

볼테라 시스템을 이용한 파랑 중 파라메트릭 횡동요에 대한 연구

이재훈·김용환[†]
서울대학교 조선해양공학과

Study on Volterra System for Variation of Metacentric Height in Waves and its Application to Analysis of Parametric Roll

Jae-Hoon Lee·Yonghwan Kim[†]
Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National University

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

In this study, a Volterra system for the variations of metacentric height (GM) in waves is employed to simulate the parametric roll phenomena of ships in head sea condition. Using the present Volterra system, the transfer function of each harmonic component in the GM variation is computed for different ship models, including mathematical models and a real containership, and the results are validated through the comparison with the values obtained using the direct calculations based on a weakly nonlinear time-domain method. Then, a semi-analytic approach employing a 1-degree of freedom equation for roll motion is developed to simulate the parametric roll motions in irregular waves. In the derived approach, the nonlinear and time-varying restoring forces in the waves are approximated using the Volterra system. Through simulations of the parametric roll for different sea states, the effects of the 1st and 2nd-order harmonic components of the variations in the occurrence and amplitude of the parametric roll motions are investigated. Because of the strong nonlinearities in the phenomena, a stochastic analysis is conducted to examine the statistical properties of the roll motions in consideration of the sensitivities and uncertainties in the computations.

Keywords : Parametric roll(파라메트릭 횡동요), Nonlinear roll(비선형 횡동요), Volterra system(볼테라 시스템), Ship dynamic stability (선박 동적 안정성), RAO of GM(GM 전달함수), Semi-analytic method(준해석적 방법)

1. 서론

선박의 파랑 중 동적 안정성 문제(dynamic stability issue)는 화물의 유실, 승객의 위험, 그리고 선박의 전복 등과 밀접한 관련이 있으므로 중요한 문제로 고려되고 있다. 동적 안정성 평가에 있어 중요한 인자는 파랑 중 메타센터 높이(metacentric height; GM)의 변화이다. 특히, 컨테이너선, 여객선, 그리고 Ro-Ro선과 같은 선박들은 선수 및 선미부의 흘수에 따라 접수면적이 크게 변화하기 때문에, 파라메트릭 횡동요(parametric roll)와 같은 동적 안정성 문제에 취약하다. 따라서 파랑 중 선박의 운항과 관련하여 안정성 기준 및 운항 지침을 확립하기 위해서는 비선형 복원능력이 고려된 해석이 필요하다.

선형 해석(linear analysis) 관점에서 GM은 직립 위치(upright position)의 선박에 대하여 횡방향 안정성을 나타내므로, 비선형

해석이 고려되는 경우, 선박의 동적 안정성 판별을 위해 파랑 중 GM이 도입되어야 한다. 예를 들어, Paulling & Ronsenberg (1959)의 경우 횡동요와 상하동요 및 종동요 간의 연성된 2차 비선형 복원력을 운동 방정식에 도입하여 파라메트릭 횡동요와 관련된 안정성 해석을 수행하였다. 이들에 의해 유도된 운동 방정식은 Mathieu 방정식의 형태를 가지며, 해당 방정식의 불안정성 조건을 분석함으로써 종파(longitudinal waves) 중 대변위 횡동요 운동의 발생 가능성을 검토하였다. 더 나아가, Neves & Rodriguez (2007)는 규칙파 중 GM 변화(GM variation)가 고려된 3차 운동 방정식을 유도하고, 이를 선형화하여 얻은 Hill 방정식에 대하여 안정 해석을 수행하였다. 한편, Roberts (1982)는 확률론적 평균 방법(stochastic averaging method)을 GM 변화에 적용하여 불규칙 파랑 중 파라메트릭 횡동요 관련 안정성 경계(stability boundary)를 도출하였다.

파랑 중 GM 변화를 계산하기 위해서는 파면(wave elevation)에 대한 상대적인 상하동요 및 종동요 운동이 고려되어야 한다. Paulling (1961)은 운동하는 선박이 교란되지 않은 파랑력에 따라 준정적 평형(quasi-static equilibrium)을 만족한다는 Froude-Krylov 가정에 근거하여 규칙파 중 선박의 횡동요 안정성을 평가하였다. 이 가정은 선미파(following waves) 또는 낮은 만남주파수의 파랑 중에서는 타당하다. 유도된 파랑 중 GM은 정수 중 GM 값과 입사 파고에 대한 선형 및 2차 항으로 표현된다. 반면, 불규칙파 중 GM을 표현하기 위해서 Dunwoody (1989)는 GM 변화가 파고와 비례한다는 가정 아래 GM 스펙트럼을 유도하였다. 하지만 선체의 비선형성으로 인하여 고차의 GM 변화 성분이 존재하며, 이를 고려하기 위해서는 불규칙파 중 파랑 성분 간의 상호작용에 기인한 성분이 포함되어야 한다. Palmquist (1994)는 파랑 중 GM을 근사하기 위해 선형 GM 전달함수 뿐만 아니라, 2차의 완변 성분(slowly-varying component) 역시 다항식을 이용한 근사를 통하여 도입하였다. 해당 연구에서는 이 2차 성분에 따라 파랑 중 GM의 평균값이 변화한다는 것을 검증하였다. 더 나아가, Hua, et al. (1999)는 볼테라 시스템(Volterra system)을 통하여 불규칙파 중 GM을 해석적으로 표현하였다. 이때, 상하동요 및 종동요 운동은 위의 기존 연구들과는 다르게 준정적 접근이 아닌 유체동역학적 계산(hydrodynamic calculation)을 통해 얻어졌다. 현대 대형선의 경우 비교적 높은 만남주파수의 선수파 중에서 파라메트릭 횡동요가 발생하기 때문에, 이러한 접근은 파라메트릭 횡동요 해석에서 파랑 중 GM 변화를 고려하는 데 더 적합하다. 또한 볼테라 시스템을 이용한 GM의 표현에서는 각 차수의 성분을 독립적으로 나타내므로, 각 성분이 파라메트릭 횡동요에 미치는 영향을 판별할 수 있다는 장점이 있다.

시간 영역에서 파라메트릭 횡동요를 시뮬레이션 하여 횡동요의 크기를 예측하기 위해서는 추가적으로 파랑 중 선박의 복원정(righting arm; GZ)에 대한 계산이 필요하다. 대변위 횡동요 운동에 있어 GZ는 선체 형상에 따른 비선형성을 보이며, 이를 고려하기 위한 방법은 크게 2가지가 있다. 첫 번째는 파랑 중 GM과 GZ 간의 관계를 간소화된 모델로 근사하는 방법이다. Umeda et al. (2004)은 구속모형시험(captive model test)을 통해 위의 관계를 도출하였으며, Bulian (2006)은 횡경사각과 입사 파고에 대한 다항식을 통해 위 관계를 근사하였다. 또한, Song (2013)과 Lee & Kim (2015)의 경우, 준정적 해석을 통해 얻은 GZ factor 함수를 이용하여 GM과 GZ간의 관계를 도출하고, 이를 이용하여 파라메트릭 횡동요에 대한 준해석적 해석(semi-analytic approach)을 수행하여 계산의 효율성을 크게 높인 방법을 소개한 바 있다.

파랑 중 GZ 계산을 위한 두 번째 방법은 파랑 도입을 선체표면에서 직접 적분하는 방법이다. 이 접근을 일반적으로 약한 비선형 해석(weakly nonlinear approach)이라고 말하며, 해당 접근에서는 선박에 의해 교란된 유체에 의한 힘은 선형 해석을 통해 얻는 반면, Froude-Krylov 힘 및 복원력은 선박의 실제 접수면적에 대하여 계산된다. France, et al. (2003)과 Shin, et al. (2004)는 선형 랭킨패널법(Rankine panel method)과 약한 비선형 해석을 도입하여 대형 컨테이너선의 파라메트릭 횡동요의 크

기를 예측하고, 이를 통하여 안정성 기준을 확립하였다. 또한, Spanos & Papanikolaou (2007)은 어선의 규칙파 중 파라메트릭 횡동요를 충격응답함수법(impulse response function method; IRF)과 약한 비선형 접근을 통해 해석하였다.

그러나 시간 영역에서 GZ를 직접 계산하는 수치해석의 경우 큰 계산 시간을 요구한다. 특히 불규칙 파랑 중 파라메트릭 횡동요는 비선형성으로 인하여 비가우시안 및 비에르고딕한 특성(non-Gaussianity and non-ergodicity)을 보이기 때문에, 확률론적 해석(stochastic analysis)을 위해 많은 횡수의 반복 계산이 요구된다 (Belenky, et al., 2003). Park, et al. (2012)은 파라메트릭 횡동요에 대한 수치해석에 있어 파랑 스펙트럼을 이산화하는 방법에 따라 해석 결과가 강한 불확실성 및 민감도를 보이며, 수렴된 결과를 얻기 위해서는 긴 시간의 시뮬레이션이 필요함을 보였다. 따라서 최근까지도 계산의 효율성을 위하여 간소화된 횡동요 운동 모델이 동적 안정성 해석에 사용되고 있다. Breu, et al. (2012)은 1 자유도의 횡동요 운동 방정식을 도입하여 선수각과 선속의 변화가 파라메트릭 횡동요에 미치는 영향을 파악하였으며, Rodriguez, et al. (2015)의 경우 3차의 연성 운동 방정식을 이용하여 불규칙 파랑 중 파라메트릭 횡동요를 효율적으로 계산하였다. 특히, 국제해사기구(International Maritime Organization)에서 제안하는 파라메트릭 횡동요 평가 절차인 "The second generation intact stability criteria"에서는 (Peters, et al., 2011), Level 1과 2 단계에서 GM 변화에 기반한 준해석적 방법의 적용을 요구하고 있다.

본 연구에서는 파랑 중 GM 변화 성분이 파라메트릭 횡동요에 미치는 영향을 살펴보기 위해, 볼테라 시스템을 통하여 GM 변화를 계산하고 이를 활용하여 파라메트릭 횡동요 해석을 수행하였다. 이를 위해 수학적 선체 형상과 컨테이너선에 대하여 GM 전달함수를 계산하고, 압력을 직접 적분하여 수치적으로 계산된 결과와 비교하여 검증하였다. 또한 준정적 해석을 통해 모델링된 비선형 복원력을 1 자유도 횡동요 운동 방정식에 적용하여 파라메트릭 횡동요 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과에 비추어 GM 변화의 선형 및 2차 성분이 파라메트릭 횡동요의 발생 및 크기에 미치는 영향을 다양한 해상상태에 대하여 분석하였다. 마지막으로, 파라메트릭 횡동요의 이산화된 불규칙 파랑 성분에 대한 민감도를 확인하고, 반복 계산을 통한 확률론적 해석을 수행하여 파라메트릭 횡동요의 통계적 특성을 파악하고자 하였다. 특히 본 연구에서 제시하는 준정적 방법은 비선형 해석을 요구하는 파라메트릭 횡동요 예측의 효율성을 높이는 방법으로 기대되며, 특히 불규칙 해상에서의 비선형 횡동요에 대한 통계적 해석의 수렴성과 정확도를 크게 향상시킬 수 있는 방법으로 판단된다.

2. 파랑 중 GM 변화 예측 기법

2.1 볼테라 시스템

순간적으로 고정된 파면에 대하여 정수압(hydrostatic

pressure)만을 고려하는 준정적 접근에 따라 파랑 중 GM 변화는 정수 중 GM인 GM_{still} 에 대하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\delta GM_{wave} = BM_{wave} + KB_{wave} - KG_{still} - GM_{still} \quad (1)$$

파랑 중 GM 변화는 Fig. 1의 물체고정 좌표계(body-fixed coordinate; $G-xyz$)에서 계산되므로, 선저, K 에서 무게중심, G 까지 거리를 나타내는 KG_{still} 은 선박 운동에 따라 변하지 않는다. 식 (1) 우변의 다른 항들은 흘수 아래 선체 횡단면의 폭, $B(x,z)$, 면적, $A(x,z)$, 그리고 수직방향 1차 모멘트, $M(x,z)$ 과 같은 기하학적 변수를 통해 나타낼 수 있다. 먼저, 파랑 중 부력중심, B 에서 메타센터, M 까지 거리, BM_{wave} 는 다음과 같다.

$$BM_{wave} = \frac{1}{12\nabla} \int_L B^3(x, T(x)+r(x))dx \quad (2)$$

여기서 $T(x)$ 와 $r(x)$ 는 각각 길이 방향 횡단면에서의 정수 중 흘수와 파랑 중 흘수 변화를 나타낸다. 또한, L 과 ∇ 는 각각 선박의 길이와 배수용적(displacement volume)을 의미한다. 선저에서 파랑 중 부력중심까지의 거리인 KB_{wave} 역시 횡단면의 기하학적 변수를 통해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$KB_{wave} = \frac{1}{\nabla} \int_L M(x, T(x)+r(x))dx \quad (3)$$

식 (2)와 (3)을 식 (1)에 대입하여 파랑 중 GM 변화를 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\delta GM = \frac{1}{\nabla} \int_L \left[\frac{B^3(x, T(x)+r(x))}{12} + M(x, T(x)+r(x)) \right] dx - KG_{still} - GM_{still} \quad (4)$$

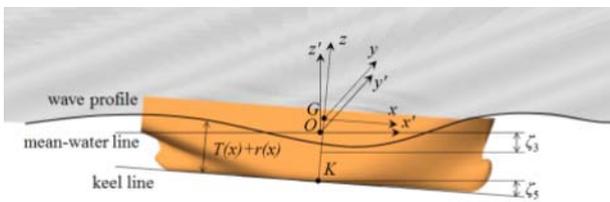


Fig. 1 Coordinate system for GM variations in waves

선수와 중에서 길이방향 각 횡단면에서의 흘수 변화는 파면과 선박 운동을 함께 고려함으로써 얻을 수 있다. 선박 운동이 입사 파고에 비례한다는 가정 아래, 불규칙 파랑 중 $r(x)$ 는 선형 중첩을 통해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$r(x) \equiv \sum_{n=1}^N A_n [r_n(x, \omega_n) e^{i\omega_n t} + \overline{r_n(x, \omega_n)} e^{-i\omega_n t}] \quad (5)$$

$$r_n(x, \omega_n) = \frac{1}{2} [e^{-ik_n x} - \zeta_{3,n} e^{i\psi_{3,n}} - \zeta_{5,n} x e^{i\psi_{5,n}}] e^{-i\epsilon_n} \quad (6)$$

여기서, A_n , k_n , ω_n , 그리고 ϵ_n 은 각각 n 번째 파랑 성분의 진폭, 파수, 주파수, 그리고 위상을 나타낸다. 또한, ζ_3 과 ζ_5 는 각각 상하동요와 종동요의 진폭응답함수(Response amplitude operator; RAO)를 의미하고, ψ_3 과 ψ_5 는 해당 운동의 위상을 의미한다. 본 연구에서 선형 운동 RAO는 Salvesen, et al. (1970)의 스트립 이론(strip theory)을 통하여 주파수 영역에서 계산되었다. 결과적으로, r_n 은 흘수 변화에 대한 전달함수이며, 위 첨자 ‘-’는 켈레 복소수를 의미한다.

파랑 중 GM 변화를 볼테라 시스템으로 표현하기 위해, 기하학적 변수를 정수 중 흘수를 기준으로 흘수 변화에 대하여 다음과 같이 테일러 전개(Taylor expansion) 한다.

$$\begin{bmatrix} B(x, T+r) \\ M(x, T+r) \\ A(x, T+r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B(x, T) \\ M(x, T) \\ A(x, T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1(x) \\ d_1(x) \\ e_1(x) \end{bmatrix} r + \begin{bmatrix} c_2(x) \\ d_2(x) \\ e_2(x) \end{bmatrix} r^2 + \dots \quad (7)$$

여기서 변수, c , d , e 는 각 정수 중 흘수에서 기하학적 변수들의 수직방향 미분 값을 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} c_k(x) \\ d_k(x) \\ e_k(x) \end{bmatrix} = \frac{1}{k!} \begin{bmatrix} \partial^k B(x, z) / \partial z^k \\ \partial^k M(x, z) / \partial z^k \\ \partial^k A(x, z) / \partial z^k \end{bmatrix}_{z=T(x)} \quad (8)$$

선박의 배수용적 역시 정수 중 흘수에 대하여 다음과 같이 테일러 전개 함으로써, 파랑 중 유체동역학적 평형(hydrodynamic equilibrium)을 고려한다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nabla} &= \frac{1}{\left(\nabla_0 + \int_L e_1 r dx + \int_L e_2 r^2 dx + \dots \right)} \\ &= \frac{1}{\nabla_0} \left[1 - \frac{1}{\nabla_0} \left(\int_L e_1 r dx + \int_L e_2 r^2 dx + \dots \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\nabla_0^2} \left(\int_L e_1 r dx + \int_L e_2 r^2 dx + \dots \right)^2 - \dots \right] \quad (9) \end{aligned}$$

본 연구에서는 파랑 중 GM 평가를 위하여 $r(x)$ 에 대한 2차 성분까지 고려한다. 식 (7)과 식 (9)를 식 (4)에 대입하여 각 차수의 GM 변화 성분을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta GM_1 &= \frac{1}{\nabla_0} \int_L \left[\frac{B^2(x, T)}{4} c_1 + d_1 \right] r dx \\ &- \frac{1}{\nabla_0^2} \left\{ \int_L \left[\frac{B^3(x, T)}{4} + M(x, T) \right] dx \right\} \left\{ \int_L e_1 r dx \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

$$\delta GM_2 = \frac{1}{\nabla_0} \int_L \left[\frac{B^2(x, T)}{4} c_2 + \frac{B(x, T)}{4} c_1^2 + d_2 \right] r^2 dx$$

$$- \frac{1}{\nabla_0^2} \left\{ \int_L \left[\frac{B^3(x, T)}{4} + M(x, T) \right] dx \right. \\ \left. \cdot \left[\int_L e_2 r^2 dx - \frac{1}{\nabla_0} \left[\int_L e_1 r dx \right]^2 \right] \right\}$$

$$- \frac{1}{\nabla_0^2} \left\{ \int_L \left[\frac{B^2(x, T)}{4} c_1 + d_1 \right] r dx \right. \\ \left. \cdot \int_L e_1 r dx \right\} \quad (11)$$

식 (10)과 (11)에 나타난 볼테라 시스템의 각 항들은 정수 중 홀수 부근의 선체 형상에 기인하는 특성 함수인 주요 항(main term)과 선박 운동에 기인하는 부가적인 항(residual term)으로 Table 1과 같이 분류할 수 있다.

Hua, et al. (1999)의 파랑 중 GM 변화에 대한 볼테라 시스템과 비교하여 본 연구의 시스템에는 2가지 차이점이 있다. 첫 번째로 기존 연구에서는 Fig. 1의 지구고정 좌표계(inertial

coordinate; $O-x'y'z'$)에서 파랑 중 GM이 평가되었기 때문에 다음과 같이 종동요 운동에 의한 무게중심의 변화가 고려되었다.

$$KG(x) = KG_{still} + x\zeta_5(\omega) \quad (12)$$

이 변화는 배수용적의 변화와 결합되어 기존 시스템의 부가적인 항으로 귀결된다. 반면, 본 연구의 시스템에서는 물체고정 좌표계에서 GM의 변화가 평가되기 때문에 위와 같은 항이 파생되지 않는다. 통상, 선박의 횡동요 운동은 물체고정 좌표계에서 해석되기 때문에, 본 연구의 GM 변화 성분이 운동 방정식에 도입되어야 한다. 두 번째로 기존 연구와는 달리 본 연구에서는 배수용적이 상수로 간주되지 않고, 운동 중 선박의 동적 평형을 만족시키기 위한 변수로 여겨진다. 일반적으로 선수와 중 파라메트릭 횡동요는 상하동요 및 종동요의 공진 영역 부근의 비교적 높은 만남주파수에서 발생한다. 따라서 선박의 관성이 고려된 동적 평형에서의 배수용적이 적용되어야 한다. 결론적으로 2가지 시스템에서 주요 항은 동일한 반면, 부가적인 항의 경우 본 연구에서 더 엄밀히 유도되었음을 알 수 있다.

Table 1 Classification of terms in the Volterra system

Volterra system	Terms
1st-order components	
Main term, $G_1(x)$	$\frac{1}{\nabla_0} \left[\frac{B^2(x, T)}{4} c_1 + d_1 \right]$
Residual term, $R_1(x)$	$-\frac{1}{\nabla_0^2} \int_L \frac{B^3(x, T)}{12} + M(x, T) dx [e_1]$
2nd-order components	
Main term, $G_2(x)$	$\frac{1}{\nabla_0} \left[\frac{B^2(x, T)}{4} c_2 + \frac{B(x, T)}{4} c_1^2 + d_2 \right]$
Residual term, $R_{21}(x)$	$-\frac{1}{\nabla_0^2} \int_L \left[\frac{B^3(x, T)}{12} + M(x, T) \right] dx [e_2]$
Residual term, $R_{22}(x, \omega)$	$\frac{1}{\nabla_0^3} \int_L \left[\frac{B^3(x, T)}{12} + M(x, T) \right] dx \int_L e_1 r(\omega) dx [e_1] - \frac{1}{\nabla_0^2} \int_L \left[\frac{B^2(x, T)}{4} c_1 + d_1 \right] r(\omega) dx [e_1]$
Residual term, $\overline{R}_{22}(x, \omega)$	$\frac{1}{\nabla_0^3} \int_L \left[\frac{B^3(x, T)}{12} + M(x, T) \right] dx \int_L e_1 \overline{r}(\omega) dx [e_1] - \frac{1}{\nabla_0^2} \int_L \left[\frac{B^2(x, T)}{4} c_1 + d_1 \right] \overline{r}(\omega) dx [e_1]$

Table 1의 항들과 홀수 변화에 대한 전달함수를 이용하여 파랑 중 GM 변화에 대한 전달함수를 계산할 수 있다. 홀수 변화에 비례하는 선형 전달함수는 다음과 같다.

$$f_n(\omega_n) \text{ or } \overline{f}_n(\omega_n) = \int_L [G_1 + R_1] (r_n \text{ or } \overline{r}_n) dx \quad (13)$$

유사한 방법으로 2차 전달함수 역시 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$u_{mn}(\omega_m, \omega_n) \text{ or } \overline{u}_{mn}(\omega_m, \omega_n) \\ = \int_L \left\{ (G_2 + R_{21}) r_m (r_n \text{ or } \overline{r}_n) \right. \\ \left. + R_{22}(\omega_m) (r_n \text{ or } \overline{r}_n) \right\} dx \quad (14)$$

$$v_{mn}(\omega_m, \omega_n) \text{ or } \overline{v}_{mn}(\omega_m, \omega_n) \\ = \int_L \left\{ (G_2 + R_{21}) \overline{r}_m (r_n \text{ or } \overline{r}_n) \right. \\ \left. + R_{22}(\omega_m) (r_n \text{ or } \overline{r}_n) \right\} dx \quad (15)$$

위 식에서 u_{mn} 와 \overline{v}_{mn} 는 GM의 변화 중 ω_m 과 ω_n 의 주파수를

가지는 파랑 성분들에 기인한 합주파수 성분(sum-frequency component)을 나타내는 반면, $\overline{u_{mn}}$ 와 v_{mn} 은 차주파수 성분(difference-frequency component)을 나타낸다.

2.2 직접 계산 방법

GM 전달함수를 계산하는 다른 방법으로 식 (1)의 준정적 접근에서 압력을 직접 적분하는 계산 방법(direct calculation)이 있다. 직접 계산 방법에서 파랑 중 GM은 상하동요 및 종동요 운동을 고려하여 파면까지의 정수압을 적분함으로써 얻을 수 있다. 본 연구에서는 직접 계산 방법을 통하여 시간 영역에서의 GM을 계산하기 위해, 스트립 이론의 주파수 영역 해를 충격응답함수법을 통해 시간 영역으로 변환하여 얻은 선박 운동을 도입하였다.

Fig. 2는 직접 계산 방법을 통해 얻은 규칙파 중 GM의 변화를 나타낸다. 일반적으로 파랑골(wave trough)이 선박의 중앙부에 위치한 경우 수선면적이 증가하여 GM이 정수 중 값보다 증가하게 되고, 반대로 파고점(wave crest)이 중앙부에 위치한 경우 작은 수선면적으로 인하여 GM이 감소한다. 또한 선체의 비선형성으로 인하여 GM의 시계열은 조화함수에서 벗어난 형태를 가지며, 평균값 역시 정수 중 값과 비교하여 변화하는 것을 확인할 수 있다. 파랑 중 GM은 시계열에 푸리에 변환을 도입하여 다음과 같이 평균값과 조화성분들 간의 합으로 나타낼 수 있다.

$$GM(A, \omega, t) = GM_{still} + GM_0(A, \omega) + \sum_{n=1}^{\infty} GM_n(A, \omega) \cos(n\omega t) \quad (16)$$

여기서 GM_0 와 GM_n 은 각각 평균값의 변화량과 n차 조화성분의 크기를 의미한다.

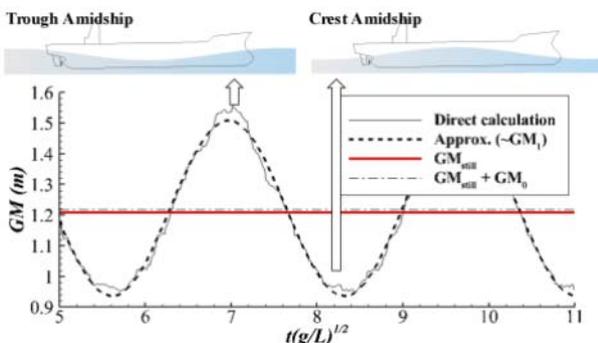


Fig. 2 Time history of GM in a regular wave

GM_1 은 파랑 중 GM 변화의 진폭을 의미하며, 이 값은 볼테라 시스템의 선형 전달함수에 해당한다. 평균값의 변화에 2차 성분의 기여가 지배적이라는 가정 아래 GM_0 는 2차 성분으로 간주할 수 있으며, 따라서 이 값은 볼테라 시스템의 차주파수 주대각 성분(m=n)에 해당한다. GM_2 의 경우 같은 방식으로 볼테라 시스템

의 합주파수 주대각 성분이다. 직접 계산 방법으로 얻은 GM 전달함수와 볼테라 시스템간의 관계를 정리하면 다음과 같다.

$$GM_0(\omega_n) = A_n^2 Re(\overline{u_{nn}} + v_{nn}) \quad (17)$$

$$GM_1(\omega_n) = A_n [Re(f_n + \overline{f_n})^2 + Im(f_n - \overline{f_n})^2]^{1/2} \quad (18)$$

$$GM_2(\omega_n) = A_n^2 [Re(u_{nn} + \overline{v_{nn}})^2 + Im(u_{nn} - \overline{v_{nn}})^2]^{1/2} \quad (19)$$

3. 파라메트릭 횡동요 해석 기법

횡동요, ξ_4 와 상하동요, ξ_3 및 종동요, ξ_5 간의 유체동역학적 연성은 무시할 수 있으므로 종파 중 1 자유도 횡동요 운동 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$(M_{44} + A_{44})\ddot{\xi}_4 + b_{roll}\dot{\xi}_4 + \Delta GZ(\xi_3, \xi_4, \xi_5, \eta, t) = 0 \quad (20)$$

여기서 M_{44} , A_{44} , 그리고 Δ 는 각각 횡방향 관성 모멘트, 부가 관성 모멘트, 그리고 배수량(displacement)을 의미한다. 또한 b_{roll} 은 선형 등가 감쇠 계수(linear equivalent damping coefficient)이다. 일반적으로 선박의 횡동요는 점성의 영향을 받으며, 따라서 횡방향 감쇠력에는 횡동요 속도의 고차항에 비례하는 성분이 존재한다. 하지만 본 연구에서는 복원력의 변화에 따른 영향에 초점을 맞추고 있기 때문에 감쇠력은 다음과 같이 선형 감쇠 계수를 통해 모델링되었다.

$$b_{roll} = 2\gamma \sqrt{(M_{44} + A_{44, \infty})C_{44}} \quad (21)$$

여기서 $A_{44, \infty}$ 와 C_{44} 는 각각 무한주파수 부가 관성 모멘트와 횡방향 복원계수를 의미한다. γ 는 임계 감쇠 계수에 대한 비율을 의미하며 선체 형상, 선속 등에 따라 값을 달리 한다. 일반적인 선박의 경우 0.03-0.10 사이의 값을 가지며, 자유 횡동요 감쇠 시험 (free-roll-decay test)의 결과를 통해 그 값을 결정할 수 있다. 만약 빌지 킴(bilge keel) 등의 부가물로 인하여 횡동요 감쇠력의 비선형 성분이 클 경우 횡동요 속도에 대한 고차항을 추가하여 감쇠력을 모델링하여야 할 것이다.

식 (20)의 횡동요 운동 방정식은 상하동요 및 종동요가 횡방향 복원력에 미치는 영향이 고려되어 있는 단방향의 연성 방정식이다. 따라서 GZ는 선박 운동과 파면, η 를 고려한 실제 접수면적에서 결정된다. 특히 선박이 대변위 횡동요 운동을 할 때 GZ는 선체 형상에 따른 비선형성을 보이며, 선체표면을 따라 압력을 직접 적분함으로써 파랑 중 비선형 복원력을 계산할 수 있다. 하지만 이 방법은 시간 영역 해석에서 큰 계산 시간을 요구하기 때문에 본 연구에서는 비선형 복원력을 모델링하여 효율적인 계산을

수행하는 준해석적 방법(semi-analytic method)을 적용하였다. 파랑 중 GZ는 횡경사각이 증가할수록 파랑에 의한 접수면적의 변화가 감소함에 따라 그의 변화폭 역시 감소한다. 이러한 비선형적인 경향을 고려하기 위해, 다음과 같이 정수 중 GZ, GZ_{still} 과 GZ factor 함수, $f(\xi_4)$ 를 통해 파랑 중 GZ를 모델링한다.

$$GZ(\xi_3, \xi_4, \xi_5, \eta, t) = GZ_{still}(\xi_4) + \frac{GM(\xi_3, \xi_5, \eta, t) - GM_{still}}{GM_{still}} f(\xi_4) \quad (22)$$

GZ factor 함수는 파랑 중 GM과 GZ간의 관계를 나타내며, 횡동요에 대한 선형항 및 고차항으로 구성되어 있다. 본 연구에서 사용된 GZ factor 함수는 다음과 같다.

$$f(\xi_4) = GM_{still} \left(\sin(\xi_4) - \frac{\sin^\alpha(\xi_4)}{\sin^{\alpha-1}(\xi_{4,max})} \right) \quad (23)$$

여기서 $\xi_{4,max}$ 는 정수 중 GZ 곡선의 x -절편에서의 횡경사각을 의미한다. 또한 α 는 고차항의 차수를 의미하며, 이를 통해 대변위 횡동요에서의 비선형성을 고려한다. 따라서 α 는 선체 형상에 따라 값을 달리 하며, Lee and Kim (2015)은 준정적 해석을 통해 얻은 파랑 중 GZ 곡선과의 비교를 통해 이 값을 결정하였다.

식 (22)의 파랑 중 GM, $GM(\xi_3, \xi_5, \eta, t)$ 은 2.1절의 볼테라 시스템을 이용하여 얻을 수 있다. 각 차수의 GM 변화 성분이 파라메트릭 횡동요에 미치는 영향을 분석하기 위해 다음의 3가지 방식에 따라 GM 값이 근사되었다. 첫 번째는 선형 변화 성분만을 이용한 경우(Case 1; 식 (24)), 두 번째는 평균값의 변화와 선형 변화 성분을 고려한 경우 (Case 2; 식 (25)), 마지막은 선형 및 2차 변화 성분을 모두 포함하여 근사한 경우(Case 3; 식 (26))이다. 각각의 경우에 대하여 불규칙파 중 GM의 변화를 GM 전달함수의 선형 중첩을 통해 시간 영역에서 나타낸 결과는 다음과 같다.

$$GM(t) = GM_{still} + \sum_{n=1}^N A_n [f_n e^{i\omega_n t} + \overline{f_n} e^{-i\omega_n t}] \quad (24)$$

$$GM(t) = GM_{still} + \sum_{n=1}^N A_n^2 [\overline{u_{nn}} + v_{nn}] \quad (25)$$

$$+ \sum_{n=1}^N A_n [f_n e^{i\omega_n t} + \overline{f_n} e^{-i\omega_n t}]$$

$$GM(t) = GM_{still} + \sum_{n=1}^N A_n [f_n e^{i\omega_n t} + \overline{f_n} e^{-i\omega_n t}] + \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_m A_n \left[u_{mn} e^{i(\omega_m + \omega_n)t} + \overline{u_{mn}} e^{i(\omega_m - \omega_n)t} + v_{mn} e^{-i(\omega_m - \omega_n)t} + \overline{v_{mn}} e^{-i(\omega_m + \omega_n)t} \right] \quad (26)$$

파라메트릭 횡동요 해석을 수행하기 위해서 식 (20)의 운동 방정식은 4차 Runge-Kutta 방법의 시간 적분을 통해 풀이되었다. 또한 돌풍 또는 조류 등의 환경 조건에 의하여 발생한 초기 횡동요 교란을 모델링하기 위해 시간 영역의 특정 순간에 3.0-10.0°의 횡경사각을 부여함으로써 해석의 초기 조건을 설정하였다.

4. 해석 결과

4.1 해석 모델

볼테라 시스템을 이용하여 GM 전달함수를 계산하기 위하여 해석 모델로서 수학적 선체 형상과 컨테이너선을 선정하였다. 수학적 선체 형상으로는 Wigley III (Journee, 1992)가 사용되었으며, 기존의 모델에 더하여 다음의 수식에 따라 변형된 모델에 대해서도 계산을 수행하였다.

$$Y = \begin{cases} f_1(1-Z^2)(f_2+Z) & \text{for } -1/2 \leq X \leq 0 \\ f_1(1-Z^2)(f_2+Z) \cdot (1-X^2)(1+0.2X^2) & \text{for } 0 \leq X \leq 1/2 \end{cases} \quad (27)$$

여기서 X , Y , Z 는 각각 선박의 길이($L/2$), 너비($B/2$), 흘수($T/2$)로 무차원화된 좌표이며, 상수 f_1 과 f_2 는 $f_1 f_2^2 = 1$ 의 관계를 가진다. Fig. 3은 변형된 모델의 선도를 나타낸 것이다. 기존의 Wigley III ($Y = (1-Z^2)(1-X^2)(1+0.2X^2)$)의 경우 흘수에서 선체의 수직방향 기울기(dY/dZ)가 0인 반면에, 변형된 모델은 일정 값을 가지며 특히 선미에서 큰 값을 가진다.

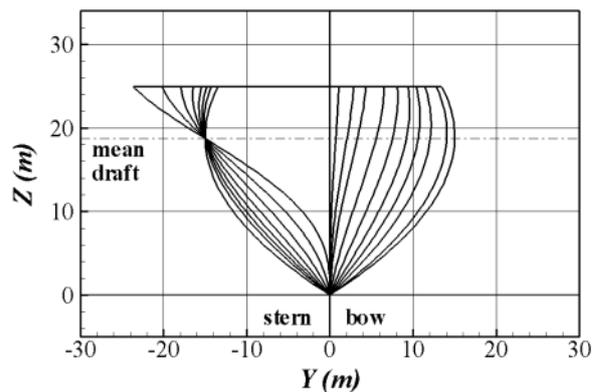


Fig. 3 Body plan: modified Wigley model

컨테이너선의 경우 C11 class의 파나마급(panamax) 6,500 TEU 컨테이너선을 선박 모델로 선택하였다. Fig. 4에 나타나듯이, 일반적으로 컨테이너선은 큰 선수 플레어 각(large bow flare angle)과 오버행잉 트랜섬(overhanging transom)으로 인해 선수 및 선미부에서 흘수 변화에 따라 수선면적이 크게 변화한다. 따

라서 이러한 종류의 선박은 파라메트릭 횡동요에 취약하다고 알려져 있다.

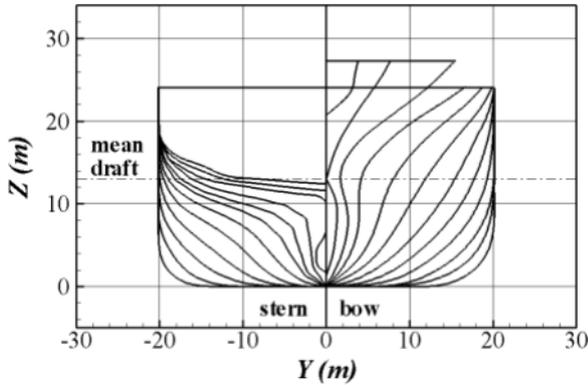


Fig. 4 Body plan: 6,500 TEU containership

4.2 GM 전달함수의 계산

식 (17)–(19)에 따라 볼테라 시스템을 이용하여 해석적으로 계산된 GM 전달함수(VS)를 직접 계산 방법을 통해 수치적으로 계산한 결과(DC)와 비교하였다. 직접 계산 방법에서는 파면까지의 정수압을 3차원 선체표면 패널에서 적분하며, 입사 파고의 영향을 살펴보기 위해 다양한 파고에 대하여 계산을 수행하였다. 수학적 선체인 Wigley의 경우 형상이 단순하기 때문에 Fig. 5에 나타나듯이 서로 다른 파고에 대하여 무차원화된 GM 전달함수가 유사하다. 또한 이를 통하여 GM 전달함수의 차수별 특성(GM_1 은 파고에 비례, GM_0 와 GM_2 는 파고 제곱에 비례)를 검증할 수 있다.

Wigley III는 정수 중 흘수에서 선체 기울기가 0이기 때문에 Table 1의 선형 주요 항(G_1)은 값이 없고 부가적인 항(R_1)에 의

해서만 GM_1 이 결정된다(Fig. 6 참조). Fig. 5에 나타나듯이 본 연구의 볼테라 시스템은 GM_1 전달함수를 직접 계산된 결과와 비교하여 정확하게 예측하는 반면, Hua et al.(1999) 방법에서는 다소 차이를 보인다. 따라서 선박 운동에 의한 배수용적의 변화를 고려하여 부가적인 항을 계산해야 함을 알 수 있다. 또한, 기존 연구와는 달리 본 연구의 기준 좌표계는 물체고정 좌표계이므로 두 볼테라 시스템에서 2차 부가적인 항(특히, R_{21}) 역시 값을 달리 한다. 직접 계산 방법에서도 KG 가 선박 운동에 따라 변하지 않는 물체고정 좌표계를 사용하였기 때문에, 본 연구의 GM_0 및 GM_2 가 기존 시스템보다 직접 계산 방법 결과와 유사하다.

본 연구의 볼테라 시스템에서는 정수압이 선체 수직방향으로 변화한다($p_{static} = \rho g z$). 반면, 직접 계산 방법에서는 종동요가 발생한 경우 이를 고려한 지구고정 좌표계에서의 정수압이 적용된다($p_{static} = \rho g z'$). 따라서 종동요 운동이 상대적으로 큰 저주파수 영역에서는 볼테라 시스템과 직접 계산 간의 약간의 차이가 발생한다(Fig. 5의 GM_0 전달함수 참조). 하지만 그 차이는 크지 않기 때문에, 각 파랑 주파수에 대한 시간 영역 직접 계산에 상응하는 파랑 중 GM 변화 성분을 볼테라 시스템을 통해 해석적으로 얻을 수 있음을 확인할 수 있다. 또한, 규칙파 중 직접 계산으로는 2차 GM 변화 성분 중 주대각 성분(식 (14) 또는 (15)에서 $m = n$ 인 경우)만을 얻을 수 있는 반면, 볼테라 시스템을 이용하면 파랑 성분 간의 상호작용에 따른 모든 2차 성분을 고려할 수 있으므로 불규칙 파 중 GM 변화 역시 표현할 수 있다.

Fig. 7은 변형된 Wigley 모델에 대한 결과로서, 위의 선형과는 달리 선미부에서 선체 기울기 값이 크기 때문에 Table 1의 주요 항이 GM 전달함수에 지배적인 영향을 끼친다(Fig. 8 참조). 따라서 Fig. 7에 나타나듯이 두 볼테라 시스템 간에 부가적인 항의 차이가 크지 않기 때문에 직접 계산된 결과와 비교하여 두 시스템 모두 GM_1 전달함수가 유사함을 확인할 수 있다.

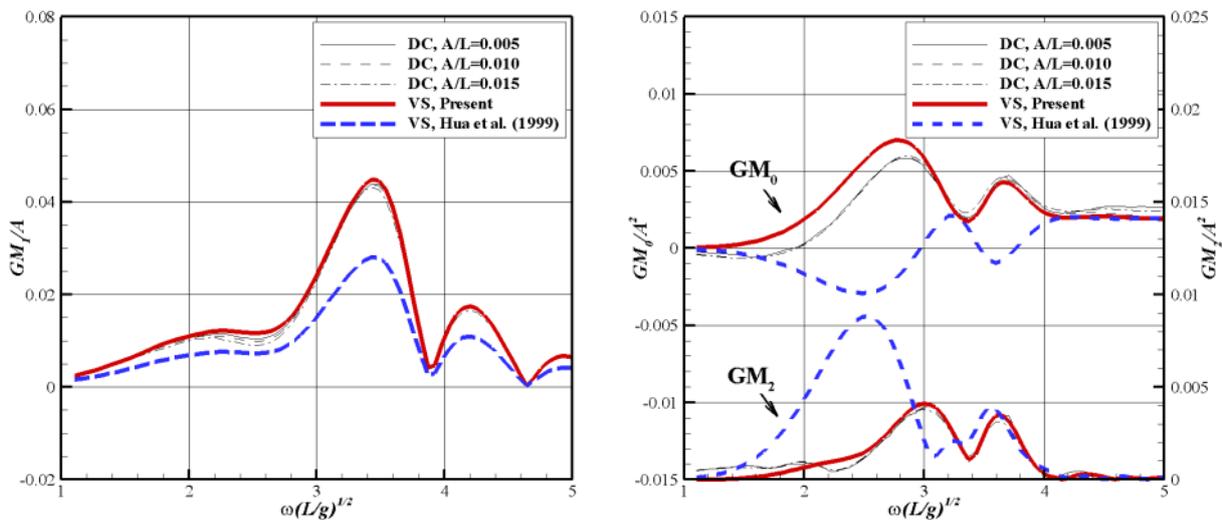


Fig. 5 Transfer functions of GM variation: Wigley III, GM_1 (left), GM_0 and GM_2 (right)

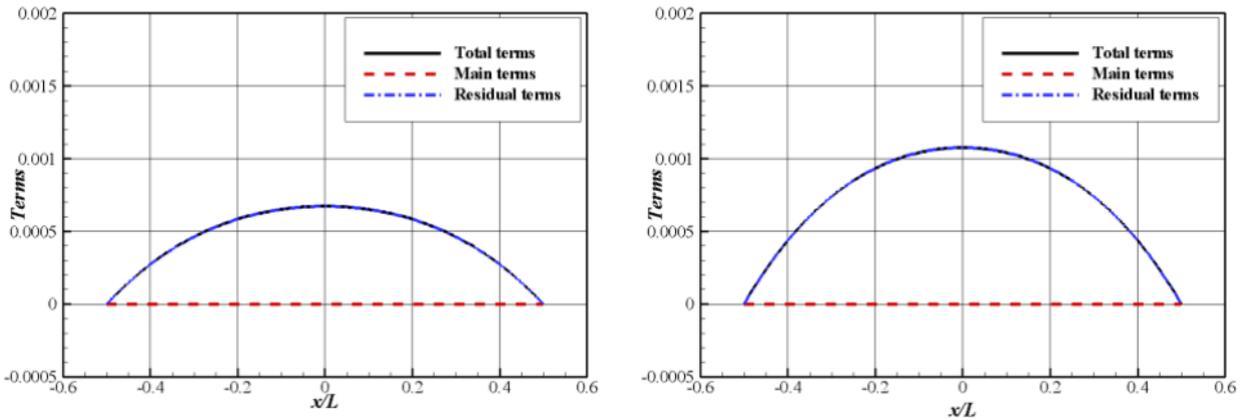


Fig. 6 Distribution of 1st-order main and residual terms: Wigley III, Hua et al.(1999), present(right)

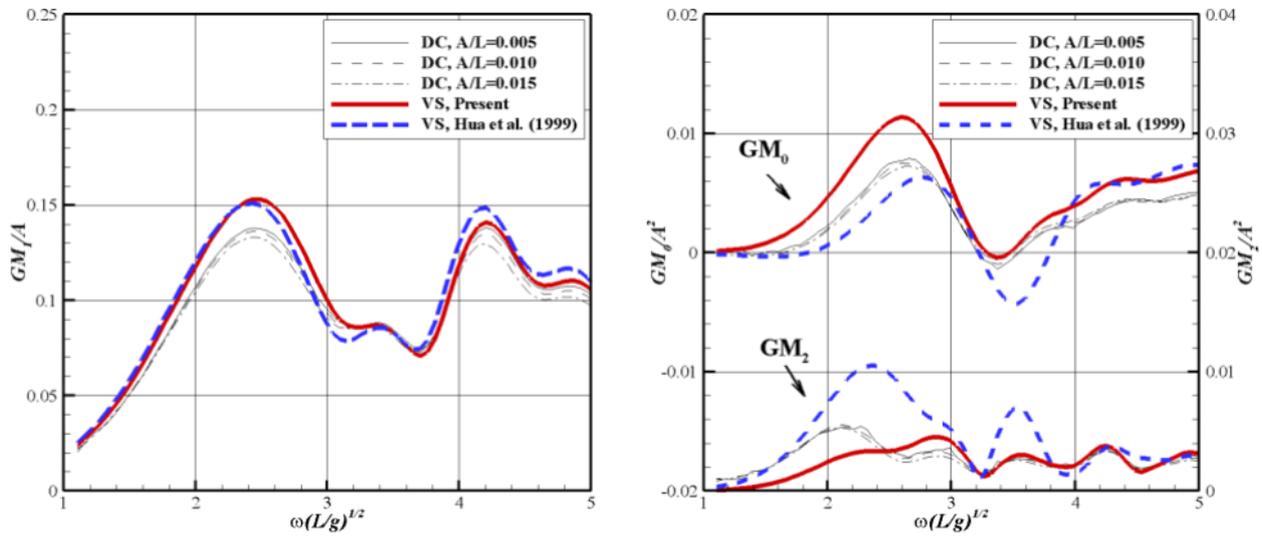


Fig. 7 Transfer functions of GM variation: modified Wigley III, GM_1 (left), GM_0 and GM_2 (right)

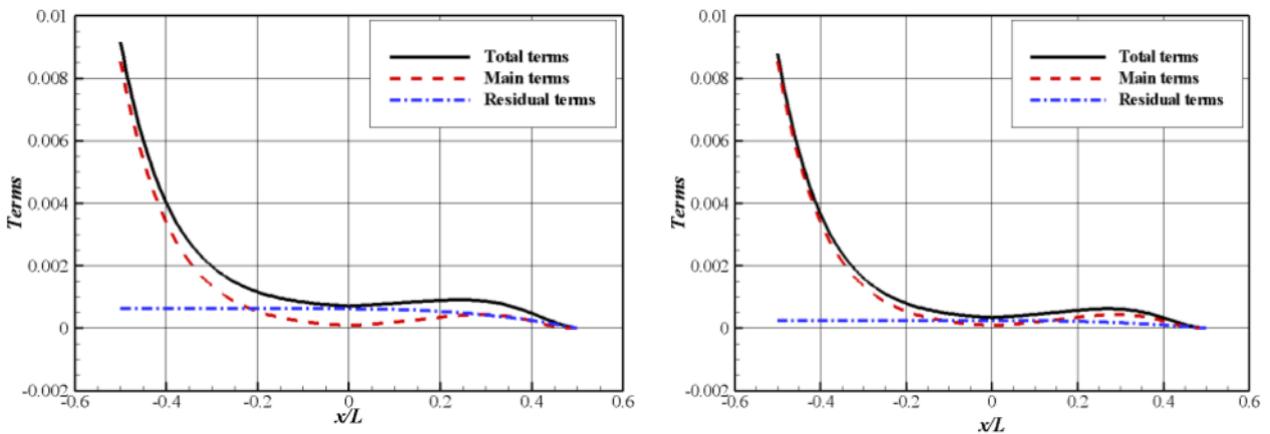


Fig. 8 Distribution of 1st-order main and residual terms: Wgley III, Hua et al.(1999), present(right)

2차 전달함수의 경우(Fig. 7의 GM_0 및 GM_2 참조) 선체 형상이 복잡해지면서 수치압력 적분의 패널에 따른 민감도가 커짐

에 따라, 직접 계산된 결과와 비교하여 약간의 차이가 난다. 또한 볼테라 시스템의 경우 물체고정 좌표계에서 정수압의 수직 방

항 압력구배가 중동요 운동에 따라 변화함을 반영하지 않기 때문에, 중동요 운동이 큰 저주파수 영역에서 그 차이는 심화된다. 그럼에도 불구하고, 본 연구의 볼테라 시스템을 통해 얻은 GM 전달함수는 상대적으로 작은 파고에 대해서 직접 계산된 결과와 전반적으로 유사한 것을 확인할 수 있다.

6,500 TEU 컨테이너선의 경우 수학적 선체 형상과는 달리 기하학적 변수의 수직방향 1계 및 2계 미분 값을 구하기 위해서 수치 미분을 수행해야 한다. 이를 위하여 다항식을 통해 선체를 보간하여 계산하는 방법(polynomial interpolation; PI)과 흡수 부근의 일정 범위에 대하여 최소자승법(least square method; LSM)을 적용하여 선체를 근사하는 방법 2가지가 사용되었다. Fig. 9은 선수부와 선미부에 대하여 각각의 방법으로 선체를 보간한 결과를 나타낸 것이다. 다항식 보간법의 경우 국부적으로

정확하게 선체를 표현할 수 있다는 장점이 있지만, 선미부의 오버행 트랜섬으로 인한 선체 형상의 급격한 수직방향 변화는 고려하지 못한다. 반면에 최소자승법의 경우 일정 범위($\pm A_{LSM}$) 안에서 수직방향 형상 변화의 전체적인 경향을 근사할 수 있다는 장점이 있다.

컨테이너선 역시 선미부에서 매우 큰 선체 기울기를 가지기 때문에, 볼테라 시스템에서 주요 항의 GM 전달함수에 대한 기여가 지배적이다. Fig. 10의 6,500 TEU 컨테이너선에 대하여 GM 전달함수를 계산한 결과를 살펴보면, 선체 근사 방식과 상관없이 볼테라 시스템은 직접 계산된 결과와 유사한 선형 전달함수, GM_1 을 산출한다. 이는 기하학적 변수들의 1계 미분 값을 계산하는 데 있어 다항식 보간법 또는 최소자승법을 통한 선체 근사가 유효함을 의미한다.

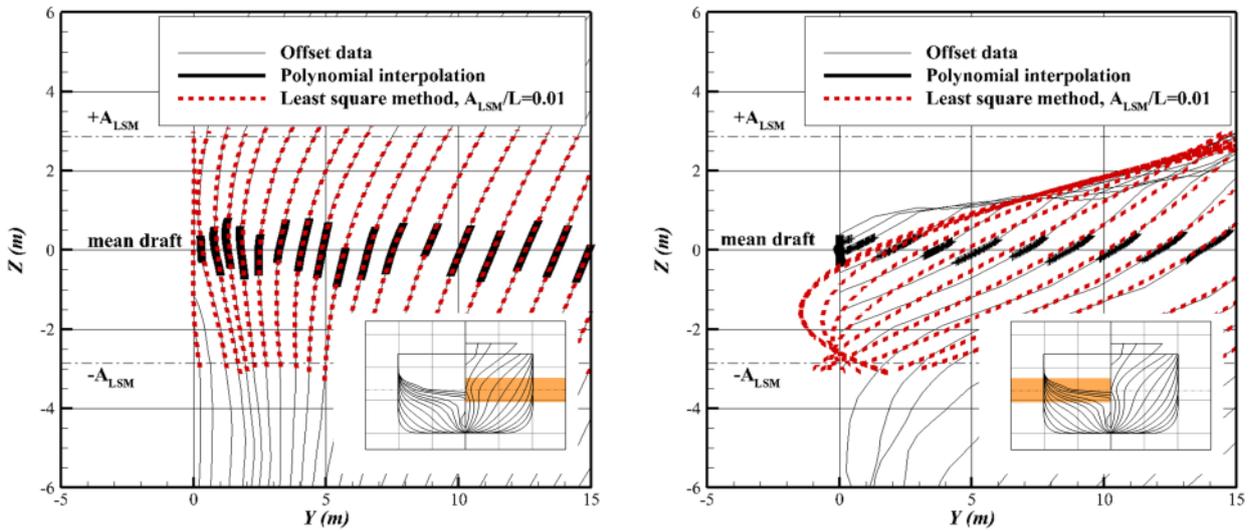


Fig. 9 Fitting for ship geometries: 6,500 TEU containership, stern(left), bow(right)

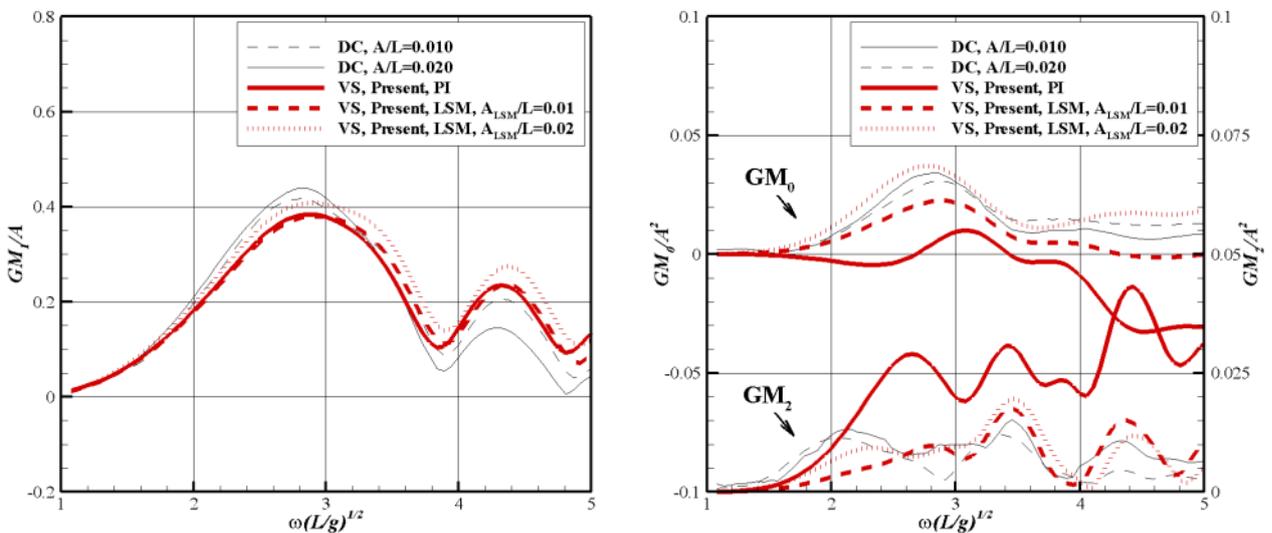


Fig. 10 Transfer functions of GM variation: 6,500 TEU containership, GM_1 (left), GM_0 and GM_2 (right)

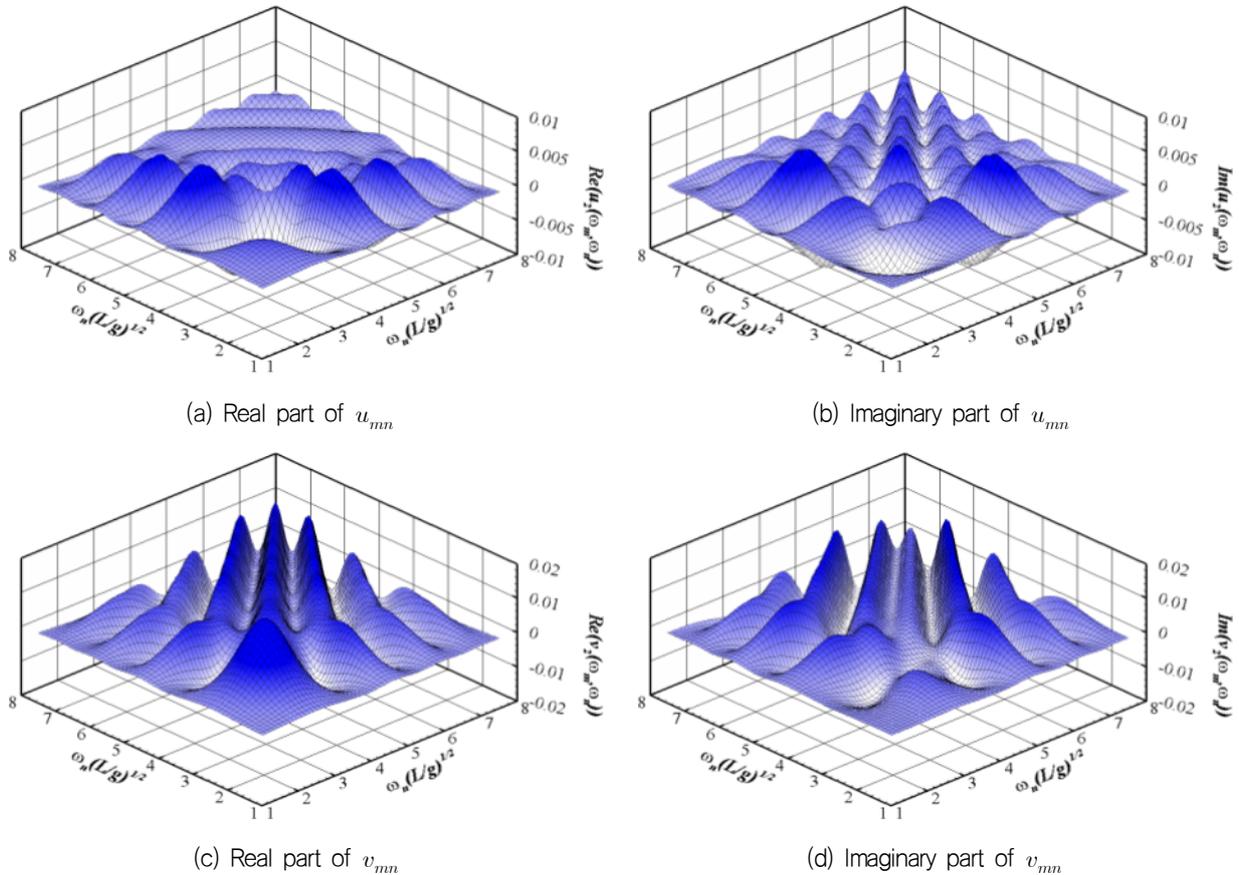


Fig. 11 Quadratic transfer functions of GM variation in the Volterra system: 6,500 TEU containership

2차 전달함수의 경우(Fig. 10의 GM_0 및 GM_2 참조) 다항식 보간법으로 선체를 근사하면 볼테라 시스템의 전달함수가 직접 계산된 결과와 비교하여 큰 차이를 보이게 된다. 이는 Fig. 9에 나타나듯이 다항식 보간법이 선박 운동 및 파면에 의해 변하는 흘수 범위 안에서 선미부의 선체 형상이 수직방향으로 급격히 변화하는 경향을 고려하지 못하기 때문이다. 반면 최소자승법을 적용한 경우 근사 범위가 흘수 변화를 충분히 포함하였을 때 ($A_{LSM}/L=0.02$), 직접 계산된 결과와 비교하여 2차 전달함수가 정확하게 예측되었다.

Fig. 11은 최소자승법을 통해 선체를 근사하여 얻은 파랑 중 2차 GM 전달함수의 모든 성분을 나타낸 것이다. 이를 활용하여 불규칙파 중 GM 변화의 2차 성분을 시간 영역에서 표현할 수 있다. 결론적으로 흘수에 따라 수선면적이 크게 변화하는 선체 형상에 대하여 볼테라 시스템을 적용할 경우, GM 전달함수의 계산은 선체를 근사하는 방식에 민감하기 때문에 직접 계산된 결과와의 비교를 통해 검증하여야 한다.

4.3 파라메트릭 횡동요 해석

볼테라 시스템으로 얻은 파랑 중 GM을 식 (20)에 도입하여 풀이함으로써, 선수와 중 5 knots의 전진속도로 운항하는 6,500 TEU 컨테이너선의 파라메트릭 횡동요 시뮬레이션을 수행하였다.

파랑 중 GM 변화의 모델링에서는 선체를 최소자승법을 통해 근사하여($A_{LSM}/L=0.02$), 직접 계산된 결과와 유사한 GM 전달함수를 적용하였으며, 식 (23)의 복원력(GZ) 근사에서는 고차항 차수, α 를 3으로 설정하였다.

3절의 준해석적 방법을 이용하여 불규칙 파랑 중 파라메트릭 횡동요를 시뮬레이션하기 위하여 첫 번째 단계로 파랑 스펙트럼을 이산화하였다. 본 연구에서는 파랑 스펙트럼으로 Bretschneider 스펙트럼이 적용되었다. 특정 정점주기(modal period; T_p)와 유의파고(significant wave height; H_s)의 해상상태에 대해서 파랑 스펙트럼은 100개의 파랑 성분으로 불규칙하게 이산화 되었으며, 반복 계산을 위해 100개의 위상 조합이 도입되었다(100 realizations). 이는 파라메트릭 횡동요의 비가우시안 및 비에르고딕한 비선형 통계적 특성을 고려하기 위함이다.

불규칙 파랑 중 선형 및 비선형 GM 변화의 특성을 살펴보기 위해, 먼저 볼테라 시스템의 2차 차주파수 성분을 중첩(식 (25)의 두 번째 항)하여 계산되는 GM 평균값의 변화 ($GM_{mean} - GM_{still}$)를 시간 영역에서 직접 계산된 GM 시계열의 평균값 변화와 비교하였다. Fig. 12에 나타나듯이 준정적 접근 기반 직접 계산하여 얻은 불규칙 파랑 중 GM은 무차원화된 시간 200.0 안에 평균값이 수렴한다. Fig. 13은 다양한 해상상태에 대해서 볼테라 시스템을 통해 얻은 값과 직접 계산방법의 수렴 값이 잘 일치하는 것을 나타내며, 이는 볼테라 시스템의 2차 전달

함수를 통해 불규칙 파랑 중 GM 평균값의 변화를 예측할 수 있음을 의미한다.

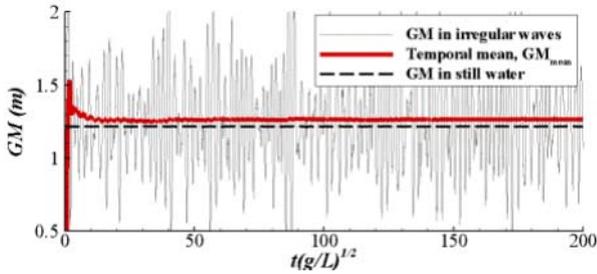


Fig. 12 Time history and temporal mean of GM for irregular waves: $T_p=16.5\text{ s}$, $H_s=5.25\text{ m}$

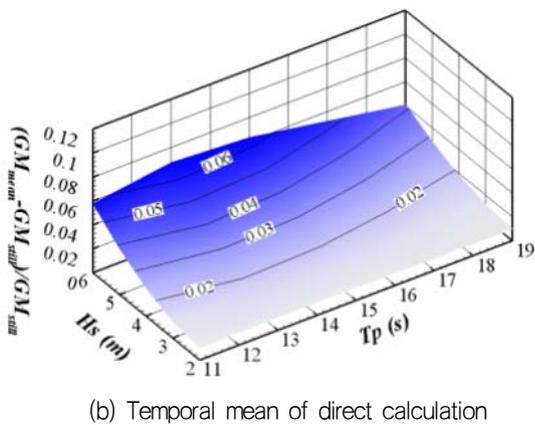
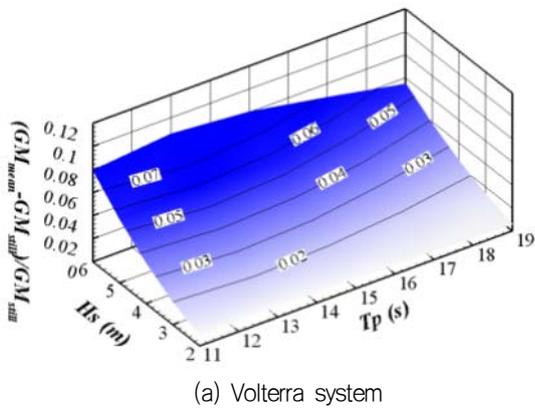


Fig. 13 Variation of mean value of GM for different sea states

일반적으로 파라메트릭 횡동요는 입사파의 파장이 선박의 길이와 유사할 때($\lambda \approx 1.0 - 2.0$), 파주파수가 횡동요 고유주파수 (natural roll frequency; ω_0)의 2배에 가까울 때($\omega \approx 2\omega_0$), 그리고 입사파의 파고가 일정 값 이상일 때 발생한다 (Kim & Kim, 2011). 따라서 불규칙 파랑 중 파라메트릭 횡동요 역시 $2\omega_0$ 의 주파수의 파랑 성분과 밀접한 관련이 있다. 다양한 해상상태에 대하여 이 성분을 살펴보기 위해 GM_1 전달함수와 파랑 스펙트럼, S_{wave} 를 통해 다음과 같이 GM_1 스펙트럼을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$S_{GM_1}(\omega) = GM_1^2(\omega) S_{wave}(\omega) \quad (28)$$

Fig. 14는 Bretschneider 스펙트럼에 대하여 GM_1 스펙트럼을 계산한 결과이다. 정점주기가 16.5 s일 때 파랑 스펙트럼의 최대값이 위치하는 파주파수가 $2\omega_0$ 이다. 따라서 이 해상상태에서 해당 주파수의 GM_1 성분이 크고, 선박은 파라메트릭 횡동요에 취약하다. Bretschneider 스펙트럼은 큰 대역폭으로 인하여 정점주기에 따라 $2\omega_0$ 의 GM_1 성분이 완만하게 변화한다.

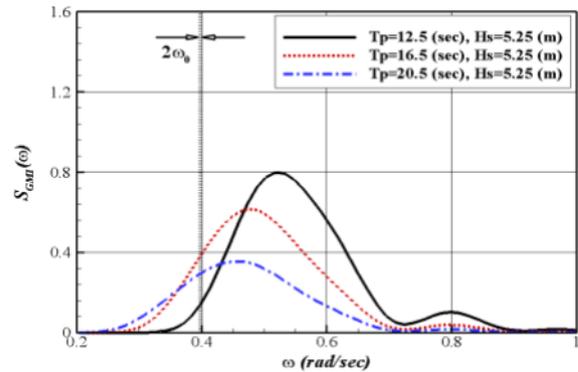


Fig. 14 Spectra of 1st-order variation of GM

2차의 GM 변화 성분 중에서 합주파수가 $2\omega_0$ 인 성분은 일반적인 파랑 스펙트럼에서 크기가 매우 작아 무시할 수 있지만, $2\omega_0$ 의 차주파수 성분은 파라메트릭 횡동요의 발생 및 크기에 영향을 줄 수 있다. 차주파수에 대한 GM 변화 스펙트럼은 2차 전달함수를 통해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$S_{GM_{diff}}(\omega) = 8 \int_0^\infty \left\{ S_{wave}(\mu) S_{wave}(\mu + \omega) \cdot \text{Re} \left(\frac{u_{nn}(\mu, \mu + \omega)}{+v_{nn}(\mu, \mu + \omega)} \right)^2 \right\} d\mu \quad (29)$$

Fig. 15에 나타나듯이 정점주기가 증가할수록 $2\omega_0$ 의 차주파수 성분은 감소하며, 선형 변화 성분과 비교하여 약 1-2%의 값을 가지는 것을 알 수 있다.

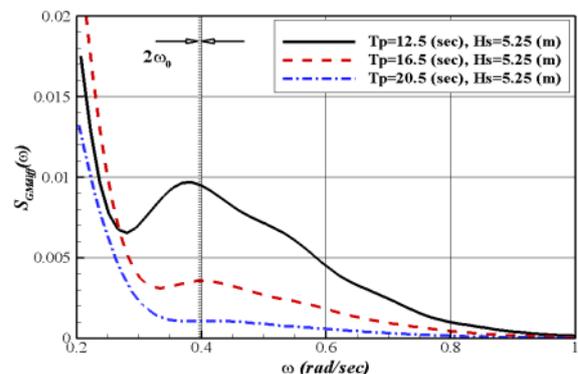


Fig. 15 Spectra of 2nd-order difference-frequency variation of GM

파라메트릭 횡동요의 파랑 성분에 대한 민감도를 분석하기 위해 다른 파랑 위상 조합에 대하여 계산을 수행하였다. Fig. 16의 두 그림은 Bretschneider 스펙트럼에 대하여 Case 2의 GM 근사(식 (25))를 도입하였을 때, 다른 위상 조합의 불규칙 파로 인하여 가진되는 횡동요 운동의 시계열을 각각 나타낸다. 특정 위상 조합에서는 파라메트릭 횡동요가 초기 횡경사각(impulsive roll angle)으로부터 발달한 후 전체 시뮬레이션 동안 유지되지만, 다른 조합에서는 감쇠력으로 인해 횡동요가 감소하여 다시 가진되지 않는다. 이는 파라메트릭 횡동요의 발달이 파랑 성분에 대하여 강한 민감도를 가지는 것을 의미한다. 상대적으로 광대역인 Bretschneider 스펙트럼의 경우 16.5 s의 정점주기에서 $2\omega_0$ 의 GM 변화 성분이 상대적으로 크지 않아 이러한 경향이 심화된다 (Fig. 14 참조).

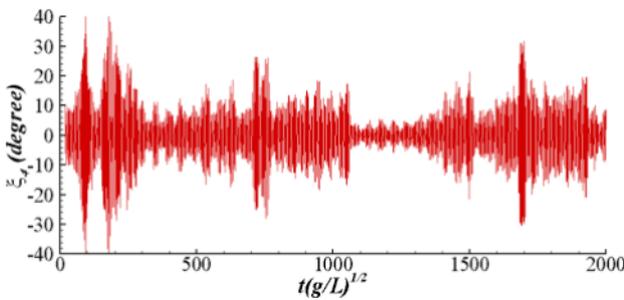
파라메트릭 횡동요의 발달과 $2\omega_0$ 의 GM 변화 성분 간의 관계를 분석하기 위해, 특정 구간(특정 시점부터 횡동요 고유주기 동

안의 시간)의 GM 변화를 다음과 같은 조화함수로 근사한다.

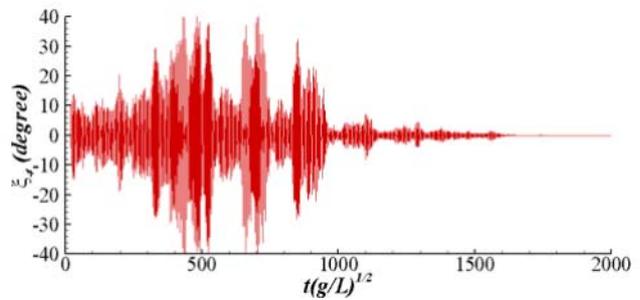
$$GM_{\approx}(t) = A_{local} \sin(2\omega_0 t + \psi_{local}) \quad (30)$$

여기서 A_{local} 과 ψ_{local} 은 각각 특정 구간에서 근사된 $2\omega_0$ 의 GM 변화 성분의 진폭과 위상을 의미하며, 이 값은 구간 내의 GM 시계열에 비선형 최소자승법을 적용하여 결정할 수 있다.

Fig. 17은 다른 파랑 위상 조합에 대하여 계산된 파라메트릭 횡동요와 A_{local} 의 시간에 따른 변화를 나타낸다. 초기 조건의 횡경사각이 부여되는 시점에서 A_{local} 이 큰 경우 횡동요가 발달되어 극심한 파라메트릭 횡동요가 발생하지만, A_{local} 이 작을 때는 횡동요가 발달되지 않고 감쇠력에 의해 점차 감소한다. 결론적으로, 비선형 현상인 파라메트릭 횡동요는 초기 조건 및 파랑 성분의 위상에 따라 결정되는 그 부근의 GM 변화 성분에 큰 민감도를 보이는 것을 확인할 수 있다.

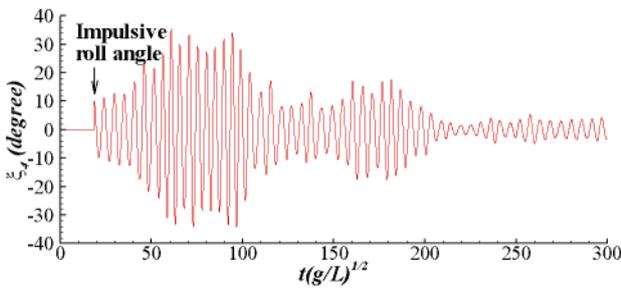


(a) In a realization

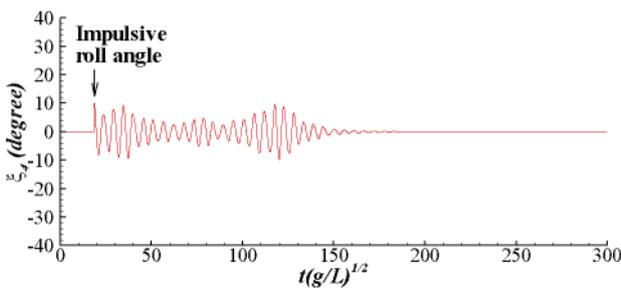
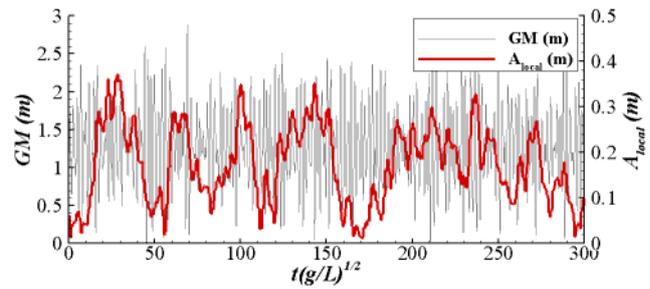


(b) In another realization

Fig. 16 Time histories of parametric roll motions for different two realizations: $T_p = 16.5 \text{ s}$, $H_s = 5.25 \text{ m}$



(a) In a realization



(b) In another realization

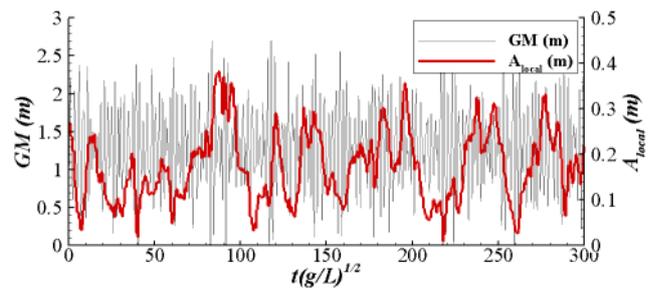
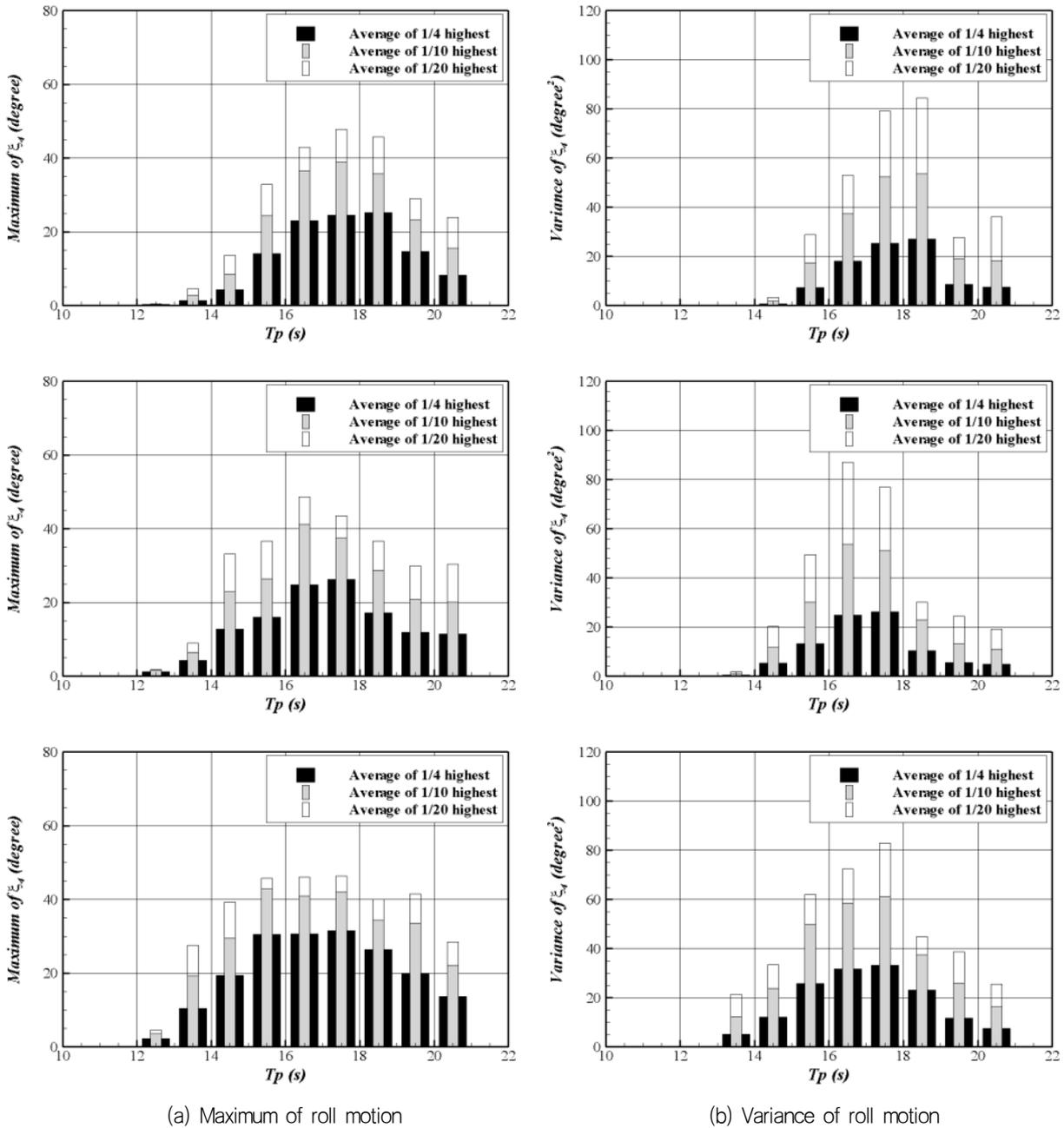


Fig. 17 Developments of parametric roll and GM variations for two different realizations: $T_p = 16.5 \text{ s}$, $H_s = 5.25 \text{ m}$



(a) Maximum of roll motion

(b) Variance of roll motion

Fig. 18 Maximum and variance of parametric roll: $H_S = 5.25\text{ m}$, Case 1(top), Case 2(middle), Case 3(bottom)

위에서 검증한 파라메트릭 횡동요의 파랑 성분에 대한 민감도를 고려하기 위해서, 100개의 파랑 위상 조합에 대한 반복 계산을 기반으로 확률론적 해석을 수행하였다. Fig. 18은 Bretschneider 스펙트럼에 대해서 계산된 파라메트릭 횡동요의 최대값과 분산을 나타낸 것이며, 100번의 반복 계산 결과 중 상위 25%(1/4 highest), 10%(1/10 highest), 5%(1/20 highest)의 평균을 도시하였다. Bretschneider 스펙트럼의 경우 넓은 정점주기 영역에서 파라메트릭 횡동요가 발생하는 것을 확인할 수 있으며, 이는 $2\omega_0$ 의 GM_1 성분이 정점주기에 따라 완만하게 변화하여 큰 정점주기에서도 해당 성분이 일정 값을 가지기 때문이다 (Fig. 14 참조). 하지만 횡동요의 최대값 또는 분산의 상위 25%,

10%, 4%의 평균 간에 큰 차이가 발생하며, 이는 $2\omega_0$ 의 GM_1 성분이 상대적으로 크지 않아 횡동요가 파랑 성분에 대하여 강한 민감도를 보이기 때문이다.

식(24-26)의 3가지 GM 근사 방법을 적용하였을 때, 해석 결과들은 전체적인 경향이 유사하다. 하지만 Case 1의 경우 불규칙 파랑 중 GM 평균값의 변화가 고려되지 않았기 때문에 파라메트릭 횡동요가 발달하는 정점주기 영역이 다른 경우들과 비교하여 약간 다르다. 이는 GM의 평균값이 선박의 파랑 중 정적 복원 성능(static stability performance)에 영향을 끼치기 때문이다. 이 값에 의해 횡동요 고유주파수가 바뀌게 되고, 이에 따라 파라메트릭 횡동요 발생 조건($\omega \approx 2\omega_0$) 역시 변화하게 된다. 특히 파랑

중 GM 평균값의 변화가 큰 정점주기 14.5 s에 대해서(Fig. 13 참조), Case 1의 파라메트릭 횡동요의 최대값은 Case 2 및 3에 비해서 작은 것을 확인할 수 있다. 또한, Case 2 및 3에서는 파랑 중에 변화된 횡동요 고유주파수로 인하여 18.5 s의 정점주기에 대하여 파라메트릭 횡동요가 쉽게 발생하지 않아 Case 1과 비교하여 작은 횡동요 분산을 가진다. 한편, Case 2와 3의 결과를 비교하였을 때 Case 3의 횡동요 최대값과 분산이 Case 2와 비교하여 전체적으로 약간 증가하였다. 이는 파라메트릭 횡동요의 발달에 GM 변화 중 $2\omega_0$ 의 차주파수 성분이 기여한 것으로 생각된다(Fig. 15 참조). 해석 결과에 비추어 불규칙파 중 GM 변화를 근사할 때 선형 변화 성분은 물론 2차 성분인 파랑 중 GM 평균값의 변화 역시 고려되어야 한다.

앞에서 설명하였듯이, 불규칙 파랑 중 GM의 변화와 파라메트릭 횡동요 간의 관계는 해상상태에 따라 그 특성을 달리한다. 또한, 파라메트릭 횡동요는 이산화된 파랑 성분에 대하여 강한 민감도를 보인다. 따라서 많은 횡수의 반복 계산을 통한 확률론적 접근이 필요하고, 이러한 경우 해석 방법의 효율성이 중요한 문제가 된다. 본 연구의 준해석적 방법의 경우 7,200 s의 시뮬레이션을 수행하는 데 약 1분의 계산 시간이 필요한 반면, 충격응답 함수법과 약한 비선형 해석을 기반으로 한 수치해석에서는 약 30분의 시간이 소요된다. 30개의 다른 해상상태에 대해서 100번의 반복 계산(3,000번의 계산 횡수)을 수행할 때 준해석적 방법과 수치해석 간의 계산 시간의 차이는 매우 크다. 결론적으로, 준해석적 방법은 불규칙 파랑 중 파라메트릭 횡동요의 전반적인 경향을 고려하여 선박의 안정성 기준을 마련하는 효율적인 대안이 될 수 있다. 향후 이를 위해서 다양한 선박 모델과 환경 조건에 대한 실험 및 수치해석 결과와의 비교를 통해 준해석적 방법의 정확도를 검증해야 할 것이다.

5. 결론

본 연구에서는 선수파 중 선박의 GM 변화를 분석하기 위해 볼테라 시스템을 적용하였으며, 근사된 파랑 중 GM을 준해석적 방법에 도입하여 불규칙파 중 파라메트릭 횡동요 시뮬레이션을 수행하였다. 해석 결과로부터 다음의 결론을 제시하고 한다.

볼테라 시스템을 이용하여 GM 전달함수를 정확히 계산하기 위해서는 선체 형상에 기인하는 주요항 뿐만 아니라 선박 운동에 기인하는 부가적인 항을 엄밀히 고려해야 한다.

선미부의 흘수에 따라 수선면적이 급격하게 변화하는 컨테이너선에 대해서 볼테라 시스템을 적용할 때, 일정 흘수 구간에서 수직방향 선체 형상 변화의 전체적인 경향을 고려할 수 있는 최소자승법을 적용하여 선체를 근사하여야 정확한 2차 GM 변화 성분을 계산할 수 있다.

불규칙 파랑 중 파라메트릭 횡동요는 $2\omega_0$ 의 GM 변화 성분과 밀접한 관련이 있으며, 초기 조건의 횡경사각이 부여되는 시점에서 해당 성분의 크기가 횡동요의 발달을 결정한다. 따라서 파라

메트릭 횡동요는 초기 조건 및 파랑 성분의 위상 조합에 따라 큰 민감도를 보인다.

불규칙파 중 파라메트릭 횡동요가 발생하는 정점주기 영역은 파랑 중 GM 평균값의 변화에 따라 결정된다. 또한, $2\omega_0$ 의 차주파수 성분에 의해 횡동요의 최대값 및 분산이 약간 증가하였다. 결론적으로, 파라메트릭 횡동요의 발생 및 크기를 정확하게 예측하기 위해서는 파랑 중 GM을 근사할 때 선형 변화 성분과 2차 성분인 GM 평균값의 변화량을 함께 고려해야 한다.

향후, 파라메트릭 횡동요 예측에 있어 본 연구에서 제시된 방법의 정확도를 검증하기 위하여 수치 계산 또는 실험 결과와의 비교가 수행되어야 한다. 또한, 준해석적 방법을 이용한 효율적인 계산을 다양한 선박 모델과 환경 조건에 대하여 수행함으로써, 파라메트릭 횡동요 관련 선박의 안정성 기준을 마련할 수 있다. 더 나아가, GM 전달함수를 매개로 한 선체 형상과 파라메트릭 횡동요 간의 관계를 이용하여 이를 고려한 선형 설계 방식을 제안할 수 있을 것이다.

후 기

본 연구는 로이드기금 연구센터(LRF*-Funded Research Center)에서 지원하는 연구과제의 일환으로 진행되었습니다. 지원기관에 감사를 드립니다. (*LRF: Lloyd's Register Foundation) 또한 서울대학교 선박해양성능고도화연구센터(AMEC)과 해양시스템 공학연구소(RIMSE)의 행정적 지원에도 감사를 포함합니다.

References

- Belenky, V.L. Weems, K.M. Lin, W.M. & Paulling J.R., 2003. Probabilistic analysis of roll parametric resonance in head seas. *Contemporary Ideas on Ship Stability and Capsizing in Waves*, 97, pp.555-569.
- Breu, D.A. Holden, C. & Fossen, T.I., 2012. Stability of ships in parametric roll resonance under time-varying heading and speed. *11th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles*, Athens, Greece, 23-28 September 2012, pp.305-313.
- Bulian, G., 2006. *Development of analytical nonlinera models for parametric roll and hydrostatic restoring variations in regular and irregular waves*. Ph.D Thesis. Università degli studi di Trieste, Trieste, Italy.
- Dunwoody, A.B., 1989. Roll of a ship in astern seas: metacentric height spectra. *Journal of Ship Research*, 33(3), pp.221-228.
- France W.N. Levadou, M. Treakle, T.W. Paulling, J.R.

- Michel, R.K. & Moore, C., 2003. An investigation of head-sea parametric rolling and its influence on container lashing systems. *Marine Technology*, 40(1), pp.1–19.
- Hua, J. Wang, W.H. & Chang, J.R., 1999. A representation of GM-variation in waves by the Volterra system. *Journal of Marine Science and Technology*, 7(2), pp.94–100.
- Journee, J.M.J., 1992. *Experimental and calculations on 4 Wigley hull forms in head waves*. Delft University of Technology Report No. 0909. Delft: Delft University.
- Kim, T.Y. & Kim, Y., 2011. Multi-level approach for parametric roll analysis. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 3(1), pp.53–64.
- Lee, J.H. & Kim, Y., 2015. A semi-analytic approach for analysis of parametric roll. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 52(3), pp.187–197.
- Neves, M.A.S. & Rodriguez, C.A., 2007. An investigation on roll parametric resonance in regular waves. *International Shipbuilding Progress*, 54(4), pp.207–225.
- Palmquist, M., 1994. On the statistical properties of the metacentric height of ships in following irregular seas. *5th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles*, Florida, USA, 7–11 November 1994.
- Park, D.M. Kim, T. & Kim, Y., 2012. Study on numerical sensitivity and uncertainty in the analysis of parametric roll. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 49(1), pp.60–67.
- Paulling, J.R. & Rosenberg, R.M., 1959. On unstable ship motions resulting from nonlinear coupling. *Journal of Ship Research*, 3(1), pp.36–46.
- Paulling, J.R., 1961. The transverse stability of a ship in a longitudinal seaway. *Journal of Ship Research*, 4(4), pp.37–49.
- Peters, W. Belenky, V. Bassler, C. Spyrou, M. Umeda, N. Bulian, G. & Altmayer, B., 2011. The second generation of intact stability criteria: an overview of development. *SNAME Annual Meeting and Expo*, Houston, USA, 16–18 November 2011.
- Roberts, J.B., 1982. Effect of parametric excitation on ship rolling motion in random waves. *Journal of Ship Research*, 26(4), pp.246–253.
- Rodriguez, C.A. Neves, M.A.S. & Polo, J.C.F., 2015. A time-efficient approach for nonlinear hydrostatic and froude-krylov forces for parametric roll assessment in irregular seas. *12th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles*, Glasgow, UK, 14–19 June 2015.
- Salvansen, E.O. Tuck, O. & Faltinsen, O., 1970. Ship motions and sea loads. *Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers*, 78, pp.250–287.
- Shin, Y.S. Belenky, V.L. Weems, K.M. & Lin, W.M., 2004. Criteria for parametric roll of large container ships in longitudinal seas. *Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers*, 112, pp.14–47.
- Song, K.H. Kim, Y. & Park, D.M., 2013. Quantitative and qualitative analyses of parametric roll for ship design and operational guidance. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment*, 227(2) pp.177–189.
- Spanos, D. & Papanikolaou, A., 2007. Numerical simulation of parametric roll in head seas. *International Shipbuilding Progress*, 54, pp.249–267.
- Umeda, N. Hashimoto, H., Vassalos, D., Urano, S. & Okou, K., 2004. Nonlinear dynamics on parametric roll resonance with realistic numerical modelling. *International Shipbuilding Progress*, 51(2), pp.205–220.



이재훈

김용환