Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A, Vol. 41, No. 6, pp. 499~505, 2017

<학술논문> DOI https://doi.org/10.3795/KSME-A.2017.41.6.499

ISSN 1226-4873(Print) 2288-5226(Online)

# 선형탄성해석과 m<sub>α</sub>-tangent방법을 이용한 배관 한계하중 평가 적용성

김재민<sup>\*</sup>·김상현<sup>\*</sup>·배경동<sup>\*</sup>·김윤재<sup>\*†</sup>·김종성<sup>\*\*</sup> \* 고려대학교 기계공학부, \*\* 세종대학교 원자력공학과

# Applicability of the m<sub>α</sub>-tangent Method to Estimate Plastic Limit Loads of Elbows and Branch Junctions

Jae-Min Gim<sup>\*</sup>, Sang-Hyun Kim<sup>\*</sup>, Kyung-Dong Bae<sup>\*</sup>, Yun-Jae Kim<sup>\*†</sup> and Jong-Sung Kim<sup>\*\*</sup> \* Dept. of Mechanical Engineering, Korea Univ., \*\* Dept. of Nuclear Engineering, Sejong Univ.

(Received October 27, 2016; Revised February 1, 2017; Accepted February 14, 2017)

Key Words: m<sub>α</sub>-tangent Method(m<sub>α</sub>-tangent 방법), Linear Elastic Analysis(선형 탄성 해석), Limit Load(한계하중), Elbow(곡관), Banch(분기관), Internal Pressure(내압하중), In-plane Bending(면내굽힘하중)

**초록**: 본 연구에서는 선형탄성 유한요소해석 방법과 m<sub>α</sub>-tangent 방법으로 한계하중을 계산하고 이를 기 존의 연구들에 의해 제시된 한계하중 식들과 비교하였다. 해석의 대상은 배관계의 대표 형상인 곡관과 분기관을 선정하였다. 곡관과 분기관의 형상 변수를 다양하게 바꿔가면서 m<sub>α</sub>-tangent 방법의 적용가능성 을 살펴보았다. 하중은 내압하중과 면내굽힘하중을 각각 고려하였으며 곡관의 경우에는 기존의 한계하중 식과 m<sub>α</sub>-tangent 방법이 비교적 잘 일치함을 확인하였다. 하지만 분기관의 경우 형상의 특수성으로 인해 뚜렷한 경향 없이 기존의 한계하중 식과 m<sub>α</sub>-tangent 방법이 일치하지 않는 것을 확인할 수 있었다. 이는 m<sub>α</sub>-tangent 방법이 불연속부의 응력집중현상에 의해 왜곡된 결과를 갖기 때문으로 보인다.

Abstract: In this study, the limit loads calculated by the  $m_{\alpha}$ -tangent method based on the linear finite element analysis are compared with the closed form solutions that are proposed by various authors. The objects of the analysis is to select the elbow and the branch pipe which are representative structure of piping system. The applicability of the  $m_{\alpha}$ -tangent method are investigated by applying it to cases with various geometries. The internal pressure and the in-plane bending moment are considered and the  $m_{\alpha}$ -tangent method is in good agreement with the existing solutions in case of elbows. However, the limit loads calculated by the  $m_{\alpha}$ -tangent method for branch junctions do not agree well with the existing solutions and do not show any tendency. The reason is a biased result due to the stress concentration of the discontinuous parts.

- 기호설명 -

 m<sub>L</sub>
 : 하한계 한계하중 계수

 m<sub>U</sub>
 : 상한계 한계하중 계수

 σ<sub>y</sub>
 : 항복강도

 σ<sub>max</sub>
 : 구조물의 최대 응력

 σ<sub>eq</sub>
 : mises 등가 응력

Corresponding Author, kimy0308@korea.ac.kr
 2017 The Korean Society of Mechanical Engineers

 V<sub>T</sub>
 : 구조물의 체적

 m<sub>α</sub><sup>T</sup>
 : m<sub>α</sub>-tangent 방법의 한계하중 계수

 P<sub>L</sub>
 : 한계하중

 P
 : 가해준 하중

 P<sub>O</sub>
 : 내압하중에 대한 한계하중

 M<sub>O</sub>
 : 굽힘하중에 대한 한계하중

# 1. 서 론

한계하중(Limit load)이란 구조물이 지지할 수 있

*499* 

는 최대 하중을 말한다. 한계하중은 구조물의 건 전성 평가에 있어 중요한 지표이며, 플랜트 시설 에서 사용되는 곡관과 분기관 등의 배관 시스템의 경우 한계하중은 최대 하중 지지능력 산정에 직접 적으로 이용되고 있어 이를 정확히 예측하는 것은 중요하다. 또한, 한계하중은 참조 응력법(Reference stress approach)<sup>(4)</sup> 등과 같은 비선형 파괴역학에도 이용되고 있다.

한계하중을 구하는 방법 중 하나인 유한요소 한 계해석은 재료의 탄성 완전소성과 기하학적 소변형 을 가정한 비선형 유한요소해석을 통해 한계하중을 구한다. 이러한 비선형해석의 경우 복잡한 구조물 에 대한 해석시간 소요가 크다는 단점이 있다.

또한, 한계하중을 구하는 다른 방법으로 선형 탄성해석을 이용하는 방법이 있는데, 본 연구에 사용된 m<sub>α</sub>-tangent 방법<sup>(10)</sup>이 그 중 하나이다. m<sub>α</sub>tangent 방법은 m<sub>α</sub> 방법<sup>(5)</sup>의 개선된 형태이다. m<sub>α</sub> 방법은 반복적인 선형탄성해석을 통해 한계하중을 구하는 반면 m<sub>α</sub>-tangent 방법은 단 한번의 선형탄 성해석만으로 한계하중을 구할 수 있다는 점과 간 단하게 일차응력, 이차응력, 피크응력으로 응력을 분류<sup>(11)</sup>할 수 있다는 점 등의 장점이 있다.

직관에 대한 한계하중은 여러 저자들에 의해 많 은 연구가 있었다. 대표적으로 Hill과 Siebel<sup>(5)</sup>은 두 께가 얇은 배관의 다양한 하중모드에 대한 연구를 하였으며, 김낙현 등<sup>(14)</sup>은 두꺼운 배관의 한계하중에 관한 연구를 진행하였다. 이에 반해 상대적으로 곡 관과 분기관에 대한 한계하중 연구는 부족한 편이 다. 김윤재 등<sup>(13)</sup>은 유한 요소 한계 해석을 기반으로 곡관의 한계하중을 형상변수에 대한 식으로 제시하 였다. 또한 Xuan 등<sup>(6,8)</sup>은 소성파손 기준의 정의와 주관과 분기관의 교차면(intersection)의 내력결정법 (Internal forces determination)으로부터 분기관의 근 사 한계하중을 제안하였으며, 이국회와 김윤재<sup>(7,12)</sup> 는 유한 요소 한계 해석을 기반으로 Xuan의 식을 다양한 형상변수에 대한 해로 새롭게 제시하였다.

본 연구에서는 m<sub>α</sub>-tangent 방법을 이용하여 선형 탄성유한요소해석을 통해 계산한 다양한 형상변수 를 가지는 곡관과 분기관의 한계하중을 기존의 유 한 요소 한계해석을 통해 제시된 한계하중과 비교 하였으며, 이를 통해 m<sub>α</sub>-tangent method의 적용 가 능성을 검증하였다.

#### 2. 이론적 배경

2.1 하한계 한계하중과 상한계 한계하중 한계해석의 고전적 원리는 상한계와 하한계 이 론이다.<sup>(5)</sup> 하한계 이론은 내부 응력장이 외력과 평 형을 이룬다는 가정에서 유도되었다. 외부에서 가 해지는 표면력에 의해 구조물에 응력이 가해질 때, 내부 응력의 재분배를 통해 전단면(Net-section) 의 항복이 발생한다는 원리로 제안된 것이다. 이 때 하한계 하중계수 *m*<sub>L</sub>은 아래 식 (1)로 나타낸다. 여기서 *σ*<sub>y</sub>는 재료의 항복강도이며, *σ<sub>max</sub>*는 구조물의 최대응력을 나타낸다.

$$m_L = \frac{\sigma_y}{\sigma_{\text{max}}} \tag{1}$$

상한계 하중계수는 내부에너지 소산율과 외력에 의한 일이 같다는 가정에서 얻어지게 되며, 이러 한 추정은 실제 한계하중보다 크게 예측하게 되거 나 최선의 경우에 정확한 값을 예측하게 된다. 상 한계 한계하중 계수 m<sub>ν는</sub>식 (2)로 나타낸다. 여기 서 V<sub>T</sub>는 구조물의 체적이며, σ<sub>eq</sub>는 mises 등가응력 을 나타낸다.

$$m_U = \frac{\sigma_y \sqrt{V_T}}{\sqrt{\int_{V_T} (\sigma_{eq})^2 dV}}$$
(2)

#### 2.2 m<sub>α</sub>-tangent 방법

Mura<sup>(2)</sup>에 의해 제안된 확장된 하한계 이론을 이 용하여 Seshadri<sup>(5)</sup>는 새로운 한계하중 계수인  $m_{\alpha}$ 방법을 제안했다. 곧이어 Seshadari는  $m_{\alpha}$ 방법을 확장시켜  $m_{\alpha}$ -tangent 방법을 새롭게 제시<sup>(10)</sup>하였다.  $m_{\alpha}$ -tangent 방법에서는 변수 ζ를 상한계와 하한계 하중 계수의 비로 정의하며 그 식은 (3)과 같다.

$$\zeta = \frac{m_U}{m_L} \tag{3}$$

m<sub>α</sub>-tangent 방법에서는 ζ의 범위에 따라 두 가지 경우로 한계하중 계수를 제시하고 있다. 이는 국 부적인 구조 불연속부의 응력집중으로 인한 피크 응력을 보정해 주기 위함이며, 그 경우는 다음과 같이 나뉜다.

Case 1 만약  $\zeta \le 1 + \sqrt{2}$  라면  $m_{\alpha}^{T}$  계수는 식 (4)로 나타낸다.

$$m_{\alpha}^{T} = \frac{m_{U}}{1 + 0.2929(\zeta - 1)} \tag{4}$$

곡관의 경우 매끄러운 형상으로 인해 대부분 Case 1에 해당한다.

**Case 2** 만약  $\zeta > 1 + \sqrt{2}$  라면  $m_{\alpha}^{T}$  계수는 Peak 응

력을 보정해주는 식 (5)로 나타낸다.

$$m_{\alpha}^{T} = \frac{m_{U,i}}{1 + 0.2929(\zeta_{f} - 1)}$$
(5)

그리고 이 때 Peak 응력을 보정해주는 변수는 각각 다음의 식 (6)과 같다.

$$m_{U,i} = m_U \left( 1 + 0.2929(\zeta_f - 1) \right);$$
  
$$\zeta_f = (0.7071 + 0.2929\zeta) \pm \sqrt{(0.7071 + 0.2929\zeta)^2 - 1}$$
  
(6)

분기관의 경우 복잡한 형상으로 인해 대부분 Case 2에 해당한다.

선형탄성해석을 통해 하한계와 상한계하중 계수 를 얻게 되면 상기 방법을 이용하여 ζ와 m<sub>α</sub><sup>T</sup>계수 를 구할 수 있다. 이렇게 계산된 m<sub>α</sub><sup>T</sup> 계수를 이용 하여 식 (7)의 관계를 이용하여 한계하중을 계산 한다. 이 때 P는 가해준 하중을 의미하며 P<sub>L</sub>은 한 계하중을 나타낸다.

 $P_L = P \times m_{\alpha}^T \tag{7}$ 

### 3. 형상 및 유한 요소 해석

3.1 해석 형상

배관시스템의 대표적인 형상인 곡관과 분기관에 대하여 유한 요소 해석을 진행하였다. 곡관은 직 관부가 연결되지 않은 이상화된 곡관과 직관부가 연결되어 있는 곡관에 대해 각각 진행하였으며 분 기관은 주관과 분기관이 90°로 교차하는 T-분기관 에 대해 해석을 진행하였다.

Fig. 1과 Table 1은 본 연구에서 사용된 곡관 형 상과 형상변수들을 나타낸다. Fig. 1(a)는 직관이 연 결되지 않은 곡관, (b)는 직관이 연결된 곡관을 나 타낸다. 직관이 연결된 곡관의 경우, 연결된 직관 의 길이가 결과에 미치는 영향을 최소화하기 위해 평균반경의 10배를 적용<sup>(9)</sup>하였다. R은 곡률반지름, r은 평균반지름, t는 두께를 의미한다. Fig. 1(c)와 Table 2는 분기관 형상과 형상 변수들을 나타낸다. D, T, L은 주배관의 외경, 두께, 길이를 의미하며, d, t, 1은 분기관의 외경 두께, 길이를 나타낸다. 분 기관의 경우 주관의 길이를 평균 직경의 50배를 적용하였다. 또한 곡관의 형상 특성을 정규화하기 위하여 λ를 도입하였다. 정규화한 변수 λ는 식 (8) 과 같다.

Table 1 Geometry variables of elbow models

Elbow	Without		With		
type	attached pipe		attached pipe		
Geometry variables	r/t	R/r	r/t	R/r	
	3	2,3	3	2,3	
	5	2,3,4,5	5	2,3,4,5	
	10	2,3,4,5	10	2,3,4,5	
	20	2,3,4,5			

 Table 2 Geometry variables of branch model

Loading	Internal		In-plane		
type	Pressure			bending	
Geometry variables	D/T	d/D	r/t	d/D	
	4	0.2, 0.4, 0.6	4	0.2, 0.4, 0.6, 0.8	
	10	0.2, 0.4, 0.6	10	0.2, 0.4, 0.6, 0.8	
	20	0.2, 0.4, 0.6	20	0.2, 0.4, 0.6, 0.8	
	40	0.2, 0.4, 0.6	40	0.2, 0.4, 0.6, 0.8	



Fig. 1 Schematic geometry and FE mesh of (a) elbow without attached pipe, (b) elbow with attached pipe, (c) branch

$$\lambda = \frac{R/r}{r/t} \tag{8}$$

#### 3.2 선형탄성유한요소해석

#### 3.2.1 재료 물성과 유한요소망

재료의 물성은 모든 형상에 대해 탄성계수 200 GPa, 푸아송비 0.3를 사용하였다. m<sub>α</sub><sup>T</sup> 방법에 사용 된 항복강도는 200 MPa로 가정하였다. 본 연구에 서 사용된 유한 요소해석 프로그램은 ABAQUS 이다. 모든 모델에서 3차원 20절점 감차적분요소 (C3D20R)를 사용하였다. 직관이 연결되지 않은 모 델의 경우 대칭성을 고려하여 1/4 모델에 약 1,800 개의 요소를 사용하였다. 직관이 연결된 모델의 경우 마찬가지로 대칭성을 고려하여 1/4 모델을 사용하였으며, 약 7,200개의 요소를 적용하였다.

분기관은 하중에 따라 대칭성이 달라지기 때문 에 내압하중의 경우 1/4 모델에 약 1,900개의 요소 를 적용하였으며, 굽힘하중을 가한 경우의 모델은 1/2 모델을 사용하고 약 4,000개의 요소를 적용하 였다.

#### 3.2.2 하중조건과 경계조건

선형탄성 해석에서는 하중의 크기에 대해 선형 적 비율로 결과를 얻을 수 있기 때문에 간단한 임 의의 하중을 가하였다. 직관이 연결되지 않은 곡 관의 경우 1 MPa 크기의 내압하중을 가하고 내압 에 대한 끝단 효과를 고려하여 내압에 대응하는 축방향 응력을 적용하였다. 대칭옵션을 이용하여 대칭면들의 수직방향을 구속하는 경계 조건을 설 정하였다.

직관이 연결된 곡관에 대해서는 1 MPa 크기의 내압하중을 가하고 내압에 대한 끝단 효과를 고려 하여 내압에 대응하는 축방향 응력을 적용하였다. 또한, 1 MN·m 크기의 면내굽힘하중을 가하였다. 굽힘하중의 경우 끝단부의 한 점과 면을 구속시키 고 하중을 가하는 ABAQUS의 MPC(Multi point constraint) 옵션을 이용하였다. 또한, 대칭옵션을 이용하여 대칭면들의 수직방향을 구속하는 경계 조건을 설정하였다.

분기관 형상에 대해서는 10 MPa의 내압하중을 가하였으며 내압에 대한 끝단 효과를 고려하여 주 관과 분기관에 내압에 대응하는 각각의 축방향 응 력을 적용하였다. 또한, 분기관에 대해 1 MN·m 크기의 면내굽힘하중을 가하였으며 마찬가지로 MPC(Multi point constraint) 옵션을 이용하였다. 경 계조건은 주관의 한쪽 면에 대해 변위을 구속함으 로써 경계조건을 적용하였다. 또한, 대칭옵션을 통



Fig. 2 Normalized limit pressure for elbow without attached pipes

해 대칭면의 수직방향을 구속하는 경계 조건을 설 정하였다.

3.3 해석 결과

3.3.1 직관이 연결되지 않은 곡관

직관이 연결되지 않은 곡관의 한계하중 식은 Goodall 등<sup>(3)</sup>의 연구에 의해 식 (9)와 같이 제안되 었다.

$$\hat{P} = \frac{P_o}{\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_o \frac{t}{r}} = \left[\frac{1-r/R}{1-r/(2R)}\right]$$
(9)

Fig. 2는 직관이 연결되지 않은 곡관 형상의 내 압하중에 대해 m<sub>α</sub>-tangent 방법으로 구한 한계하 중과 기존에 제시된 식으로 구한 한계하중 간의 관계를 나타낸다.

#### 3.3.2 직관이 연결된 곡관

직관이 연결된 곡관의 압력하중에 대한 한계하중 식은 김윤재 등<sup>(13)</sup>에 의해 식 (10)으로 제시되었다.

$$\hat{P} = \frac{P_o}{\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_o \frac{t}{r}} = \frac{1}{1 + A \exp\left(-B \times \frac{R}{r}\right)}$$
(10)

이 경우 변수 A와 B는 r/t의 범위에 따라 다르 게 주어지며 식 (11)과 같다.

$$A = \begin{cases} 0.0713 \frac{r}{t} + 0.03 & \text{for } 2 \le r/t \le 5 \\ 1.19 \left(\frac{r}{t} + 1\right)^{0.09} - 1 & \text{for } 5 \le r/t \\ 0.0435 \frac{r}{t} + 0.098 & \text{for } 2 \le r/t \le 5 \\ 0.0013 \frac{r}{t} + 0.307 & \text{for } 5 \le r/t \end{cases}$$
(11)

502





Fig. 3(a)는 직관이 연결된 곡관 형상의 내압하중 에 대해  $m_{\alpha}$ -tangent 방법으로 구한 한계하중과 기 존에 제시된 한계하중 간의 관계를 나타낸다.

직관이 연결된 곡관의 면내굽힘하중에 대한 한 계하중 식은 김윤재 등<sup>(13)</sup>에 의해 제안되었으며, 식 (12)와 같다.

$$\hat{M} = \frac{M_o}{4r^2 t \sigma_o} = A(\lambda + k)^n \tag{12}$$

이 경우 변수 A, k, n은 변수 r/t에 의해 결정되 며 그 식은 (13)과 같다.

$$A = 0.6453 \left(\frac{r}{t}\right)^{0.0772}; k = 1.5398 \left(\frac{r}{t}\right)^{-0.6755};$$
  
$$n = 0.5157 \left(\frac{r}{t}\right)^{0.0601}$$
(13)

Fig. 3(b)는 직관이 연결된 곡관의 면내굽힘하중 에 대해 m<sub>α</sub>-tangent 방법으로 구한 한계하중과 기



Fig. 4 Ratio of limit loads for elbows

존에 제시된 한계하중 간의 관계를 나타낸다.

Fig. 4는 m<sub>α</sub>-tangent 방법으로 구한 곡관의 한계 하중과 기존에 제시된 식으로 구한 한계하중의 비 를 나타낸다.

닫힌 부호들은 직관이 연결되지 않은 곡관의 결 과를 나타내며 열린 부호들은 직관이 연결된 형상 을 나타낸다. 직관이 연결되지 않은 곡관의 경우 m<sub>α</sub>-tangent 방법으로 예측한 한계하중이 기존의 식 보다 1~25% 가량 크게 예측한다는 것을 확인할 수 있었다. 또한 λ가 증가함에 따라 차이가 줄어 드는 경향을 보였다.

직관이 연결된 곡관에 내압하중이 가해졌을 경 우에는 m<sub>α</sub>-tangent 방법이 기존의 한계하중 식과 비교하여 10%의 범위 내에서 일치하는 것을 확인 할 수 있었다. 반면, 굽힘하중의 경우에는 m<sub>α</sub>tangent 방법이 기존의 한계하중 식과 비교하여 전 체적으로 20~25%의 일관된 보수성을 가지는 것을 확인할 수 있었다.

3.3.3 분기관

분기관의 압력하중에 대한 한계하중 식은 김윤 재 등<sup>(12)</sup>에 의해 식 (14)로 제시되었다.

$$P_{o} = \frac{\sigma_{o} \ln \left[\frac{1+T/(2R)}{1-T/(2R)}\right] g_{1}}{\left(0.25 - 0.5h_{1} + h_{1}^{2} + 0.79h_{2}^{2}\right)^{0.5}}$$
(14)

이 경우 변수 h<sub>1</sub>, h<sub>2</sub>는 형상 변수들에 의해 결정 되며 다음 식 (15)로 나타낸다.

$$g_{1} = -\left(0.4603\frac{r}{R} + 0.1525\right)\left(\frac{t}{T} - 1\right)^{2}$$
$$+1.015\left(\frac{2R}{T}\right)^{0.297}\left(\frac{r}{R} - 0.52\right)^{4} + 1.127\left(\frac{2R}{T}\right)^{-0.0505}$$



Fig. 5 Limit loads for branch junction; (a) Internal pressure (b) In-plane bending moment

$$h_{1} = 1 + \left[ 0.145 \frac{1}{1 + (t/T)^{3}} \frac{r}{R} \sqrt{\frac{2R}{T}} \frac{\pi}{2} \left\{ 1 - \frac{3}{16} \left(\frac{r}{R}\right)^{2} \right\}$$
(15)  
+  $0.3185 \left(\frac{r}{R}\right)^{2} 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{r}{R}\right)^{4} \right] \left( 1 - \frac{t}{2r} \right)^{2} ;$   
$$h_{2} = 0.175 \frac{1}{1 + (t/T)^{3}} \frac{r}{R} \sqrt{\left(\frac{2R}{T}\right)} \left( 1 - \frac{t}{2r} \right)^{2} \frac{\pi}{2} \left[ 1 - \frac{3}{16} \left(\frac{r}{R}\right)^{2} \right]$$

Fig. 5(a)는 분기관에 내압하중이 가해진 경우에 대해 m<sub>α</sub>-tangent 방법으로 구한 한계하중과 기존에 제시된 한계하중 간의 관계를 나타낸다. 얇은 배 관에서 비교적 잘 일치하는 경향을 보인다는 것을 확인할 수 있다.

분기관의 면내굽힘하중에 대한 한계하중 식은 김윤재 등<sup>(12)</sup>에 의해 식 (16)으로 제시되었다.

$$M_{O} = \frac{\sigma_{O}t \left(4r^{2} + t^{2}/3\right) \pi / 2 \cdot Q_{IB}}{\frac{t}{T} \left\{ \left[ f_{1} \frac{r}{R} + 0.455 f_{2}k \sqrt{\frac{2R}{T}} \right]^{2} + 0.2385 \left(\frac{2R}{T}\right) f_{2}^{2}k^{2} \right\}^{0.5}}$$
(16)



Fig. 6 Normalized Limit loads for branch junction

이 경우 변수 Q<sub>IB</sub>, f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub>, k은 형상 변수들에 의해 결정되며 식 (17)과 같다.

$$Q_{IB} = \left(-1.102 - 0.653 \frac{r}{R}\right) \left(\frac{t}{T} - 0.7\right)^2 - 2.583 \left(\frac{r}{R}\right)^3 + 5.462 \left(\frac{r}{R}\right)^2 - 3.544 \left(\frac{r}{R}\right) + 2.009 - 0.0025 \left(\frac{2R}{T}\right)$$
$$f_1 = 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{r}{R}\right)^4 ; f_2 = \frac{\pi}{2} \left[1 - \frac{3}{16} \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] ;$$
$$k = \frac{1}{1 + (t/T)^3}$$
(17)

Fig. 5(b)는 분기관의 면내굽힘하중에 대해 m<sub>α</sub>tangent 방법으로 구한 한계하중과 기존에 제시된 한계하중 간의 관계를 나타낸다.

Fig. 6은 m<sub>α</sub>-tangent 방법으로 구한 분기관의 한 계하중을 기존에 제시된 식으로 구한 한계하중으 로 정규화한 값들을 나타낸다. 굽힘하중이 가해지 는 경우에는 뚜렷한 경향성을 확인할 수 없었으 며, 다만 r/R이 커질수록 두 방법간의 결과 차이가 줄어든다는 점을 확인할 수 있었다. 내압하중이 가해지는 경우에 대해서는 전체적으로 m<sub>α</sub>-tangent 방법이 기존의 한계하중 식과 비교하여 보수적으 로 평가하는 것을 확인할 수 있었다.

#### 4. 결 론

본 연구는 대표적 배관 형상인 곡관과 분기관에 대해  $m_{\alpha}$ -tangent 방법이 기존의 한계하중 방법과 비교하여 어느 정도 차이를 가지는지 알아보고  $m_{\alpha}$ -tangent 방법의 적용가능성을 알아보고자 진행 되었다.

곡관의 경우 내압하중에 대해서는 비교적 잘 일 치하는 경향을 보였고 내면 굽힘 하중에 대해서는 일관된 보수성을 가지는 것을 확인하였다. 반면 분기관의 경우에는 내압과 내면 굽힘 하중의 경우 에 대해 뚜렷한 경향성이 나타나지 않았다. 이 결 과로 미루어보아 m<sub>α</sub>-tangent 방법을 통한 한계하중 계산이 기존의 한계해석 방법을 대체하기는 어려 울 것으로 판단된다.

이러한 결과를 나타내는 이유는 m<sub>α</sub>-tangent 계수 의 중요 변수인 ζ가 포함하고 있는 하한계 한계하 중계수 때문으로 추정된다. 분기관과 같이 불연속 부가 존재하는 경우 피크응력으로 인해 구조물의 최대 응력이 왜곡되어 나타나게 되는데, 왜곡된 최대 응력은 하한계 하중계수를 부정확하게 만든 다. 이 때문에 정확한 ζ를 특정 짓는 것이 어렵게 된다. 따라서 부정확한 ζ가 m<sub>α</sub>-tangent 계수의 정 확도를 떨어뜨리고 한계하중 값에 영향을 주는 것 으로 판단된다. 따라서 m<sub>α</sub>-tangent 방법을 적용할 때에는 구조물이 불연속부를 가지는 가를 우선적 으로 살펴야 할 것으로 판단된다.

향후 연구를 통해 이러한 ζ의 분산 문제를 수정 해야 한다. ζ의 문제를 해결하기 위해서는 결국 구 조물의 하한계 하중계수를 구성하는 최대하중의 문제를 살펴야 한다. 최대하중 주변 특정 범위까 지의 응력평균을 이용하여 최대하중을 정하는 방 법이 하나의 대안으로 판단된다. 혹은 하중이 구 조물 내에서 선형적으로 증가한다는 가정을 통해 최대하중을 추정하는 방법도 다른 대안이 될 것으 로 판단된다. 따라서 향후 연구를 통해 이러한 대 안들을 살펴보고 향상된 m<sub>α</sub>-tangent 방법을 제시하 고자 한다.

## 후 기

이 논문은 2013년도 미래창조과학부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구 과제입 니다(NRF-2013M2B2B1075733).

#### 참고문헌 (References)

- (1) Hill, R. and Siebel, M. P. L., 1951, "On Combined Bending and Twisting of Thin Tubes in the Plastic Range," *Phil. Mag.*, 42, p. 722.
- (2) Mura, T., Rimawi, W.H. and Lee, S.L., 1965, "Extended Theorems of Limit Analysis," *Quarterly of*

applied mathematics, Vol. 23, No. 2, pp. 171~179.

- (3) Goodall, I. W., 1978b, "Lower Bound Limit Analysis of Curved Tubes Loaded by Combined Internal Pressure and In-plane Bending Moment," *Research Division Report RD/B/N4360*, Central Electricity Generating Board, UK.
- (4) Ainsworth, R.A., 1984, "The Assessment of Defects in Structures of Strain Hardening Materials," *Engineering Fracture mechanics*, Vol. 19, pp. 633~ 642.
- (5) Seshardri, R. and Mangalaramanan, S.P., 1997, "Lower Bound Limit Loads using Variational Concepts: the m<sub>α</sub>-method," *Int, J Pressure Vessels Piping*, Vol. 71, pp. 93~106.
- (6) Xuan, F.Z., Li, P.N. and Tu, S.T., 2003, "Limit Load Analysis for the Piping Branch Junctions under Internal Pressure," *Nucl Eng Design.*, Vol. 224, pp. 1~9.
- (7) Kim, Y.J., Lee, K.H. and Park, C.H., 2006, "Limit Loads for Thin-walled Piping Branch Junctions under Internal Pressure and In-plane Bending," *Int J. of Pres. Ves. and pip.*, Vol. 83, pp. 645~653.
- (8) Xuan, F.Z., Li, P.N. and Tu, S.T., 2006, "Limit Load Analysis for the Piping Branch Junctions under Inplane Moment," *Int J. Mech. Sci.*, Vol 48, pp. 460~ 467.
- (9) Kim, Y.J. and Oh, C.S., 2007, "Effect of Attached Straight Pipes on Finite Element Limit Analysis of Pipe Bends," *Int, J Pressure Vessels Piping*, Vol. 84, pp. 177~184.
- (10) Seshadri, R. and Hossain, M.M., 2009, "Simplified Limit Load Determination using the m<sub>α</sub>-tangent Method," *ASME j. Pressure Vessel Technol.*, Vol. 131, pp. 021213-1~7.
- (11) Hossain, M.M., Reinhardt, W.D. and Seshadri, R., 2009, "Simplified Stress Categorization using a Single Linear Elastic Analysis," J. of Pressure Vessel Technology, Vol. 131, 061204-1~10.
- (12) Lee, K.H., Kim, Y.J. Budden, P.J. and Nikbin, K., 2009, "Plastic Limit Loads for Thick-walled Branch Junctions," J. Strain analysis, Vol. 44, pp. 143~148.
- (13) Kim, Y.J. and Budden, P.J., 2009, "Plastic Loads for 90° Thick-walled Elbows under Combined Pressure and Bending," *Journal of Strain Analysis.*, Vol. 45, pp. 115~127.
- (14) Kim, N.H., Oh, C.S., Kim, Y.J., Kim, J.S., Jerng, D.W. and Budden, P.J., 2011, "Limit Loads and Fracture Mechanics Parameters for Thick-walled Pipes," *Int J. of Pres. Ves. and pip.*, Vol. 88, pp. 403~414.