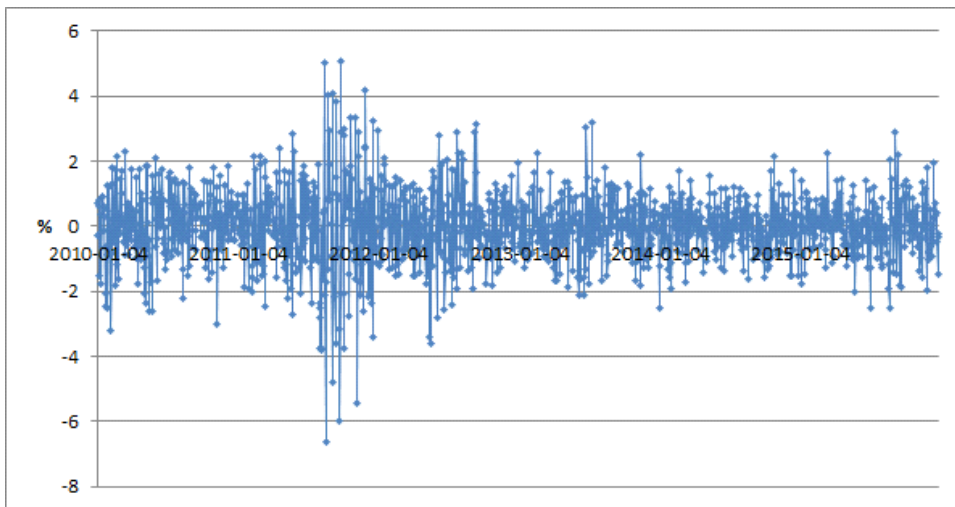
(식 12)

IVTS 변동성 거래전략은 MLE와 SVR에 의해서 추정된 GARCH 모형에 의해서 예측된 t일의 변동성이 상승할 것으로 예상되면 변동성을 매수하고, 반대로 변동성이 하락할 것으로 예상되면 변동성을 매도한다. 변동성의 방향이 직전의 방향과 동일하게 예측되면 기존의 매수/매도포지션을 그대로 유지한다. IVTS의 실증 분석을 통해 변동성 예측 결과의 경제적 의미를 평가하고 실제 투자에서의 적용 가능성을 검토한다.

3. 분석 자료와 변동성모형의 실증 분석

3.1 분석 자료

본 연구는 한국의 주식시장을 대표하는 주식 200종목을 이용하여 산출되는 KOSPI 200 주가지수의 2010년 1월 4일부터 2015년 12월 30일까지의 1,487일 동안의 일별 증가 자료로부터 수익률을 계산하고, 이를 이용하여 GARCH 모형을



<Figure 1> Daily Returns on KOSPI 200 Index

추정하고 변동성을 예측하고자 한다. 전체 기간은 다시 학습 기간과 검증 기간으로 구분하며, 학습 기간은 2010년 1월 4일부터 2014년 10월 16일까지의 1,187일이며, 검증 기간은 2014년 10월 17일부터 2015년 12월 30일까지의 300일이다. 주가 수익률의 계산은 주가지수의 로그 차분으로 계산한다.

<Figure 1>은 분석 기간 동안의 KOSPI 200 주가지수 수익률의 추이를 보여주고 있다.

분석 기간 동안의 수익률자료의 기초 통계량은 <Table 1>에 요약하였다.

<Table 1> Basic Statistics on KOSPI 200 Index Daily Returns

Category	KOSPI 200 Returns
mean	0.00539
median	0.01200
std dev	1.08192
skewness	-0.27761
kurtosis	3.57741
sample	1487
Jarque-Bera	804.9
probability	0.0000

KOSPI 200 주가지수 수익률의 평균값은 0.00539로 Perez-Cruz(2003)의 (식 5)를 적용함에 있어 문제가 없으며, 수익률 분포의 왜도는 -0.27761로 평균에서 왼쪽으로 약간 치우친 형태를 띠고 첨도가 3.57741로서 가운데가 첨예하고 두터운 꼬리를 가지고 있음을 알 수 있다. 유의적인 Jarque-Bera 통계량은 수익률분포가 정규분포를 따름을 기각하고 있다. 한편, 수익률 자료가 안정적인 시계열 특성을 갖는지를 보기 위하여 ADF(Augmented Dickey-Fuller)를 이용한 단위근 검정(unit root test)을 실시하였다. ADF 통계량은 -10.306으로 $p < 0.01$ 에서 유의적이며 단

위근이 존재하지 않아 수익률의 시계열은 안정적인임을 알 수 있다.

3.2 GARCH 모형의 추정과 변동성의 예측

변동성 모형을 추정하고 예측력을 검증하기 위하여 본 연구의 분석 기간 중 학습 구간에서 기존의 방법인 MLE를 이용하여 GARCH를 추정하였다. 잔차항의 분포가 정규분포와 Student t 분포인 경우의 모수 추정 결과가 다음 <Table 2a> <Table 2b>에 각각 정리되어 있다.

정규분포를 가정한 <Table 2a>의 추정 결과를 보면, S-GARCH, GJR-GARCH, 그리고 E-GARCH 모두 기존의 연구들과 비슷한 추정 결과를 보여주고 있다. 특히, 본 연구의 분석 기간과 겹치지 않는 2003년부터 2009년까지의 7년 동안의 자료를 분석한 Kim(2010)의 연구와 비슷한 결과를 보여주고 있어 한국의 주식시장에서 GARCH 모형이 안정적으로 작동함을 보여주고 있다. 추정 모형의 적합도(measure of goodness-of-fit)를 측정하는 Akaike Information Criterion(AIC)와 로그우도함수값(LL)을 비교한 결과, 대칭적 변동성 모형인 S-GARCH 모형보다는 GJR-GARCH, E-GARCH와 같은 비대칭 GARCH 모형의 적합도가 훨씬 우수함을 알 수 있다. 이와 관련하여, 변동성의 음의 비대칭성을 측정하는 γ 값이 GJR-GARCH의 경우 0.1159, E-GARCH의 경우 -0.1113으로 모두 1% 유의수준에서도 유의적인 값을 보여주고 있음을 알 수 있다. 이는 주식 시장에서 악재 발생으로 주가가 폭락하는 경우 변동성이 비대칭적으로 급등하는 현상을 잘 설명하고 있다. 한편, 잔차항의 분포를 Student t 분포로 가정하는 <Table 2b>의 결과를 보면, 정규분포를 가정하는 <Table 2a>의 경

〈Table 2a〉 MLE Estimation of GARCH(normal distribution)

	ω	α	β	γ	LL	AIC
S-GARCH	0.01585 (2.27)*	0.0626 (5.07)**	0.9230 (59.74)**		-1697.27	2.8665
GJR-GARCH	0.0194 (2.95)**	0.0000 (0.00)	0.9283 (53.09)**	0.1067 (4.42)**	-1677.22	2.8344
E-GARCH	0.0026 (0.77)	0.0870 (5.27)**	0.9831 (489.73)**	-0.0986 (-7.06)**	-1678.05	2.8358

(t-values are in parentheses, * : significant at 95%, ** : significant at 99%)

〈Table 2b〉 MLE Estimation of GARCH(Student t distribution)

	ω	α	β	γ	LL	AIC
S-GARCH	0.0145 (1.90)	0.0606 (4.20)**	0.9266 (52.52)**		-1690.87	2.8574
E-GARCH	-0.0001 (-0.02)	0.0886 (1.74)	0.9822 (160.30)**	-0.1113 (4.91)**	-1672.33	2.8279
GJR-GARCH	0.0206 (2.46)*	0.0000 (0.00)	0.9224 (39.61)**	0.1159 (3.99)**	-1672.85	2.8287

(t-values are in parentheses, * : significant at 95%, ** : significant at 99%)

우와 비슷한 구조를 보여주고 있지만, 추정 모형의 적합도는 미미하지만 전체적으로 증가하고 있음을 보여주고 있다.

실험 구간의 자료를 이용하여 추정된 GARCH 모형의 예측성과를 검증하기 위하여 검증 구간에 적용한 변동성의 예측 결과를 S-GARCH, E-GARCH, 그리고 GJR-GARCH 모형 각각에 대하여 <Table 3a>, <Table 3b>, <Table 3c>에 보여주고 있다.

S-GARCH 추정 모형의 예측성과를 보여주는 <Table 3a>에서 polynomial 커널함수를 제외하고 MLE 방법보다는 SVR을 이용한 GARCH의 추정 모형이 예측 오차를 측정하는 MSE에서 우위를 보이고 있어, 시장의 변동성과 같은 잡음이 많은

시계열 예측에서 SVR의 우수성을 잘 보여주고 있다. 변동성의 변동 방향에 대한 예측 결과는 MLE가 SVR 보다 조금 나은 결과를 보여주고 있어 상반된 결과이며, SVR 에서도 polynomial 커널함수의 경우는 예측성과가 좋지 않게 나타나고 있다. 비대칭 변동성 모형인 E-GARCH와 GJR-GARCH의 경우도 MLE 보다는 SVR을 이용해 추정된 GARCH 모형의 우수성이 S-GARCH 모형과 크게 다르지 않게 나타나고 있다.

변동성 예측의 수익성 평가를 위한 투자전략 (IVTS)의 시뮬레이션 결과를 <Table 4>에 요약하였다.

〈Table 3a〉 Forecasting Accuracy of S-GARCH

구분	MLE- S-GARCH (norm)	MLE- S-GARCH (Student t)	SVR- S-GARCH (linear)	SVR- S-GARCH (polynomial)	SVR- S-GARCH (radial)
MSE	0.0247	0.0246	0.0051	0.1249	0.0075
DA	48.83%	48.49%	47.16%	47.83%	49.83%

〈Table 3b〉 Forecasting Accuracy of E-GARCH

구분	MLE- E-GARCH (norm)	MLE- E-GARCH (Student t)	SVR- E-GARCH (linear)	SVR- E-GARCH (polynomial)	SVR- E-GARCH (radial)
MSE	0.0874	0.1081	0.0051	0.0724	0.0056
DA	50.50%	51.17%	48.83%	51.84%	50.17%

〈Table 3c〉 Forecasting Accuracy of GJR-GARCH

구분	MLE- GJR-GARCH (norm)	MLE- GJR-GARCH (Student t)	SVR- GJR-GARCH (linear)	SVR- GJR-GARCH (polynomial)	SVR- GJR-GARCH (radial)
MSE	0.0630	0.0692	0.0051	0.1275	0.0092
DA	49.16%	49.50%	46.82%	52.51%	50.84%

〈Table 4〉 Performance Analysis on Intelligent Volatility Trading System

GARCH Models	Trading Performance	MLE	SVR	
		norm	linear	radial
S-GARCH	Total Profit	0.9463 pt.	3.3154 pt.	0.9163 pt.
	Return	+150.2%	+526.4%	+145.5%
	Frequency	146	154	176
	Trading Profitable	50.0%	59.7%	54.0%
E-GARCH	Total Profit	-0.4532 pt.	1.5467 pt.	0.7779 pt.
	Return	-72.0%	+245.6%	+123.5%
	Frequency	118	164	170
	Trading Profitable	47.5%	56.1%	51.8%
GJR-GARCH	Total Profit	-0.6217 pt.	0.7955 pt.	0.1877 pt.
	Return	-98.7%	+126.3%	+29.8%
	Frequency	96	158	176
	Trading Profitable	49.0%	57.0%	52.8%

<Table 4>는 MLE와 SVR에 의해서 추정된 GARCH 모형을 이용하여 2014년 10월 17일부터 2015년 12월 30일까지의 검증 데이터 구간에서 변동성 거래를 실행한 투자 결과를 보여주고 있다. 수익률은 투자 시작 초기의 역사적 변동성 $s_t^2 = 0.6299$ 대비 총손익의 % 비율을 표시한다. 전체적으로 SVR-GARCH 모형의 투자 성과가 MLE-GARCH 모형의 투자 성과보다 높게 나타나고 있다. 특히, E-GARCH와 GJR-GARCH의 경우는 MLE-GARCH에서 투자 손실을 기록하고 있다. SVR 커널함수에서는 linear가 더 좋은 투자 성과를 보여주고 있다. linear 커널함수의 SVR-S-GARCH 모형의 경우 투자 수익률이 +526.4%로 최고를 기록하고 있다. 한편, SVR-GARCH의 경우 거래 승률도 51.8% ~ 59.7%로 높은 투자 성공률을 보여주고 있다. 통계적 성과 평가에서 소폭 우위를 보여주었던 SVR-GARCH 모형이 경제성 평가에서는 MLE-GARCH 보다 우수한 예측 결과를 보여주고 있어, 투자 측면에서의 SVR의 우수성을 입증하고 있다.

4. 결론 및 연구의 한계점

본 연구는 주식 시장의 변동성 예측모형인 GARCH 모형의 새로운 추정방법으로 지능형 변동성 예측시스템을 제안하고, 한국의 KOSPI 200 주가지수에 적용하여 기존의 MLE 방법과의 예측성능을 비교하였다. 분석 결과는 주식시장의 변동성과 같은 금융 시계열자료의 비선형적 특성으로 인해 비모수 모형으로서 함수 형태를 특정하지 않고 분포에 대한 사전적 가정 없이 학습

과정을 통해 최적의 적합모형을 찾는 SVR 모형의 우수성을 보여주고 있다. 주요한 실증 분석 결과를 정리하면 다음과 같다. 첫째, MLE 추정 방법의 경우, 주가 수익률 자료의 두터운 꼬리분포를 가진 비정규성으로 인해 잔차의 Student t 분포 가정이 정규분포 가정보다 로그우도함수값이나 AIC 기준에서 우수한 모형의 추정 성과를 보여주었다. 둘째, SVR에 의한 GARCH의 변동성 예측 성과가 MLE 방법보다 MSE 측도에서 월등히 우수한 성과를 보여주고 있다. 셋째, 제안된 지능형 변동성 투자전략 IVTS의 투자 성과에서는 SVR에 의한 GARCH 모형의 예측이 훨씬 더 높은 투자 수익을 가져다주고 있다. 특히, linear 커널함수의 경우 수익률이 +126.3%에서 +526.4%까지 높게 나타났다.

본 연구는 여러 한계점도 많이 가지고 있다. 우선 GARCH 모형의 모수 추정방법으로 SVR 단일 모형만 다루었는데, 보다 나은 성과 개선을 위해 본 연구에서 다루지 않은 다양한 형태의 다른 인공지능망기법을 활용하여 GARCH 모형을 추정할 필요가 있다. 이를 통해 더 우수한 예측 성과를 보이는 변동성 모형을 찾을 가능성이 크기 때문이다. 또한 변동성 예측성과의 평가를 위한 경제성 측도로 제시한 투자전략의 시뮬레이션 성과를 평가함에 있어 거래비용을 고려하지 못하였다는 점이다. 실제 주식 시장에서 거래를 하려면 브로커리지 수수료나 슬리피지 비용 등 다양한 형태의 거래 비용이 발생하여 총손익을 줄이는 효과가 있기 때문이다. 마지막으로, 거래 대상으로 역사적 변동성 자체를 다루고 있으나 실제 주식 시장에서는 거래할 수 없는 가상의 거래 대상이므로 현실성이 부족하다고 할 수 있다. 향후 연구에서는 최근 한국거래소에 상장되어 거래되기 시작한 변동성지수선물과 같은 실제

거래 가능한 상품을 거래대상으로 투자성과를 분석하면 좋을 것이다.

참고문헌(References)

- Bollerslev, T., "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, Vol.31 (1986), 307~327.
- Brooks, C., "Predicting stock index volatility: Can market volume help?," *Journal of Forecasting*, Vol.17 (1998), 59~80.
- Cao, L. and F. Tay, "Financial forecasting using support vector machines," *Neural Computing & Applications*, Vol.10 (2001), 184~192.
- Chen, S., W. Hardle, and K. Jeong, "Forecasting volatility with support vector machine-based GARCH model," *Journal of Forecasting*, Vol.29 (2010), 406~433.
- Chen, S., W. Hardle, and R. Moro, "Modeling default risk with support vector machines," *Quantitative Finance*, Vol.11 (2011), 135~154.
- Dao, T. and H. Ahn, "An optimized combination of π -fuzzy logic and support vector machine for stock market prediction", *Journal of Intelligence and Information Systems*, Vol. 20 (2014), 43~58.
- Engle, R., "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation," *Econometrica*, Vol.50 (1982), 987~1007.
- Fiorentini, G., G. Calzolari, and L. Panattoni, "Analytic derivatives and the computation of GARCH estimates," *Journal of Applied Econometrics*, Vol.11 (1996), 399~417.
- Glosten, L.R., R. Jagannathan, and D.F. Runkle, "On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks," *Journal of Finance*, Vol.48 (1993), 1779~1801.
- Hamid, S. and Z. Iqbal, "Using neural networks for forecasting volatility of S&P 500 Index futures prices," *Journal of Business Research*, Vol.57 (2004), 1116~1125.
- Kang, J. and D. Ryu, "A study on the empirical performance of GARCH-type models in the KOSPI 200 options market," *Korean Journal of Financial Studies*, Vol.38 (2009), 137~176.
- Kim, S.W., "Negative Asymmetric Relationship between VKOSPI and KOSPI 200," *Journal of the Korean Data Analysis Society*, Vol.12 (2010), 1761~1773.
- Kim, S.W. and H. Ahn, "Development of an intelligent trading system using support vector machines and genetic algorithms," *Journal of Intelligence and Information Systems*, Vol.16 (2010), 71~92.
- Mukherjee, S., E. Osuna, and F. Girosi, "Nonlinear prediction of chaotic time series using support vector machines," *Proceedings of IEEE NNSP'97*, 1997.
- Nelson, D.B., "Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach," *Econometrica*, Vol.59 (1991), 347~370.
- Park, S., S.W. Kim, and H.S. Choi, "Selection model of system trading strategies using SVM," *Journal of Intelligence and Information Systems*, Vol.20 (2014), 59~71.
- Perez-Cruz, F., A. Afonso-Rodriguez, and J. Giner, "Estimating GARCH models using support vector machines," *Quantitative Finance*, Vol.3 (2003), 1~10.

- Ra, Y.S., H.S. Choi, and S.W. Kim, “VKOSPI forecasting and option trading application using SVM,” *Journal of Intelligence and Information Systems*, Vol.22 (2016), 177~192.
- Roh, T.H., T. Lee, and I. Han, “Forecasting the volatility of KOSPI 200 using neural network-financial time series model,” *Korean Management Review*, Vol.34 (2005), 683~713.
- Seo, B. and T. Lee, “A new algorithm for maximum likelihood estimation in normal scale-mixture generalized autoregressive conditional heteroskedastic models,” *Journal of Statistical Computation and Simulation*, Vol.85 (2015), 202~215.
- Tay, F. and L. Cao, “Application of support vector machines in financial time series forecasting,” *Omega*, Vol.29 (2001), 309~317.
- Vapnik, V., *Estimation of Dependences based on Empirical Data*, Springer Series in Statistics, 1982.
- Vapnik, V., *The Nature of Statistical Learning Theory*, Springer Verlag, 1995.
- Vapnik, V., *Statistical Learning Theory*, Wiley, 1998.
- Vapnik, V., S. Golowich, and A. Smola, “Support vector method for function approximation, regression estimation, and signal processing,” *Advances in Neural Information Processing Systems*, 1996.

Abstract

Estimation of GARCH Models and Performance Analysis of Volatility Trading System using Support Vector Regression

Sun Woong Kim* · Heung Sik Choi**

Volatility in the stock market returns is a measure of investment risk. It plays a central role in portfolio optimization, asset pricing and risk management as well as most theoretical financial models. Engle(1982) presented a pioneering paper on the stock market volatility that explains the time-variant characteristics embedded in the stock market return volatility. His model, Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH), was generalized by Bollerslev(1986) as GARCH models. Empirical studies have shown that GARCH models describes well the fat-tailed return distributions and volatility clustering phenomenon appearing in stock prices. The parameters of the GARCH models are generally estimated by the maximum likelihood estimation (MLE) based on the standard normal density. But, since 1987 Black Monday, the stock market prices have become very complex and shown a lot of noisy terms. Recent studies start to apply artificial intelligent approach in estimating the GARCH parameters as a substitute for the MLE.

The paper presents SVR-based GARCH process and compares with MLE-based GARCH process to estimate the parameters of GARCH models which are known to well forecast stock market volatility. Kernel functions used in SVR estimation process are linear, polynomial and radial. We analyzed the suggested models with KOSPI 200 Index. This index is constituted by 200 blue chip stocks listed in the Korea Exchange. We sampled KOSPI 200 daily closing values from 2010 to 2015. Sample observations are 1487 days. We used 1187 days to train the suggested GARCH models and the remaining 300 days were used as testing data. First, symmetric and asymmetric GARCH models are estimated by MLE. We forecasted KOSPI 200 Index return volatility and the statistical metric MSE shows better results for the asymmetric GARCH models such as E-GARCH or GJR-GARCH. This is consistent with the documented non-normal

* Graduate School of Business IT, Kookmin University

** Corresponding Author: Heung Sik Choi

Graduate School of Business IT, Kookmin University
77 Jeongneung-ro, Seongbuk-gu, Seoul 136-702, Korea
Tel: 02-910-4567, E-mail: hschoi@kookmin.ac.kr

return distribution characteristics with fat-tail and leptokurtosis. Compared with MLE estimation process, SVR-based GARCH models outperform the MLE methodology in KOSPI 200 Index return volatility forecasting. Polynomial kernel function shows exceptionally lower forecasting accuracy.

We suggested Intelligent Volatility Trading System (IVTS) that utilizes the forecasted volatility results. IVTS entry rules are as follows. If forecasted tomorrow volatility will increase then buy volatility today. If forecasted tomorrow volatility will decrease then sell volatility today. If forecasted volatility direction does not change we hold the existing buy or sell positions. IVTS is assumed to buy and sell historical volatility values. This is somewhat unreal because we cannot trade historical volatility values themselves. But our simulation results are meaningful since the Korea Exchange introduced volatility futures contract that traders can trade since November 2014. The trading systems with SVR-based GARCH models show higher returns than MLE-based GARCH in the testing period. And trading profitable percentages of MLE-based GARCH IVTS models range from 47.5% to 50.0%, trading profitable percentages of SVR-based GARCH IVTS models range from 51.8% to 59.7%. MLE-based symmetric S-GARCH shows +150.2% return and SVR-based symmetric S-GARCH shows +526.4% return. MLE-based asymmetric E-GARCH shows -72% return and SVR-based asymmetric E-GARCH shows +245.6% return. MLE-based asymmetric GJR-GARCH shows -98.7% return and SVR-based asymmetric GJR-GARCH shows +126.3% return. Linear kernel function shows higher trading returns than radial kernel function. Best performance of SVR-based IVTS is +526.4% and that of MLE-based IVTS is +150.2%. SVR-based GARCH IVTS shows higher trading frequency.

This study has some limitations. Our models are solely based on SVR. Other artificial intelligence models are needed to search for better performance. We do not consider costs incurred in the trading process including brokerage commissions and slippage costs. IVTS trading performance is unreal since we use historical volatility values as trading objects.

The exact forecasting of stock market volatility is essential in the real trading as well as asset pricing models. Further studies on other machine learning-based GARCH models can give better information for the stock market investors.

Key Words : Volatility, GARCH, MLE, SVR, Intelligent Volatility Trading System

Received : May 12, 2017 Revised : June 13, 2017 Accepted : June 16, 2017

Publication Type : Regular Paper Corresponding Author : Heung Sik Choi

저 자 소개



김선웅

현재 국민대학교 비즈니스IT전문대학원 교수로 재직 중이다. 서울대학교 경영학과에서 경영학사를 취득하고, KAIST 경영과학과에서 투자론을 전공하여 공학석사와 공학박사학위를 취득하였다. 주요 관심분야는 트레이딩시스템, 투자공학, 헤지펀드와 자산운용이다.



최흥식

현재 국민대학교 경영대학 경영정보학부 및 동 대학 비즈니스IT전문대학원 교수로 재직 중이다. KAIST에서 경영과학 석사학위를 취득하였으며 미국 로체스터 대학에서 경영학 석사 및 박사학위를 취득하였다. 관심분야로는 파생상품 시스템트레이딩, 트레이딩계량 분석, 옵션 변동성매매 등이다.