

터널근접시공에 의한 기 존재하는 인접말뚝의 거동에 지반보강이 미치는 영향에 대한 연구

전영진¹ · 김성희² · 김정섭² · 이철주^{3*}

¹비회원, 강원대학교 토목공학과 박사과정

²비회원, 강원대학교 토목공학과 석사과정

³정회원, 강원대학교 토목공학과 교수, 교신저자

A study on the effects of ground reinforcement on the behaviour of pre-existing piles affected by adjacent tunnelling

Young-Jin Jeon¹ · Sung-Hee Kim² · Jeong-Sub Kim² · Cheol-Ju Lee^{3*}

¹Ph.D. Student, Dept. of Civil Engineering, Kangwon National University

²Master's Course Student, Dept. of Civil Engineering, Kangwon National University

³Professor, Dept. of Civil Engineering, Kangwon National University

*Corresponding Author : Cheol-Ju Lee, cj32@kangwon.ac.kr

Abstract

In the current work, a series of three-dimensional finite element analysis was carried out to understand the behaviour of pile when the tunnel passes through the lower part of a single pile or group piles. At the current study, the numerical analysis analysed the results regarding the ground reinforcement condition between the tunnel and pile foundation. In the numerical modelling, several key issues, such as the pile settlements, the axial pile forces, the shear stresses and the total displacements near the tunnel have been thoroughly analysed. The pile head settlements of the single pile with the maximum level of reinforcement decreased by about 16% compared to the pile without ground reinforcement. Furthermore, the maximum axial force of the single pile with the maximum level of ground reinforcement experienced a 30% reduction compared to the pile without reinforcement. It has been found that the angle of ground reinforcement in the transverse direction affects the pile behaviour more so than the length of the ground reinforcement in the longitudinal direction. On the other hand, in the case of the pile group with the reinforced pile cap, the ground displacement near the pile tip appears to be similar to the corresponding ground displacement without reinforcement. However, it was found that the pile cap near the pile head greatly restrained the pile head movement and hence the axial pile force increased by about 2.5 times near the pile top compared to the piles in other analysis conditions. The

OPEN ACCESS

Journal of Korean Tunnelling and
Underground Space Association
19(3)389-407(2017)
<https://doi.org/10.9711/KTAJ.2017.19.3.389>

eISSN: 2287-4747

pISSN: 2233-8292

Received April 3, 2017

Revised April 19, 2017

Accepted May 11, 2017



This is an Open Access article
distributed under the terms of the
Creative Commons Attribution

Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Copyright © 2017, Korean Tunnelling and Underground
Space Association

behaviour of the single pile and group piles, depending on the amount of ground reinforcement, has been extensively examined and analysed by considering the key features in great details.

Keywords: Group piles, Ground reinforcement, Single piles, Three-dimensional (3D) numerical modelling and analysis, Adjacent construction

초 록

본 연구는 단독말뚝 또는 군말뚝 형태의 기초 하부를 터널이 근접통과할 경우 말뚝의 거동을 파악하기 위해 3차원 유한요소 해석을 수행하였다. 이때 터널과 말뚝기초 사이의 지반보강 조건별로 수치해석을 수행하여 결과를 분석하였다. 수치 해석에서는 터널굴착으로 인해 유발된 말뚝침하, 축력, 전단응력 및 터널 주변지반의 전체변위를 고찰하였다. 단독말뚝의 두부침하는 지반보강의 범위가 가장 넓은 경우 지반보강을 고려하지 않은 말뚝에 비해 약 16% 감소하며, 말뚝의 최대 축력 또한 지반보강을 고려하지 않은 말뚝에 비해 약 30% 감소하는 것으로 분석되었다. 터널굴착에 따른 말뚝의 거동은 지반보강길이(종방향 보강)보다는 보강각도(횡방향 보강)에 대해 더 크게 영향을 받는 것으로 분석되었다. 한편 오직 기초판 보강만을 실시한 군말뚝의 경우 선단부근 지반의 변위는 보강을 고려하지 않은 조건의 지반 변위와 비슷하게 나타났다. 이에 비해 말뚝두부에서는 기초판이 말뚝을 크게 구속하여 타 조건 말뚝의 경우에 비해 말뚝상부에서 축력이 약 2.5배 증가하는 것으로 분석되었다. 본 연구를 통해 보강조건에 따른 단독말뚝 및 군말뚝의 거동에 영향을 미치는 주요 인자를 심도 있게 고찰하였다.

주요어: 3차원 수치해석 및 분석, 단독말뚝, 군말뚝, 지반보강, 근접시공

1. 서론

최근 지하화와 편리한 교통 인프라 구축을 위해 전국적으로 터널공사가 진행되고 있으며, 이러한 터널공사는 흔히 기 존재하는 상부구조물의 기초와 인접하여 수행된다. 터널근접 시공으로 인해 필연적으로 주변지반의 침하가 유발되고 이로 인해 말뚝의 거동이 영향을 받는다. 또한 지금까지 수행되어온 연구들에 의하면 기 존재하는 말뚝기초에 근접하여 터널이 시공되는 경우 터널굴착으로 발생한 지반의 침하로 인해 말뚝-인접지반 사이에 전단응력전이(shear stress transfer)가 유발되어 말뚝에 변형이 발생하며 축력분포 역시 변한다고 보고되었다(Lee, 2012a; 2012b). 이와 관련하여 지난 15여 년 동안 다양한 연구가 수행되어 왔다. Cheng et al. (2004), Lee and Ng (2005), Pang (2006), Lee (2008), Lee (2012a; 2012b; 2012c), Lee and Jeon (2015), Jeon and Lee (2015) 및 Jeon et al. (2015)은 수치해석을 실시했으며, Jacobsz (2002), Marshall (2009), Ng et al. (2013), Hartono et al. (2014), Ng et al. (2014), Williamson (2014) 및 Hong et al. (2015)은 실내모형실험 또는 원심모형실험을 통한 연구를 수행하였다. 이에 비해 현장실측자료 분석을 통한 연구는 매우 제한적으로 실시되어 왔는데, Selemetas (2005), Pang (2006), Liu et al. (2014), Williamson (2014) 및 Mair and Williamson (2014)는 터널굴착으로 인한 인접말뚝의 거동을 현장실측을 통해 연구한 바 있다. 그러나 이러한 연구들은 터널 및 말뚝과 인접한 지반에 대한 적절한 보강을 실시하지 않은 조건하에서 터널굴착에 따른 지반침하 및 그에 의한 말뚝의 거동을 분석하는 것과

관련되어 있다.

일반적으로 말뚝의 하부에서 터널굴착을 실시하는 경우 말뚝의 측면에서 수행되는 터널굴착에 비해 말뚝에 더 유해한 영향이 발생한다고 알려져 있으나 아직은 그 거동을 명확하게 규명하지 못하고 있는 실정이며, 이에 대한 체계적인 연구가 시급하게 요구되고 있다(Williamson, 2014). Dias and Bezuijen (2014)은 터널굴착으로 유발되는 말뚝의 거동과 관련된 기존의 연구를 종합적으로 분석하였다(Fig. 1). 이에 의하면 말뚝의 하부에 터널이 존재할 경우 말뚝두부의 침하는 지표면의 침하를 초과하는데 비해 말뚝의 선단은 이와 반대의 경향이 나타나 말뚝에는 인장력이 발생하는 것으로 분석되었으며, 반면 말뚝의 선단이 터널에서 충분히 이격되어 있는 경우 이와는 반대의 현상으로 인해 말뚝에 압축력이 나타나는 것으로 보고하였다.

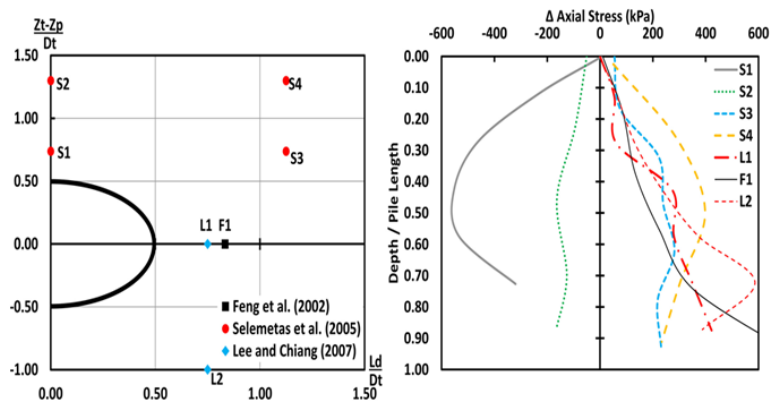


Fig. 1. Increment of axial stresses on piles depending on the relative locations of the pile tips regard to the tunnel positions from literatures (Dias and Bezuijen, 2014).

Selemetas (2005)는 터널시공 이후 터널굴착으로 유발된 말뚝의 침하는 터널시공 이전 말뚝에 작용한 설계하중에 의한 말뚝의 침하를 크게 초과할 뿐만 아니라, 말뚝 축력의 심도별 분포가 터널시공에 매우 민감하게 변한다고 보고하였다. 최근 터널공사에 따른 지중 및 지상에 존재하는 각종 인접구조물에 대한 안정성 확보가 필수적인 조건으로 대두되고 있으나, 상부 구조물의 사용성 및 안정성 저하를 효율적으로 방지하기 위한 체계적인 연구가 부족한 실정이다. 터널굴착으로 발생하는 지반침하 및 이에 따른 말뚝의 침하는 상부 구조물의 안정성을 저하시키는 가장 큰 요인으로는 볼 수 있다. 이 같은 문제를 해결하기 위해 현장실무에서 다양한 터널인접지반에 대한 보강공법이 적용되고 있으나(Choi et al., 2005; Jue and Na, 2005), 이에 따른 말뚝-터널-지반 사이의 상호거동에 대한 메커니즘은 명확하게 규명되지 못하고 있다. 즉 터널인접지반의 보강을 고려한 터널굴착에 따른 인접말뚝의 거동에 관한 체계적인 분석은 사실상 전무한 실정이다.

따라서 본 연구에서는 3차원 유한요소해석을 통해 기 존재하는 단독 및 5×5 군말뚝의 하부에서 실시되는 터널시공에 의한 말뚝의 거동을 터널인접 지반에 대한 지반보강을 포함하여 그 영향을 고찰하였다. 또한 군말뚝의 경우 중앙말뚝(centre pile)과 외곽말뚝(corner pile)을 고려하여 지반 보강이 말뚝의 공학적 거동(침하 및 전단응력 전이)에 미치는 영향을 심도 있게 분석하였다.

2. 수치해석

2.1 해석개요 및 경계조건

본 연구에서는 3차원 유한요소해석 프로그램인 Midas GTS NX 3D (2016)를 이용하여 말뚝의 하부에서 수행된 터널의 굴착을 모사함으로써 터널인접지반의 보강(그라우팅 보강 및 기초판 보강)에 따른 말뚝의 거동을 분석하였다. 또한 그라우팅 보강의 경우 횡방향 및 종방향에 따른 보강범위를 변화시켜 지반보강에 따른 말뚝의 거동 분석을 수행하였다. Fig. 2(a)는 해석에서 적용된 대표 유한요소해석 mesh를 나타내고 있고, Fig. 2(b)는 해석 단

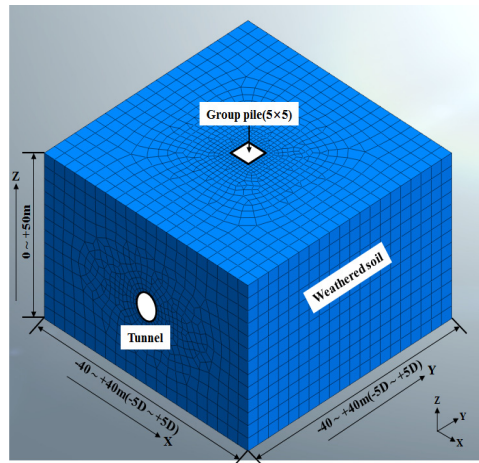


Fig. 2(a). A representative 3D finite element mesh used in the current study (a 5×5 pile group, D : tunnel diameter)

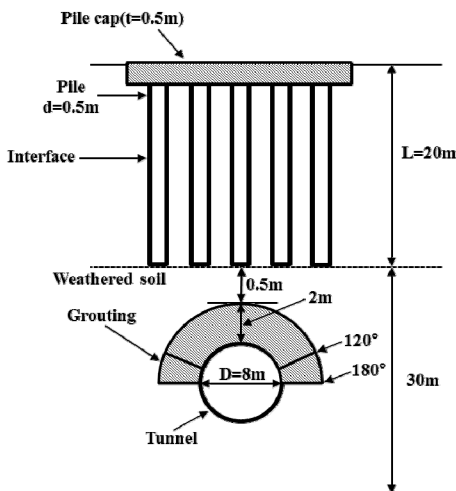


Fig. 2(b). Sectional view of analysis geometry (a 5×5 pile group)

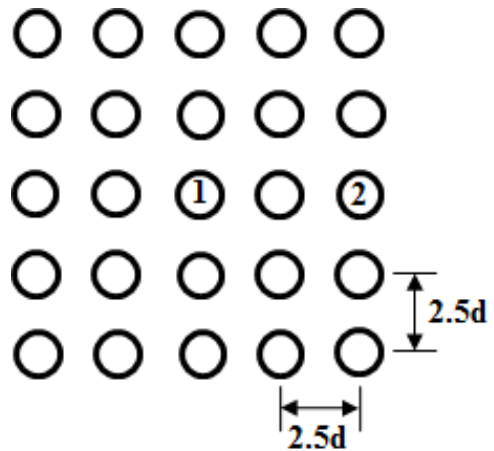


Fig. 2(c). Locations of piles inside a 5×5 pile group

Table 1. Summary of numerical analyses

Analysis series	Range of Ground Reinforcement	Angle of Ground Reinforcement	Remarks
G	-	-	Greenfield
SP	-	-	A single pile without ground reinforcement
GP	-	-	Group piles without ground reinforcement
SP (1-180)	±1.0D	180°	A single pile with ground reinforcement
SP (1-120)	±1.0D	120°	A single pile with ground reinforcement
SP (0.5-180)	±0.5D	180°	A single pile with ground reinforcement
SP (0.5-120)	±0.5D	120°	A single pile with ground reinforcement
GP (1-180)	±1.0D	180°	Group piles with ground reinforcement
GP (1-120)	±1.0D	120°	Group piles with ground reinforcement
GP (0.5-180)	±0.5D	180°	Group piles with ground reinforcement
GP (0.5-120)	±0.5D	120°	Group piles with ground reinforcement
PC	-	-	Group piles with a pile cap

면도를 보여주고 있다. 해석에서 가정한 터널의 직경(D)은 8 m이며, 터널의 중심부(springline)는 지표면으로부터 26.5 m 하부에 위치하고 있다. 전체 지반은 풍화토층으로 구성되었다고 가정하였다. 말뚝의 직경(d)은 0.5 m이며, 그 길이(L)는 20 m이다. 5×5 군말뚝의 경우 말뚝 중심간의 간격 2.5d 말뚝을 가정하였다. 본 연구에서는 터널굴착에 대한 말뚝의 거동을 분석하기 위해 그라우팅 보강과 군말뚝에 대해서는 기초판 보강을 추가로 고려하여 해석을 수행하였다. 또한 그라우팅체의 두께는 2 m로 일정하게 유지하고 보강각도와 보강길이는 각각 120° & 180° 그리고 ±0.5D & ±1D로 가정하여 각각의 조건에 대한 해석을 실시하였다(Table 1). 보강길이와 관련된 내용은 2.3절에서 상세히 설명하였다. 기초판 보강(pile cap)의 경우 그 두께는 0.5 m로 가정하였다. Table 1은 본 연구에서 실시한 각 해석의 특징이 요약되어 있으며, 총 12회의 해석이 수행되었다. 본 연구에서는 군말뚝에 대한 해석으로 중앙말뚝(centre pile) 및 외곽말뚝(corner pile)에 대하여 분석하여 고찰하였으며, 그 위치는 Fig. 2(c)에 나타나있다. 본 해석에서 지하수위는 존재하지 않으며, 터널굴착 이전 말뚝두부에는 외력이 작용하지 않는 것으로 가정하였다.

2.2 적용 구성모델 및 물성치

지반의 거동을 모사하기 위하여 탄-소성해석을 실시하였으며 특히 말뚝-지반 경계면에는 소성항복(plastic yielding)이 발생할 경우 미끄러짐(slip)의 발생을 허용하는 경계요소(interface element)를 적용하여 말뚝-인접 지반 경계면에서의 상대변위에 따른 말뚝의 축력 및 전단응력전이 과정을 분석할 수 있도록 하였다. 또한 말뚝선단에도 경계요소를 지정하여 말뚝선단과 지반 사이에서의 인장응력이 부착강도를 초과할 경우 말뚝선단과 지반이 서로 분리될 수 있도록 설정하였다. Table 2는 수치해석에서 적용한 지반 및 재료의 물성치를 정리하였는데 이

는 국내 풍화토 및 숯크리트의 일반적인 물성치이며(Lee, 2012b), 그라우팅으로 보강된 영역의 경우 Choi et al. (2003)가 역해석을 통해 제시한 그라우트체의 물성치 산정방법을 적용하여 지반이 보강된 영역의 탄성계수와 점착력을 원지반물성치의 각각 10배, 5배로 증가시켰다. 기초판에 대한 물성치는 말뚝에 적용한 물성치와 동일한 값을 적용하였다. 말뚝, 기초판 및 숯크리트에는 등방탄성모델(isotropic elastic model)이 적용되었고, 풍화토에는 비관련흐름법칙(non-associated flow rule) 및 Mohr-Coulomb의 파괴기준(failure criterion)을 따르는 탄-소성 모델을 적용하였다. 말뚝의 시공으로 유발된 말뚝주면-지반 경계면에서의 구조적 특성변수를 고려하기 위하여 강도감소계수(R)와 가상두께(T_v)를 고려하였다(Midas, 2016). 이는 경계요소(interface element)의 입력변수이며 주변 지반 또는 구조부재의 상대적인 강성차이에 따라 다르게 적용되고 강도감소계수의 경우 수치해석 프로그램에서 제시한 일반적인 값($R=0.8$)을 적용하였다. 반면 가상두께의 경우 Jeon et al. (2015)이 수행한 이전 연구와의 비교분석을 통한 역해석을 수행하여 $T_v=0.08$ 을 적용하였다.

Table 2. Material parameters assumed in the numerical modelling

Material	Model	γ_t (kN/m ³)	K_0	ν'	E' (MPa)	c' (kPa)	ϕ' (°)
Soil	Mohr-Coulomb	20	0.75	0.35	80	50	35
Grouted material	Mohr-Coulomb	25	-	0.2	800	250	35
Lining	Elastic	25	-	0.2	5,000(s) 15,000(h)	-	-
Pile/Pile cap		25	0.01	0.2	30,000	-	-

Note : γ_t (unit weight of material), K_0 (lateral earth pressure coefficient at rest), ν' (poisson's ratio), E' (Young's modulus), c' (cohesion), ϕ' (internal friction angle), s (soft shotcrete), h (hard shotcrete)

2.3 수치해석 과정 및 분석

수치해석에서는 말뚝의 시공에 의한 근입효과 및 이에 따른 지반의 응력변화는 포함시키지 않았으므로 본 연구에서 가정한 말뚝은 현장타설말뚝의 거동과 유사하다고 볼 수 있다. 터널의 굴착은 종방향(Y)에 대하여 -5D에서 +5D(-40 m~+40 m)구간 사이에서 실시되었다(Fig. 2(a)). 터널의 굴착은 각 단계별로 1 m 씩 실시되는 것으로 가정하여 총 80단계에 걸쳐서 실시되었다. 터널굴착 단계가 종료된 이후 굴착면에 두께 200 mm의 숯크리트를 타설하였는데, 터널굴착 직후에는 연성(soft) 숯크리트로 가정하여 5,000 MPa의 탄성계수를 적용하였으며, 다음 굴착단계에서 강성(hard) 숯크리트의 물성치로 변환하여 15,000 MPa의 탄성계수를 가지는 것으로 가정하였다. 또한 그라우팅 보강의 경우 중앙말뚝(centre pile, 1번 말뚝)의 중심에서 종방향(Y) $\pm 0.5D(\pm 4$ m, 총 8 m 보강) 및 $\pm 1.0D(\pm 8$ m, 총 16 m 보강)만큼 보강을 실시하였으며(Fig. 2(d)), 각 보강에 따른 길이는 각각 0.5 D(4 m)로 가정하고 터널굴착을 1 m 씩 단계별로 실시하였다(8 m 보강의 경우: 보강(4 m) → 굴착(4 m) → 보강(4 m) → 굴착(4 m)). 해석 결과의 분석을 위하여 임의의 심도에서 말뚝의 축력 P는 $P = \sigma_{zz,avg} \times A_p$ 식으로 산정하였다. 여

기서 $\sigma_{zz}{}_{avg}$ 는 특정심도에서의 말뚝 수직응력의 평균값이고, A_p 는 말뚝의 단면적이다. 전단응력(τ)의 경우 말뚝의 임의의 심도에서 발생한 축력의 값을 $\tau = \frac{\Delta P}{\pi \times d \times dz}$ 식을 이용하여 산정하였다. 여기서, ΔP 는 말뚝 임의의 두 심도에서 발생한 축력의 차이이고, dz 는 말뚝의 임의의 두 위치 사이의 거리이다.

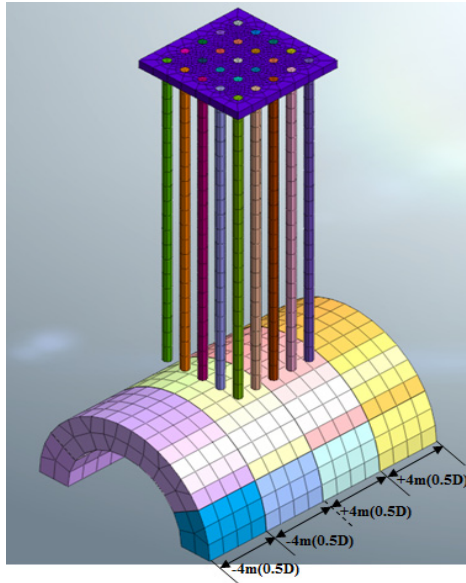


Fig. 2(d). Grouted material, 5x5 piles and pile cap in 3D finite element mesh used in the current study (D : tunnel diameter)

3. 해석결과 분석

3.1 터널굴착 단계별 말뚝 두부 침하

Fig. 3(a)는 단독말뚝에 대해 그라우팅의 보강각도(120° 및 180°) 및 보강길이($\pm 0.5D$ 및 $\pm 1D$)에 따른 해석을 통해 산정된 터널굴착 단계별 정규화된 $\delta_g/\delta_{gr}{}_{max}$ 및 $\delta_p/\delta_{gr}{}_{max}$ 의 침하분포를 보여주고 있다(Y/D : 정규화된 종방향). 여기서, δ_g 는 지중에 말뚝이 존재하지 않는 Greenfield 해석조건에서 지반보강이 수행되지 않은 단독말뚝의 위치에서 터널굴착에 의해 발생한 터널굴착 단계별 지표면 침하를 나타내며, δ_p 는 터널굴착에 의해 발생한 터널굴착 단계별 말뚝두부의 침하를 나타낸다. 또한 $\delta_{gr}{}_{max}$ 는 Greenfield 해석조건에서 터널굴착에 의한 지표면 최대침하를 의미한다($\delta_{gr}{}_{max} = 7.7 \text{ mm}$). Fig. 3(a)에 나타나 있듯이 정규화된 침하 $\delta_g/\delta_{gr}{}_{max}$ 및 $\delta_p/\delta_{gr}{}_{max}$ 는 터널의 굴착이 진행될수록 점차 증가함을 알 수 있다. 터널굴착 단계에서 지표면 및 말뚝두부의 침하비율이 가장 크게 발생하는 경우는 터널이 Y/D = -1.25~+1.25 부근을 통과하는 지점으로 나타났으며, 그 이후 터널굴착에 따른 침하비율은 현저히 감소되는 것으로 분석되었다. 따라서 터널굴착에 의해 말뚝의 침하가 주로 발생하는

범위는 $Y/D = -2.5 \sim +2.5$ 부근을 통과하는 지점으로 나타났다. 또한 말뚝두부의 침하는 모든 말뚝에서 Greenfield 조건의 지표면 침하를 초과하는 침하가 발생하였으며, 보강을 고려하지 않은 조건의 말뚝에서 가장 큰 침하가 발생하였다. 지반보강을 가장 크게 고려한 SP(1-180)는 지반보강을 고려하지 않은 말뚝에 비해 침하가 약 16% 감소하는 것으로 나타났다. 또한 SP(0.5-180)의 경우 지반보강을 가장 크게 고려한 SP(1-180) 조건 다음으로 침하가 크게 나타났으며, 그 다음으로 SP(1-120) → SP(0.5-120) 순서로 침하가 크게 발생하였다. 즉 터널굴착에 따른 터널크라운 상부의 지반 침하는 보강길이(중방향 길이)보다 보강각도(횡방향 범위)에 의해 더 큰 영향을 받는 것으로 분석된다.

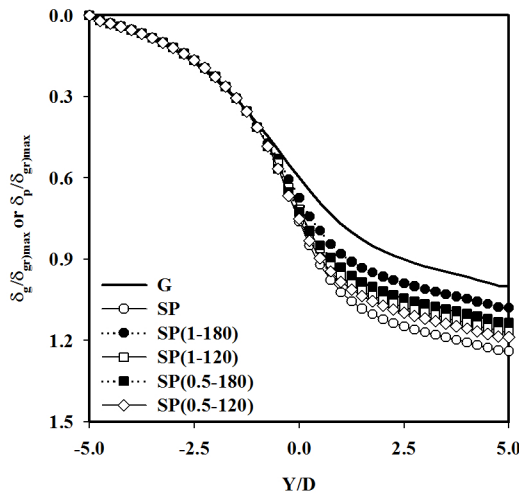


Fig. 3(a). Distributions of normalised pile head and soil surface settlements with tunnel advancement (single pile) ($\delta_{gr,max} = 7.7$ mm) (with ground reinforcement)

Fig. 3(b)는 지반보강을 고려하지 않은 상태의 단독말뚝 및 군말뚝에 대해 해석을 통해 산정된 터널굴착 단계별 정규화된 $\delta_g/\delta_{gr,max}$ 및 $\delta_p/\delta_{gr,max}$ 의 침하분포를 보여주고 있다(Y/D: 정규화된 종방향). 군말뚝은 말뚝의 대칭을 고려하여 1번 말뚝(centre pile)과 2번 말뚝(corner pile)을 고려하였다(Fig. 2(c)). 군말뚝의 경우 앞서 설명한 단독말뚝의 단계별 터널굴착에 따른 말뚝두부의 침하비율과 비슷한 경향을 보였으며, 터널이 $Y/D = -1.25 \sim +1.25$ 부근을 통과하는 지점에서 가장 크게 발생하였다. 터널굴착 종료 후 말뚝두부의 침하는 군말뚝의 1번 말뚝(centre pile)에서 가장 크게 발생하였다($\delta_p/\delta_{gr,max} = 1.48$). 이는 동일한 위치의 지표면 침하에 비해 약 48%, 단독말뚝의 침하에 비해 약 24% 큰 값이다. 군말뚝의 경우 동일한 위치에 있는 단독말뚝의 침하보다 큰 침하가 발생하는데 이는 중첩효과로 인해 군말뚝이 단독말뚝 보다 터널굴착으로 인한 영향을 더 크게 받기 때문인 것으로 판단된다. 또한 Fig. 3(b)에 제시된 말뚝의 경우 터널굴착이 말뚝의 하부에서 수행되었으며 말뚝두부의 침하 분포는 Greenfield 침하보다 크게 발생하였다. 이러한 경향은 Dias and Bezuijen (2014)의 연구결과에서도 유사하게 보고된 바 있다.

Fig. 3(c)는 군말뚝에 대해 그라우팅의 보강각도(120° 및 180°), 보강길이($\pm 0.5D$ 및 $\pm 1D$) 및 기초판 보강에 따른 해석을 통해 산정된 터널굴착 단계별 정규화된 $\delta_p/\delta_{gr,max}$ 의 침하분포를 보여주고 있다(Y/D: 정규화된 종방향). Fig. 3(c)에서는 군말뚝의 1번 말뚝(centre pile)만을 고려하였다. 지반보강을 고려한 조건의 전체 말뚝에서 발생한 말뚝두부의 침하는 Greenfield 조건의 침하보다 큰 침하($\delta_p/\delta_{gr,max} > 1$)가 발생하였으며, 기초판이 시공된 군말뚝에서 가장 큰 침하가 나타났다. 반면 지반보강을 가장 넓게 고려한 GP(1-180)의 경우 가장 작은 침하가 발생하였고 GP 조건에 비해 침하가 대략 20% 감소하는 것으로 나타났다. GP(1-120)의 경우 GP(0.5-180) 보다

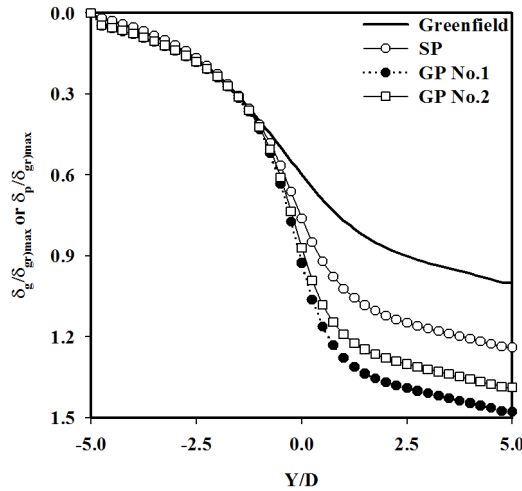


Fig. 3(b). Distributions of normalised pile head and soil surface settlements with tunnel advancement (single pile, group piles) ($\delta_{gr,max} = 7.7$ mm) (with ground reinforcement)

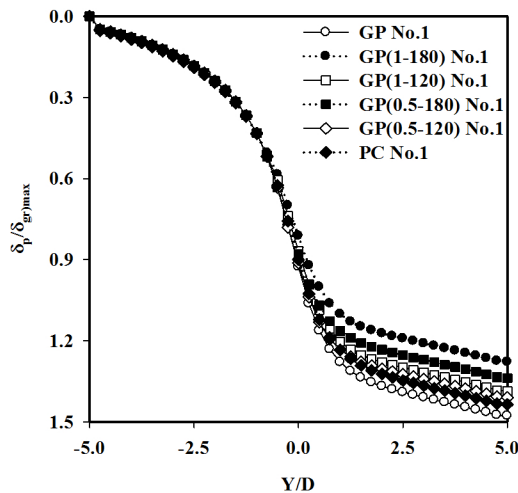


Fig. 3(c). Distributions of normalised pile head settlements with tunnel advancement (group piles) ($\delta_{gr,max} = 7.7$ mm) (with ground reinforcement)

침하가 단지 약 5% 감소하였는데 이는 말뚝의 침하를 감소시키는 요소가 종방향(보강길이) 보강보다는 횡방향(보강각도) 보강에 영향을 많이 받는 것으로 판단된다. 이러한 경향은 앞서 논의한 바와 일치한다.

3.2 말뚝의 축력 분포

Fig. 4(a)는 터널굴착 종료 후 산정된 보강범위에 따라 정규화된 단독말뚝 축력($P/P_{n,max}$)의 분포를 정규화된 말뚝의 심도(Z/L)에 대하여 보여주고 있다. 여기서 P 는 임의의 심도에서 말뚝의 축력을 의미하고, $P_{n,max}$ 는 터널 굴착 종료 후 지반보강을 고려하지 않은 상태의 단독말뚝에 작용하는 최대축력을 의미한다. 본 연구결과에 의하면 Lee (2012c)의 기존 연구와 유사하게 모든 말뚝에서 인장력이 발생하였는데, 말뚝의 상부(상향의 전단응력)와 하부(하향의 전단응력)에서 서로 반대방향으로 작용하는 전단응력 성분의 조합에 의한 것으로 판단된다. 이는 이후 3.3절 말뚝에 작용하는 전단응력 분포에서 상세히 설명하였다. 지반보강 효과를 고려한 말뚝에서는 지반보강을 고려하지 않은 말뚝에 비해 작은 축력이 발생하였으며 보강범위가 가장 넓은 SP(1-180)에서 가장 작은 축력분포를 보였다. 또한 말뚝에 작용하는 최대축력은 $P/P_{n,max} = 0.70$ 로 나타났으며, 지반보강을 고려하지 않은 말뚝에 비해 축력이 약 30% 감소하였다. 한편 지반보강 범위가 가장 작은 SP(0.5-120)의 경우 $P/P_{n,max} = 0.82$ 가 발생하였다.

Fig. 4(b)는 지반보강을 고려하지 않은 상태의 터널굴착 종료 후 단독말뚝 및 군말뚝에 대해 해석을 통해 산정된 축력($P/P_{n,max}$)의 분포를 정규화된 말뚝의 심도(Z/L)에 대하여 보여주고 있다. 군말뚝의 경우 1번 말뚝 (centre pile)과 2번 말뚝(corner pile)을 고려하였다. 단독말뚝은 군말뚝의 중앙말뚝(centre pile)과 외곽말뚝 (corner pile)보다 큰 인장력을 보였으며, 군말뚝의 중앙말뚝과 외곽말뚝의 경우 말뚝에 작용하는 최대축력은 각

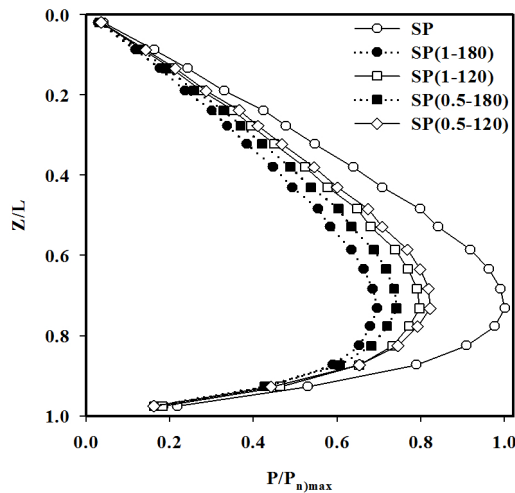


Fig. 4(a). Distributions of normalised axial pile forces with depth (single pile) ($P_{n,max} = 878.87$ kN) (with ground reinforcement)

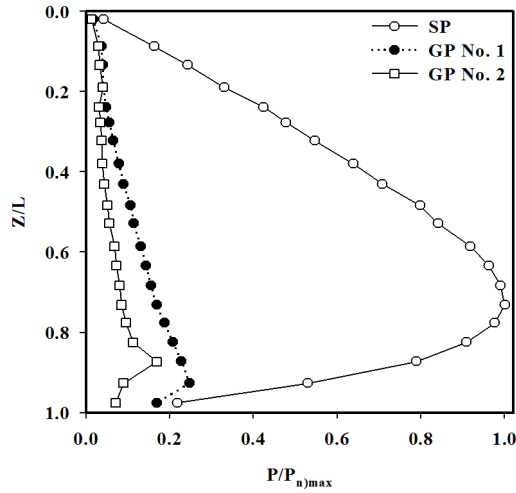


Fig. 4(b). Distributions of normalised axial pile forces with depth (single pile, group piles) ($P_n)_{max} = 878.87$ kN) (without ground reinforcement)

각 $P/P_n)_{max}$ 0.25, 0.17 로 발생하였다. 이는 단독말뚝과 인접한 지반에서 발생하는 상대전단변위의 크기가 균 말뚝 인접지반의 경우에 비해 상대적으로 매우 크게 발생하기 때문으로 판단된다. 즉, 말뚝의 상부에서는 말뚝의 침하가 지반의 침하를 초과하며, 반대로 말뚝의 하부에서는 지반의 침하가 말뚝의 침하를 초과하여 인장력 형태의 축력 분포가 나타나는 것으로 분석된다.

Fig. 4(c)는 균말뚝에 대해 그라우팅의 보강각도(120° 및 180°), 보강길이($\pm 0.5D$ 및 $\pm 1D$) 및 기초판 보강에 따른 해석을 통해 산정된 축력($P/P_n)_{max}$)의 분포를 정규화된 말뚝의 심도(Z/L)에 대하여 보여주고 있다. 본 그래프

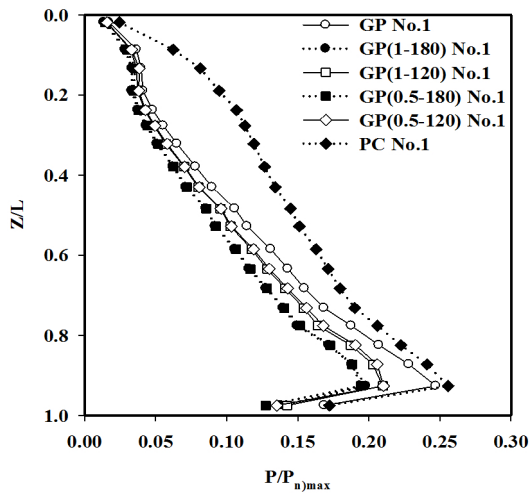


Fig. 4(c). Distributions of normalised axial pile forces with depth (group piles) ($P_n)_{max} = 878.87$ kN) (with ground reinforcement)

에서는 군말뚝의 1번 말뚝(centre pile)만을 고려하였다. 말뚝에 발생하는 최대축력의 발생 깊이는 Fig. 4(c)에서 고려한 모든 말뚝의 약 $Z/L = 0.9$ 지점에서 발생하였으며, 말뚝에 작용하는 최대축력은 PC 조건의 말뚝에서 가장 크게 나타났다($P/P_{n,max} = 0.26$). 기초판이 설치된 군말뚝에서는 말뚝의 상부에서 타 말뚝들에 비해 상대적으로 큰 축력분포를 보였는데, 이는 말뚝상부의 상향의 전단응력 성분이 다른 보강조건 말뚝들에 비해 크게 발생하기 때문으로 판단된다. 즉, 기초판으로 구속된 말뚝의 상부는 말뚝이 지반의 침하에 저항하는 크기가 크게 발생하는 것을 의미한다. Lee et al. (2016)은 기초판으로 연결된 군말뚝의 중앙말뚝(centre pile)에는 터널굴착에 의해 인장력이 발생하고 외곽말뚝(corner pile)에는 압축력이 발생한다고 보고했으며, 이러한 경향은 앞서 논의한 것과 일치한다. 또한 단독말뚝과 마찬가지로 모든 말뚝에서 인장력이 발생하였으며, 이는 이후 3.3절 말뚝의 전단응력 분포에서 상세히 설명하였다.

3.3 말뚝의 전단응력 분포

Fig. 5(a)는 지반보강조건에 따른 터널굴착 종료 후 산정된 단독말뚝의 전단응력 분포를 정규화된 말뚝의 심도 (Z/L)에 대하여 보여주고 있다. 말뚝에 작용하는 전단응력은 Fig. 5(a)에 나타나 있듯이 대부분의 말뚝에서 하부로 내려갈수록 감소하고 있으며, 약 $Z/L=0.73$ 지점부터 작용방향이 변하기 시작하여 말뚝선단까지 지속적으로 감소한다. 이는 말뚝두부로부터 약 $Z/L=0.73$ 까지 상향의 전단응력이 발생하는 것을 나타내며, 그 아래에서 말뚝 선단까지는 하향의 전단응력이 발생하여 말뚝에는 인장력이 발생하게 됨을 알 수 있다. 이러한 경향은 모든 해석 조건에서 유사하지만 지반보강의 범위가 넓을수록 전단응력이 상대적으로 가장 작게 발생하고 있다. 지반보강을 고려하지 않은 말뚝의 경우 선단 부근에서 말뚝과 지반사이의 상대전단변위(relative shear displacement)가 가장 크게 발생하여 약 -178.95 kPa의 전단응력 값이 나타났다. 또한 지반보강의 범위가 가장 넓은 경우(SP(1-180)) 말

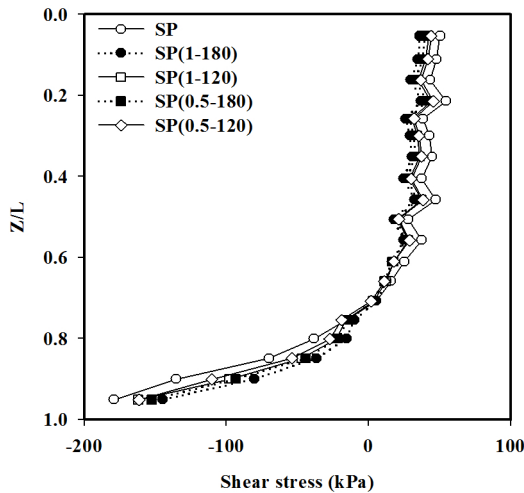


Fig. 5(a). Distributions of shear stresses with depth (single pile) (with ground reinforcement)

뚝선단에서 약 -144.82 kPa 의 전단응력이 발생하여 지반보강을 고려하지 않은 말뚝에 비해 전단응력이 약 38%(34.13 kPa)가 감소된 것으로 나타났다. 이는 터널근접시공으로 인한 말뚝에 유해한 영향을 지반보강을 통해 억제시킬 수 있음을 보여준다.

Fig. 5(b)는 지반보강을 고려하지 않은 조건에서 터널굴착 종료 후 산정된 단독말뚝 및 군말뚝의 전단응력 분포를 정규화된 말뚝의 심도(Z/L)에 대하여 보여주고 있다. 군말뚝에 대해서는 말뚝의 대칭을 고려하여 중앙말뚝 (centre pile, 1번 말뚝)과 외곽말뚝(corner pile, 2번 말뚝)을 고려하였다. Fig. 5(b)의 단독말뚝 및 군말뚝의 모든 말뚝 하부에서는 하향의 전단응력이 발생하였으며, 단독말뚝의 경우 말뚝 상부에서 상향의 전단응력이 군말뚝의 경우보다 크게 발생하여 인장력이 더 크게 발생하는 것으로 나타났다. 군말뚝의 경우 말뚝의 상부에서 말뚝의 하

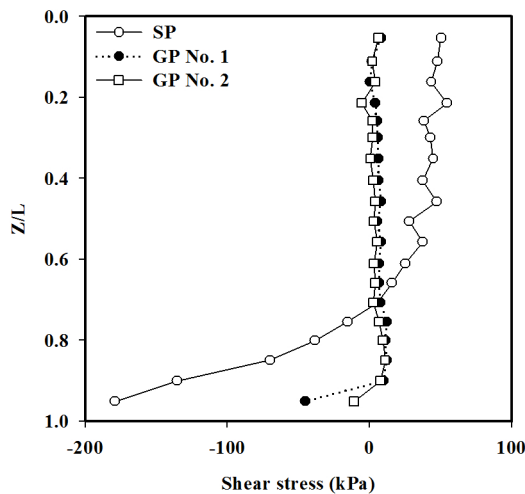


Fig. 5(b). Distributions of shear stresses with depth (single pile, group piles) (without ground reinforcement)

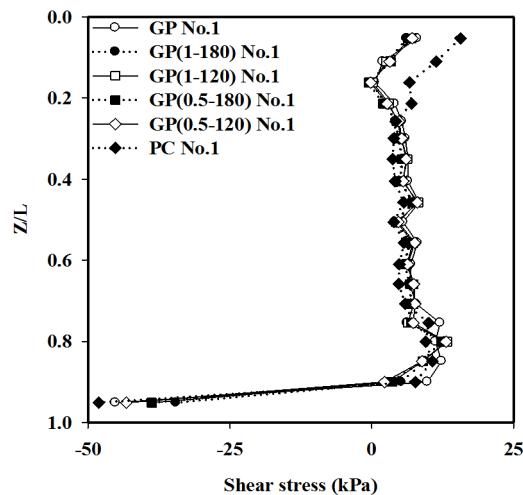


Fig. 5(c). Distributions of shear stresses with depth (group piles) (with ground reinforcement)

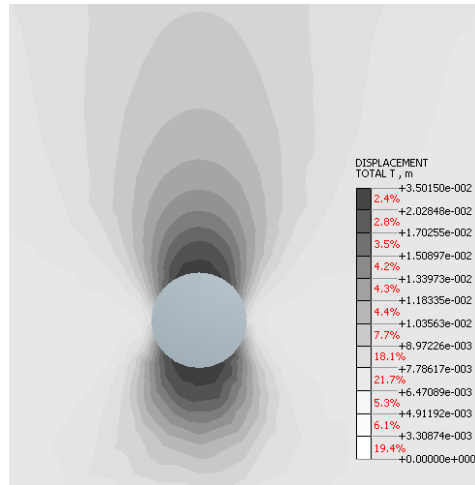
부($Z/L = 0.9$)까지 전단응력 분포가 약 $0 \sim 12 \text{ kPa}$ 사이를 유지하며 대부분 일정하게 분포하는 것을 알 수 있다. 이는 상대적으로 군말뚝의 임의의 심도에 대한 축력의 차이가 단독말뚝에 비해 크지 않으며, 군말뚝에서 작용하는 군효과로 인해 말뚝과 인접지반이 블록의 형태로 함께 침하하여 매우 작은 상대전단변위가 발생하는 현상과 관련된 것으로 판단된다(Lee, 2012c).

Fig. 5(c)는 군말뚝에 대해 그라우팅의 보강각도(120° 및 180°), 보강길이($\pm 0.5D$ 및 $\pm 1D$) 및 기초판 보강에 따른 해석을 통해 산정된 전단응력 분포를 정규화된 말뚝의 심도(Z/L)에 대하여 보여주고 있다. Fig. 5(c)에서는 군말뚝의 1번 말뚝(centre pile)을 고려하였다. 모든 말뚝의 선단에서는 (-) 부호의 전단응력이 발생하였으며, 이는 말뚝의 하부에서 지반의 침하가 말뚝의 침하를 초과하여 말뚝을 아래로 잡아당기는 효과(하향의 전단응력)가 나타나는 것을 의미한다. 따라서 말뚝에는 인장력이 발생하며 이는 말뚝의 상부 및 하부에서의 전단응력의 분포에 영향을 받는다. 기초판으로 보강된 말뚝의 경우 말뚝의 상부에는 다른 말뚝들에 비해 상대적으로 큰 전단응력 분포를 보였는데, 이는 앞서 언급한 바와 같이 말뚝상부에서 말뚝의 축력분포가 타 조건 말뚝들에 비해 비교적 크게 발생하기 때문으로 판단된다.

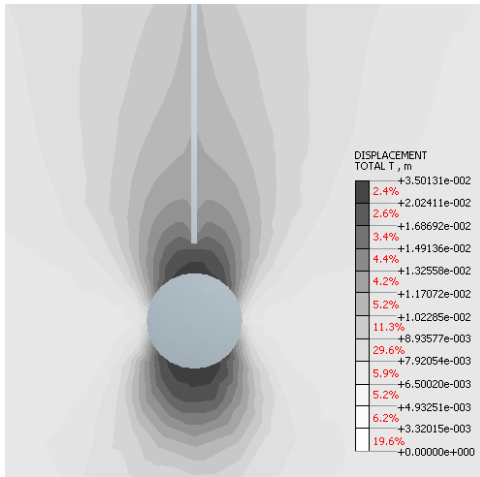
3.4 터널과 인접한 지반의 전체 변위 분포

Fig. 6(a)~6(c)는 $Y/D=0$ 위치에서 Greenfield 조건 및 단독말뚝의 보강조건에 따른 터널굴착으로 유발된 터널과 인접한 지반의 전체 변위를 X-Z 단면에 대한 등고선으로 보여주고 있다. 여기서 각각의 등고선에 적용된 변위에 따른 등고선의 색상은 수치해석 프로그램에서 제공된 자동비율로 산정되었다. Fig. 6(a)는 Greenfield 조건의 터널굴착으로 유발된 전체변위(total displacement)에 대한 등고선을 보여주고 있다. 터널 크라운(Crown) 바로 상부 지반에서는 약 22 mm 의 변위가 발생하였고 지표면으로 올라 갈수록 변위가 점차 감소하여 지표면에서는 약 7.7 mm 의 변위가 나타났다. 또한 터널 크라운 상부에서 지표면으로 지반의 심도가 점차 낮아질수록 변위가 감소하는 것을 알 수 있다. Fig. 6(b)는 보강을 실시하지 않은 단독말뚝에 대한 터널에 인접한 지반의 전체 변위 등고선을 보여주고 있다. 말뚝선단 주변의 지반에서는 상대적으로 말뚝의 변위보다 큰 변위가 발생하여 지반이 말뚝을 아래로 잡아당기는 효과가 발생하는 것을 알 수 있으며, 말뚝상부에서는 이와는 반대의 현상이 나타났으며 말뚝을 위로 잡아당기는 효과가 발생하여 결국 말뚝에는 인장력이 발생하는 것을 알 수 있다. 이는 앞서 설명한 바와 같이 터널굴착에 의해 말뚝에 인장력이 발생하는 메커니즘을 설명하고 있다. Fig. 6(c)는 SP(1-180) 보강조건에 대해 터널에 인접한 지반의 전체 변위 등고선을 보여주고 있다. SP(1-180) 보강조건의 경우 보강을 고려하지 않은 조건에 비해 터널크라운 상부 지반에서 변위가 크게 감소하는 것을 알 수 있으며, 따라서 지반보강이 적절히 나타난 것을 알 수 있다.

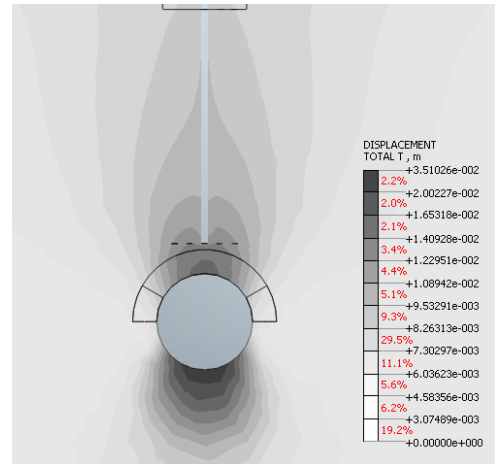
Fig. 7(a)~7(c)는 $Y/D=0$ 지점에서 군말뚝의 보강조건에 따른 터널굴착으로 유발된 터널에 인접한 지반의 전체 변위에 대한 X-Z 단면의 등고선을 보여주고 있다. Fig. 7(a)는 보강을 고려하지 않은 군말뚝에 대한 터널과 인접한 지반의 전체 변위 등고선을 보여주고 있으며, Fig. 7(b)는 GP(1-180) 보강조건에 대해 터널에 인접한 지반의



(a) Greenfield



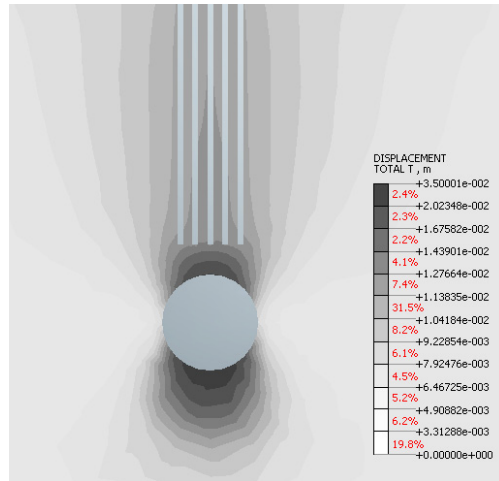
(b) A single pile without ground reinforcement



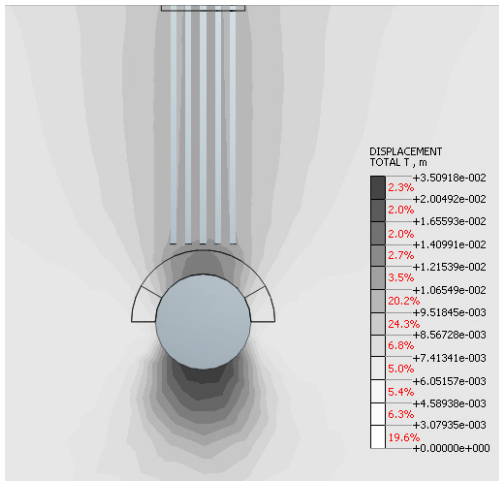
(c) A single pile with ground reinforcement(1D , 180°)

Fig. 6. The contour of total displacements for the single piles

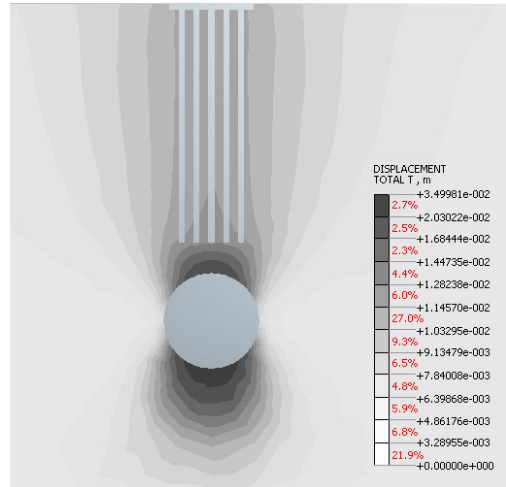
전체 변위 등고선을 보여주고 있다. 지반보강을 고려한 균말뚝의 외곽말뚝 주변 지반에서 지반보강을 고려하지 않은 지반에 비해 변위가 작게 발생하는 것을 알 수 있으며 이는 말뚝에 발생하는 축력의 크기를 감소시키는 것으로 판단된다. Fig. 7(c)는 PC 보강조건에 대한 터널에 인접한 지반의 전체 변위 등고선을 보여주고 있다. 그라우팅 보강을 고려하지 않은 상태에서 오직 기초판 보강만을 실시할 경우 말뚝 선단부근 지반의 변위는 Fig. 7(a)에 나타난 변위와 비슷하게 나타나는 반면, 말뚝두부에서는 기초판이 말뚝을 크게 구속하기 때문에 말뚝에는 상당한 인장력이 발생하는 것을 의미한다. 이는 지반보강이 크지 않은 것으로 판단된다. 따라서 기초판으로 말뚝 보강을 실시할 경우 말뚝선단부에 대한 그라우팅 보강을 동시에 수행하여 터널굴착으로 인한 영향을 감소시키는 방안이 필요할 것으로 보이며, 향후 이에 대한 연구가 지속적으로 필요하다고 판단된다.



(a) Group piles without ground reinforcement



(b) Group piles with ground reinforcement (1D, 180°)



(c) Group piles with a cap

Fig. 7. The contour of total displacements for the pile groups

4. 요약 및 결론

본 연구에서는 3차원 유한요소 해석을 실시하여 말뚝의 하부에서 실시되는 터널시공으로 인한 기존재하는 인근 말뚝의 거동을 다양한 지반보강조건(그라우팅 & 기초판)을 고려하여 분석하였다. 이를 통해 터널굴착으로 인해 유발된 말뚝침하, 축력, 전단응력 및 터널 주변지반의 전체변위를 고찰하였고, 그 결과 다음과 같은 결론을 도출하였다.

1. 터널굴착 단계에서 Greenfield 조건의 지표면 및 단독말뚝의 경우 터널굴착에 의한 말뚝두부의 침하비율은 $Y/D = -1.25 \sim +1.25$ 부근에서 가장 크게 나타났으며, 지반보강을 가장 넓게 고려한 SP(1-180) 경우 지반보강을 고려하지 않은 말뚝에 비해 말뚝의 침하가 약 16% 감소하는 효과가 발생하였다. 보강을 실시하지 않

은 단독말뚝 및 군말뚝내 중앙말뚝의 침하는 Greenfield 조건의 동일한 위치에서의 지표면 침하에 비해 각각 약 24% 및 48% 증가하는 것으로 분석되었다. 보강을 실시한 SP(1-180) 및 GP(1-180) 조건의 군말뚝내 말뚝의 침하는 보강을 실시하지 않은 단독말뚝 및 군말뚝 내 말뚝의 침하에 비해 각각 약 13% 및 14% 감소하는 것을 나타냈다. 또한 지반보강을 가장 넓게 고려했을 때 GP(1-180) 가장 작은 침하가 발생하였다. 터널굴착에 의한 말뚝의 침하는 지반보강길이(중방향 보강)보다는 보강각도(횡방향 보강)에 대해 더 큰 영향을 받는 것으로 분석되었다.

2. 지반보강을 실시한 단독말뚝의 경우 지반보강을 고려하지 않은 말뚝에 비해 축력이 감소하며, 특히 SP(1-180)에서 가장 작은 축력이 발생하였다. 이 경우 말뚝에 작용하는 정규화된 말뚝의 최대축력은 $P/P_{n,max} = 0.70$ 으로 지반보강을 고려하지 않은 말뚝에 비해 축력이 약 30% 감소하였다, 여기서 P는 임의의 말뚝 심도에서의 말뚝의 축력을 의미하고, $P_{n,max}$ 는 터널굴착 종료 후 지반보강을 고려하지 않은 상태의 단독말뚝에 작용하는 최대축력을 의미한다. GP(1-180) 조건으로 보강된 군말뚝의 경우 보강이 적용되지 않은 군말뚝에 비해 최대축력이 약 20% 감소하였다. 또한 군말뚝에 발생하는 최대축력이 발생하는 심도는 모든 말뚝에서 약 $Z/L = 0.9$ 지점에서 발생하였으며, 말뚝에 작용하는 최대축력은 기초판으로 보강된 말뚝에서 가장 크게 나타났다($P/P_{n,max} = 0.26$). 기초판으로 연결된 말뚝에서는 말뚝의 상부에서 타 말뚝들에 비해 상대적으로 큰 축력분포를 보였는데, 이는 군말뚝 내 각 말뚝의 변위가 기초판에 의해 억제되었기 때문인 것으로 분석된다.
3. 지반보강을 고려하지 않은 단독말뚝 및 군말뚝의 모든 말뚝 하부에서는 하향의 전단응력이 발생하였으며, 단독말뚝의 경우 말뚝 상부에서 상향의 전단응력이 군말뚝의 경우보다 크게 발생하여 인장력이 더 크게 발현되었다. 또한 단독말뚝에서 가장 작은 전단응력의 값을 보인 SP(1-180) 조건의 말뚝은 지반보강을 고려하지 않은 말뚝에 비해 약 38%가 감소된 것으로 나타났다. 군말뚝의 경우 말뚝의 상부에서 말뚝의 하부 ($Z/L = 0.9$)까지 전단응력 분포가 약 0~12 kPa 사이를 유지하였고 이는 군말뚝의 심도에 대한 전단응력의 분포가 상대적으로 단독말뚝에 비해 크지 않다는 것을 의미한다. 보강조건에 따른 각 군말뚝의 중앙말뚝을 분석한 결과 말뚝의 하부에서 지반의 침하가 말뚝의 침하를 초과하여 말뚝을 아래로 잡아당기는 효과(하향의 전단응력)가 발현되었다. 이로 인해 말뚝에 인장력이 작용하는 것을 알 수 있으며, 그 분포는 말뚝상부 및 하부에서의 전단응력의 발현정도에 영향을 받는 것으로 분석되었다.
4. Greenfield 조건의 지반 전체변위를 분석한 결과 터널 크라운(Crown) 바로 상부 지반에서는 약 22 mm의 변위가 발생하였고 지표면으로 올라 갈수록 변위가 점차 감소하여 지표면에서는 약 7.7 mm의 변위가 산정되었다. 또한 터널 크라운 상부에서 지표면으로 지반의 심도가 점차 낮아질수록 변위는 감소하고 이에 따른 변위의 분포는 증가하였다. 단독말뚝의 SP(1-180) 보강조건의 경우 보강을 고려하지 않은 조건에 비해 터널크라운 상부 지반에서 변위가 감소하였으며, 이를 통해 지반보강 효과가 적절하게 나타난 것을 알 수 있다. 그라우팅 보강을 적용하지 않은 조건에서 단지 말뚝 기초판 보강만을 실시할 경우 말뚝 선단부근 지반

의 변위는 Greenfield 조건의 변위와 비슷하게 나타나지만, 말뚝두부에서는 기초판이 말뚝의 변위를 크게 구속하기 때문에, 말뚝에는 다른 보강조건의 균말뚝과 달리 비교적 큰 인장력이 발생하였다. 따라서 기초판 보강을 통해 지반보강을 실시할 경우 보강효과가 상대적으로 작으므로 터널과 인접한 지반에서 그라우팅을 동시에 수행하여 터널굴착이 말뚝의 거동에 미치는 영향을 감소시키는 방안이 필요할 것으로 보이며, 향후 이에 대한 연구가 지속적으로 필요할 것으로 판단된다.

감사의 글

“본 연구는 국토교통부/국토교통과학기술진흥원의 지원으로 수행되었음(과제번호 16RDRP-B103401-04) 또한 정부(국민안전처)의 재원으로 재난안전기술개발사업단의 지원을 받아 수행된 연구임(MPSS-자연-2015-79).”

References

1. Choi, Y.G., Park, J.H., Woo, S.B., Jeong, Y.J. (2003), “Reinforcing effect of FRP multi-step grouting for NATM tunnel through weathered zone”, KSCE 2003 convention program, pp. 4805-4810.
2. Choi, H.J., Kim, S.G., Jang, K.J., Shim, J.D., Eun, S.J. (2005), “Case Study on Tunnel Design under Terminal Structure of Gimpo Airport”, KSCE Tunnel Committee Special Conference, pp. 49-66.
3. Cheng, C.Y., Dasari, G.R., Leung, C.F., Chow, Y.K., Rosser, H.B. (2004), “3D Numerical Study of Tunnel-Soil-Pile Interaction”, Underground Space for Sustainable Urban Development. Proc. of the 30th ITA-AITES World Tunnel Congress Singapore, pp. 1-8.
4. Dias, T. G. S., Bezuijen, A. (2014), “Pile-tunnel interaction: A conceptual analysis”, 8th International symposium on Geotechnical aspects of underground construction in soft ground, CRC Press, Vol. 1, pp. 251-255.
5. Hartono, E., Leung, C.F., Shen, R.F., Chow, Y.K., Ng, Y.S., Tan, H.T., Hua, C.J. (2014), “Behaviour of pile above tunnel in clay”, Physical Modelling in Geotechnics, pp. 833-838.
6. Hong, Y., Soomro, M.A., Ng, C.W.W. (2015), “Settlement and load transfer mechanism of pile group due to side-by-side twin tunnelling”, Computers and Geotechnics, pp.105-119.
7. Jacobsz, S. W. (2002), “The effects of tunnelling on piled foundations”, PhD thesis, University of Cambridge, pp. 1-348.
8. Jue, K.S., Na, D.S. (2005). “A Study on the Construction of Tunnel near the Piles of Foundation of an Overpass”, KSCE Tunnel Committee Special Conference, pp. 89-100.
9. Jeon, Y.J., Lee, C.J. (2015), “A study on the behaviour of single piles to adjacent tunnelling in stiff clay”, Journal of the Korean Geo-Environmental Society, Vol. 16, No. 6, pp. 13-22.
10. Jeon, Y.J., Kim, S.H., Lee, C.J. (2015), “A study on the effect of tunnelling to adjacent single piles and pile groups considering the transverse distance of pile tips from the tunnel”, Journal of Korean Tunnelling and Underground Space Association, Vol. 17, No. 6, pp. 637-652.

11. Lee, C.J. (2012a), "Three-dimensional numerical analyses of the response of a single pile and pile groups to tunnelling in weak weathered rock", *Tunnel Underground Space Technology*, Vol. 32, pp. 132-142.
12. Lee, C.J. (2012b), "Behaviour of single piles and pile groups in service to adjacent tunnelling conducted in the lateral direction of the piles", *Journal of Korean Tunnelling and Underground Space Association*, Vol. 14, No. 4, pp. 337-356.
13. Lee, C.J. (2012c), "The response of a single pile and pile groups to tunnelling performed in weathered rock", *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 32, No. 5C, pp. 199-210.
14. Lee, C.J., Jeon, Y.J. (2015), "A study on the effect of the locations of pile tips on the behaviour of piles to adjacent tunnelling", *Journal of Korean Tunnelling and Underground Space Association*, Vol. 17, No. 2, pp. 91-105.
15. Lee, C.J., Jeon, Y.J., Kim, S.H., Park, I.J., (2016), "The influence of tunnelling on the behaviour of pre-existing piled foundations in weathered soil", *Geomechanics and Engineering*, Vol. 11, No. 4, pp. 553-570.
16. Lee, G. T. K., Ng, C. W. W. (2005), "The effects of advancing open face tunneling on an existing loaded pile", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, Vol. 131, No. 2, pp. 193-201.
17. Liu, C., Zhang, Z., Regueiro, R.A. (2014), "Pile and pile group response to tunnelling using a large diameter slurry shield - Case study in Shanghai", *Computers and Geotechnics*, Vol. 59, pp. 21-43.
18. Lee, Y.J. (2008), "A boundary line between shear strain formations associated with tunneling adjacent to an existing piled foundation", *Journal of Korean Tunnelling and Underground Space Association*, Vol. 10, No. 3, pp. 283-293.
19. Marshall, A.M. (2009), "Tunnelling in sand and its effect on pipelines and piles", PhD thesis, University of Cambridge.
20. Midas GTS NX 3D (2016), "User manual", Midas GTS NX user manual, pp. 142-148.
21. Mair, R.J., Williamson, M.G. (2014), "The influence of tunnelling and deep excavation on piled foundations", *Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground*, pp. 21-30.
22. Ng, C.W.W., Lu, H., Peng, S.Y. (2013), "Three-dimensional centrifuge modelling of twin tunnelling effects on an existing pile", *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 35, pp. 189-199.
23. Ng, C.W.W., Soomro, M.A., Hong, Y. (2014), "Three-dimensional centrifuge modelling of pile group responses to side-by-side twin tunnelling", *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 43, pp. 350-361.
24. Pang, C.H. (2006), "The effects of tunnel construction on nearby pile foundation", PhD thesis, The National University of Singapore.
25. Selemetas, D. (2005), "The response of full-scale piles and piled structures to tunnelling", PhD thesis, University of Cambridge, pp. 1-302.
26. Williamson, M.G. (2014), "Tunnelling effects on bored piles in clay", PhD thesis, University of Cambridge UK.