

# 3D Visualization SW를 활용한 초등학교 쌓기나무 도형교육에 관한 연구

## Research on the Teaching Building-blocks in Elementary Geometry Class using 3D Visualization SW

배헌중\*, 김종성\*\*

안동대학교 교육대학원 정보통신교육\*, 안동대학교 사범대학 전자공학교육과\*\*

Hun Joong Bae(tonybae99@naver.com)\*, Jong-seong Kim(rhody@daum.net)\*\*

### 요약

초등학교 5-6학년 수학과 입체도형 교과과정의 중요한 성취기준 중 하나는 쌓기나무를 구성하는 정육면체의 개수 및 여러 방향에서 관찰한 쌓기나무의 형태를 정확히 기술하는 것으로 초등학교 학생들의 공간지각능력을 키우는데 그 목적이 있다. 그럼에도 불구하고 현행 교과서의 쌓기나무 관련 내용에서는 한 방향에서만 관찰된 모습만을 보여주고 있어 원래 목적을 달성하는 데 어려움이 따를 것으로 사료된다. 특히 교과서의 일부 내용은 바닥에서 위쪽을 관찰한 것으로, 이러한 결과는 사실상 관찰이 불가능한 경우에 해당하기도 했다.

이에 반해 Wings3D와 같은 3D Visualization SW를 사용하여 쌓기나무를 관찰하면 관찰방향은 물론이고, 원근에 따라 쌓기나무의 형태 그리고 쌓기나무를 구성하는 정육면체의 크기까지도 크게 다르게 나타난다는 것을 알 수 있다. 뿐만 아니라 가상공간이므로 관찰 방법을 자유롭게 선택할 수 있고 난이도를 달리한 다양한 형태의 쌓기나무 구성이 쉽게 가능한 장점들도 있다.

이러한 결과를 토대로, 본 논문에서는 쌓기나무와 같은 도형교과 수업에 Wings3D와 같은 3D Visualization SW를 활용하는 방안을 제안하였다. 선행 연구 결과에 따르면, Wings3D는 초등학교의 도형과 관련한 대부분에 교과내용에도 적용이 가능한 것으로 나타났으며 초등학교에서 보유했던 저 사양 컴퓨터에서도 사용이 가능한 open-source SW라는 경제적인 장점도 있다.

■ 중심어 : | 쌓기 나무 | Wings3D 프로그램 | 공간감각 능력 | 공간 인지력 | 관측점 | 원근감 |

### Abstract

The standards for achievement levels for building blocks in elementary geometry class is to enhance spatial cognitive ability through practices describing shape patterns of building blocks observed from different directions. However, most of building block in the textbook is described from only one perspective. Even worse, some examples in the textbook are almost impossible to observe in the real world.

Contrary to this, simulated views by Wings3D has shown that each box may look quite differently from different angles let alone the size of each box. Using Wings3D, it is also very easy to build different types of building blocks with various levels of difficulty in the virtual space.

Based on these results, in this study, 3D visualization SW is suggested as a potential pedagogical tool for the elementary geometry class to help kids perceive objects in space more precisely. We have shown that 3D visualization SW such as Wings3D could be a powerful, compact 3D SW for most of subjects which are covered in elementary geometry education. Wings3D has another advantage of economic open source SW fully compatible with school PCs.

■ keyword : | Building Block | 3D Visualization Sw | Wings3D | Perspective View | Spatial Cognition | Elementary Geometry |

## 1. 연구의 목적 및 필요성

수학교과는 수학의 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하여 주변의 여러 가지 현상을 입체적으로 관찰하고 해석하는 능력을 기르며, 수학적 문제 상황을 수리·논리적 사고를 통하여 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과이다[1].

초등학교 수학은 ‘수와 연산’, ‘도형’, ‘측정’, ‘규칙성’, ‘확률과 통계’로 구성된다. ‘수와 연산’ 영역에서는 자연수, 분수, 소수의 개념과 사칙계산을, ‘도형’ 영역에서는 평면도형과 입체도형의 구성 요소, 개념, 간단한 성질 및 공간 감각을, ‘측정’ 영역에서는 시간, 길이, 둘레, 무게, 각도, 넓이, 부피의 측정 및 이의 활용을, ‘규칙성’ 영역에서는 규칙 찾기, 비와 비례식, 정비례와 반비례를, ‘확률과 통계’ 영역에서는 자료의 정리와 해석, 사건이 일어날 가능성을 다룬다[1].

2009년 대한민국의 개정 교육과정에서는 ‘규칙성과 함수’영역의 초등학교 과정이 다양한 형태의 패턴활동을 포함하고 있다. 초등학교 2학년 1학기에는 여러 가지 모양이, 6학년 1학기에는 여러 가지 입체 도형이 교육과정에 포함되어 있다[1]. 실세계를 명확하게 이해하기 위해서는 3차원 공간에 존재하는 물체의 형상을 2차원의 평면으로 옮기는 능력뿐만 아니라, 2차원 그림을 보고 3차원 형상을 정확하게 묘사할 수 있는 능력이 요구된다. 입체도형 교육과정의 하나인 쌓기나무 교육의 목적은 그림을 보고 있는 그대로의 모습을 그리는 것이 아니라 입체적 사고를 기르는데 있다[1].

미국의 수학교사 협의회인 NCTM(National Council of Teachers of Mathematics, 1989)에서도 도형의 변화를 공간인지능력을 배양하기 위한 기하교육의 중요한 측면으로 보고 있다. 때문에 초등학교에서는 일상생활에서 접하는 대상과 다른 구체적 자료를 사용한 조사, 실험, 탐구를 통하여 여러 가지 위치에서 도형을 시각화하고, 그려보고, 비교하는 활동을 강조하고 있다 [2][3]. NCTM이 2000년에 발행한 학교수학을 위한 원리와 기준을 보면 유치원부터 12학년까지의 수학교육 과정을 통틀어 공간 능력이 기하학적 추론과 더불어 매우 강조되고 있음을 알 수 있다. 우리나라에서도 공간

감각을 증진시키는 것에 대한 중요성을 인식하여 2009년 수학과 교육과정 개정시에 공간감각이 도형영역의 소영역으로 신설하였다. 그러나 공간 감각에 대한 관심은 크지만, 현행 교과 교육 과정에서 공간 감각을 기르기 위한 교수 학습 자료의 제시는 아직 부족한 형편이다.

최근 들어 컴퓨터 관련 기술의 발달로 과거에는 초고 사양의 컴퓨터에서만 가능했던 3차원 영상 기반의 가상화(3D visualization SW)활용이 데스크탑 PC는 물론 노트북 PC에서도 충분히 가능하게 되었다. 3D Visualization SW를 활용하면 가상의 공간상에서 3차원 객체를 쉽게 만들고 여러 가지 방향에서 관찰하는 것이 가능해진다.

본 논문에서는 교과서에 기술된 쌓기나무를 3D Visualization SW인 Wings3D[4]를 활용하여 가상의 3D공간에서 시뮬레이션하고 이를 교과 목표 및 교과서에 기술된 내용과의 비교 분석을 통해 초등학교 쌓기나무 도형교육에 있어 3D Visualization SW의 도입 필요성에 대해 고찰하였다[5][6][8].

## 2. 연구방법

본 연구에서는 초등학교 쌓기나무 도형교육에 대한 3D Visualization SW의 적용 가능성을 평가하기 위해 다음과 같은 방법으로 연구를 진행하였다.

우선 초등학교 도형관련 교과과정 및 교과서를 분석하여 현재 교과서에 기술되어 있는 내용이 교과 과정에 명시된 원래 목표인 공간감각을 배양하는 데 적합한가를 분석하였다. 그 다음, 3D Visualization SW를 초등학교 도형 교육에 적용할 경우를 가정하여 3D SW에 요구되는 기본적인 조건을 다양한 측면에서 분석하고 이를 바탕으로 본 연구에서 활용할 3D Visualization SW를 선정하였다[3][4]. 이와 같이 선정한 3D Visualization SW를 활용하여 쌓기나무 관련 교과 과정에 명시된 것과 유사한 난이도의 예제를 만들고 이를 다양한 방향에서 관측한 다음 그 결과를 교과목표와 교육과정에 명시된 평가 기준을 근거로 교과서에 기술된 내용과 비교 분석하였다.

### 3. 연구 결과

#### 3.1 초등학교 도형 교육과정 분석

2011년 개정 초등학교 수학과 교육과정 중 도형영역을 [표 1]에서 살펴보았다[1].

표 1. 2011년 개정 초등학교 수학과 교육과정

영역	학교급	초등학교		
	학년군	1~2학년군	3~4학년군	5~6학년군
도형		·입체도형의 모양 ·평면도형의 모양 ·평면도형과 그 구성 요소	·도형의 기초 ·평면도형의 이동 ·원의 구성 요소 ·여러 가지 삼각형 ·여러 가지 사각형 ·다각형	·합동과 대칭 ·직육면체와 정육면체 ·각기둥과 각뿔 ·원기둥과 원뿔 ·입체도형의 공간감각
측정		·양의 비교 ·시각 읽기 ·시각과 시간 ·길이	·시간/길이/틀이 /무게/각도 ·어림하기(반올림, 올림, 버림) ·수의 범위 (이상, 이하, 초과, 미만)	·평면도형의 둘레와 넓이 ·무게와 넓이의 여러 가지 단위 ·원주율과 원의 넓이 ·겉넓이와 부피

[표 2]는 초등학교 5-6학년 수학과 입체도형 교과과정 성취 기준 및 성취 수준별 내용이다[7]. 쌓기나무에 대한 성취기준이 쌓기나무를 구성하는 정육면체의 개수를 구하고 쌓기나무의 위, 앞, 옆의 모양을 그림으로 정확하게 표현할 수 있는 능력을 증진시키고 있음을 알 수 있다.

표 2. 초등학교 수학과 교육과정 성취 수준별 내용

성취기준	성취수준	
수62051. 쌓기나무로 만든 입체도형을 보고 사용된 쌓기나무의 개수를 구할 수 있다.	상	쌓기나무로 만든 입체도형에 사용된 쌓기나무의 수를 여러 가지 방법으로 구하고, 그 이유를 설명할 수 있다.
	중	쌓기나무로 만든 입체도형에 사용된 쌓기나무의 수를 한 가지 방법으로 구하고, 그 이유를 설명할 수 있다.
	하	쌓기나무로 만든 입체도형에 사용된 쌓기나무의 수를 직접 세어서 구할 수 있다.
수62052. 쌓기나무로 만든 입체도형의 위, 앞, 옆에서 본 모양을 모두 그림으로 정확하게 표현할 수 있다.	상	쌓기나무로 만든 입체도형의 위, 앞, 옆에서 본 모양을 모두 그림으로 정확하게 표현할 수 있다.
	중	쌓기나무로 만든 입체도형의 위, 앞, 옆에서 본 모양 중 두 가지를 그림으로 정확하게 표현할 수 있다.
	하	쌓기나무로 만든 입체도형의 위, 앞, 옆에서 본 모양 중 한 가지를 그림으로 표현할 수 있다.

여러 개의 정육면체를 쌓아서 만들어진 쌓기나무를 보고 쌓기나무의 형태와 정육면체의 총 개수를 정확하게 세는 것은 2차원으로 관찰할 경우 관찰방향에 따라 어려울 수 있고 경우에 따라서는 실제로 관찰이 불가능한 경우도 발생한다. 또 정육면체의 수가 많아질수록 각층의 정육면체의 개수를 세는 것과 관찰각도에 따라 정육면체의 모양을 정확하게 그리는 것이 더욱 어려울 것이다.

[표 2]에 의하면 적어도 3개의 서로 다른 관측 방향에서 쌓기나무를 관찰하고 그 모습을 정확하게 설명할 수 있어야 함을 알 수 있다. 그러나 현행 교과서에는 제한된 방향에서 관찰한 모습만을 기술하고 있어서 체계화된 실습이 동반되지 않을 경우 성취기준 달성이 어려울 것으로 예상된다.

이런 점을 고려할 때 학교에서 정육면체를 사용하여 실습을 시도하고는 있으나 여러 가지 제약이 따르고 전체 학생을 대상으로 개별실습을 하는 것은 대단히 힘들기 때문에 이를 대체할 수 있는 방법이 필요하다. 이런 측면에서 볼 때 컴퓨터를 활용하여 가상공간에서 다양한 종류의 쌓기나무를 만들고 관찰할 수 있는 3D Visualization SW는 이런 요구조건을 만족시킬 수 있는 최적의 대안 중 하나라고 생각된다.

#### 3.2 초등학교 도형 교육용 3D S/W에 대한 요구 분석

2D와 3D의 가장 큰 차이점은 평면과 공간의 개념이라고 할 수 있다. 2D(x축, y축)에 z축이 추가됨에 따른 공간적인 사고의 전환을 필요로 하며 이를 달성하기 위한 가장 효과적인 방법 중 하나는 3차원 공간에서의 도형의 변화를 직접 보여주는 방법일 것이다. 현재 각 초등학교에서 활용중인 모형을 이용하는 것도 하나의 방법은 될 수 있겠으나, 모든 학생들이 동시에 실습하기가 쉽지 않을 뿐만 아니라 관측이라는 측면에서는 동일한 관점을 유지하기가 어렵다는 점 또한 문제가 될 수 있다. 따라서 쌓기나무를 통해 공간감각을 배양하고자 하는 원래의 교육목표를 고려하면 가상의 3차원 공간에서 다양한 형태의 쌓기나무를 쉽게 만들 수 있고 여러 방향에서 관찰할 수 있는 3D Visualization SW의 활용은 효과적인 교육도구가 될 수 있을 것으로 예상된다.

초등학교의 수학과 도형 교과과정에서 공간 인지력을 향상시키기 위한 3D Visualization SW는 복잡한 기능이나 화려한 모델링 효과 보다는 조작성 쉽고 공간 개념을 정확하게 인지할 수 있는 조작도구로서의 기능이 훨씬 더 중요하다고 판단된다[8][9]. 이런 관점에서 초등학교 도형 교육용으로 사용할 3D Visualization SW는 다음과 같은 조건을 만족해야 할 것으로 보인다.

- 가) 초등학생들이 쉽게 익히고 활용할 수 있을 것
- 나) 복잡한 기능보다는 공간 개념을 정확하게 인지하는 데 도움을 줄 수 있는 3D 조작도구일 것
- 다) SW 운영에 요구되는 하드웨어 사양이 가능한 낮은 것
- 라) 3D Visualization SW가 차지하는 메모리 용량이 가능한 적은 것
- 마) 경제적인 관점에서 가능하면 무료 사용이 가능한 open-source일 것

교육용으로 널리 사용되는 대표적인 3D Visualization SW로는 3Dmax, Maya, LightWave, SoftImage 등을 들 수 있다. 그러나 이들 대부분의 SW가 지나치게 기능이 복잡해서 초등학생이 익히기에는 어려울 뿐만 아니라 상당히 높은 사양의 하드웨어를 요구하고 가격도 고가여서 초등학교 교육용으로 사용하기에는 많은 문제가 있다[8][11].

본 연구에서 사용한 Wings3D는 도형 교육에 필요한 필수적인 기능을 모두 보유하고 있을 뿐만 아니라 사용법이 간편하여 초등학생들도 쉽게 익힐 수 있다. 또 SW 운영에 요구되는 하드웨어상의 제약이 거의 없고 SW의 크기 자체도 수 MB 정도에 불과하므로 현재 대부분의 초등학교에서 보유한 PC에서 활용하는데 아무런 제약이 없을 것으로 판단된다. 특히 Wings3D는 open-source SW로 교육기관에서는 무료로 사용이 가능하므로 쌓기나무와 같은 초등학교 도형 교육용으로는 최적의 3D Visualization SW중 하나로 보인다. 또 선행 연구 결과에 의하면 Wings3D는 쌓기나무 뿐만 아니라 초등학교 5-6학년 수학 교육과정에 명시된 거의 모든 도형에 대한 활용이 가능하기 때문에 다양한 수업에도 적용이 가능할 것으로 판단된다[8][9].

이에 본 연구에서는 open-source SW인 Wings3D를 사용하여 가상공간에서 초등학교 6학년 입체도형 과정에 명시된 쌓기나무 모형을 만들고 다양한 관점에서 이를 관찰하는 simulation을 진행하였다.

### 3.3 Wings3D 프로그램과 연관성이 있는 초등학교 도형교육과정

[표 3]은 초등학교의 쌓기나무와 관련한 차시별 목표를 기준으로 현재 사용 중인 교과서와 3D Visualization SW를 사용할 경우를 비교하여 목표 달성 가능 여부를

표 3. 차시별 학습목표의 현행과 3D 비교

차시	교과서	차시별 학습 목표	학습 내용 요소	현행	3D
1	50 ~ 51 (51 ~ 54)	<ul style="list-style-type: none"> <li>◦ 주어진 그림과 같은 모양을 몇 개의 부분으로 나누어 단계적으로 만들 수 있다.</li> <li>◦ 쌓기나무로 만들어진 것의 간단한 규칙을 찾을 수 있다.</li> </ul>	주어진 모양을 보고 똑같이 쌓아보기	○	○
2	52 ~ 53 (55 ~ 56)	<ul style="list-style-type: none"> <li>◦ 구체적 조형물을 보고 이를 쌓기나무로 표현했을 때, 그 안에 들어 있는 규칙을 찾을 수 있다.</li> <li>◦ 그 규칙을 아랫줄에서 차례로 위로 올라가면서 분석적으로 알아볼 수 있다.</li> </ul>	쌓기나무로 여러 가지 모양 만들기 규칙 찾아보기	△	○
3	54 ~ 55 (57)	<ul style="list-style-type: none"> <li>◦ 특정 조형물을 쌓기나무로 표현하고자 할 때 어떤 규칙을 따르면 되는지 알 수 있다.</li> <li>◦ 특정 규칙을 정하여 그에 따라 쌓기나무를 사용하여 표현할 수 있다.</li> </ul>	규칙을 정해 쌓기나무로 여러 가지 모양 만들어 보기	△	○
4	56 ~ 59 (58 ~ 60)	<ul style="list-style-type: none"> <li>◦ 만들어진 모양을 보고, 쌓기나무가 몇 개 사용되었는지 알 수 있다.</li> <li>◦ 사용된 쌓기나무의 총 개수를 알기위하여 여러 부분으로 나누어 알아볼 수 있다.</li> </ul>	사용된 쌓기나무의 개수 알아보기	○	○
5	60 ~ 61 (61 ~ 63)	<ul style="list-style-type: none"> <li>◦ 쌓기나무로 만든 것의 위, 앞, 옆에서 본 모양을 그릴 수 있다.</li> <li>◦ 위, 앞, 옆에서 그린 모양을 보고, 그 입체 모양을 쌓기 나무로 만들 수 있다.</li> </ul>	쌓기 나무로 만든 것의 위, 앞, 옆에서 본 모양 알아보기	△	○
6	62 ~ 64	<ul style="list-style-type: none"> <li>◦ 설명하는 대로 입체 모양을 쌓기나무로 만들 수 있다.</li> <li>◦ 쌓기나무와 관련하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.</li> </ul>	재미있는 놀이	△	○
7 ~ 8	65 ~ 66 (64 ~ 68)	<ul style="list-style-type: none"> <li>◦ 위, 앞, 옆에서 본 모양대로 쌓기나무를 사용하여 만들 수 있다.</li> <li>◦ 위, 앞, 옆에서 본 모양대로 쌓기나무를 사용하여 만들 때, 필요한 쌓기나무의 개수를 알 수 있다.</li> </ul>	문제 해결하기	△	○

△ : 2차원 평면상의 한계점으로 학습목표에 도달하기가 부족함.  
 ○ : 3차원 공간에서 학습이 이루어지므로 2차원의 한계점을 극복하여 학습 목표 달성이 용이.

나타낸 것이다. 3D Visualization SW를 사용할 경우, 현행 교과서에 비해 훨씬 효과적인 수업이 될 수 있을 것을 쉽게 알 수 있다.

표 4. 쌓기나무 평가내용의 현 교과서와 3D SW간 비교

평가 영역	평가 내용	평가방법	교과서	3D SW
지식·이해	· 쌓기나무로 만든 입체의 모양을 분석적으로 관찰, 비교할 수 있는가?	관찰평가 지필평가	△	○
	· 쌓기나무로 만든 입체의 모양에 사용된 규칙을 이해하는가?	관찰평가 지필평가	△	○
	· 입체모양을 위, 앞, 옆면에서 보고, 그림으로써 분석적으로 관찰할 수 있는가?	관찰평가 지필평가	△	○
	· 입체모양을 쌓기나무 몇 개로, 어떻게 쌓았는지 분석할 수 있는가?	관찰평가 지필평가	○	○
기능	· 이미 만들어진 모양과 동일한 모양을 쌓기나무로 만들 수 있는가?	관찰평가 지필평가	○	○
	· 쌓기나무로 만든 모양의 쌓기 나무 개수를 셀 수 있는가?	관찰평가 지필평가	○	○
	· 쌓기나무로 만든 입체 모양의 위, 앞, 옆면을 그릴 수 있는가?	관찰평가 지필평가	△	○
	· 쌓기나무로 만든 모양의 규칙성을 찾아 설명할 수 있는가?	관찰평가 지필평가	△	○
	· 쌓기나무를 이용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있는가?	관찰평가 지필평가	△	○
태도	· 학습 자료 준비를 성실하게 하고, 구체적 조작활동에 흥미를 가지고 적극적으로 참여하는 자세를 지니는가?	관찰평가	△	○
	· 생활 주변에서 입체의 모양을 찾아보고, 알게 된 것을 실생활에 적용하려는 태도를 갖는가?			

△ : 2차원 그림을 이용한 설명만으로는 평가내용에 명시된 사항을 달성하는데 어려움이 있다고 판단됨.  
○ : 3차원 영상을 기반으로 2차원의 한계점을 극복하여 평가내용을 달성.

[표 4]는 평가방법을 기준으로 현 교과서와 3D SW를 사용해서 수업할 경우를 비교해 보았다. 교과서 중심의 2차원적 교육보다 3D SW를 이용했을 때가 훨씬 효과적인 평가방법이라는 것을 알 수 있다.

### 3.4 Wings3D를 활용한 난이도별 쌓기나무 simulation

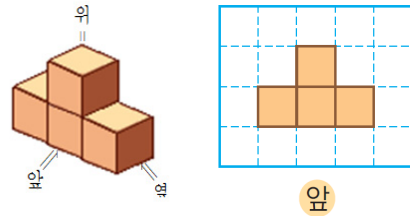
[표 5]는 초등학교 6학년 도형교육에 명시된 학습목

표를 달성하기 위해 쌓기나무 개수에 따른 수준별 난이도를 상중하로 나눈 것이다. 이를 바탕으로 교과서에 기술된 내용을 중심으로 학습 모델을 제시하고 난이도 별로 관측 방향의 변화에 기인한 관찰 결과를 비교하였다. 한편 쌓기나무에 대한 3D 모델링은 xyz축이 만나는 원점을 중심으로 실시하였다.

표 5. 초등학교 6학년 수학단원 도형 쌓기 나무 예상 난이도 (상중하)

평가 내용	수준	기준
수준파악 : 쌓기나무의 개수와 관측점 변화에 따른 모양 파악	상	9개 이상
	중	7~8개
	하	5개 이하

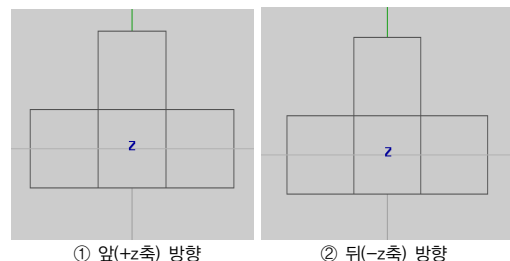
[그림 1]은 정육면체 4개를 이용한 난이도가 (하)인 쌓기나무의 예이다.



앞(+z축) 방향에서 본 모양(해답)

그림 1. 정육면체 4개를 이용한 쌓기나무 난이도(하) 도형 교육과정

현행 교과서에서는 쌓기나무의 정육면체를 앞, 옆, 위에서 보는 모양을 평면상으로 그리는 학습을 하고 있고 또한 모든 정육면체의 크기가 관찰시점 및 관측점과의 거리와는 무관하게 동일한 형태의 해답을 기술하고 있다. 반면에 Wings3D SW를 활용한 [그림 2]의 결과는 관측 방향에 따라 큰 차이가 있음을 뚜렷이 보여준다.



① 앞(+z축) 방향

② 뒤(-z축) 방향

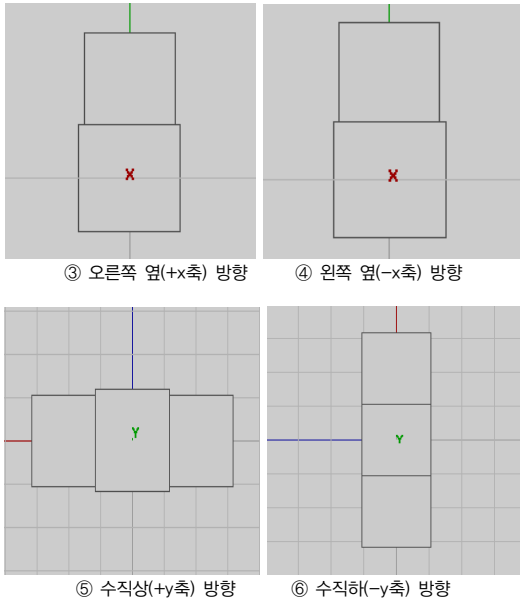
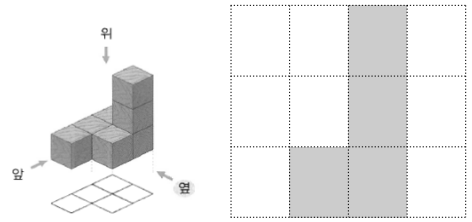


그림 2. 정육면체 4개를 이용한 쌓기나무 난이도(하) 도형 교육과정

[그림 2]의 앞(+z축, ①) 방향과 뒤(-z축, ②) 방향에서 관찰한 경우, 모든 정육면체가 동일한 거리에 있으므로 크기가 동일하게 보임을 알 수 있다. 반면에 오른쪽 옆(+x축, ③) 방향과 왼쪽 옆(-x축, ④) 방향에서 관찰한 결과에서는 원근감 때문에 크기가 다르게 보인다. 언뜻 생각하면 여러 정육면체가 관측점과는 무관하게 같은 모습으로 보일 것 같지만 3D SW를 이용하여 쌓기 나무를 모델링한 결과를 보면 피상적으로 생각한 것과는 큰 차이가 있음을 바로 알 수 있다. 그리고 수직상(+y축, ⑤) 방향에서 본 경우 역시 오른쪽 옆(+x축, ③), 왼쪽 옆(-x축, ④)방향과 마찬가지로 원근감 때문에 정육면체의 크기가 다르게 보이는 반면 수직하(-y축, ⑥) 방향에서 본 경우는 모든 정육면체가 동일한 거리에 있기 때문에 동일한 크기로 나타남을 쉽게 알 수 있다.

[그림 3]은 정육면체가 7개로 난이도가 (중)인 쌓기나무의 예이다. 쌓기나무 개수가 늘어날수록 2차원 평면 상에서 정육면체의 모양을 앞, 옆, 위에서 관찰하여 이를 그림으로 정확하게 나타내는 것은 점점 어려워진다.



앞(+z축) 방향에서 본 모양(해답)

그림 3. 정육면체 7개를 이용한 쌓기나무 난이도(중) 도형 교육과정

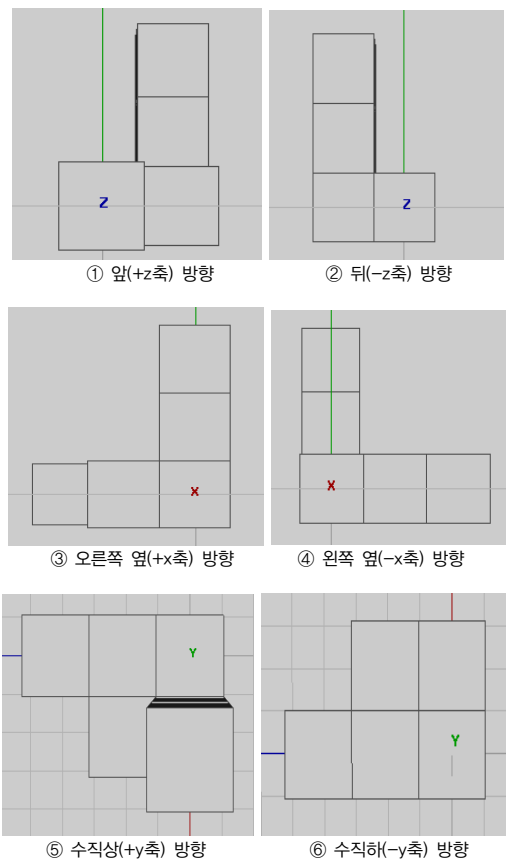
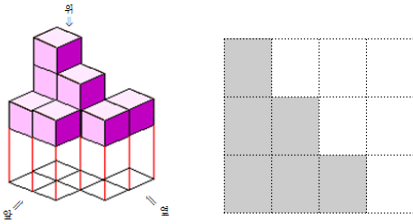


그림 4. 정육면체 7개를 이용한 쌓기나무 난이도(중) 도형 교육과정

[그림 4]는 난이도가 (중)인 입체도형을 Wings3D로 모델링한 것이다. 앞(+z축, ①) 방향과 뒤(-z축, ②) 방향에서 관찰했을 때, 2차원에서는 보이지 않는 정육면체의 옆면이 보이고 또한 정육면체의 크기도 층에 따라

다르게 나타남을 알 수 있다. 그리고 오른쪽 옆(+x축, ③) 방향과 왼쪽 옆(-x축, ④) 방향에서 관찰할 경우, 원근감에 따라 정육면체의 크기가 다를 수 있다. 또한 모든 정육면체의 크기가 동일하게 나타나는 수직하(-y축, ⑥) 방향의 경우와 비교할 때 수직상(+y축, ⑤)에서 관찰할 경우에는 크기뿐만 아니라 나타나는 형태 역시 전혀 다를 수 있다. 즉 관측점이 변화함에 따라 도형의 모습이 크게 다를 수 있다. 하지만 교과서 수업만으로는 이런 변화를 제대로 관찰하기는 거의 불가능하고, 설사 모형을 사용한다 하더라도 아래쪽 방향에서의 정육면체 모양을 관찰하는 것은 사실상 관찰이 어렵기 때문에 많은 제약이 따를 수밖에 없다.

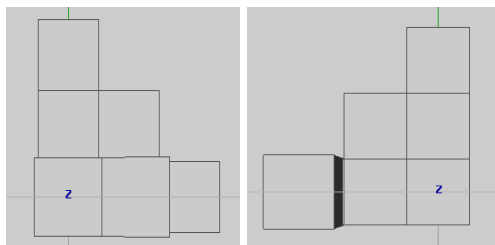
[그림 5]는 정육면체가 9개로 난이도가 (상)에 해당하는 쌓기나무의 예이다. 정육면체가 7개일 때보다 평면상에서 이를 관찰하고 분석하는데 더 큰 어려움이 따른다.



앞(+z축) 방향에서 본 모양(해답)

그림 5. 정육면체 9개를 이용한 쌓기나무 난이도(상) 도형 교육과정

[그림 6]은 난이도(상)에 해당하며 정육면체 9개 이상을 이용한 쌓기나무를 Wings3D프로그램으로 모델링한 것이다. 교과서에 기술된 [그림 5]의 해답과 비교하면 상당히 다른 형태로 나타나고 있음을 알 수 있다.



① 앞(+z축) 방향

② 뒤(-z축) 방향

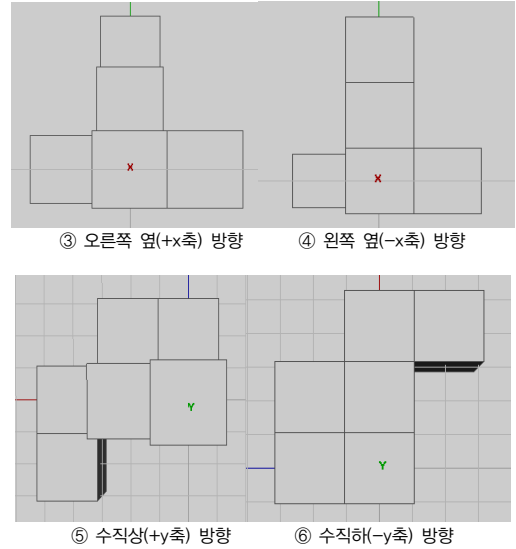


그림 6. 정육면체 9개를 이용한 쌓기나무 난이도(상) 도형 교육과정

우선 앞(+z축, ①) 방향에서 본 정육면체는 원근감 때문에 크기가 서로 다르고 뒤(-z축, ②) 방향에서 본 왼쪽 정육면체를 제외한 정육면체는 거리가 같으므로 크기는 같으나 왼쪽 하나의 정육면체는 거리상 가까워 크기가 다른 정육면체보다 크고 옆면이 보인다. 오른쪽 옆(+x축, ③) 방향과 왼쪽 옆(-x축, ④) 방향에서 쌓기나무를 관찰하면 원근감 때문에 각 층의 정육면체가 다르게 관찰된다. 또 수직상(+y축, ⑤) 방향에서 관찰한 쌓기나무는 각각 크기가 다르고 수직하(-y축, ⑥) 방향에서 관찰한 쌓기 나무의 크기는 같지만 일부 정육면체의 옆면이 보이는 점에서 뚜렷한 차이가 있다.

위에서 난이도가 서로 다른 세 가지 형태의 쌓기나무에 대해 3D SW를 활용하여 쌓기나무를 관찰한 결과, 2차원 평면을 기준으로 기술한 교과서의 내용과는 정육면체의 크기는 물론 관측방향에 따른 모양도 큰 차이가 있음을 알 수 있다.

[표 6]은 쌓기나무와 관련하여 교과서에 기술된 내용을 3D Visualization SW를 활용한 경우와 비교한 것이다. 관측방향의 변화나 난이도 및 원근감에 기인한 변화 등 모든 측면에서 현행 교과서보다 3D SW를 활용한 학습에 많은 이점이 있음을 쉽게 알 수 있다. 또 3D

SW를 활용하면 현실에서는 거의 불가능한 형태까지도 구현할 수 있는 또 다른 장점이 있다.

표 6. 현 교과서와 3D Visualization SW를 활용한 경우의 비교

비교	현행 교과서	3D Visualization SW
관측 방향의 변화	관찰방향이 제한적	다양한 방향에서 관찰이 가능(360도 가능)
쌓기나무 개수에 따른 난이도	제대로 고려하지 못함	원근감과 관측점 변화가 고려된 정확한 관찰 결과를 얻을 수 있음
원근감 고려	고려하지 못함	원근감에 따라 정육면체의 크기와 모양이 다르게 나타남
기하학적 쌓기나무 만들기	제한적	거의 제한이 없음

초등학교 도형교육에 관해 3D SW를 이용한 연구는 계속되고 있으나[10-12] Wings3D SW를 이용한 쌓기나무 도형영역의 연구 자료는 부족하다. 따라서 3D SW를 이용한 쌓기나무 선행 연구 자료와 본 연구의 Wings3D를 활용한 연구 결과를 비교분석하였다.

표 7. 3D SW와 Wings3D를 활용한 초등학교 쌓기나무 도형 영역에 관한 연구 비교분석

연구 구분 연구 내용	선행 연구			본 연구
	논문 1	논문 2	논문 3	
연구 주제	3D 그래픽 소프트웨어를 활용한 도형 학습효과	3D 탐구형 소프트웨어 활용을 통한 수학적 사고력 및 수학적 성취도 향상에 관한 연구 "초등학교 6학년 도형영역을 중심으로"	자바를 이용한 웹기반 쌓기 나무 학습 프로그램의 개발	3D Visualization SW를 활용한 초등학교 쌓기나무 도형교육에 관한 연구
사용한 3D SW	Sketchup	Sketchup	JAVA 3D	Wings3D
연구 결과 및 개선점	· 수학적 개념 형성 증진 · 수학적 성취도 증진 · 수학적 도형 영역 이해 효과 · 수학적 개념 성립을 위해 충분한 자료와 프로그램 제시 필요	· 공간시각화와 공간 방향 능력 향상 · 그래픽 소프트웨어를 이용하여 학습 효과 향상을 비교할 통계분석 필요	· 쌓기나무를 효과적으로 이해 · 공간시각화 능력 향상 도움 · 자기주도 학습 가능 · 창의력 향상 · 쌓기 나무 학습에 필요한 다양한 기능을 수정 보완 필요	· 관찰방향이 다양하고 원근에 따라 정육면체의 크기와 모양 관찰 가능 · 기하학적 쌓기 나무를 자유롭게 만들 수 있음 · 공간감각과 공간인식력 증진 · 초등학교 모든 도형교육에 적용 가능 · 실험 자료와 통계분석 필요

[표 7]은 3D SW를 활용한 초등학교 쌓기나무 도형영역 선행 연구 결과와 본 논문 결과를 비교분석하였다. 논문1[10], 논문2[11], 논문3[12]이다.

모형을 이용하여 쌓기나무 실습을 하는 경우에도 난이도가 높아지면 관측점의 변화에 따라 정육면체의 모양이나 크기를 정확하게 관찰하기는 대단히 어렵다. 따라서 공간감각 배양이라는 원래의 목적을 성취하기 위해서는 효과적인 새로운 교육 방법의 도입이 필요하다 고 판단된다. 이런 관점에서 고려할 때, 여러 가지 형태의 쌓기나무를 누구나 쉽게 구현할 수 있고 다양한 관측점에서 쌓기나무 관찰이 가능한 Wings3D와 같은 3D Visualization SW의 활용은 고려할 필요가 있다고 생각된다.

또한 선행연구 결과[8]에 의하면, 3D Visualization SW는 쌓기나무 뿐만 아니라 초등학교 수학교과 과정 중 대부분의 입체도형영역에 대해 활용이 가능한 것으로 나타나 3D SW를 활용한 도형교육이 초등학교 학생들의 공간감각과 공간 인지력을 증대시키는데 도움이 될 수 있을 것으로 기대된다.

#### 4. 결론

2011년 수학교육과정 내용은 평면도형과 입체도형을 표현할 수 있는 능력을 상중하로 구분하여 성취기준을 제시하고 있는 반면 현 초등도형교육은 교과서 중심의 2차원 평면상의 교육이므로 그 한계점을 드러내고 있다.

본 연구에서는 3D Visualization SW인 Wings3D를 이용하여 쌓기나무 도형의 난이도를 상중하로 구분하여 모델링을 한 후, x, y, z축 방향에 따라 쌓기나무의 전체적인 형태와 각 정육면체의 크기를 쉽게 관찰할 수 있도록 하였다. 그 결과 쌓기나무의 정육면체들이 보이는 모습이 원근과 x, y, z축의 여러 관찰각도에 따라 교과서와는 현저히 다른 모양으로 나타남을 알 수 있었다. 이러한 결과를 토대로 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 현행 교과서에 기술된 쌓기나무 관련내용은 2차원 평면을 위주로 학습하고 쌓기나무 정육면체의 크



기나 모양을 표면적인 결과를 도출하는 내용이 대부분 이고 관측방향 역시 거의 한 방향으로 국한되어 있다. 따라서 관측점 변화에 기인하여 나타나는 쌓기나무의 변화 양상을 정확하게 관찰하도록 명시하고 있는 교과 목표를 달성하는 것이 대단히 어려울 것으로 판단된다.

둘째, 반면 3D Visualization SW 인 Wings3D를 사용한 경우는 난이도별로 모델링이 용이할 뿐만 아니라 관측방향도 정확하게 정이가 가능하며, 관측점 변화 및 원근감에 기인한 관측결과와 변화도 쉽게 관찰이 가능하였다.

셋째, Wings3D를 활용하여 쌓기나무를 시뮬레이션 한 결과, 정육면체의 수가 증가할수록 x, y, z축의 관측점 변화에 따라 쌓기나무가 보이는 모양이 교과서에 기술과 현저히 다르게 나타났다. 특히 정육면체의 측면이 보이거나 원근에 따라 정육면체의 크기가 다르게 나타나는 점 등은 교과서에는 전혀 기술되지 않은 내용으로 Wings3D를 활용하면 공간감각과 공간 인지력 증진이라는 쌓기나무와 관련한 학습목표를 달성하는 데도 큰 도움이 될 것으로 판단된다.

마지막으로, 초등교육에 3D SW를 이용하기 위해서는 우선 SW 사용법이 간단해야 하고, 복잡한 기능보다는 공간 개념을 정확하게 인지하는 데 도움을 줄 수 있는 3D 조작도구이면서 가능한 낮은 하드웨어 사양으로 동작이 가능해야 하며 경제적 부담이 없는 open-source일 필요성이 있다. 본 연구에서 선택한 Wings3D 프로그램은 모든 요구조건을 만족하는 open-source 3D SW로 보인다.

본 연구에서 초등학교 수학교과와 쌓기나무 단원에 대해 Wings3D 프로그램을 이용하여 모델링을 하고 교과 목표에 비추어 고찰한 결과, 학생들이 2D 기반으로 교과서에 기술된 교과서만으로는 이해하기 어려운 부분을 Wings3D와 같은 3D Visualization SW를 이용하면 더 쉽게 이해할 수 있을 것으로 예상된다.

또한 Wings3D의 여러 가지 다양한 기능을 고려할 때, Wings3D와 같은 3D Visualization SW 활용 교육은 쌓기나무뿐만 아니라 직육면체나 원뿔, 원기둥 등 초등학교에서 다루는 대부분의 입체도형 관련 교육에도 쉽게 적용할 수 있을 것으로 판단된다.

## 참 고 문 헌

- [1] [별책8]수학과+교육과정(교육과학기술부+고시+제2011-361호)(최종수정), 교육과학기술부, 2011.
- [2] 문은식, 정미경, 박선환 공저, *교육심리학*, 공동체, 2007.
- [3] NCTM, *Principles and Standards for school mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, 2000.
- [4] [http://www.wings3d.com/Wings\\_3D\\_program](http://www.wings3d.com/Wings_3D_program), official website
- [5] 반재경, *공간지각 능력 향상을 위한 조작도구로서의 3차원 영상기반 탭그림의 가능성*, 안동대학교 교육대학원, 석사학위논문, 2010.
- [6] 권오남, “웹 기반 가상현실 프로그램과 지필 학습 프로그램이 공간시각화 능력에 미치는 영향,” 한국수학교육학회시리즈 A 수학교육, 제41권, 제1호, pp.45-57, 2002.
- [7] “초등학교 5-6학년 수학과 교과과정 도형 성취기준수준,” 교육과학기술부 중앙교육연수원, 2012.12.31. <http://www.neti.go.kr/>
- [8] 이중석, *공개 3D소프트웨어 Wings 3D를 활용한 초등학교 수학교과 입체도형에 대한 교육방안*, 안동대학교 교육대학원, 석사학위논문, 2008.
- [9] 배현중, “초등학교 6학년 수학과 교육과정의 도형 교육에 있어 3D SW의 활용에 관한 연구,” 한국인터넷정보학회 추계학술발표대회, 2015.
- [10] 이혜미, *3D 탐구형 소프트웨어 활용을 통한 수학적 사고력 및 수학 성취도 향상에 관한 연구 : 초등학교 6학년 “도형”영역을 중심으로*, 전주교육대학교, 석사학위논문, 2008.
- [11] 신수범, “3D 그래픽 소프트웨어를 활용한 도형 학습 효과,” *Journal of The Korea Society of Computer and Information*, Vol.18, No.1, 2013(1).
- [12] 박아름, *자바를 이용한 웹기반 쌓기 나무 학습프로그램의 개발*, 한국외국어대학교 교육대학원, 석사학위논문, 2009.

저 자 소 개

배 헌 중(Hun Joong Bae)

정회원



- 2001년 2월 : 경일대학교 전자정보공학과(공학사)
- 2003년 8월 : 경북대학교 컴퓨터공학과(공학석사)
- 2014년 3월 ~ 현재 : 영진전문대 컴퓨터정보계열 겸임교수,

안동대학교 교육대학원 정보통신교육 재학

<관심분야> : 3D 교육, 정보보안, 네트워크

김 중 성(Jong-seong Kim)

정회원



- 1980년 : 경북대학교 전자공학과(공학사)
- 1982년 : 영남대학교 대학원 전자공학과(공학석사)
- 1992년 : University of Rhode Island, 대학원, 전기컴퓨터공학

과(공학박사)

- 2004년 ~ 2005년 : University of Alberta, 컴퓨팅 사이언스 학과 객원교수
- 1994년 ~ 현재 : 안동대학교 사범대학 전자공학교육과 교수

<관심분야> : 3D 영상처리, 3D 기반 교육