

간략하고 정확한 장방향 각형강관 가새부재 이력거동 예측 위한 해석모델

Simple and Accurate Analytical Model for Predicting Cyclic Behavior of Rectangular Steel HSS Braces

한상환^{1)*} · 성민수²⁾ · 마동준¹⁾

Han, Sang Whan^{1)*} · Sung, Min Soo²⁾ · Mah, Dongjun¹⁾

¹⁾한양대학교 건축공학과, ²⁾일리노이 공과대학교 토목공학과

¹⁾Department of Architecture, Hanyang University, ²⁾Department of Civil and Environmental Engineering, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign

/ A B S T R A C T /

The objective of this study is to propose a simple and accurate analytical model for HSS braces. For this purpose, a physical theory model is adopted. Rectangular hollow section steel (HSS) braces are considered in this study. To accurately simulate the cyclic behavior of braces using the physical theory model, empirical equations calculating constituent parameters are implemented on the analytical model, which were proposed in the companion paper. The constituent parameters are cyclic brace growth, cyclic buckling load, and the incidence of local buckling and fracture. The analytical model proposed in this study was verified by comparing actual and simulated cyclic curves of brace specimens. It is observed that the proposed model accurately simulates the cyclic behavior of the braces throughout whole response range.

Key words: analytical model, physical theory, parameters, response, cyclic behavior

1. 서론

가새골조시스템은 풍하중이나 지진하중과 같은 횡하중에 대하여 우수 한 저항성을 나타내어 지진력 저항시스템(Seismic Force Resisting System)으로 널리 사용되어 왔다(Fell et al., 2009). 현행 내진설계 기준에서는 가새골조를 보통중심가새골조(Ordinary Concentrically Braced Frame, OCBF)와 특수중심가새골조(Special Concentrically Braced Frame, SCBF)로 분류하고 있다(ASCE 7-10, 2010).

가새골조의 내진성능은 가새부재의 이력특성에 큰 영향을 받는다. 지진 하중 하에서 가새부재는 반복적으로 인장과 압축을 받게 되어 국부좌굴, 항복, 파단으로 이어지게 된다.

장방향 각형강관(Hollow structural sections) 가새부재는 다른 동일한 단면적을 가지는 압연단면에 비해 높은 회전반경을 가짐으로서 국부좌굴에 대해 우수한 저항성을 가진다(Bruneau et al., 2011). 이와 같은 효율적

인 단면특성으로 인해 가새부재로 널리 사용되어왔다. 장방향 각형강관 가새부재의 이력거동을 연구하기 위하여 여러 실험이 진행되어 왔다(Black et al., 1980; Lee and Goel, 1987; Shaback, 2001; Han et al., 2007; Fell et al., 2009).

선행연구(Han et al., 2007)에서 장방향 각형강관 가새부재의 이력거동을 연구하기 위하여 정가력과 부가력 시 대칭적인 반복하중을 가하는 실험을 수행하였다(Fig. 1). 이 연구에서는 다양한 판폭두께비($8 \leq w/t \leq 29$)와 다양한 세장비($69 \leq \lambda \leq 90$)를 가진 10개의 냉간성형 장방향 각형강관 가새부재 실험체들을 반복하중에 실험을 수행하였다. 실험체의 판폭두께비(w/t)는 보통중심가새골조와 특수중심가새골조의 경계가 되는 18을 중심으로 다양하게 선정하였으며, 실험체의 설계 및 상세는 AISC LRFD Manual (2005)을 따랐다.

선행 연구에서(Han et al., 2007)는 판폭두께비(w/t)와 세장비(λ)가 장방향 각형강관 가새부재의 이력거동에 영향을 미친다고 보고했다. 특히 부재의 판폭두께비가 감소함에 따라 초기 국부좌굴의 시작이 지연되고 파단 수명이 증가하였다. 세가지의 파단 모드(L모드, O-L모드, O모드)가 전역 좌굴 및 국부좌굴이 발생하는 순서와 정도를 기반으로 제안되었다. 폭두께비 11에서 18 사이의 범위를 가지는 실험체에서는 변형율이 가새부재의 끝

*Corresponding author: Han, Sang Whan

E-mail: swan@hanyang.ac.kr

(Received February 24, 2017; Revised April 18, 2017; Accepted April 20, 2017)

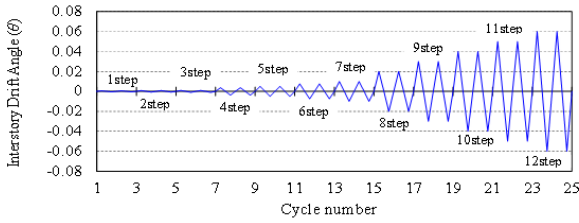


Fig. 1. Experimental setup(loading history, test setting(Han et al., 2007))

부분과 중간부에 더 고르게 분포되었다. 이러한 고른 분포로 인해 위의 실험체들은 다른 실험체들에 비해 반복하중에 더 큰 저항성을 가진다. 또한 Black et al., (1980)과 Shaback (2001)의 연구에서도 폭두께비와 세장비가 장방형 각형강관가새부재의 이력거동에 영향을 주는 중요한 요인으로 보고하였다.

가새골조의 신뢰도 높은 내진성능평가를 위해서는 가새부재가 초기의 탄성거동부터 파단에 이르기까지의 이력특성을 예측할 수 있는 정확한 해석모델이 필요하다.

가새부재의 정확한 이력특성을 예측하기 위하여 선행연구자들에 의해 제안된 가새부재의 해석모델은 크게 세가지로 나눌 수 있다: 현상학적 모델(phenomenological model), 물리적 이론 모델(physical theory model), 유한요소 모델(finite element model) (Mazzolani and Gioncu, 2000).

현상학적 모델은 반복가력 실험을 통해 얻어진 가새부재의 이력특성을 경험적인 접근을 통해 단순화하여 모사하는 모델이다. 가새부재에 대한 현상학적 모델은 여러 연구자들에 의해 개발되었다(Higginbotham and Hanson 1976; Ikeda et al., 1984; Jain et al., 1977, 1978; Jain and Goel 1978; Maison and Popov 1980). 현상학적 모델의 장점은 간단하고 계산량이 적다는 점이다. 하지만 실험결과를 통한 해석모델 개발의 교정(calibration)이 필수적이며, 교정에 사용된 실험결과 외에는 해석모델의 정확도가 크게 떨어질 수 있다는 한계점이 존재한다.

물리적 이론 모델은 간략화된 이론적 공식을 바탕으로 가새부재의 반복적 비탄성 거동을 모사한다는 특징이 있다(Zayas et al., 1981; Gugerli and Goel 1982; Ikeda and Mahin 1984; Nonaka 1987, 1989; Soroushian and Alawa 1990; Jin and Tawil 2003; Dicleli and Calik 2008). 물리적 이론 모델은 가새에서 발생하는 비선형 이력거동을 소수의 스프링 요소에 집중 시킴으로서 계산량을 줄이고 효율적인 결과를 낼 수 있다(예를들어 2개의

보-기둥 요소와 한 개의 비선형 스프링요소를 가새부재의 중앙에 배치). 하지만 기존에 제안된 물리적 이론 모델중에서 가새부재에서 발생하는 가새부재 길이증가(brace growth), 사이클별 좌굴강도, 국부좌굴 그리고 파단 시점을 제한한 경우는 존재하지 않는다.

최근에는 섬유단면요소(fiber-section element)를 이용한 가새부재의 물리적 이론 모델에 대한 연구가 진행되고 있다(Uriz 2005; Karamanci and Lignos 2014). 섬유단면요소는 실제 실험에서 측정된 가새부재의 재료 물성치(material property)를 이용할 수 있기 때문에 이력거동의 예측에 있어 현상학적 모델에 비해 훨씬 정확할 수 있다. 그러나 섬유단면요소는 가새파단의 주요 원인인 국부좌굴로 인한 응력집중 현상을 정확히 설명하지 못한다(Han et al., 2007). 또한 섬유단면요소는 현상학적 모델이나 스프링을 이용한 물리적 이론 모델에 비해 많은 계산량이 요구된다.

마지막으로 유한요소 모델은 앞서 설명한 모델 중에서 가장 정확하게 가새부재의 이력거동을 모사할 수 있다(Fujimoto et al., 1972; Kayvani and Barzegar, 1996; Mamaghani, 2005; Ding et al., 2008). 하지만 유한요소 모델을 구성하기 위해서는 수많은 입력 매개변수(input parameter)가 필요하며, 계산량 또한 방대하여 현장에서 사용하는 데에 어려움이 있다 (Mazzolani and Gioncu, 2000).

이 중에서 대형 가새골조의 내진성능평가 시에는 계산량이 적으면서 기초적인 이론에 기반하여 다양한 가새부재의 이력거동을 예측할 수 있는 물리적 이론모델이 가장 효율적일 것으로 판단된다.

본 연구에서는 기존 가새부재 물리적 이론 모델에(Dicleli and Calik, 2008) 실제 장방형 각형강관 가새부재의 실험결과를 통해 얻어진 경험식을 추가하여 개선된 해석모델을 개발하고자 한다. 또한 개발된 모델이 장방형 각형강관 가새부재의 이력거동을 정확히 예측하는지 여부를 검증하기 위하여 선행연구(Black et al., 1980; Shaback, 2001; Han et al., 2007)에서 수집된 16개의 장방형 각형강관 가새부재 중 6개의 실험결과와 비교할 예정이다.

2. 본 연구에서 사용한 해석모델

2.1 물리적 이론 모델

본 연구에서 사용한 물리적 이론 모델(Dicleli and Calik, 2008)은 한 사이클의 이력곡선을 가새부재의 탄성 및 소성 거동과 압축과 인장에 대한 하중방향에 따라 6개의 구간으로 Fig. 2c와 같이 나누어진다. 주어진 축력(P)에 대한 중앙부의 횡변위(Δ)를 가상일의 원리(method of virtual work)를 사용하여 계산한다.(Fig. 2b)

Fig. 2a 와 Fig. 2e는 각각 구간 1~6 의 이력거동을 바탕으로 횡변위(Δ)를 계산하는 방법을 설명한 그림이다. 여기서 구간 1(Fig. 2a)은 Fig. 2c에서 OA에 해당되며, 탄성 압축구간이다.

구간 1의 끝(점 A)에서 전체 좌굴이 발생한다.(Fig. 2a). 점 A에서의 횡변위(Δ_1)는 Fig. 2b와 같이 가상일의 원리를 이용하여 계산한다.

이와 유사하게 구간 2~6의 횡변위(Δ)는 Fig. 2b에 나타난 방법을 이용하여 계산할 수 있다. 구간 2는 소성 압축구간이다. 구간 2의 시작점부터 P 와 Δ 로 인한 중앙부의 2차모멘트는 가새부재의 소성모멘트(M_p)에 도달한다. 점 A 이후(Fig. 2c)부터는 2차모멘트는 M_p 를 초과할 수 없으므로 Δ 가

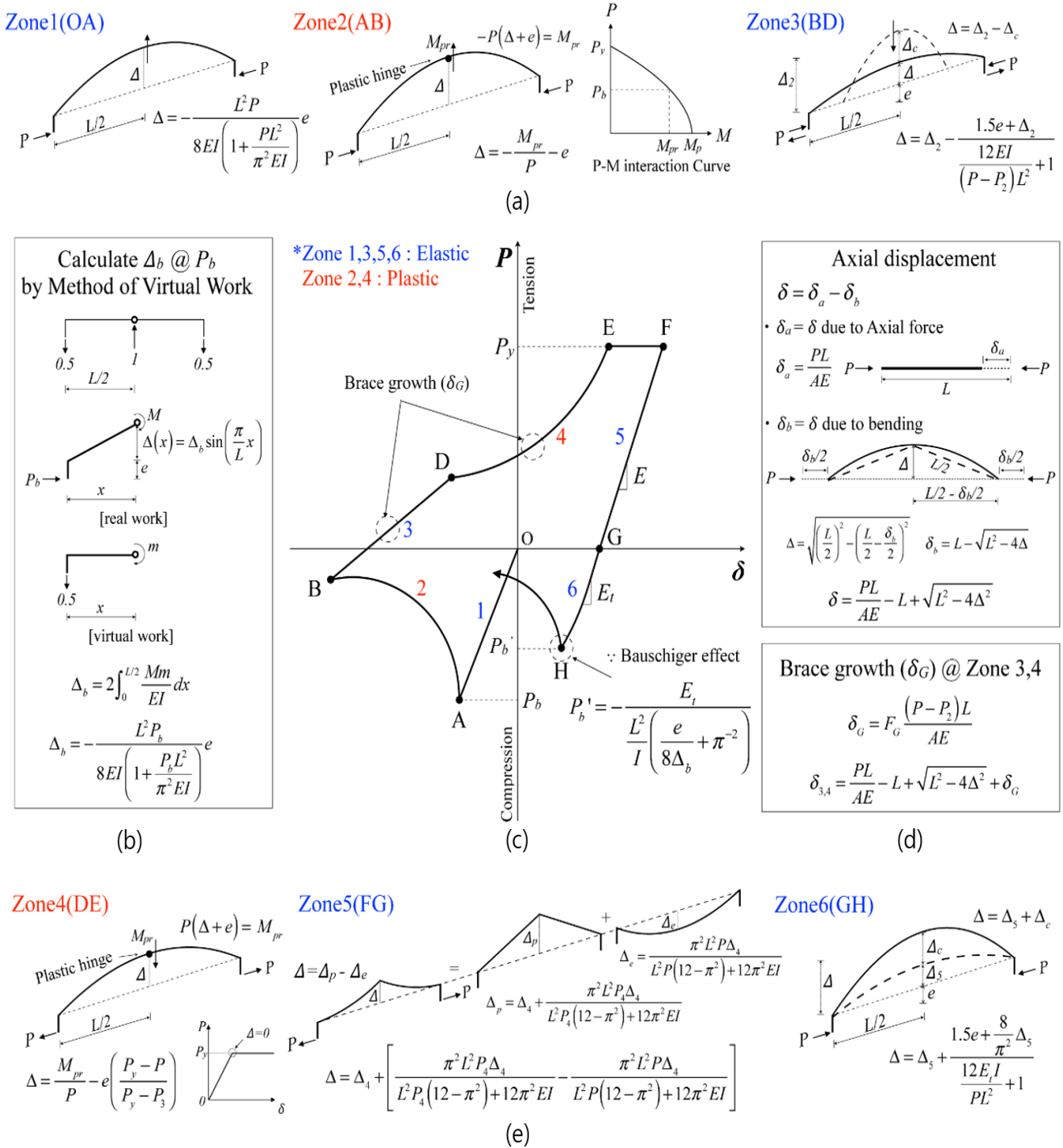


Fig. 2. Physical Theory Model(Dicleli and Calik, 2008)

증가함에 따라 P 는 감소하게 된다. 또한 P 에 의한 소성 중립축(plastic neutral axis)의 위치 변화로 인해 소성모멘트 내력(plastic moment capacity, M_{pr})이 감소하기 때문에, 구간 2에서의 P 의 감소는 가속화된다. 이 구간에서는 감소된 M_{pr} 가 M_p 대신 사용되어야 한다.

구간 3은 탄성 인장구간이다. 구간 2의 끝부분(점 B)에서 축변위(δ)가 해당 사이클의 최대 압축변위에 도달한다.

구간 3에서 Δ 는 점 B에서의 Δ 와 P 의 증가로 인한 탄성 횡변위의 차로 계산된다. 탄성 횡변위는 또한 Fig. 2b 에 나타난 순서로 계산된다.

만약 가새부재가 반복하중하에서 소성변형이 발생하면, 인장하중 영역(구간 3, 4)에서 추가적인 길이 증가가 발생할 수 있다. 이러한 현상은 가새부재 길이증가 효과(brace growth effect)라고 하며, 가새부재의 정확한 이력거동 예측을 위해서는 반드시 고려되어야 한다. 구간 3, 4에서 가새부재 길이증가(brace growth, δ_G)는 축변위(δ)와 합산되어야 한다. 가새부재 길이증가(brace growth)은 Fig. 2d에 나타난 길이증가 계수(growth factor, F_G)로 계산되며 길이증가 계수는 가새부재 실험결과로부터 산출된 경험식을 이용하여 계산된다.

구간 4에서는 구간 3과 달리 가새부재가 소성거동을 한다. 변형된 가새 부재의 정점에서 축인장력(P)으로 인해 발생된 2차모멘트가 M_{pr} 에 도달 한다. P 는 항복축력(P_y)에 도달할 때까지 증가하며 P_y 에 도달하게 되면 M_{pr} 와 Δ 는 0이 된다. 이를 반영하기 위하여 구간 4에서의 Δ 는 Fig. 2e에 나타난 바와 같이 $(P_y - P)/(P_y - P_{at\ point\ D})$ 를 사용하여 계산된다.

구간 5는 탄성 인장력 제하(unloading)구간이며 Δ 는 점 F에서의 Δ 와 구간 5에서의 탄성 횡변위와의 차를 사용하여 계산된다. Fig. 2c에서 볼 수 있듯이 구간 6은 탄성 압축력 재하(reloading)구간을 나타낸다. 가새부재 의 거동은 구간 1과 유사하지만 이전 사이클에서 발생한 소성변형으로 인 해, 이전보다 작은 압축하중에서 가새부재의 좌굴이 발생한다. 그러므로 점 H(구간 6의 끝부분)에서의 좌굴하중(P'_y)을 계산하기 위해서는 감소된 탄 성계수(E_t)가 본래 탄성계수(E) 대신에 가새부재 실험결과를 이용하여 산 출된 경험식으로 계산하여 사용되어야 한다.

각 구간에서의 축변위(δ)는 δ_b 와 δ_a 의 차를 계산함으로써 산출되며, 여 기에서 δ_b 는 Δ 를 피타고라스의 정리를 통해 변환된 값이고 δ_a 는 축력에 대 한 축변위($= PL/EA$)이다. δ 는 인장일 때 양수이고, A 는 가새부재의 단면 적, L 은 가새부재의 길이를 나타낸다. 이 모델의 더 자세한 정보는 Dicleli and Calik(2008)에서 확인할 수 있다.

2.2 추가된 경험식

본 연구에서는 앞장에서 설명한 물리적 이론 모델(Dicleli and Calik, 2008)에 장방향 각형강관 가새부재의 중요한 이력특성을 효율적으로 산출 할 수 있도록 하기 위하여 경험식을 추가해서 개선하였다. 경험식을 산출하 기 위하여(Han et al., 2007; Black et al., 1980; shaback, 2001)의 장방향 각형강관 가새부재 실험체들의 실험결과를 수집하였다. 장방향 각형강관 가새부재의 중요한 이력특성으로는 가새부재의 길이증가(F_G), 좌굴하중 계수(F_B), 국부좌굴($\sum E_{LB}/E_y$) 및 파단시점($\sum E_{SL}/E_y$)이 있다. 이러한 각형강관 가새부재의 중요 이력특성을 산출하는 경험식은 Table 1에 정리 되어 있다. 경험식이 산출되는 자세한 과정은 장방향 각형강관 가새부재의 이력거동을 예측하기 위해 경험식을 제안한 논문에서 확인할 수 있다.

2.2.1 가새부재 길이증가(Brace Growth, F_G)

F_G 경험식은 Table 1에 정리되어 있으며, 여기에서 KL/r , w/t , D_c 는 각 각 세장비, 폭두께비, 누적소성변위를 의미한다. 누적소성변위를 구하는 식 은 Dicleli and Calik(2008)에서 제안되었으며 식 (1)과 같다.

$$D_c = \sum_i^n \left(\frac{\Delta_2 - \Delta_b}{\Delta_b} + \frac{\delta_p}{\delta_y} \right) \tag{1}$$

위 식에서 i 는 가새부재에 좌굴이 발생하는 사이클을 의미하며, Δ_2 와 Δ_b 는 각각 Fig. 2c 구간 2 끝부분에(점 B)서의 횡변위와 첫번째 좌굴시작점에 서의 횡변위를 의미한다. 또한 $\delta_y (= P_y L/EA)$ 와 δ_p 는 각각 항복변위와 소 성변위이다.

실험결과로부터 F_G 를 평가하는데 축적되는 오류를 최소화하기 위해서, 매 사이클에서 F_G 의 평가된 값은 계산된 항복인장하중과 변위 그리고 최대 인장하중과 변위가 실제 하중과 변위와 맞는지 평가된다.

Fig. 3은 평가 전후에서 S70-18-A 부재(Han et al., 2007)의 실제 이력 곡선과 F_G 를 이용한 물리적 이론 모델(physical theory model)을 사용하 여 모사된 이력곡선을 나타낸다.

모사된 이력곡선의 정확도를 검증하기 위하여 각각의 가력사이클에서 모사된 최대 인장 하중($P_{max,anal}$)과 실제 최대 인장하중($P_{max,exp}$)과의 비 율이 기록되었다. 그 결과 $P_{max,anal}/P_{max,exp}$ 는 평가된 F_G 를 이용하여 모 사된 이력곡선에서 거의 일정하게 나타났다. 또한 평가된 F_G 를 이용하여 모사된 이력곡선은 F_G 를 평가하지 않은 이력곡선보다 실제 이력곡선과 더 정확히 일치하게 나타났다. 그러므로 본 연구에서는, F_G 의 평가된 값이 F_G 경험식을 제안하는데 사용되었다.

여기서 F_G 는 0.66을 초과할 수 없다. Fig. 4는 specimen S69-11의 실 제 이력곡선과 F_G 경험식을 통하여 모사된 이력곡선 그리고 Dicleli and Calik(2008)에서 제안된 경험식을 이용하여 모사된 이력곡선을 나타낸다. Dicleli and Calik(2008)의 모델보다 식 (1)을 도입한 모델이 실험체의 이 력곡선을 더 정확히 예측하는 것으로 나타났다. 이는 Dicleli and Calik (2008)에서 제안된 F_G 경험식이 장방향 각형강관 가새부재뿐만 아니라

Table 1. Empirical equations for predicting major parameters in cyclic behavior of rectangular HSS braces

Major Parameter	Empirical Equations
가새부재의 길이증가(F_G)	$F_G = a\left(\frac{kL}{r}\right)^2 + b\left(\frac{kL}{r}\right) + c\left(\frac{w}{t}\right)^2 + d\left(\frac{w}{t}\right) + e\left(\frac{kL}{r}\right)\left(\frac{w}{t}\right) + f$ $a = 0.00001D_c^2 - 0.00055D_c + 0.00336$ $b = -0.00271D_c^2 + 0.08553D_c - 0.53293$ $c = 0.00002D_c^2 - 0.00031D_c + 0.00074$ $d = -0.00034D_c^2 + 0.00515D_c - 0.01026$ $e = 0.00002D_c + 0.00010$ $f = 0.10544D_c^2 - 3.30918D_c + 21.01012$
좌굴하중계수(F_B)	$F_B = -0.098 \ln(D_c) + 0.8104$
국부좌굴시점($\sum E_{LB}/E_y$)	$\sum E_{LB}/E_y = -7429 + 53.28(w/t) + 183.50\left(\frac{KL}{r}\right) - 0.76(w/t)\left(\frac{KL}{r}\right) - 1.10\left(\frac{KL}{r}\right)^2$
파단시점($\sum E_{SL}/E_y$)	$\sum_{i=1}^m E_{SL}/E_y = 1035.217 + 6.0082(w/t) - 2.2988(w/t)^2 - 4.3074\left(\frac{KL}{r}\right) + 0.0169\left(\frac{KL}{r}\right)^2 + 0.0047F_y + 0.0038F_y^2$

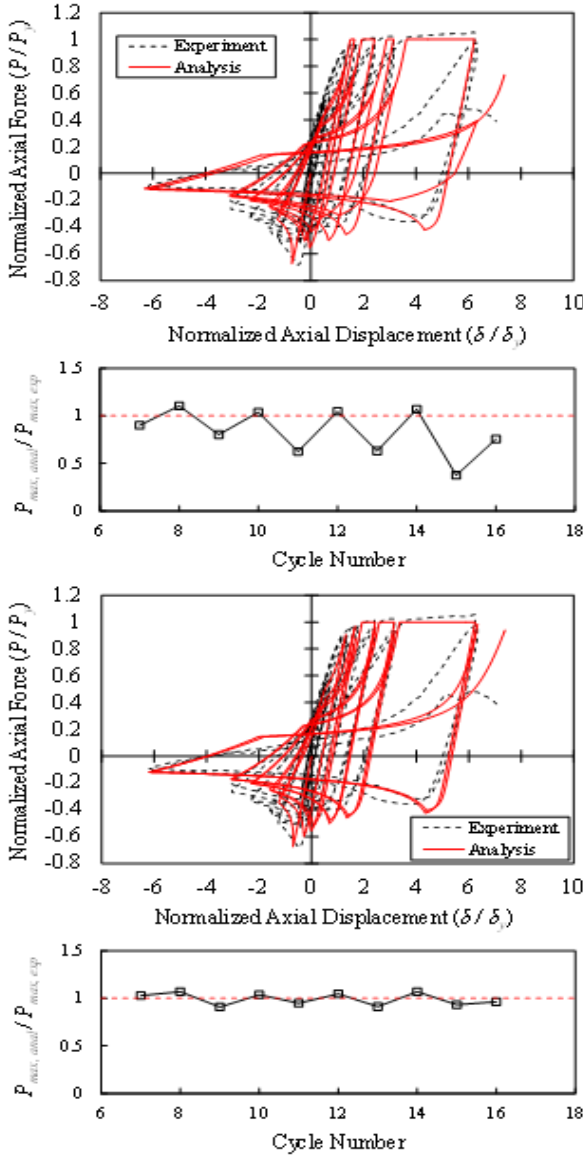


Fig. 3. Actual cyclic curves and simulated cyclic curves with original beam growth and calibrated beam growth

양한 형상을 가지는 가새부재들의 실험결과를 바탕으로 만들어졌기 때문으로 추정된다.

2.2.2 좌굴하중계수(Buckling load factor, F_B)

사이클별 좌굴하중을 산출하기 위해 Diceli and Calik(2008)에서 제안한 식은 Fig. 2b, 2c에 나타나 있으며, 좌굴하중계수(F_B)는 가새부재의 탄성계수(E)와 접선탄성계수(tangent stiffness, E_t)의 비율로 계산된다.

$$F_B = \frac{E_t}{E} \quad (2)$$

F_B 경험식은 Table 1에 정리되어 있으며, 여기에서 D_c 는 누적소성변위를 의미한다. (Diceli and Calik, 2008)에서 제안된 누적소성변위를 구하는 식은 식(1)과 같다.

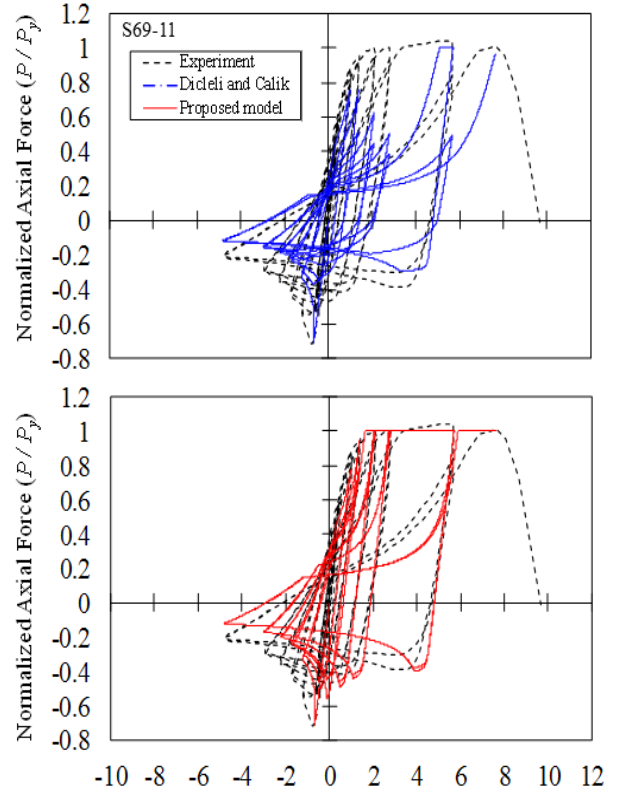


Fig. 4. Actual cyclic curves and simulated cyclic curves using F_G calculated from two different empirical equations

2.2.3 국부좌굴예측(Local Buckling Prediction, $\sum E_{LB}/E_y$)

장방형 각형강관 가새부재의 국부좌굴시점은 정규화된 누정소산에너지를($\sum E_{LB}/E_y$) 측정하여 예측하며 경험식을 제안하기 위해 판폭두께비(w/t)와 세장비($\lambda = \frac{KL}{r}$)를 고려하여 장방형 각형강관 가새부재의 실험 결과를 바탕으로 산출되었으며 Table 1에 정리되어 있다.

2.2.4 파단 예측(Fracture Prediction, $\sum E_{SF}/E_y$)

파단예측 경험식은 장방형 각형강관 가새부재 파단 발생시점에서의 정규화된 누적소산에너지($\sum E_{SF}/E_y$) 측정값을 경험식 산출시 사용하였고 Table 1에 정리되어 있다.

3. 제안된 모델의 검증

제안된 가새부재 길이증가계수(brace growth factor), 사이클별 좌굴하중계수(cyclic buckling load factor), 국부좌굴과 파단 시점 경험식을 사용하여 계산된 매개변수를 포함하는 물리적 이론 모델(physical theory model)을 검증하기 위하여 6개 실험체의 실험결과로부터의 이력곡선 [specimens S77-28, S70-18A, S85-14A, and S69-11(Han et al., 2007), specimen strut #17(Black et al., 1980), and specimen 4A(Shaback, 2001)] 과 비교하였다. 이 실험체들은 다양한 w/t 와 λ 를 갖는다.

해석에 사용된 하중은 실험과 동일하게 적용하였다. Fig. 5, 6은 실험과

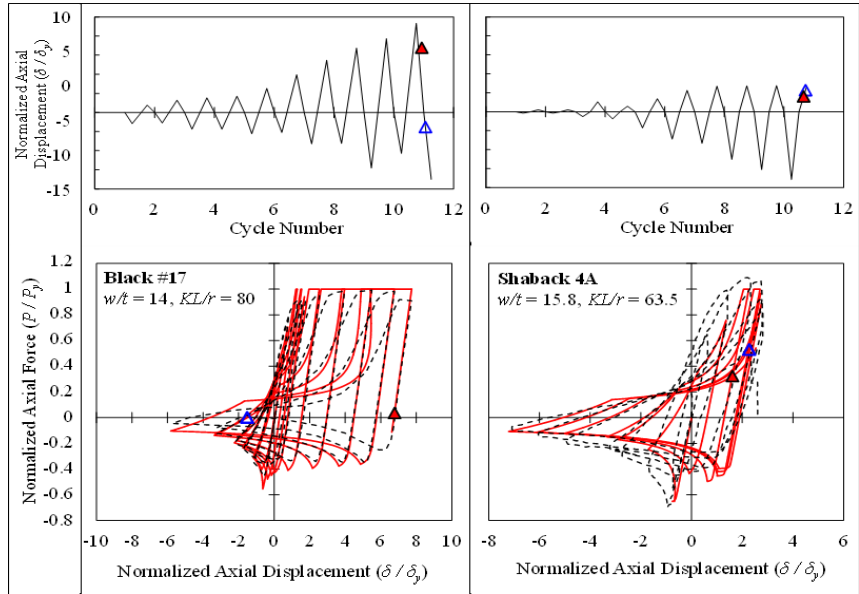


Fig. 5. Cyclic loadings and cyclic curves for two specimens from Black et al., 1980 and Shaback. 2001

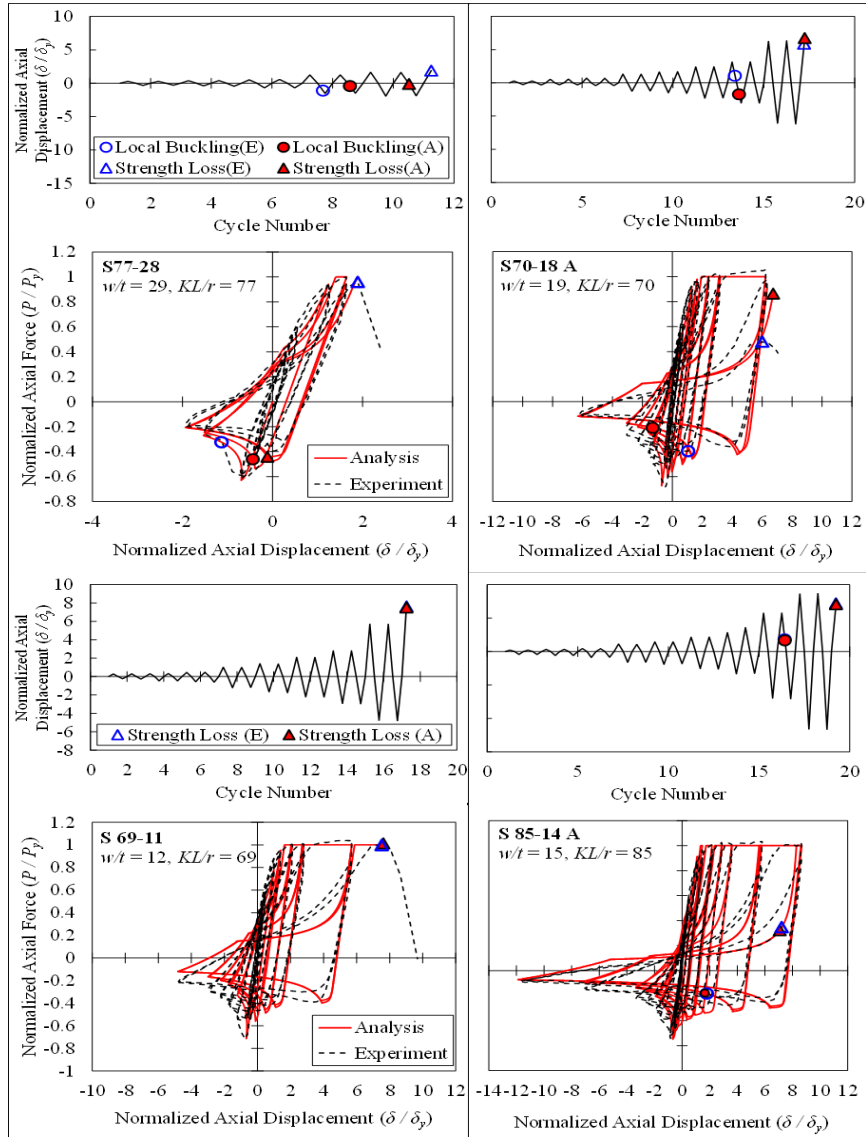


Fig. 6. Cyclic loadings and cyclic curves for four specimens from Han et al., 2007

해석으로부터 얻어진 이력곡선과 사용된 하중을 보여준다. 이 그림에서 국부좌굴과 파단의 시작이 하중이력과 이력곡선에서 다른 기호로 표시되었다. Fig. 5, 6에서 보여지듯이 해석모델을 사용하여 모사한 6개의 이력곡선이 실제 실험체의 그것과 높은 정확도로 일치하는 것을 확인하였다. 또한 Fig. 5, 6에서, 제안된 경험식을 이용하여 예측된 국부좌굴과 가새부재의 파단의 시작점이 실제 시작점과 일치함을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 간단하고 효율적인 계산이 가능한 물리적 이론 모델 (physical theory model)을 사용하여 장방형 각형강관 가새부재의 이력거동을 모사하였다. 해석모델의 정확도를 증가시키고 효율적인 계산을 위하여 길이증가계수(growth factor, F_G), 좌굴하중계수(buckling load factor, F_B), 국부좌굴 및 파단 발생시의 정규화된 누적소산에너지 ($\sum E_{LB}/E_y$, $\sum E_{SL}/E_y$)를 산출하는 경험식을 사용하여 가새부재 길이증가(brace growth), 사이클별 좌굴강도, 국부좌굴과 파단시점을 구하기 위한 매개변수를 계산하였다.

제안된 해석모델은 실제 이력곡선과 모사된 이력곡선을 비교함으로써 검증되었다. 다양한 폭두께비(w/t)와 세장비(λ)를 가지는 6개의 실험체로부터 모사된 이력곡선은 실제 이력곡선과 비교적 정확히 일치하였다. 또한 국부좌굴과 파단시점 역시 본 연구에서 제안된 해석모델을 사용하여 정확하게 예측할 수 있음을 확인하였다.

/ 감사의 글 /

본 논문은 2015년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단(2014R1A2A1A11049488) 연구비 지원에 의한 일환으로 수행되었음.

/ REFERENCES /

1. AISC. Specification for Structural Steel Buildings(ANSI/AISC 360-05). Chicago, IL, c2005.
2. ASCE Standard, "Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures", ASCE /SEI 7-10, c2010.
3. Black GR, Wenger BA, Popov EP. Inelastic Buckling of Steel Strut under Cyclic Load Reversals, UCB/EERC-80/40, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, CA, c1980.
4. Bruneau M, Uang CM, Sabelli SR. Ductile design of steel structures, McGraw Hill Professional, c2011.
5. Dicleli M, Calik EE. Physical theory hysteretic model for steel braces. Journal of structural engineering. 2008;134(7):1215-1228.
6. Ding Z, Fouthch DA, Han SW. Fracture modeling of rectangular hollow section steel braces. Engineering journal. 2008;45(3):171-185.
7. Fell BV, Kanvinde AM, Deierlein GG, Myers AT. Experimental investigation of inelastic cyclic buckling and fracture of steel braces. Journal of Structural Engineering. 2009;135(1):19-32.
8. Fujimoto M, Aoyagi T, Ukai WA, Saito K. Structural characteristic of eccentric K-braced frames, Transactions AIJ, No.195, c1972.
9. Gugerli H, Goel SC. Inelastic cyclic behavior of steel bracing members. Rep. No. UMEE 82R1, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Michigan, Ann Arbor, Michigan, c1982.
10. Han SW, Kim WT, Foutch DA. Seismic Behavior of HSS Bracing Members according to Width-Thickness Ratio under Symmetric Cyclic Loading. Journal of Structural Engineering. 2007;133(2):264-273.
11. Higginbotham AB, Hanson RD. Axial hysteretic behavior of steel members. Journal of the Structural Division. 1976;102(7):1365-1381.
12. Ikeda K, Mahin SA. A refined physical theory model for predicting the seismic behavior of braced steel frames. Univ. of California, Berkeley, Berkeley, CA, c1984.
13. Ikeda K, Mahin SA, Dermitzakis, SN. Phenomenological Modeling of Steel Braces Under Cyclic Loading. UCB/EERC-84/09, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, CA, c1984.
14. Jain AK, Goel S. Hysteresis Models for Steel Members Subjected to Cyclic Buckling or Cyclic End Moments and Buckling-Users Guide for DRAIN-2D:EL9 AND EL10. UMEE 78R6, Univ. of Michigan, College of Engineering, Ann Arbor, MI 48109-2125, c1978.
15. Jain AK, Goel SC, Hanson RD. Static and Dynamic Hysteresis Behavior of Steel Tubular Members with Welded Gusset Plates. Report No. UMEE 77R3, July. Ann Arbor: Dept. of Civil Engineering, Univ. of Michigan, c1997.
16. Jain AK, Goel SC, Hanson RD. Hysteretic behavior of bracing members and seismic response of braced frames with different proportions. Research Report. No. UMEE 78R6, Univ. of Michigan, Ann Arbor, Michigan, c1978.
17. Jin, J, El-Tawil S. Inelastic cyclic model for steel braces. Journal of Engineering Mechanics. 2003;129(5):548-557.
18. Karamanci E, Lignos DG. Computational approach for collapse assessment of concentrically braced frames in seismic regions. Journal of Structural Engineering. 2014;140(8):A4014019.
19. Kayvani K, Barzegar F. Hysteretic modeling of tubular members and offshore platforms. Eng. Struct. 1996;18(2):93-101.
20. Lee S, Goel, SC. Seismic Behavior of Hollow and Concrete Filled Square Tubular Bracing Members. UMCE87-11, Univ. of Michigan, College of Engineering, Ann Arbor, MI 48109-2125, c1987.
21. Maison B, Popov EP. Cyclic response prediction for braced steel frames. J. Struct. Div. 1980;106(7):1401-1416.
22. Mamaghani IHP. Inelastic cyclic analysis of steel braces. Proc. 33rd CSECE Annual Conf. GC-193-10, c2005.
23. Mazzolani FM, Gioncu V. Seismic Resistant Steel Structures, Springer-Verlag Wien, c2000.
24. Nonaka T. Formulation of inelastic bar under repeated axial and thermal loadings. Journal of engineering mechanics. 1987;113(11):1647-1664.
25. Nonaka T. Elastic-plastic bar under changes in temperature and axial load. Journal of Structural Engineering. 1989;115(12):3059-3075.
26. Shaback JB. Behavior of square HSS braces with end connections under reversed cyclic axial loading. Univ. of Calgary, c2001.

27. Soroushian P, Alawa MS. Hysteretic modeling of steel struts: Refined physical theory approach, *Journal of Structural Engineering*, 1990;116(11):2903-2916.
28. Uriz P. Towards earthquake resistant design of concentrically braced steel structures, Ph.D. Dissertation, Dept. of Engineering-Civil and Environmental Engineering, Univ. of California, Berkeley, CA, 2005.
29. Zayas AZ, Shing PB, Mahin SA, Popov EP. Inelastic Structural Modeling of Braced Offshore Platforms for Seismic Loading. Report No. UCB/EERC-81/04, Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California, c1981.