

# 가상축력을 이용한 좌굴해석 및 HSB800 강재를 적용한 사장교에 대한 적용성 분석

최동호<sup>1\*</sup> · 유 훈<sup>2</sup> · 권순길<sup>3</sup> · 임지훈<sup>3</sup>

<sup>1</sup>교수, 한양대학교, 건설환경공학과, <sup>2</sup>차장, 현대건설, 연구개발본부, <sup>3</sup>박사과정, 한양대학교, 건설환경공학과

## Buckling Analysis using Fictitious Axial Forces and Its Application to Cable-Stayed Bridges with HSB800 Steel

Choi, Dong Ho<sup>1\*</sup>, Yoo, Hoon<sup>2</sup>, Gwon, Sun Gil<sup>3</sup>, Lim, Ji Hoon<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Professor, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Hanyang University, Seoul, 04763, Korea

<sup>2</sup>Senior Researcher, R&D Center, Hyundai Engineering and Construction, Yongin, 16910, Korea

<sup>3</sup>Ph.D. Candidate, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Hanyang University, Seoul, 04763, Korea

**Abstract** - System buckling analysis is usually used to determine the critical buckling load in the buckling design of cable-stayed bridges. However, system buckling analysis may yield unexpectedly large effective lengths of the members subjected to a relatively small axial force. This paper proposes a new method to determine reasonable effective lengths of girder and tower members in steel cable-stayed bridges using fictitious axial forces. An improved inelastic buckling analysis with modified tangent modulus is also presented. The effective lengths of members in example bridges calculated using the proposed method are compared with those obtained using the conventional buckling analysis method. The proposed method provides much more reasonable effective lengths of the members. When girder and tower members are built with HSB800 steel instead of conventional steel, the effective lengths of the members under a small axial force slightly decreases in the inelastic buckling analysis without fictitious axial forces, while the proposed method that considers fictitious axial forces provides almost no changes in such lengths.

**Keywords** - Elastic buckling analysis, Inelastic buckling analysis, Effective length, Fictitious axial force, Steel cable-stayed bridge, HSB800 steel

### 1. 서론

강사장교에서는 중앙경간장이 증가할 경우 케이블 장력의 증가에 의해 거더와 주탑이 큰 압축력을 받게 된다. 이러한 압축력은 거더와 주탑이 항복 상태에 도달하기 이전에 좌굴파괴를 일으키는 요인이 된다. 따라서 압축력이 크게 발생

하는 거더와 주탑 연결부 부재에 대해서 좌굴안정성을 확보하는 것이 설계시에 중요한 요건이 된다.

사장교의 안정성문제에 대한 연구로서 Tang<sup>[1]</sup>은 최초로 사장교의 2차원 모델에 대해 에너지방법을 이용하여 좌굴하중을 유도하여 계산하였으며, 이 결과를 바탕으로 좌굴안전계수를 도입하여 사장교의 좌굴에 대한 설계식을 제안하였다. 또한, Ermopoulous 등<sup>[2]</sup>은 유한요소법을 이용하여 2개의 주탑을 가지는 케이블교량의 탄성안정성해석을 수행하였다. 한편, Nogami와 Narita<sup>[3]</sup>는 사장교 및 현수교의 주탑 설계에 적용된 안정성 평가방법을 정리하고 설계방법에서 문제가 되었던 주요부재의 유효좌굴길이 및 유한요소 모델링방법, 해석방법에 대한 고찰을 수행하였다. Agrawal<sup>[4]</sup>은 케이블의 배치형태 및 배치수와 같은 사장교의 설계변수를

Note.-Discussion open until August 31, 2017. This manuscript for this paper was submitted for review and possible publication on November 26, 2015; revised July 28, 2016; approved on October 11, 2016.

Copyright © 2017 by Korean Society of Steel Construction

\*Corresponding author.

Tel. +82-2-2220-0328 Fax. +82-2-2220-1945

E-mail. samga@hanyang.ac.kr

매개변수화하여 해석을 수행하였고, 다수의 케이블 배치를 적용하는 경우에 케이블에 작용되는 긴장력은 급격히 감소함을 밝혔다. 비슷한 연구로서 Tang<sup>[5]</sup>은 중앙경간 대 측경간 비 및 거더와 주탑의 강성비 등을 설계 변수화하여 고유치 해석을 통한 매개변수해석을 수행하였다. 상기의 연구들은 사장교가 고차의 부정정구조물이며, 주탑과 거더는 보-기둥 부재로 거동하므로 해석이론이 복잡하여 탄성해석에서 이용되는 분기형좌굴이론을 도입한 연구였다. 그러나 실제 사장교의 극한강도에 지배적인 인자는 재료의 비탄성거동에 의해 지배받는다라는 연구결과들이 나오면서 기하학적 비선형 뿐만 아니라 재료적 비선형을 고려한 하중-변위해석에 대한 연구들이 진행되기 시작하였다<sup>[6]</sup>.

현재의 국내 장대 사장교의 좌굴해석 및 설계방법은 탄성고유치해석에 의하여 부재 단위의 임계좌굴하중을 산정하고, 주요 부재의 안정성을 도로교설계기준<sup>[7]</sup>의 응력검토식과 안정검토식에 의거하여 검토하고 있다. 국내에서 수행된 기존 연구에서도 탄성 및 비탄성 고유치해석에 기반하여 강프레임 및 강사장교의 압축부재에 대한 유효좌굴길이를 산정한 바 있다<sup>[8],[9],[10]</sup>. 그러나 이러한 기존 방법에 의해서는 대 사장교와 같은 복합적인 구조형식에 대한 엄밀한 유효좌굴길이와 임계좌굴하중을 산정할 수 없으며, 압축력이 미소한 부재에 대하여 과도하게 긴 유효좌굴길이를 산정하는 문제점을 내포하고 있다.

한편, 최근 국내에서 HSB800(High-performance steel for bridges with a ultimate tensile stress of 800MPa)과 같은 고강도 강재가 교량구조물에 적용되기 시작하였고, 휨강도나 압축강도 등에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다<sup>[11],[12],[13]</sup>. 그러나 대부분의 연구가 거더와 같은 부재단위에 한정되어 있고, 고강도 강재가 사장교와 같은 복잡한 케이블교량의 전체 좌굴거동에 미치는 영향은 현재까지 분석된 바가 없다.

이와 같은 연구 배경을 기초로 하여, 본 연구에서는 장경간 강사장교의 좌굴설계 관점에서 거더 및 주탑 부재의 유효좌굴길이를 합리적으로 산정하는 방법을 제시하고, 교량용 고강도 강재인 HSB800을 거더와 주탑에 적용할 경우 부재별 좌굴 성능 향상 정도를 분석하였다.

## 2. 기존의 좌굴해석 방법

### 2.1 탄성 좌굴해석

수치해석을 근간으로 한 강사장교 거더와 주탑의 유효좌

굴길이는 탄성 좌굴해석에 의하여 산정될 수 있다. 탄성이론에 근거한 분기형 좌굴이론은 수치해석적으로 구조계의 강성이 0이 되는 시점을 고유치해석을 통하여 계산하는 방법으로 식 (1)과 같이 나타낸다.

$$([K_E] + \kappa [K_G]) \{\phi\} = 0 \quad (1)$$

여기서,  $K_E$ 는 선형탄성강성행렬,  $K_G$ 는 기하강성행렬,  $\{\phi\}$ 는 좌굴모드형상을 나타낸다.

각 부재의 좌굴하중은 고유값  $\kappa$ 에 초기 부재력을 곱한 값으로 표현이 가능하다. 또한 전체계의 좌굴강도는 하중-중분개념으로 고유값  $\kappa$ 를 사용하여 나타낼 수 있다. 이러한 접근법을 이용하여 사장교의 전체 구조물이 불안정 상태에 도달할 때, 교량 구조 내의 모든 부재가 동시에 불안정 상태에 도달한다는 가정을 도입하면 각 부재의 좌굴하중은 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{\sigma,e} = \kappa P \quad (2)$$

여기서,  $P_{\sigma,e}$ 은 부재의 좌굴하중을 나타내고  $P$ 는 초기 부재력을 의미한다.

식 (2)에 의한 부재의 좌굴 하중은 오일러 좌굴하중과 연관시켜 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\kappa P = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2} \quad (3)$$

여기서,  $E$ ,  $I$  및  $L_e$ 는 각각 부재의 탄성계수, 단면 2차모멘트 및 유효좌굴길이를 나타낸다.

식 (3)에 의해서 구조물 내의 부재의 유효좌굴길이는 식 (4)와 같이 계산할 수 있다.

$$L_e = \sqrt{\frac{\pi^2 EI}{\kappa P}} \quad (4)$$

식 (4)로부터 계산되는 강사장교 거더와 주탑 부재의 유효좌굴길이는 강사장교 전체계가 불안정 상태에 도달할 때, 각 부재도 동시에 불안정 상태에 도달한다는 가정 하에서 유도되었다.

## 2.2 비탄성 좌굴해석

Engesser<sup>[14]</sup>에 의해서 제안된 기둥의 접선탄성계수 이론은 분기형 좌굴이론에서 기둥의 비탄성효과를 접선탄성계수로 고려하여 해석하는 방법으로 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_t I}{L_e^2} = \frac{E_t}{E} P_{cr,e} \quad (5)$$

여기서,  $P_{cr}$ 는 비탄성좌굴하중,  $E_t$ 는 접선탄성계수,  $E$ 는 탄성계수,  $L_e$ 는 부재의 유효좌굴길이,  $P_{cr,e}$ 는 탄성좌굴하중을 의미한다. 식 (5)에서 접선탄성계수  $E_t$ 를 기준으로 식을 정리하면 식 (6)과 같이 변형할 수 있다.

$$E_t = \frac{P_{cr}}{P_{cr,e}} E \quad (6)$$

식 (6)에 나타난 바와 같이 접선탄성계수  $E_t$ 는 탄성좌굴하중에 대한 비탄성좌굴하중의 비에 탄성계수  $E$ 를 곱하여 구할 수 있다. 비탄성 좌굴해석 과정에서 사장교 주요 부재의 탄성좌굴하중  $P_{cr,e}$ 는 탄성고유치해석에서 구할 수 있으나 현재 주요 부재의 응력상태를 알 수 없으며 따라서 접선탄성계수  $E_t$ 가 미지의 상태에 있으므로 비탄성좌굴하중과 접선탄성계수를 동시에 결정하기 위해서는 반복해석 과정이 요구된다. 비탄성 좌굴해석을 이용한 고유치해석방법은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$([K_E] + \kappa[K_G])\{\phi\} = \{0\} \quad (7)$$

여기서,  $K_E$ 는 접선탄성계수를 사용한 강성행렬이다.

비탄성 좌굴해석 과정은 해석 첫 단계로 재하 하중에 대한 고유치해석을 수행하게 되며 여기에서 구해진 각 부재의 탄성좌굴하중과 각 부재의 유효좌굴길이를 통하여 기둥의 강도곡선으로부터 비탄성좌굴하중을 구하게 된다. 그러나 해석 첫 단계에서는 각 부재의 접선탄성계수가 명확하게 구해진 것이 아니기 때문에 탄성좌굴하중과 비탄성좌굴하중은 큰 차이를 보이게 된다. 따라서 식 (6)을 적용하여 각 부재의 개선된 접선탄성계수를 계산하고 구조물의 고유치해석을 다시 수행하게 되며 고유치해석에서 계산된 하중  $P_{cr,e}$ 와 기둥의 강도곡선에서 계산된  $P_{cr}$ 가 수렴될 때까지 고유치해석을

반복한다. 비탄성 좌굴해석이 최종적으로 수렴된 경우에 식 (7)에 의하여 계산된 최소고유치는 도로교설계기준의 기둥의 강도곡선을 이용하여 각 부재의 비탄성효과를 근사적으로 고려한 극한내하력을 의미하게 된다. 비탄성 좌굴해석의 절차는 다음과 같다<sup>[15]</sup>.

- ① 하중조건 및 초기조건 하에 미소변위 유한요소해석에 의해 단면력을 구하고 재료강성행렬과 기하강성행렬을 구성한다.
- ②  $[[K_E(E_t^i) + \kappa[K_G(P)]] = 0$ 의 고유치해석에서 최소고유치를 구하여 각 단면의 좌굴하중  $P_{cr,e,j}^i = \kappa^i P_j$ 을 산출한다. 여기서,  $i$ 는 해석반복회수를 나타내며  $j$ 는 부재번호를 나타낸다.
- ③ 각 단면의 유효좌굴길이를  $L_{e,j}^i = \pi \sqrt{\frac{E_{t,j}^{i-1} I_j}{\kappa^i P_j}}$ 에 의해 산출하고 대응하는 기준 강도  $P_{cr,j}^i$ 를 기준강도곡선으로 산출한다.
- ④ 전단계의  $E_{t,j}^{i-1}$ 로부터 얻어진  $E_{t,j}^i = \frac{P_{cr,j}^i}{P_{cr,e,j}^i} E_{t,j}^{i-1}$ 에 대하여  $\frac{E_{t,j}^i - E_{t,j}^{i-1}}{E_{t,j}^{i-1}} < \epsilon$ 을 이용하여 수렴을 판정한다. 수렴하지 않은 경우 ②로 되돌아가 수렴할 때까지 반복 계산한다. 여기서,  $\epsilon$ 은 수렴기준을 의미한다.

## 3. 가상축력을 이용한 개선된 유효좌굴길이 산정방법

하중 작용으로 인하여 각 부재의 강성이 모두 동일하게 분배된 이상적인 구조물의 경우에는 전체 구조물이 좌굴로 인하여 파괴되는 경우, 각 부재도 동시에 모두 파괴될 것이라는 가정이 가능하다. 따라서 이러한 경우, 기존의 탄성 좌굴해석 방법을 사용하여도, 즉 전체 구조계에서 계산된 최소고유치를 각 부재의 좌굴하중 산정에 일괄적으로 사용하여도 정확한 유효좌굴길이를 계산할 수 있다. 그러나 실제 구조물의 경우에는 구조물 내부에서 가장 불안정한 부재의 파괴에 의하여 전체 구조물이 좌굴파괴된 경우라 하더라도 압축력이 미소한 일부 부재는 부재 개별적으로만 판단할 때, 좌굴에 대하여 충분한 강성을 지니고 있을 수 있다. 이러한 경우에는 전체 구조물의 해석에서 계산된 최소 좌굴고유치와 해

당 부재의 압축력의 곱이 그 부재의 좌굴하중을 의미하지 않게 된다. 따라서 압축력이 미소한, 보다 안정한 부재에 대해서는 기존의 탄성 좌굴해석 방법은 그 부재의 유효좌굴길이를 합리적으로 산정하지 못한다. 이러한 문제점은 이미 전형적인 다층 강프레임 구조에서 여러 연구자에 의하여 지적된 바 있다<sup>[16],[17],[18]</sup>.

압축력이 미소한 부재의 실제 좌굴하중은 식 (2)에 의하여 정의되는 하중에 비하여 보다 큰 값을 가지게 되며, 따라서 해당 부재의 좌굴하중은 식 (8)과 같이 가상축력  $\Delta P$ 를 더함으로써 보다 합리적으로 예측할 수 있다<sup>[19]</sup>.

$$\overline{P}_{cr,j} = \overline{\kappa}(P_j + \Delta P) = \frac{\pi^2 E_j I_j}{(\overline{K}_j L_j)^2} \quad (8)$$

해당 부재에 가상축력이 더해짐으로써 각 부재의 좌굴하중이 변화하게 되기 때문에 좌굴해석에서 계산되는 좌굴고유치가 변화하게 되고 이어서 유효좌굴길이계수도 변화하게 된다. 가상축력의 도입으로 인한 해당부재의 유효좌굴길이는 식 (9)로 계산 가능하다<sup>[19]</sup>.

$$\overline{L}_{e,j} = \overline{K}_j L_j = \pi \sqrt{\frac{E_j I_j}{\overline{P}_{cr,j}}} = \pi \sqrt{\frac{E_j I_j}{\overline{\kappa}(P_j + \Delta P)}} \quad (9)$$

가상축력의 도입으로 인하여 해당부재의 정확한 좌굴하중을 예측할 수 있기 때문에 각 부재의 유효좌굴길이를 합리적으로 산정할 수 있다.

가상축력법은 각 부재의 압축력을 인위적인 방법으로 증가시키기 때문에 고유치해석에 기반을 둔 탄성 및 비탄성 좌굴해석의 해석 전반에 영향을 미치게 된다. 우선, 고유치해석에서 기하강성행렬은 식 (10)과 같이 변화한다<sup>[19]</sup>.

$$[\overline{K}_G] = \left(1 + \frac{\Delta P}{P}\right) [K_G] \quad (10)$$

기하강성행렬의 변화로 인하여 고유치해석의 기본식은 식 (11)과 같이 변화한다.

$$([\overline{K}_E] + \overline{\kappa} [\overline{K}_G]) \{\phi\} = \{0\} \quad (11)$$

여기서,  $[\overline{K}_G]$ 는 전체 시스템에 대한 수정된 기하강성행렬이다.  $\overline{\kappa}$ 는 식 (11)로 계산되는 최소 고유치이다. 각 부재의

내부 축력과 마찬가지로 전체 구조 시스템의 고유치는 변화므로, 부재의 유효좌굴길이계수는 식 (4)가 아닌 식 (9)로 계산되어야 한다.

가상축력은 크기를 알 수 없는 값이고 프레임에서 부재 별로 다양한 값을 지닐 수 있으므로 프레임의 부재들 사이에서 두 종류의 극단적인 경우를 고려하였다. 우선 프레임의 총 좌굴에서 가장 큰 영향을 주는 가장 영향력있는 부재  $m_i$  및 프레임의 총 좌굴에 거의 영향을 주지 않는 가장 영향력없는 부재  $l_i$ 를 고려하면 프레임의 모든 부재에 대하여 고유치  $\overline{\kappa}$ 는 유일하므로, 식 (8)은 이러한 두 부재들에 대하여 식 (12)와 같이 표현할 수 있다<sup>[19]</sup>.

$$\overline{\kappa} = \frac{\pi^2 E_l I_l}{(\overline{K}_l L_l)^2 (P_l + \Delta P)} = \frac{\pi^2 E_{m_i} I_{m_i}}{(\overline{K}_{m_i} L_{m_i})^2 P_{m_i}} \quad (12)$$

가장 영향력 있는 부재는 가상축력을 추가할 필요가 없기 때문에 식 (12)의 오른쪽 항과 같이 표현할 수 있다. 식 (12)를 이용하면 부재의 가상축력은 식 (13)과 계산할 수 있다<sup>[19]</sup>.

$$\Delta P = \frac{E_l I_l}{E_{m_i} I_{m_i}} \left( \frac{\overline{K}_{m_i} L_{m_i}}{\overline{K}_l L_l} \right)^2 P_{m_i} - P_l \quad (13)$$

쉽고 안정적인 반복과정을 위하여,  $\overline{K}_{m_i}$  및  $\overline{K}_l$ 는 초기 반복과정에서 1.0이라 가정하고 이러한 가정으로부터  $\Delta P$ 의 일정한 값은 간략화를 위해 초기 반복 다음에 일어나는 반복에서 사용된다.

프레임의 부재들 간에 강성 매개변수  $L\sqrt{P/EI}$ 를 비교하여 가장 영향력 있는 부재 및 가장 영향력 없는 부재를 구분한다. 반복과정 중에, 각 부재의 축력은 식 (11)에서의 고유치를 변하게 만드는 가상축력에 의해 증가된다. 각 부재의 유효좌굴길이계수는 수정된 축력과 계산된 최소 고유치를 포함하는 식 (9)를 사용하여 순차적으로 재계산된다.

Fig. 1은 가상축력을 도입한 탄성 좌굴해석의 제안된 방법에 대한 흐름도를 보여준다. 제안된 방법은 고전적인 탄성 좌굴해석 및 제안된 반복 좌굴해석의 두 단계로 수행되며, 제안된 방법의 상세한 설명은 다음과 같다<sup>[19]</sup>.

- ① 일반적인 유한요소해석으로 단면력을 산정한 후 오일러 좌굴공식, 즉 식 (3)을 사용하여 기둥의 좌굴길이계수를 결정한다. 여기서, 오일러 좌굴공식은  $K_j^i = \sqrt{(\pi^2 E_j I_j) / (\kappa^i P_j^i)} / L_j$ 이며,  $\kappa^i$ 는 고유치 문제를 풀어

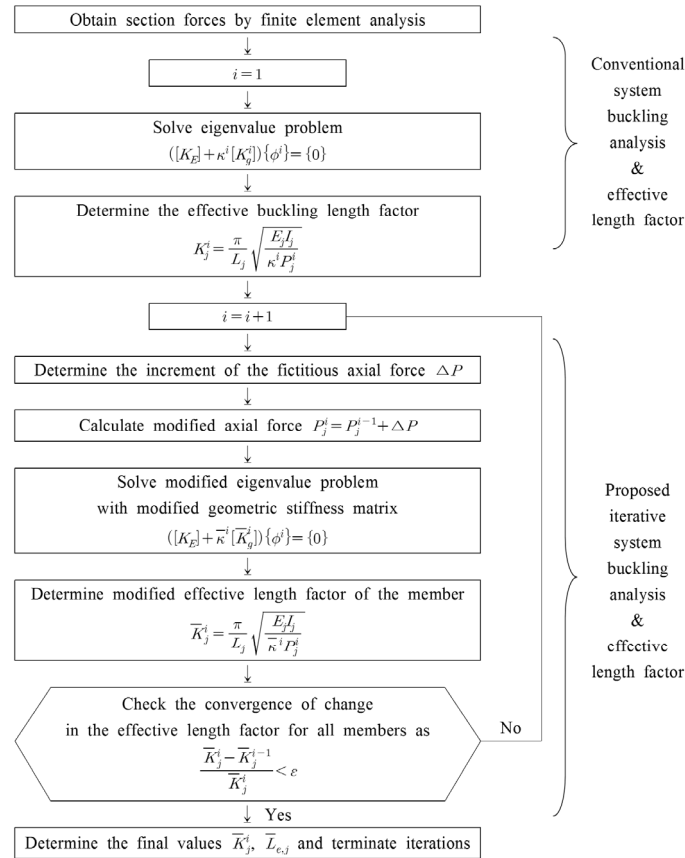


Fig. 1. Procedure of improved method for effective length factor<sup>[19]</sup>

- 도출한다.  $i$ 는 반복횟수를 나타내고,  $j$ 는 부재의 번호를 나타낸다. 이는 고전적인 탄성 좌굴해석법이다.
- ② 구조물에서 가장 영향력 있는 기둥 및 가장 영향력 없는 기둥을 구별하여 제안된 반복좌굴해석의 과정을 시작한다.
  - ③ 식 (13)을 사용하여 가상축력의 증분을 결정한다.
  - ④  $i = i + 1$ 로 반복한다.
  - ⑤ 이전의 반복단계에서의 축력에서 가상축력을 추가하여 각 부재의 수정된 축력을  $P_j^i = P_j^{i-1} + \Delta P$ 로부터 계산한다.
  - ⑥ 단계 ⑤에서 얻은 수정된 축력을 사용하여 구조물의 기하강성행렬(식 (10))을 수정하고,  $([K_E] + \kappa^i [K_G^i]) \{\phi\} = \{0\}$  로 수정된 고유치 문제를 푼다. 이 과정에서 구조물의 탄성 강성행렬은 변하지 않는다.
  - ⑦ 식 (9)인  $\bar{K}_j^i = \sqrt{(\pi^2 E_j I_j) / (\kappa^i P_j^i)} / L_j$ 을 사용하여 각 부재의 유효좌굴길이계수를 결정한다.
  - ⑧  $(\bar{K}_j^i - \bar{K}_j^{i-1}) / \bar{K}_j^i < \varepsilon$ 의 식으로 수렴을 확인한다. 여

기서,  $\varepsilon$ 은 수렴한계(=0.01)이다. 모든 부재에 대해 수렴하면, 부재의 마지막 유효좌굴길이계수를 결정하고 반복을 종료한다. 수렴하지 않았을 경우, 단계 ④로 돌아간다. 이후에 일어나는 반복에서, 수렴한계를 만족하는 부재에 대해서는 가상축력을 추가할 필요가 없다.

#### 4. 수정된 유효접선탄성계수를 이용한 비탄성 좌굴해석

본 연구에서는 앞서 제안한 가상축력을 이용한 좌굴해석법과 더불어, 유효접선탄성계수를 이용한 기존의 비탄성 좌굴해석의 불합리성을 극복하기 위해 새로운 비탄성 좌굴해석법을 제안하였다. 유효접선탄성계수를 이용한 비탄성 좌굴해석법의 핵심은 부재의 오일러 좌굴하중을 기둥강도곡선과 동일하게 하는 것이며, 유효접선탄성계수는 식 (14)와 같이 표현된다.

$$E_{i,j}^i = \frac{P_{\sigma,j}^i}{P_{\sigma,e,j}^i} E_{i,j}^{i-1} \quad (14)$$

식 (14)는 오른쪽의 접선계수 항을 왼쪽으로 이항하여 식 (15)와 같이 변형될 수 있다.

$$\frac{E_{i,j}^i}{E_{i,j}^{i-1}} = \frac{P_{\sigma,j}^i}{P_{\sigma,e,j}^i} \approx 1.0 \quad (15)$$

유효접선탄성계수를 이용한 비탄성 좌굴해석법은 오일러 좌굴하중  $P_{\sigma,e,j}^i$  를 기동강도곡선의 좌굴하중  $P_{\sigma,j}^i$  와 동일시 하는 과정이므로, 부재의 이전 접선탄성계수와 현재의 접선탄성계수와의 비는 마지막 반복단계에서 1.0의 값에 도달하게 된다. 즉, 식 (15)에 주어진 사장교에서 모든 부재의 비는 유효접선탄성계수를 이용한 비탄성 좌굴해석과정의 완료 후 1.0의 값을 갖게 된다. 따라서, 부재의 오일러 좌굴하중은 식 (16)과 같이 쓸 수 있다.

$$P_{\sigma,e,j}^i = \kappa^i P_j \quad (16)$$

여기서,  $P_j$ 는 선형탄성해석으로 계산된 부재의 축력이다. 식 (15)의  $P_{\sigma,e,j}^i$  를 식 (16)의 값으로 대입하고 식 (15)에서 분자와 분모의 항을 바꾸면 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{E_{i,j}^{i-1}}{E_{i,j}^i} = \frac{P_{\sigma,e,j}^i}{P_{\sigma,j}^i} = \frac{\kappa^i P_j}{P_{\sigma,j}^i} \approx 1.0 \quad (17)$$

고유치  $\kappa^i$ 는 기하학적으로 완벽한 시스템을 갖는 전체 구조물의 극한 하중계수를 뜻하므로,  $\kappa^i P_j$ 의 항은 전체 구조물이 안정성을 상실하였을 때의 부재에 대한 극한 하중으로 고려될 수 있다. 보-기동 부재에서 부재의 안정성은 일반적으로 식 (18)과 같은 축력-휨 모멘트 안정성 평가식으로 검토된다.

$$\frac{P}{P_n} + \frac{M_y}{M_{ny}} + \frac{M_z}{M_{nz}} = 1.0 \quad (18)$$

여기서,  $P$ ,  $M_y$ , 및  $M_z$ 는 각각 작용하중 하에서의 축력, 강축 및 약축에 대한 휨모멘트이며,  $P_n$ ,  $M_{ny}$ , 및  $M_{nz}$ 는 각각 공칭하중강도, 보-기동의 강축 및 약축에 대한 공칭 휨강도이다. 기존의 유효접선탄성계수를 이용한 비탄성 좌굴해석

의 수렴기준으로 사용되는 식 (17)은 축력의 항으로만 구성 되어 있고, 이는 축력과 휨모멘트를 동시에 받는 부재에 대하여 불합리성을 지니고 있기 때문에, 이를 극복하는 비탄성 좌굴해석의 새로운 수렴기준을 유도하기 위하여 식 (17)에 식 (18)을 추가로 고려하였다. 식 (18)의 축력 및 휨모멘트는 식 (19)과 같이 나타낼 수 있다.

$$P = \kappa^i P_j, \quad M_y = \kappa^i M_{y,j}, \quad M_z = \kappa^i M_{z,j} \quad (19)$$

여기서,  $P_j$ ,  $M_{y,j}$ , 및  $M_{z,j}$ 는 선형탄성해석으로 계산된 축력, 강축 및 약축에 대한 휨모멘트이다. 보-기동의 공칭강도 항인  $P_n$ ,  $M_{ny}$ , 및  $M_{nz}$  또한 식 (20)으로 나타낼 수 있다.

$$P_n = P_{\sigma,j}^i, \quad M_{ny} = M_{py,j}, \quad M_{nz} = M_{pz,j} \quad (20)$$

여기서,  $P_{\sigma,j}^i$ 는  $i$ 번째 반복에서 기동강도곡선으로부터 계산된 기동의 좌굴하중이며,  $M_{py,j}$  및  $M_{pz,j}$ 는 부재의 강축 및 약축에 대한 소성모멘트이다. 제안된 비탄성 좌굴해석에서 부재의 소성모멘트는 반복과정에 영향을 받지 않는다. 식 (18) 및 식 (20)을 식 (17)에 대입하고 유효접선탄성계수를 이용한 좌굴해석법에 대한 기존의 수렴기준을 고려하여 식 (21)과 같은 비탄성 좌굴해석에 대한 변환된 상관공식을 제안하였다.<sup>[20]</sup>

$$\frac{E_{i,j}^{i-1}}{E_{i,j}^i} = \frac{\kappa^i P_j}{P_{\sigma,j}^i} + \frac{\kappa^i M_{y,j}}{M_{py,j}} + \frac{\kappa^i M_{z,j}}{M_{pz,j}} \approx 1.0 \quad (21)$$

식 (21)에서 분모와 분자의 항을 서로 전환하여 제안된 비탄성 좌굴해석에 대한 새로운 유효접선탄성계수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>[20]</sup>

$$E_{i,j}^i = \frac{P_{\sigma,j}^i M_{py,j} M_{pz,j}}{\kappa^i P_j M_{py,j} M_{pz,j} + P_{\sigma,j}^i \kappa^i M_{y,j} M_{pz,j} + P_{\sigma,j}^i M_{py,j} \kappa^i M_{z,j}} E_{i,j}^{i-1} \quad (22)$$

도로교설계기준<sup>[7]</sup> 및 AASHTO 설계기준<sup>[21]</sup>의 보-기동 부재의 안정성에 대한 상관식을 이용하고 식 (19)~(22)에서의 동일한 유도과정을 사용하면, 새로운 유효접선탄성계수를 더욱 실용적인 형태인 식 (23)로 나타낼 수 있다.<sup>[20]</sup>

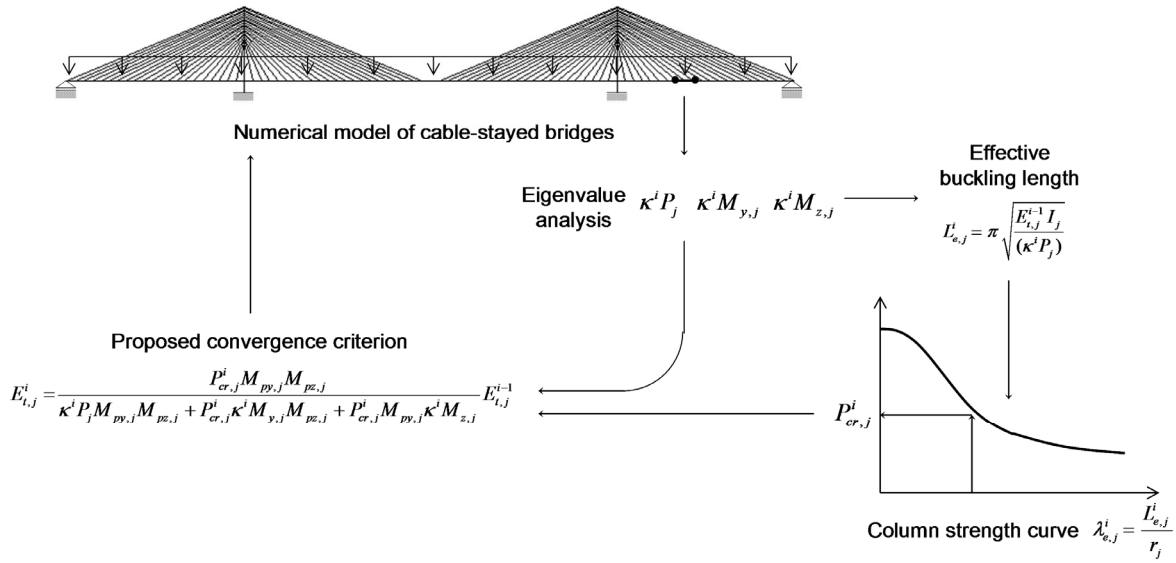


Fig. 2. Outline of inelastic buckling analysis using modified tangent modulus

$$\frac{\kappa^i P_j}{P_{cr,j}^i} < 0.2 \text{ 일 때,}$$

$$E_{t,j}^i = \frac{2P_{cr,j}^i M_{py,j} M_{pz,j} \times E_{t,j}^{i-1}}{\kappa^i P_j M_{py,j} M_{pz,j} + 2P_{cr,j}^i \kappa^i M_{y,j} M_{pz,j} + 2P_{cr,j}^i M_{py,j} \kappa^i M_{z,j}} \quad (23a)$$

$$\frac{\kappa^i P_j}{P_{cr,j}^i} \geq 0.2 \text{ 일 때,}$$

$$E_{t,j}^i = \frac{9P_{cr,j}^i M_{py,j} M_{pz,j} \times E_{t,j}^{i-1}}{9\kappa^i P_j M_{py,j} M_{pz,j} + 8P_{cr,j}^i \kappa^i M_{y,j} M_{pz,j} + 8P_{cr,j}^i M_{py,j} \kappa^i M_{z,j}} \quad (23b)$$

제안된 비탄성 좌굴해석은 각 요소의 접선탄성계수인 식 (23)을 제외하고는 앞서 설명된 기존의 비탄성 좌굴해석<sup>[15]</sup>과 같은 과정으로 수행된다. 해석과정에 대한 개요도는 Fig. 2에 나타나 있다.

## 5. 수치해석 결과

### 5.1 예제 수치 모델

본 연구에서 제안된 방법의 적용을 위하여 선정된 수치해석 모델은 Fig. 3에 나타난 3경간 연속 사장교이며, 중앙경

간 장 600m, 900m, 1200m를 가지는 총 3가지 모델로 설정하였다. 각 모델에서 측경간은 중앙경간의 1/2로 가정하였고 주탑의 높이는 중앙경간장의 1/5로 가정하였다.

수치모델에 사용된 거더와 주탑 및 케이블의 단면 제원은 Table 1~3에 정리되어 있다. 거더와 주탑의 탄성계수 및 항복응력은 각각 210GPa과 450MPa이며 케이블의 탄성계수는 200GPa을 사용하였다. 고강도강재의 효과를 분석하기 위해, 거더와 주탑에 680MPa의 항복강도를 가지는 HSB800을 추가적으로 적용하였다. HSB800 강재를 적용한 모델은 일반강재를 적용한 모델과 비교하여 거더와 주탑의 항복강도만 다른 값을 가지고, 그 외의 속성은 모두 동일하도록 설

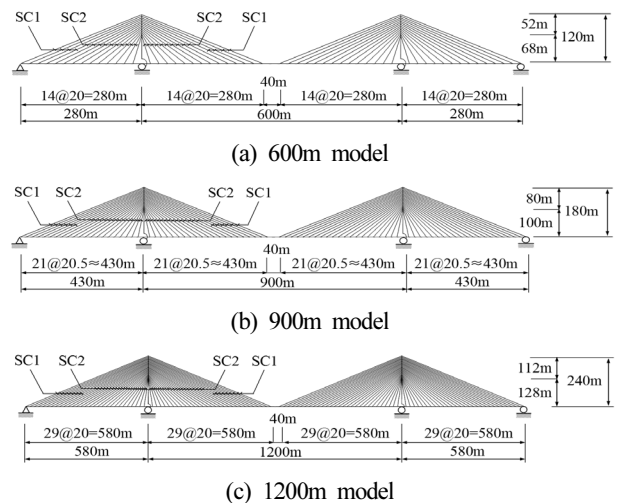


Fig. 3. Numerical example models of cable-stayed bridge<sup>[22]</sup>

**Table 1.** Section properties of girder<sup>[22]</sup>

Center span (m)	Area A(m <sup>2</sup> )	Moment of inertia I(m <sup>4</sup> )
600	1.596	5.270
900		
1200		

**Table 2.** Section properties of tower<sup>[22]</sup>

Center span (m)	Area A(m <sup>2</sup> )	Moment of inertia I(m <sup>4</sup> )
600	1.114	10.915
900	1.434	22.380
1200	1.754	39.900

**Table 3.** Section properties of cable<sup>[22]</sup>

Center span (m)	Area A(m <sup>2</sup> )	
	SC1	SC2
600	2.686	1.439
900	2.825	1.352
1200	3.056	1.624

**Table 4.** Dead and live loads of models<sup>[22]</sup>

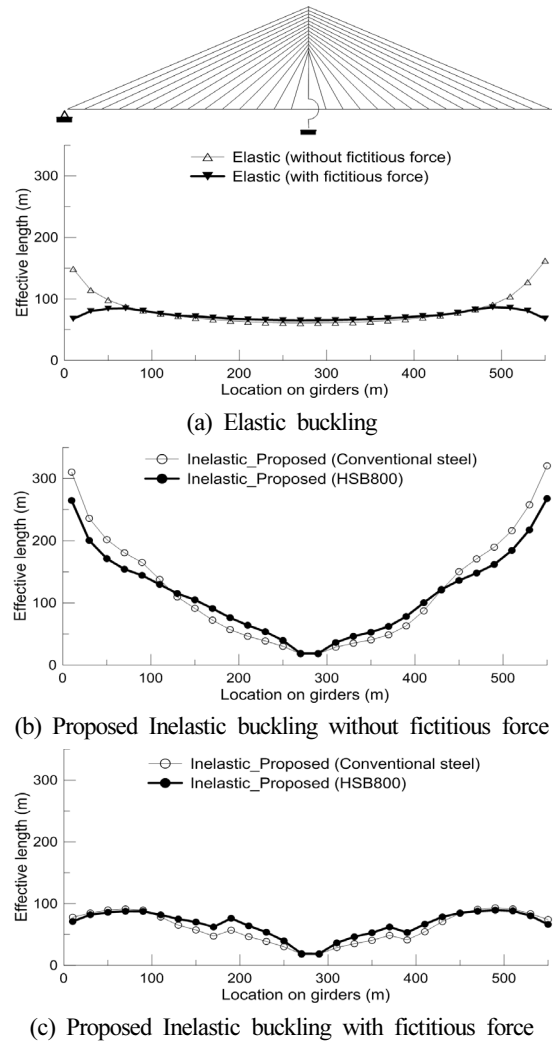
Model	Dead load (DL)		Live load (LL) (kN/m)
	Girder (kN/m)	Tower (kN/m)	
600m	232.00	120.06	76.20
900m		154.55	
1200m		189.03	

정하였다. 그리고 하중조건은 고정하중(DL)과 활하중(LL)만을 고려하였고, 하중조합은 1.2DL+1.7LL을 적용하였다. Table 4는 예제 사장교 모델에 적용된 하중을 나타내고 있다.

### 5.2 유효좌굴길이 산정결과의 비교

Fig. 4~6은 600m, 900m, 1200m 모델의 좌측 절반에 대한 거더의 유효좌굴길이를 나타내고, Fig. 7~9는 좌측 주탑의 유효좌굴길이를 나타낸다. 탄성 좌굴해석에서는 HSB800의 적용여부와 상관없이 같은 결과를 내기 때문에 HSB800 적용시의 결과는 나타내지 않았고, 탄성 및 제안된 비탄성 좌굴해석에 있어서의 가상축력의 영향과 제안된 비탄성 좌굴해석에 있어서의 HSB800 적용의 영향을 분석하였다.

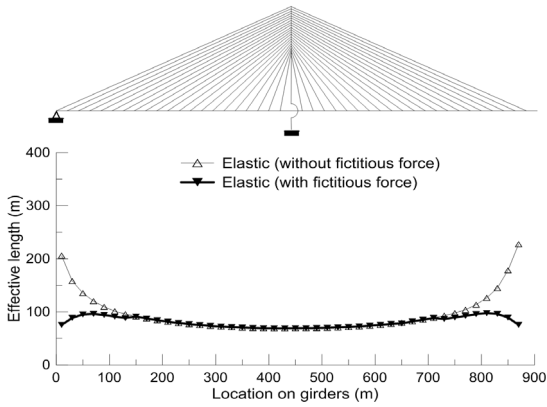
Fig. 4~6에 나타난 바와 같이, 가상축력을 고려하지 않은



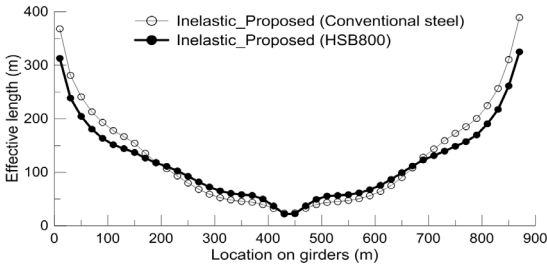
**Fig. 4.** Effective length of girder(600m model)

탄성 및 제안된 비탄성 좌굴해석은 축력이 작게 발생하는 부재(축경간 단부 및 중앙경간 중심부)에 대해 매우 큰 유효좌굴길이 값을 산출한다. 또한 비탄성 좌굴해석에서는 큰 축력이 발생하는 부재의 접선탄성계수가 크게 감소하므로, 이로부터 산정된 거더의 유효좌굴길이는 탄성 좌굴해석 결과와 비교하여, 축력이 크게 발생하는 부재(거더와 주탑의 교차부 근처)에서는 더 작고 축력이 작게 발생하는 부재에서는 더 크게 나타난다. 예를 들면, 600m 모델의 경간 왼쪽 가장자리에서의 탄성 좌굴해석에 의한 유효좌굴길이는 약 150m이고, 1200m 모델에서는 약 250m로 매우 크게 산정되며, 가상축력을 도입하지 않은 제안된 비탄성 좌굴해석에서 더 큰 유효좌굴길이가 산출된다. 따라서 구조물에서 작은 축력을 가진 부재가 중요 부재로 평가되며, 이는 시스템 좌굴해석에서 전체 구조물이 안정성을 잃어버릴 때 모든 부재는 각각의

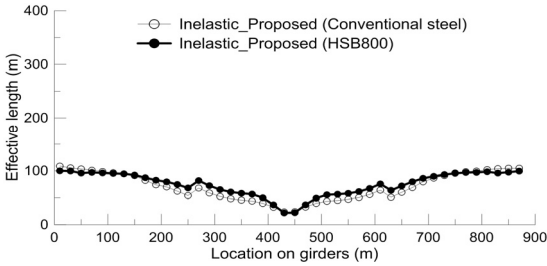




(a) Elastic buckling



(b) Proposed Inelastic buckling without fictitious force



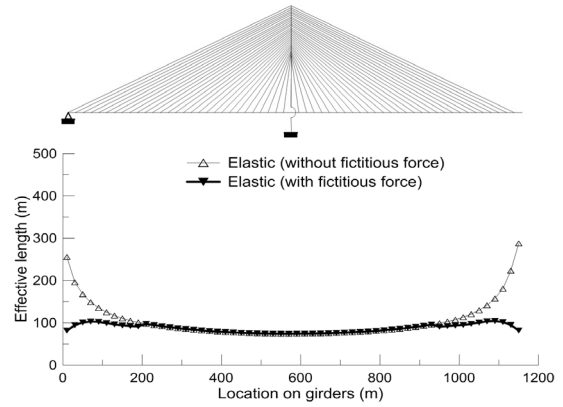
(c) Proposed Inelastic buckling with fictitious force

Fig. 5. Effective length of girder(900m model)

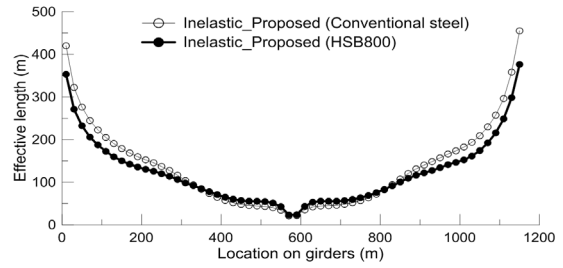
좌굴한계에 도달한다는 가정에 기인한다.

반면, Fig. 4~6에 나타난 바와 같이, 가상축력을 고려한 탄성 및 제안된 비탄성 좌굴해석은 교차부뿐만 아니라 경간 가장자리의 부재에 대한 적절한 유효좌굴길이를 산출한다. 또한 거더와 주탑 사이의 교차부에서의 부재에 대하여 가상축력을 고려한 비탄성 좌굴해석으로 산출한 유효좌굴길이는 가상축력을 고려하지 않은 비탄성 좌굴해석으로 산출한 유효좌굴길이와 거의 일치한다는 것을 알 수 있다. 이는, 가상축력은 큰 축력이 발생하는 부재의 유효좌굴길이에 영향을 주지 않음을 의미한다.

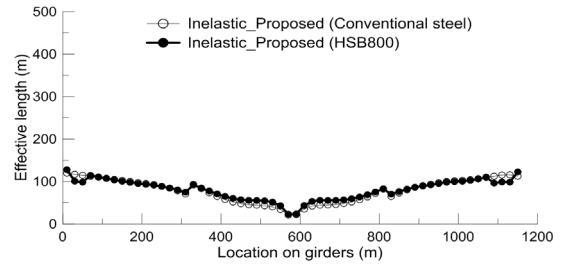
거더의 경우와 유사하게, Fig. 7~9에 나타난 바와 같이, 가상축력을 고려한 탄성 및 제안된 비탄성 좌굴해석은 주탑에서도 적절한 유효좌굴길이를 산출할 수 있는 반면, 가상축



(a) Elastic buckling



(b) Proposed Inelastic buckling without fictitious force



(c) Proposed Inelastic buckling with fictitious force

Fig. 6. Effective length of girder(1200m model)

력을 고려하지 않을 경우 작은 축력이 발생하는 부재에서 굉장히 큰 유효좌굴길이 값을 산출한다.

한편, 가상축력을 고려하지 않은 제안된 비탄성 좌굴해석에 대하여 HSB800 적용시, 거더의 경우 축력이 작은 부분에서 유효좌굴길이가 약 15% 감소하였으며, 주탑의 경우 축력이 작은 부분에서 약 13% 감소하였다. 그러나 가상축력을 고려하지 않은 비탄성 좌굴해석은 축력이 작은 부분에서 비합리적인 결과를 주기 때문에 이러한 해석결과 차이는 의미가 크지 않다고 판단된다. 반면, 가상축력을 고려한 제안된 비탄성 좌굴해석에 대하여 HSB800 적용시, 거더와 주탑 모두 일반강재와 비교하여 두드러진 변화가 나타나지 않은 것을 알 수 있다. 따라서 가상축력을 고려한 비탄성 좌굴해석이 합리적인 유효좌굴길이를 산정한다는 사실을 감안하면, 일

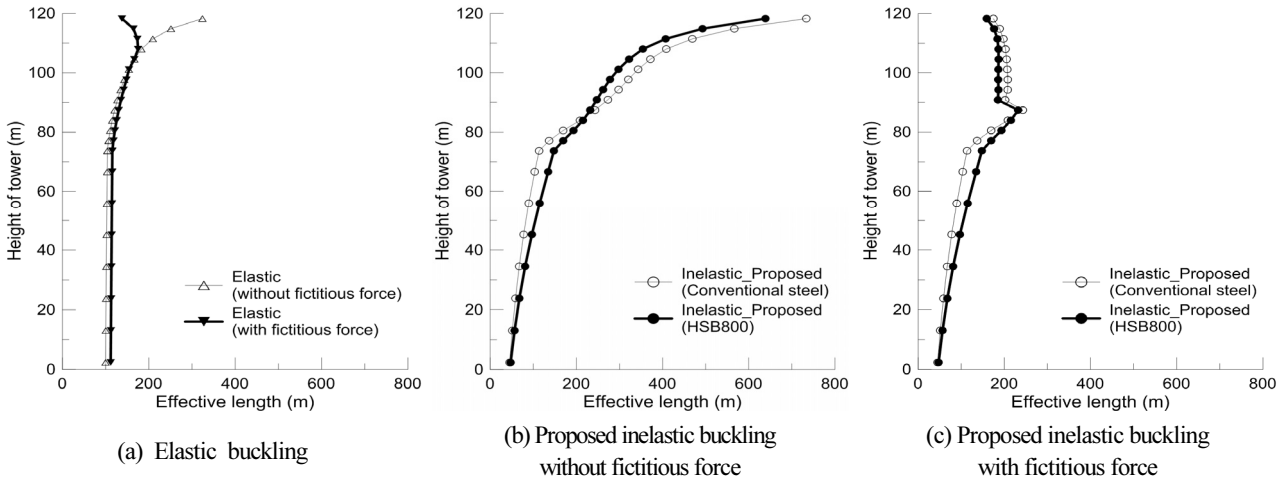


Fig. 7. Effective length of tower(600m model)

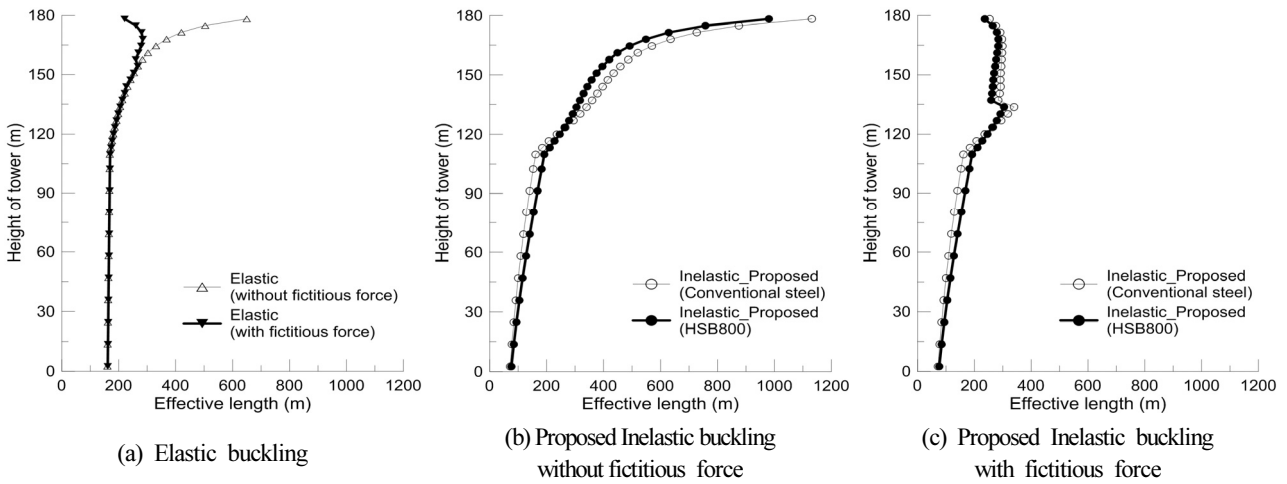


Fig. 8. Effective length of tower(900m model)

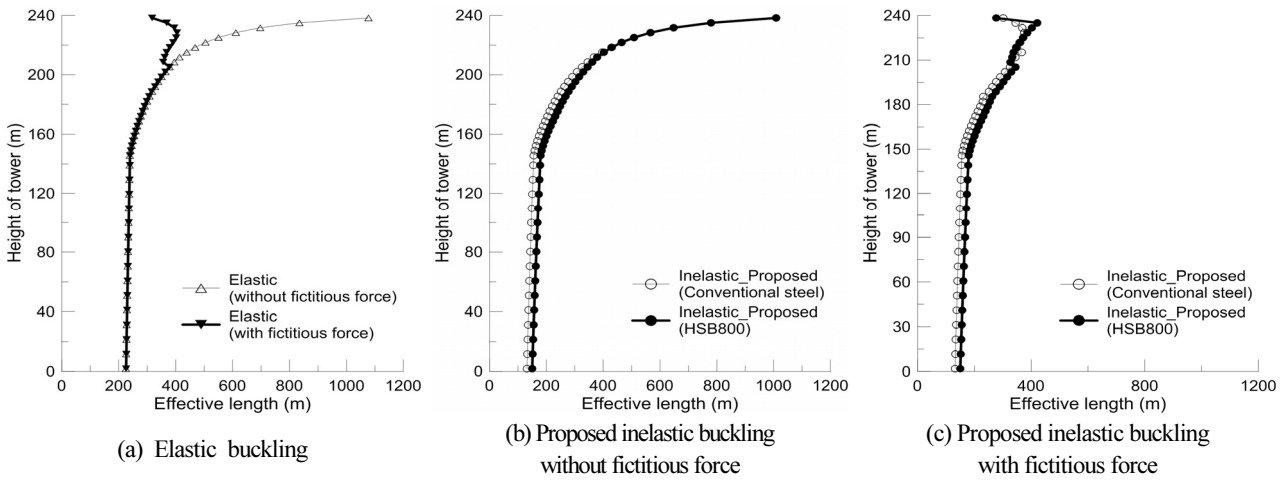


Fig. 9. Effective length of tower(1200m model)

반강재 대신 고강도강재의 적용은 사장교 부재의 좌굴설계에 큰 영향을 미치지 않는다고 판단할 수 있다.

## 6. 결론

본 연구에서는 장경간 강사장교의 좌굴설계에 사용될 수 있는 탄성 및 비탄성 좌굴해석 방법을 제안하였고, 고강도강재인 HSB800의 적용성을 검토하였다. 본 연구의 결론은 다음과 같다.

- (1) 압축력이 미소하게 발생하는 일부 부재에 대하여 비합리적인 유효좌굴길이를 산정하는 기존 좌굴해석법의 문제점을 해결하기 위하여, 가상축력을 고려한 유효좌굴길이 산정방법을 제안하였다.
- (2) 기존의 비탄성 좌굴해석법에서 축력만을 고려하는 유효접선탄성계수의 문제점을 해결하기 위하여, 축력과 휨모멘트를 동시에 고려할 수 있는 유효접선탄성계수를 유도하여 개선된 비탄성 좌굴해석법을 제시하였다.
- (3) 강사장교 예제모델 해석 결과, 기존의 좌굴해석법은 압축력이 미소한 부재에 대하여 과도하게 긴 유효좌굴길이를 산정하는 반면, 제안된 가상축력을 고려한 탄성 및 비탄성 좌굴해석법은 유효좌굴길이를 합리적으로 예측할 수 있었다.
- (4) HSB800 강재의 적용시, 가상축력을 고려하지 않은 제안된 비탄성 좌굴해석에서는 유효좌굴길이는 축력이 작은 부분에서 13~15% 감소하였으나, 가상축력을 적용한 제안된 비탄성 좌굴해석에서는 두드러진 변화가 나타나지 않았다. 따라서 일반강재 대신 고강도강재의 적용은 사장교 부재의 좌굴설계에 큰 영향을 미치지 않는다고 판단된다.

## 감사의 글

본 연구는 한국연구재단을 통하여 지원된 교육부 이공학개인기초연구지원사업(NRF-2015R1D1A1A09060113)에 의하여 수행되었습니다. 연구 지원에 감사드립니다.

## 참고문헌(References)

- [1] Tang, M.C. (1976) Buckling of Cable-Stayed Girder Bridges, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.102, No.9, pp.1675-1684.

- [2] Ermopoulos, J.C., Vlahino, A.S., and Wang, Y.C. (1992) Stability Analysis of Cable-Stayed Bridges, *Computers and Structures*, Vol.44, No.5, pp.1083-1089.
- [3] Nogami, K. and Narita, N. (1996) The Stability Design of Towers of Cable-Supported Bridges, *Structural Engineering/Earthquake Engineering*, JSCE, Vol.13, No.2, pp.187-200.
- [4] Agrawal, T.P. (1997) Cable-Stayed Bridges-Parametric Study, *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, Vol.2, No.2, pp.61-67.
- [5] Tang, C.C., Shu, H.S., and Wang, Y.C. (2001) Stability Analysis of Steel Cable-Stayed Bridges, *Structural Engineering Mechanics*, Vol.11, No.1, pp.35-48.
- [6] Xi, Y. and Kuang, J.S. (1999) Ultimate Load Capacity of Cable-Stayed Bridges, *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, Vol.4, No.1, pp.14-22.
- [7] 국토해양부(2012) 도로교설계기준(한계상태설계법). Ministry of Land, Transport and Maritime Affairs (2012) *Korean Highway Bridge Design Code (Limit States Design)* (in Korean).
- [8] 진만식, 경용수, 이명재, 김문영(2004) 케이블지교량의 좌굴설계를 위한 유효좌굴길이 산정, 한국강구조학회논문집, 제16권, 제3호, pp.355-363. Jin, M.S., Kyoung, Y.S., Lee, M.J., and Kim, M.Y. (2004) Determination of the Accurate Effective Length for Buckling Design of Cable-Supported Bridges, *Journal of Korean Society of Steel Construction*, KSSC, Vol.16, No.3, pp.355-363 (in Korean).
- [9] 경용수, 김문영, 장승필(2005) 비탄성좌굴 고유치해석법을 이용한 케이블 지교량의 유효좌굴길이 산정, 대한토목학회논문집, 제25권, 제4A호, pp.627-636. Kyoung, Y.S., Kim, M.Y., and Chang, S.P. (2005) Determination of Effective Buckling Lengths of Cable-supported Bridges using Inelastic System Buckling Analysis, *Journal of Korean Society of Civil Engineers*, KSCE, Vol.25, No.4A, pp.627-636 (in Korean).
- [10] 김문영, 송주영, 경용수(2005) 탄성 및 비탄성 좌굴 고유치 해석을 이용한 강뿔대구조의 유효좌굴길이, 한국전선구조공학회논문집, 제18권, 제2호, pp.169-179. Kim, M.Y., Song, J.Y., and Kyoung, Y.S. (2005) Determination of Effective Buckling Lengths of Plane Frames Using Elastic and Inelastic System Buckling Analysis, *Journal of Computational Structural Engineering Institute of Korea*, Vol.18, No.2, pp.169-179 (in Korean).
- [11] 김정훈, 김경열, 이정화, 김경식, 강영중(2014) 고성능 강재(HSB 800)를 적용한 플레이트 거더의 휨강도에 대한 플

- 랜지 국부좌굴, 한국강구조학회논문집, 제26권, 제2호, pp.91-103.
- Kim, J.H., Kim, K.Y., Lee, J.H., Kim, K.S., and Kang, Y.J. (2014) Flange Local Buckling(FLB) for Flexural Strength of Plate Girders with High Performance Steel(HSB 800), *Journal of Korean Society of Steel Construction*, KSSC, Vol.26, No.2, pp.91-103 (in Korean).
- [12] 최동호, 임지훈(2014) HSB 고성능 강재를 적용한 강합성 I-거더 정모멘트에 대한 휨저항강도 및 연성비, 한국강구조학회논문집, 제26권, 제3호, pp.205-217.
- Choi, D.H. and Lim, J.H. (2014) Flexural Resistance and Ductility Ratio of Composite Hybrid I-Girder Using HSB High Performance Steel in Positive Bending, *Journal of Korean Society of Steel Construction*, KSSC, Vol.26, No.3, pp.205-217 (in Korean).
- [13] 박용명, 강지훈, 이건준, 김희순(2014) HSB800 및 HSB600 강재를 적용한 하이브리드거더의 휨강도 평가, 한국강구조학회논문집, 제26권, 제6호, pp.581-594.
- Park, Y.M., Kang, J.H., Lee, K.J., and Kim, H.S. (2014) Evaluation of Flexural Strength of Hybrid Girder Composed of HSB800 and HSB600 Steel, *Journal of Korean Society of Steel Construction*, KSSC, Vol.26, No.6, pp.581-594 (in Korean).
- [14] Engesser, F. (1889) *Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen*, Vol.35 p.455 (in German).
- [15] Iwasaki, H., Nogami, K., and Nagai, M. (2001) Precision of Ef Method for Evaluating Load-Carrying Capacity of Long-Span Cable-Stayed Bridges and Its Ultimate Strength Check, *IABSE reports of IABSE Conference*, Seoul, No.84, pp.110-111.
- [16] ASCE (1997) *Effective Length and Notional Load Approaches for Assessing Frame Stability*, NewYork.
- [17] Tong, G.S. and Wang, J.P. (2006) Column Effective Lengths Considering Inter-story and Inter-column Interactions in Sway-Permitted Frames, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol.62, pp.413-423.
- [18] White, D.W. and Hajjar, J.F. (1997) Buckling Models and Stability Design of Steel frames: A Unified Approach, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol.42, No.3, pp.171-207.
- [19] Choi, D.H. and Yoo, H. (2009) Iterative System Buckling Analysis, Considering a Fictitious Axial Force to Determine Effective Length Factors for Multi-story, *Engineering Structures*, Vol.31, No.2, pp.560-570.
- [20] Yoo, H. and Choi, D.H. (2008) New Method of Inelastic Buckling Analysis for Steel Frames, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol.64, pp.1152-1164.
- [21] AASHTO (2014) *LRFD Bridge Design Specifications, Seventh Edition*, Washington, D.C.
- [22] Yoo, H. and Choi, D.H. (2009) Improved System Buckling Analysis of Effective Lengths of Girder and Tower Members in Steel Cable-stayed Bridges, *Computers and Structures*, Vol.87, No.13-14, pp.847-860.

---

**요 약 :** 사장교의 부재별 임계좌굴하중 산정에는 일반적으로 시스템 좌굴해석이 사용된다. 그러나 기존의 시스템 좌굴해석은 압축력이 미소한 부재에 대하여 과도하게 긴 유효좌굴길이를 산정하는 문제점을 내포하고 있다. 본 연구에서는 가상축력을 이용하여 강사장교 부재의 유효좌굴길이를 합리적으로 결정할 수 있는 좌굴해석 방법을 제안하였다. 또한, 수정된 유효접선탄성계수를 이용한 개선된 비탄성 좌굴해석 방법을 제시하였다. 제안방법을 예제 사장교 모델에 적용하여 해석결과를 기존의 좌굴해석 방법과 비교 검증하였다. 검증결과, 제안된 방법은 강사장교 거더와 주탑의 유효좌굴길이를 합리적으로 예측할 수 있었다. 그리고 거더와 주탑에 일반강재 대신 HSB800 강재를 적용하였을 경우, 가상축력을 고려하지 않은 제안된 비탄성 좌굴해석에서는 유효좌굴길이가 축력이 작은 부분에서 약간 감소하였으나, 가상축력을 적용한 제안된 비탄성 좌굴해석에서는 유효좌굴길이의 변화가 거의 나타나지 않았다.

**핵심용어 :** 탄성 좌굴해석, 비탄성 좌굴해석, 유효좌굴길이, 가상축력, 강사장교, HSB800 강재

---