

장방형 각형강관 가새부재 이력거동 예측을 위한 주요변수의 경험식 제안

Empirical Equations Predicting Major Parameters for Simulating Cyclic Behavior of Rectangular HSS Braces

한상환^{1)*} · 성민수²⁾ · 마동준¹⁾

Han, Sang Whan^{1)*} · Sung, Min Soo²⁾ · Mah, Dongjun¹⁾

¹⁾한양대학교 건축공학과, ²⁾일리노이 공과대학교 토목공학과

¹⁾Department of Architecture, Hanyang University, ²⁾Department of Civil and Environmental Engineering, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign

/ A B S T R A C T /

The cyclic behavior of braces is complex due to their asymmetric properties in tension and compression. For accurately simulating the cyclic curves of braces, it is important to predict the major parameters such as cyclic brace growth, cyclic buckling load, incidence local buckling and fracture with good precision. For a given brace, the most accurate values of these parameters can be estimated throughout experiments. However, it is almost impossible to conduct experiments whenever an analytical model has to be established for many braces in building structures due to enormous cost and time. For avoid such difficulties, empirical equations for predicting constituent parameters are proposed from regression analyses based on test results of various braces. This study focuses on rectangular hollow structural section(HSS) steel braces, which have been popularly used in construction practice owing to its sectional efficiency.

Key words: Brace, hollow structural section, analytical model, regression, parameter, experiment, cyclic behavior

1. 서론

가새골조시스템은 횡하중에 대하여 우수한 저항성을 보유한 구조시스템으로, 모멘트 저항 골조보다 경제적이고 효율적이며 높은 강성을 지니고 있다(Fell et al., 2009).

가새골조의 내진성능은 가새부재의 이력특성에 큰 영향을 받는다. 따라서 가새부재의 이력거동을 정확히 예측하여 신뢰도 높은 내진성능을 평가하기 위해 선행연구자들이 여러 해석모델을 개발해왔다.

해석모델의 정확도를 높이기 위해서는 가새부재의 이력거동을 결정하는 주요 변수를 정확하게 예측하는 것이 중요하다. 주요변수로는 사이클별 좌굴강도, 가새부재 길이증가(brace growth), 국부좌굴과 파단시점 등이다.

철골 가새부재에는 원형강관, 장방형강관, H형단면, 앵글, 채널 등 다양한 종류의 단면이 사용된다. 이중에서도 강관은 단면효율이 우수하여 가새골조시스템에서 많이 사용되어 왔다. 본 연구에서는 장방형강관(Hollow

structural section-각형강관)에 대하여 연구를 진행한다.

현재까지 장방형 각형강관 가새에 대한 사이클별 좌굴강도, 가새부재 길이증가(brace growth), 국부좌굴과 파단시점에 대한 이력특성 변수를 정확하게 반영할 수 있는 연구가 진행되어 있지 않다. 본 연구에서는 해석모델의 정확도를 높이기 위하여 이러한 이력특성 변수에 대한 경험식을 제안한다.

경험식의 개발은 다양하게 개발된 해석모델들 중 가새부재 해석에서 많이 사용하는 물리적 이론모델(physical theory model)에 적합하도록 개발한다. 물리적 이론모델은 해석이 간편하고 적은 해석시간을 요구하며 기본적인 가새이론을 근간하여 개발되어 다른 간략한 모델들에 비하여 정확한 해석 결과를 제공하는 것으로 알려져 있다(Zayas et al., 1981; Gugerli and Goel 1982; Ikeda and Mahin 1984; Nonaka 1987, 1989; Soroushian and Alawa 1990; Jin and Tawil 2003; Dicleli and Calik 2008).

이 모델은 가새부재의 기존 물리적 이론모델의(Dicleli and Calik, 2008) 기본적 이론을 준용한다. 하지만 반복하중에 대하여 정확한 해석을 위하여 각 하중단계별로 주요변수 값을 요구한다.

철골 각형강관 가새부재의 경험식 제안을 위하여 본 연구에서는 반복하중 하에서 실험한 실험결과를 수집하여 데이터베이스를 작성한다.

각 가새 특성변수에 영향을 미치는 요소를 판단하기 위하여 영향분석

*Corresponding author: Han, Sang Whan

E-mail: swan@hanyang.ac.kr

(Received February 24, 2017; Revised April 18, 2017; Accepted April 20, 2017)

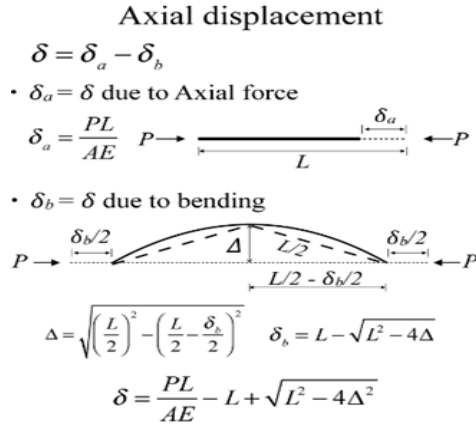


Fig. 2. Axial displacement in braces(Dicleli and Calik, 2008)

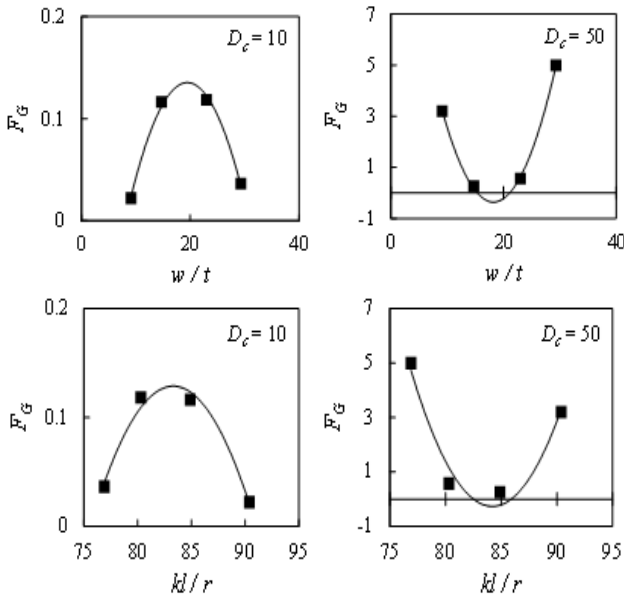


Fig. 3. F_G with respect to w/t and KL/r

$$\delta_G = F_G \frac{(P - P_2)L}{AE} \quad (2)$$

여기에서, P_2 는 점 B에서의 축력(Fig. 1에서 구간2의 끝부분)이고 F_G 는 길이증가계수(growth factor)이다. 본 연구에서는 장방형 각형강관 가새부재의 F_G 를 계산하기 위하여 경험식을 제안한다.

가새부재 실험체의 반복하중실험을 하는동안 F_G 는 사이클 i와 i-1에서의 최대인장변위를 사용하여 평가된다.(식 (3))

$$F_G = \frac{\delta_i - \delta_{i-1}}{\delta_e} \quad (3)$$

$$\delta_e = \frac{(P_4 - P_2)L}{AE} \quad (4)$$

여기에서, P_2 와 P_4 는 각각 구간 2와 4의 끝부분에서의 축력을 의미한

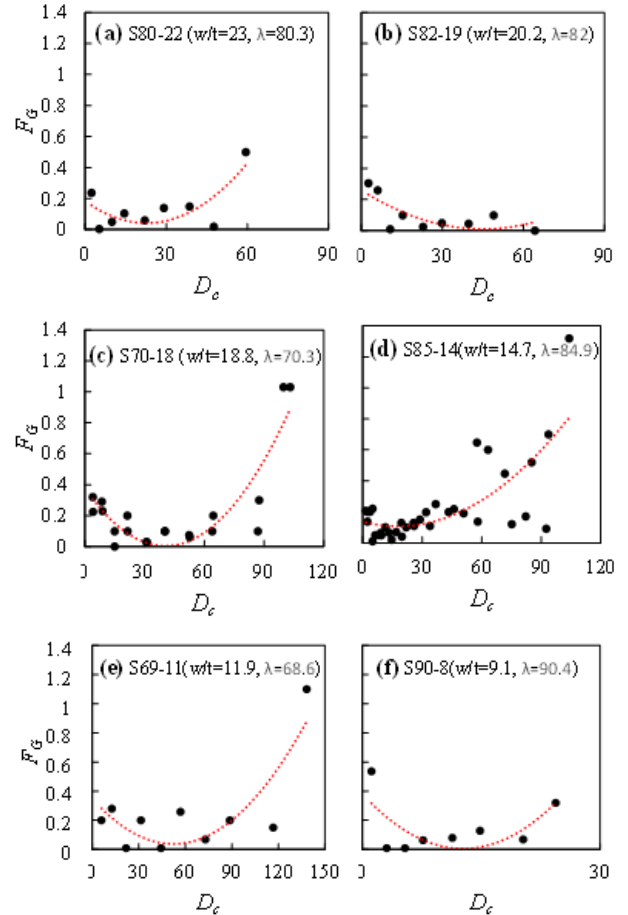


Fig. 4. Relationship between D_c and F_G

다.(점 B, E)

F_G 경험식을 산출하기 위하여 통계적으로 중요한 변수를 정의하는 것이 필요하다. 누적소성변위(D_c), 폭두께비(w/t), 세장비(λ)가 F_G 에 미치는 영향을 알아보기 위하여 매개변수해석을 수행하였다.

선행연구(Popov and Black, 1981; Jin and El-Tawil, 2003)에서는 가새부재 길이증가(brace growth)를 소성압축가력구간에서의 횡변위와 소성인장가력구간에서의 축변위를 사용하여 계산될 수 있는 누적소성에너지와 직접적으로 연관이 있다고 보고했다. 누적소성변위(D_c)를 계산하기 위한 식이(Dicleli and Calik, 2008)에 의해 제안되었다.

$$D_c = \sum_i^n \left(\frac{\Delta_2 - \Delta_b}{\Delta_b} + \frac{\delta_p}{\delta_y} \right) \quad (5)$$

여기에서 i는 가새부재에 좌굴이 발생하는 사이클이며, Δ_2 와 Δ_b 는 각각 구간 2 끝부분(점 B)에서의 횡변위와 첫 번째 좌굴의 시작점에서의 횡변위이다. 또한 $\delta_y (= P_y L / EA)$ 와 δ_p 는 각각 항복변위와 소성변위이다. Fig. 4는 다양한 w/t 와 λ 를 가지는 장방형 각형강관 실험체의 D_c 와 F_G 를 보여준다. 이 그림에서 F_G 는 D_c 의 영향을 많이 받는다는 것을 알 수 있다. F_G 에 대한 D_c 의 영향은 w/t 와 λ 에 따라 달라진다(Fig. 4).

F_G 에 대한 w/t 의 영향을 평가하기 위하여 비슷한 λ 를 가지면서 각각 다

른 w/t 를 가지는 4개의 실험체를 평가하였다. F_G 는 w/t 에 따라 달라진다 (Fig. 3). 이와 유사하게 F_G 를 평가하기 위하여 비슷한 w/t 를 가지면서 각각 다른 λ 를 가지는 4개의 실험체를 평가하였다. 그 결과 F_G 에 대한 λ 의 영향 역시 크게 나타났다. F_G 에 대한 w/t 와 λ 의 영향력은 D_c 에 따라 달라진다. 그러므로 F_G 경험식은 λ , w/t , D_c 가 F_G 에 미치는 복합된 영향을 고려하여 산출되어야 한다.

식 (6)은 Table 1에 정리된 장방형 각형강관 가새부재 실험체의 실험결과를 바탕으로 회귀분석을 수행하여 제안되었다. 여기서 F_G 는 0.66을 초과할 수 없다.

$$F_G = a\left(\frac{kL}{r}\right)^2 + b\left(\frac{kL}{r}\right) + c\left(\frac{w}{t}\right)^2 + d\left(\frac{w}{t}\right) + e\left(\frac{kL}{r}\right)\left(\frac{w}{t}\right) + f$$

$$a = 0.00001D_c^2 - 0.00055D_c + 0.00336$$

$$b = -0.00271D_c^2 + 0.08553D_c - 0.53293$$

$$c = 0.00002D_c^2 - 0.00031D_c + 0.00074$$

$$d = -0.00034D_c^2 + 0.00515D_c - 0.01026$$

$$e = 0.00002D_c + 0.00010$$

$$f = 0.10544D_c^2 - 3.30918D_c + 21.01012$$

3.2 좌굴하중계수(Buckling load factor, F_B)

가새부재의 탄성계수(E)는 반복가력실험 도중에 바우싱거효과(bauschinger effect)로 인해 감소하게 된다. 가새부재의 좌굴하중은 탄성계수에 대한 함수로 표현되기 때문에 가력사이클이 증가할수록 바우싱거효과로 탄성계수가 감소하게되고, 좌굴하중 또한 감소하게된다(Fig. 1에서의 점 H)(Bruneau et al. 2011).

좌굴하중의 열화(deterioration)는 가새부재의 이력거동과 이력곡선의 형상에 영향을 미치는 중요한 요소 중 하나이다. E 에 대한 열화(deterioration) 역시 누적소성변위(D_c)에 비례하는것으로 보고되었다(Black et al. 1980). 이 현상을 설명하기 위하여, 접선탄성계수(tangent modulus of elasticity, E_t)가 해석모델에서 사이클별 좌굴하중을 계산하기 위해 사용되었다(Dicleli and Calik, 2008).

사이클별 좌굴하중(P_b)식은 Fig. 5에서의 식을 재배열하고 E 에 E_t 를 대입함으로써 산출되었다.

$$P_b = -\frac{E_t}{\frac{L^2}{I}\left(\frac{e}{8\Delta_b} + \pi^{-2}\right)} = -\frac{F_B E}{\frac{L^2}{I}\left(\frac{e}{8\Delta_b} + \pi^{-2}\right)}$$

접선탄성계수(tangent stiffness, E_t)는 식 (7)을 정리하여 얻어진다.

$$E_t = -\frac{P_b L^2}{I}\left(\frac{e}{8\Delta_b} + \pi^{-2}\right)$$

좌굴하중계수(F_B)는 식 (9)와 같이 정의된다.

$$F_B = \frac{E_t}{E}$$

식 (8)을 식 (9)에 대입하면 식 (10)과 같다.

$$F_B = -\frac{P_b L^2}{I}\left(\frac{e}{8\Delta_b} + \pi^{-2}\right)E$$

본 연구에서는 F_B 경험식을 장방형 각형강관 가새부재의 실험결과와 식 (10)을 사용하여 계산된 F_B 의 회귀분석을 토대로 제안하였다.

Fig. 6은 다양한 w/t 와 λ 를 가지는 장방형 각형강관 가새부재 실험 결과로부터 얻어진 F_B 값을 나타낸다. 이 그림에서 F_B 는 λ 와 w/t 에 비해 D_c 의 정확도에 큰 영향을 끼치는 것으로 나타났다. 그러므로 장방형 각형강관 가새부재의 F_B 식을 회귀분석을 사용하여 D_c 에 대한 식으로 제안했다.

$$F_B = -0.098\ln(D_c) + 0.8104$$

기존 모델(Dicleli and Calik 2008)과 본 연구에서 제안된 식으로 계산된 F_B 는 Fig. 7에 비교되어 있다. 제안된 식은 기존모델에 비해 정확한 F_B 를 예측한 것을 확인하였고 결정계수(R^2)는 0.79였다. 이는(Dicleli and Calik, 2008)의 식은 다양한 단면을 갖는 가새부재의 실험결과를 바탕으로 만들어졌지만 본 연구에서 제안된 식은 장방형 각형강관 가새부재의 실험결과만으로 산출되었기 때문으로 나타났다.

F_B 경험식의 정확도를 검증하기 위하여 실제 좌굴하중($P_{b,exp}$)과 식 (7)을 사용하여 계산된 좌굴하중($P_{b,Cal}$)과의 비율을(Dicleli and Calik, 2008)에서 제안된 F_B 경험식을 사용한 경우와 비교하였다. Fig. 7에서 볼 수 있듯이 F_B 경험식을 식 (7)에 대입하여 산출된 값이 다양한 단면을 가지는 가새부재의 F_B 경험식을 사용할 때보다 더 정확히 실제 좌굴하중을 예측

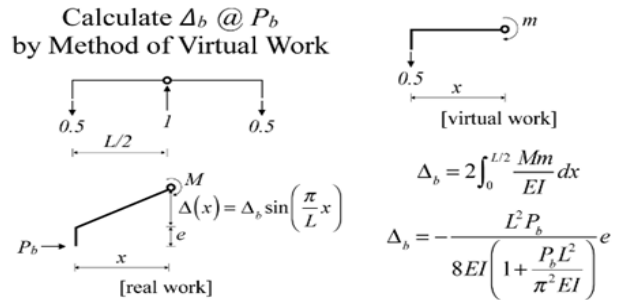


Fig. 5. Lateral displacement in braces(Dicleli and Calik, 2008)

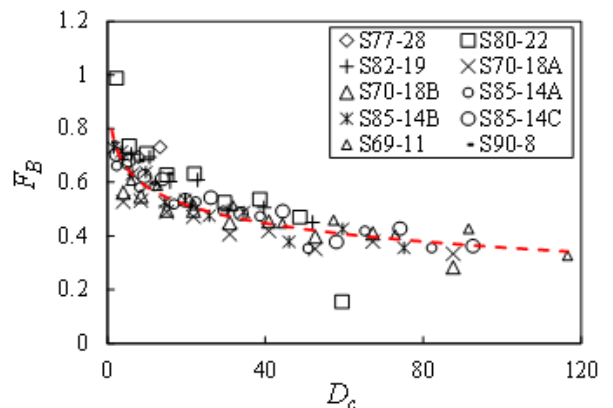


Fig. 6. F_B with respect to D_c

하였다. 이 결과는 장방형 각형강관 가새부재의 좌굴하중을 더 정확히 예측하기 위해서는 장방형 각형강관 가새부재의 실험결과만을 고려하여 산출된 경험식이 필요함을 의미한다.

3.3 국부좌굴예측(Local Buckling Prediction)

가새부재에 국부좌굴이 발생하면 압축강도와 휨강도가 급격하게 감소한다.

국부좌굴이 발생한 단면에 큰 변형율이 집중되고 이는 가새부재에 저주기 피로(low cycle fatigue)와 파단에 지대한 영향을 준다(Bruneau et al., 2011).

장방형 각형강관 가새부재는 제조과정상의 이유로 인해 국부좌굴이 초기가력사이클에서 발생하기 쉬우며(Bruneau et al., 2011) 국부좌굴이 발생한 후에는 파단이 발생하기 쉬워진다(Gugerli and Goel 1982; Uang and Bertero 1986; Liu and Goel 1987; Bonneville and Bartoletti 1996; Tremblay 2002; Tremblay et al., 2003; Shaback and Brown 2003).

(Lee and Goel, 1987)과 (Han et al., 2007)는 폭두께비(w/t)는 국부좌굴발생에 밀접한 연관이 있다고 보고했다. (Fell et al., 2009)의 실험결과에 따르면 국부좌굴과 강도감소는 선형관계를 가지며 국부좌굴 발생시점은 가새부재의 파단의 발생시점을 예측하는데 사용될 수 있다고 하였다. 이들

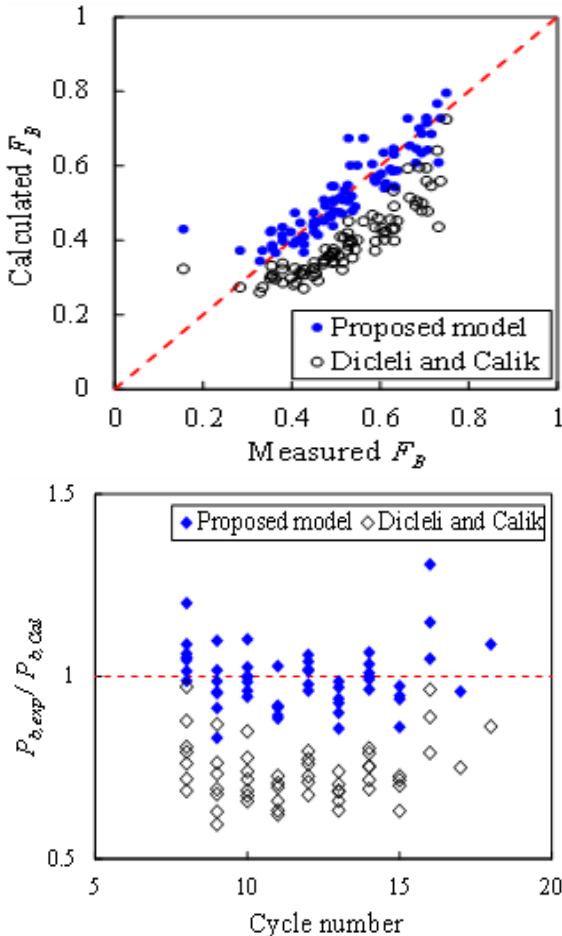


Fig. 7. Accuracy of equations for F_B , proposed herein and by Dicleli and Calik (2008)

은 국부좌굴 발생시점을 예측할 수 있는 w/t 와 λ 에 대한 경험식을 제안하였다.

본 연구에서는 장방형 각형강관 가새부재에서 국부좌굴 발생시점을 예측하기위해 두개의 매개변수가 고려되었다. (1) 정규화된 누적소성변위 (D_c)(식 (5))와(2) 정규화된 누적 소산 에너지($\sum E/E_y$)가 이력곡선의 단면부분의 넓이로 식 (12)를 사용하여 계산된다.

$$\sum_{i=1}^{n+m} E/E_y = \sum_{i=1}^n E/E_y + \sum_{j=1}^m E/E_y \quad (12)$$

$$E_i/E_y = - \frac{|\delta_{i+1} - \delta_i| \cdot P_i}{|\delta_y| \cdot |P_y|} \quad (13)$$

여기에서 i 와 j 는 Fig. 1에서 각각 구간 1, 2, 4, 6에서의 해석스텝과 구간 3, 5에서의 해석스텝을 의미한다. 그리고 δ_i 와 P_i 는 각각 i 번째 가력단계에서의 축변위와 축력을 의미한다.

Fig. 8은 정규화된 누적변위($\sum_{i=1}^n |\delta_{i+1} - \delta_i|/\delta_y$)에 따른 실험체 S85-14-C의 D_c 와 $\sum E/E_y$ 를 보여준다. 이 그림에서 $\sum E/E_y$ 는 부드러운 곡선 형태이지만 D_c 는 $\sum_{i=1}^n |\delta_{i+1} - \delta_i|/\delta_y$ 에 따르는 계단함수(step function)의 형상을 보인다. 또한 $\sum E/E_y$ 는 탄성과 소성응답 모두를 나타내지만 D_c 는 오직 소성응답만을 나타낸다. 이에 따라 최근 연구에서는 국부좌굴 발생시점을 예측하는데 $\sum E/E_y$ 가 사용되었다.

Fig. 9는 $\sum_{i=1}^n |\delta_{i+1} - \delta_i|/\delta_y$ 의 좁은 영역에서의 $\sum E/E_y$ 를 보여준다.

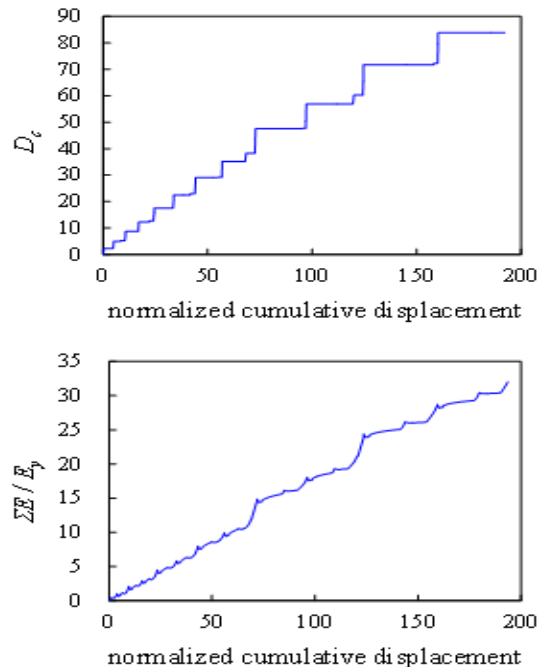


Fig. 8. D_c and $\sum E/E_y$ according to the normalized cumulative displacement(specimen S 85-14-C)

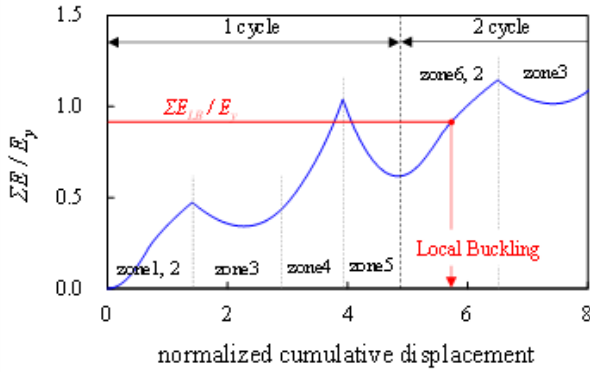


Fig. 9. Prediction of local buckling using $\sum E/E_y$

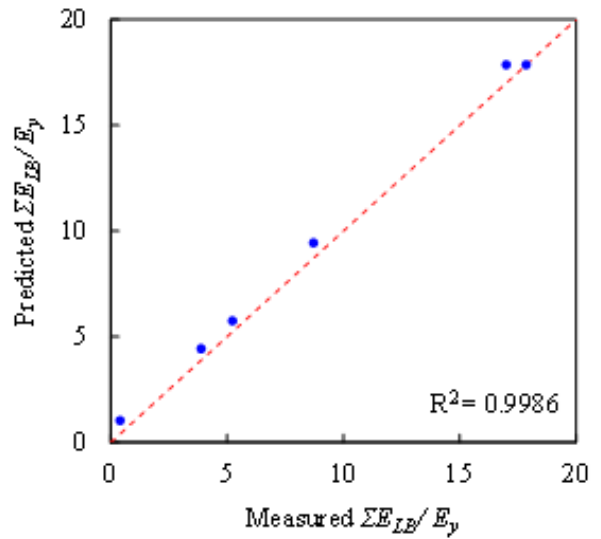


Fig. 11. Actual and calculated $\sum E_{LB}/E_y$

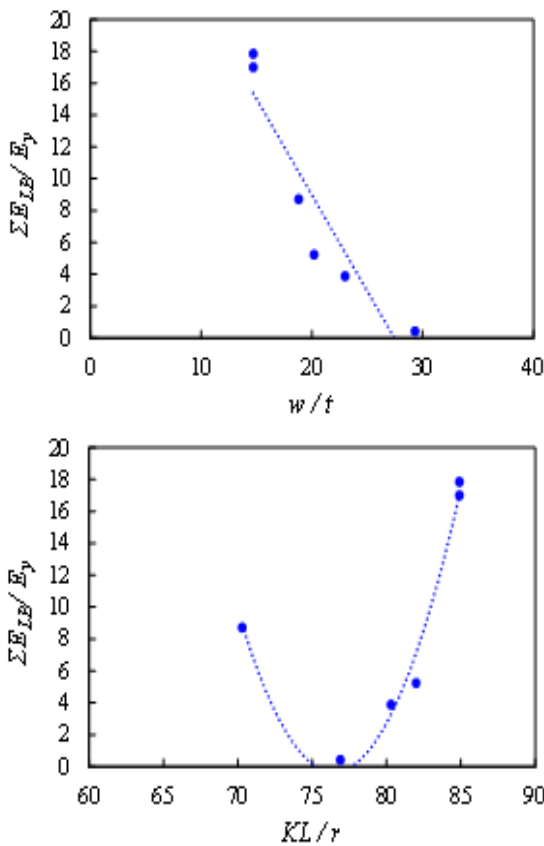


Fig. 10. w/t and KL/r according to the $\sum E_{LB}/E_y$

$\sum E/E_y$ 가 이력곡선의 닫힌 면적을 사용하여 계산되기 때문에, $\sum E/E_y$ 는 압축과 인장 제하 구간(Fig. 1에서 구간 3, 5)에서 감소한다. 만약 주어진 $\sum_{i=1}^n |\delta_{i+1} - \delta_i|/\delta_y$ 에서 2개 이상의 $\sum E/E_y$ 값이 산출된다면 국부좌굴 발생시점은 압축하중 구간(Fig. 1에서 구간 2)에서 얻어진 값을 채택한다.

Table 1에 열거된 참고문헌에서는 장방형 각형강관 가새부재 실험체의 국부좌굴 발생 시점을 보여준다. 국부좌굴 발생시점에 상응하는 정규화된 누적 소산에너지($\sum E_{LB}/E_y$)는 식 (12)을 사용하여 쉽게 계산할 수 있다.

장방형 각형강관 가새부재의 $\sum E_{LB}/E_y$ 경험식을 제안하기 위하여 w/t

과 λ 가 변수로 고려되었다. Fig. 10은 각각 국부좌굴실험을 한 부재들을 나타내고 $\sum E_{LB}/E_y$ 가 w/t 과 λ 와 관계가 있다는 것을 보여준다. 식 (14)는 $\sum E_{LB}/E_y$ 을 계산하기 위해 Table 1에서의 장방형 각형강관 가새부재 실험체실험 결과를 회귀분석하여 제안되었다.

$$\sum E_{LB}/E_y = -7429 + 53.28(w/t) + 183.50\left(\frac{KL}{r}\right) - 0.76(w/t)\left(\frac{KL}{r}\right) - 1.10\left(\frac{KL}{r}\right)^2 \quad (14)$$

Fig. 11은 실제실험 결과로 평가된 $\sum E_{LB}/E_y$ 와 제안된 식을 사용하여 계산된 $\sum E_{LB}/E_y$ 을 보여준다. 제안된 식은 0.9986의 결정계수(R^2)를 갖는다.

3.4 파단 예측(Fracture Prediction)

본 연구에서는 다양한 w/t 와 λ 를 가지는 16개의 장방형 각형강관 가새부재 실험체의 실험결과를 바탕으로 장방형 각형강관 가새부재의 파단 발생시점을 예측하기 위한 경험식을 제안한다. (Fell et al., 2009)은 파단(강도소실)은 국부좌굴이 일어난 후에 발생한다고 보고했다. 또한 국부좌굴 시($\sum E_{LB}/E_y$)와 파단 시의($\sum E_{SL}/E_y$) 정규화된 누적 소산에너지의 양은 선형관계에 있다고 보고하였다.

그러나 국부좌굴에 상응하는 $\sum E_{LB}/E_y$ 를 사용하여 장방형 각형강관 가새부재의 파단 발생시점을 예측하는데 한계가 있다. (Han et al., 2007)에 따르면 $w/t \geq 18$ 인 장방형 각형강관 가새부재 실험체에서는 실험 중에 국부좌굴이 발생하지 않았다. 또한 $\sum E_{LB}/E_y$ 가 파단 발생시점을 산출하는 경험식의 변수로 사용될 경우, $\sum E_{LB}/E_y$ 가 가지는 고유의 불확실성으로 인해 경험식의 정확도가 감소할 것이다.

이에 본 연구에서는 파단의 발생시점에 정규화된 누적 소산에너지를 측정하여 $\sum E_{SL}/E_y$ 경험식에 사용하였다. 장방형 각형강관 가새부재의 파

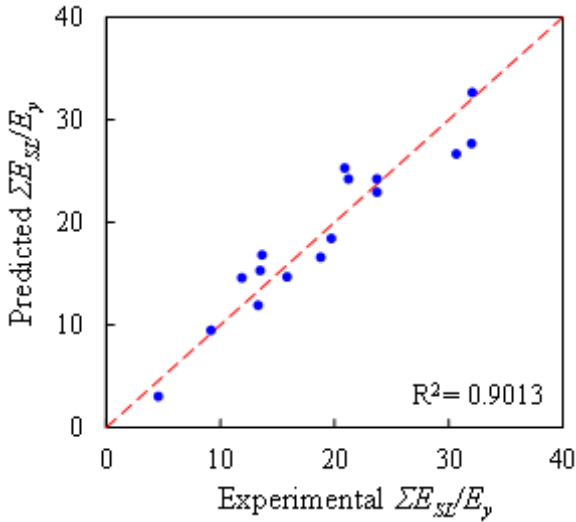


Fig. 12. $\sum E_{SL}/E_y$ results for fracture incidence of obtained using test data and Eq.(15)

단수명은 w/t , λ , F_y 와 관련이 있다고 보고되었다(Lee and Goel 1987; Tang and Goel 1987; Hassan and Goel 1991; Archambault 1995; Shaback and Brown 2003). 따라서 w/t , λ , F_y 를 $\sum E_{SL}/E_y$ 경험식의 변수로 고려하였다. 식 (15)는 Table 1에 제시된 장방형 각형강관 가새부재 실험체의 실험결과를 회귀분석을 수행하여 파단의 발생과 상응하는 $\sum E_{SL}/E_y$ 를 산출한다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m E_{SL}/E_y &= 1035.217 + 6.0082(w/t) \\ &- 2.2988(w/t)^2 - 4.3074\left(\frac{KL}{r}\right) \\ &+ 0.0169\left(\frac{KL}{r}\right)^2 + 0.0047F_y + 0.0038F_y^2 \end{aligned} \quad (15)$$

Fig. 12는 식 (15)를 사용하여 얻어진 $\sum E_{SL}/E_y$ 결과를 보여준다. 실제 각형강관 가새부재의 $\sum E_{SL}/E_y$ 을 정확하게 예측하였으며 이 식의 결정계수(R^2)는 0.9013이다.

4. 결론

본 연구에서는 장방형 각형강관 가새부재의 실험결과와 물리적 이론모형을 사용하여 장방형 각형강관 가새부재의 이력거동의 중요한 특성을 산출할 수 있는 사이클별 가새길이증가, 사이클별 좌굴하중, 국보좌굴 및 파단시점 예측 경험식을 제안하였다. 이를 위하여 기존 실험한 16개의 장방형 각형강관 가새부재 실험체의 데이터베이스를 구축하였으며, 네 개의 주요 변수에 대한 경험식은 수집된 실험 결과를 기반으로 회귀분석을 통하여 제안하였다.

이 변수들 중 가새길이 증가계수(F_C)는 폭두께비(w/t)와 세장비(λ), 정규화된 누적소성변위(D_c)에 따라 변동되는 반면, 사이클별 좌굴하중계수(F_B)는 오직 누적소성변위(D_c)에 의해서만 변동되는 것으로 나타났다.

또한 가새부재의 국부좌굴과 파단시점을 정확하기 위하여 정규화된 누적소산에너지를 사용하였으며($\sum E_{LB}/E_y$, $\sum E_{SL}/E_y$), 이를 회귀분석 통하여 경험식으로 제안하였다. $\sum E_{LB}/E_y$ 경험식은 주요 영향 변수가 w/t 와 λ 이고, $\sum E_{SL}/E_y$ 경험식의 주요 영향 변수는(w/t , λ 와 F_y 로 나타났다. 제안된 경험식들은 실험결과를 잘 예측하는 것으로 나타났다. 본 연구를 통하여 장방형 각형강관 가새부재의 이력거동을 간편하게 예측할 수 있을 것으로 사료된다.

/ 감사의 글 /

본 논문은 2015년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단(2014R1A2A1A11049488) 연구비 지원에 의한 일환으로 수행되었음.

/ REFERENCES /

1. Archambault MH. Etude du Comportement Seismique Des Con-treventements Ductiles en X A vee Profiles Tubularies en Acier. Report EPM/GCS-1995-09, Dept. of Civil Engineering, Ecole Polytechnique, Montreal, Que. c1995.
2. Black GR, Wenger BA, Popov EP. Inelastic Buckling of Steel Strut under Cyclic Load Reversals. UCB/EERC-80/40, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, CA. c1980.
3. Bonneville D, Bartoletti S. Case Study 2.3: Concentric Braced Frame, Lankershim Boulevard, North Hollywood, 1994 Northridge Earthquake; Building Case Studies Project; Proposition 122: Product 3.2, SSC 94-06, Seismic Safety Commission State of California, 305-324. c1996.
4. Bruneau M, Uang CM, Sabelli SR. Ductile design of steel structures. McGraw Hill Professional. c2011.
5. Dicleli M, Calik EE. Physical theory hysteretic model for steel braces. Journal of structural engineering. 2008;134(7):1215-1228.
6. Fell BV, Kanvinde AM, Deierlein GG, Myers AT. Experimental investigation of inelastic cyclic buckling and fracture of steel braces. Journal of Structural Engineering. 2009;135(1):19-32.
7. Gugerli H, Goel SC. Inelastic cyclic behavior of steel bracing members. Rep. No. UMEE 82R1, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Michigan, Ann Arbor, Michigan, c1982.
8. Han SW, Kim WT, Foutch DA. Seismic Behavior of HSS Bracing Members according to Width-Thickness Ratio under Symmetric Cyclic Loading. Journal of Structural Engineering, 2007;133(2): 264-273.
9. Hassan OF, Goel SC. Modeling of Bracing Members and Seismic Concentrically Braced Frames. UMCE 91-1, Univ. of Michigan, College of Engineering, Ann Arbor, MI 48109-2125. c1991.
10. Ikeda K, Mahin SA, Dermitzakis SN. Phenomenological Modeling of Steel Braces Under Cyclic Loading. UCB/EERC-84/09, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, CA. c1984.
11. Jin J, El-Tawil S. Inelastic cyclic model for steel braces. Journal of Engineering Mechanics, 2003;129(5):548-557.

12. Lee S, Goel SC. Seismic Behavior of Hollow and Concrete Filled Square Tubular Bracing Members. UMCE87-11, Univ. of Michigan, College of Engineering, Ann Arbor, MI 48109-2125. c1987.
13. Liu YK, Goel VK. Mathematical models of the spine and their experimental validation, *The Lumbar Spine and Back Pain/Ed. Jayson MIV.*-3rd ed.-New York: Churchill Livingstone, 1987: 177-190.
14. Nonaka T. Formulation of inelastic bar under repeated axial and thermal loadings, *Journal of engineering mechanics.* 1987;113(11): 1647-1664.
15. Nonaka T. Elastic-plastic bar under changes in temperature and axial load, *Journal of Structural Engineering.* 1989;115(12):3059-3075.
16. Popov EP, Black RG. Steel struts under severe cyclic loadings, *Journal of the Structural Divisiosn.* 1981;107(9):1857-1881.
17. Shaback JB. Behavior of square HSS braces with end connections under reversed cyclic axial loading. Univ. of Calgary. c2001.
18. Shaback B, Brown T. Behaviour of square hollow structural steel braces with end connections under reversed cyclic axial loading. *Canadian Journal of Civil Engineering.* 2003;30:745-753.
19. Soroushian P, Alawa MS. Hysteretic modeling of steel struts: Refined physical theory approach. *Journal of Structural Engineering.* 1990;116(11):2903-2916.
20. Tang X, Goel SC. Seismic analysis and design considerations of concentrically braced steel structures. In Report n. UMCE 87-4, Univ. of Michigan, c1987.
21. Tremblay R. Inelastic seismic response of steel bracing members. *Journal of Constructional Steel Research.* 58. c2002.
22. Tremblay R, Archambault MH, Filiatrault A. Seismic Response of Concentrically Braced Steel Frames Made with Rectangular Hollow Bracing Members. American Society of Civil Engineers: *Journal of Structural Engineering.* 2003;129(12):1626-1636.
23. Uang CM, Bertero VV. Earthquake simulation tests and associated studies of a 0.3-scale model of a six-story concentrically braced structure. Technical Rep. No. UCB/EERC-86, 10. c1986
24. Zayas AZ, Shing PB, Mahin SA, Popov EP. Inelastic Structural Modeling of Braced Offshore Platforms for Seismic Loading. Report No. UCB/EERC-81/04. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California. c1981.