ISSN 1975-8359(Print) / ISSN 2287-4364(Online)
The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers Vol. 66, No. 5, pp. 812~818, 2017
http://doi.org/10.5370/KIEE.2017.66.5.812

무게변동을 고려한 자기부상시스템의 저차 외란관측기 제어기 설계

Design of a Reduced-Order Disturbance Observer Controller for EMS System with Mass Uncertainty

조 남 훈*
(Nam-Hoon Jo)

Abstract - In this paper, we design a reduced-order disturbance observer (DOB) controller for an EMS (Electro-Magnetic Suspension) system with mass uncertainty. Compared with conventional DOB controller, the proposed reduced-order DOB controller can be implemented in a simpler way, since it uses reduced order nominal model and Q-filter. It is shown that the nominal model for the proposed DOB controller should be carefully chosen in order to achieve the robust stability in the present of mass uncertainty. Computer simulation results to validate the effectiveness of the proposed DOB controller are included.

Key Words : Disturbance observer(DOB), EMS system, Nominal model

1. 서 론

자기부상시스템은 입력전압을 통해 자기력을 발생시켜, 코일에서의 전류 조정에 의해 쇠공의 공극을 제어하는 시스템이다. 자기부상열차는 자기부상시스템의 대표적인 예로서, 환경 친화적이며 안전하고 열차 내외 소음도 적고 진동이 거의 없는 장점이 있다. 이러한 자기부상시스템에는 무게 변화와 같은 파라메터 변화가 항상 존재하여 이를 보상할 수 있는 다양한 제어기법이 제안되어 왔다[1-3]. 하지만 일반적인 제어기 설계방법만으로는 제어 시스템에서 항상 문제가 되는 외란, 모델링 오차 등에 효과적으로 대응하는 것이 쉽지 않다. 따라서 적응 제어, 최적 제어와 같은 고급 제어기법들의 적절한 응용이 필요하지만, 이러한 기법들은 구현이 복잡하다는 단점이 존재한다.

본 논문에서는 상대적으로 구현이 간단하면서, 모델링오차를 보상하고 외란의 영향을 효과적으로 억제할 수 있는 것으로 알려져 있는 외란관측기(Disturbance Observer; DOB) 기반 제어기를 설계하고자 한다. 자기부상시스템의 DOB제어기 설계시에 공칭모델의 차수는 일반적으로 실제 플랜트의 차수와 같아지도록 선정한다[4-5]. 본 논문에서는 보다 간단한 DOB 구현을 위해서 자기부상시스템의 저차 DOB 제어기 설계에 대해서 연구하고자 한다. 저차 DOB 제어기란 공칭모델의 차수를 실제 플랜트의 차수보다 작게 설계하는 것을 의미한다. 저차 DOB 제어기는 기존 DOB 제어기보다 차수가 작아져서 상대적으로 간단하게 구현 가능하여 실제 산업 현장에서 보다 자주 사용될 수 있을 것으로 기대된다. 본 논문에서는 무게 변동에 의한 모델링 오차가 존재하는 경우에도 자기부상시스템의 강인안정성을 보장하는 저차 DOB 제어기 설계방안을 제안한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 본 논문에서 고려하는 자기부상시스템의 전달함수를 소개하고 3장에서는 DOB 제어기의 기본 성질을 고찰한다. 4장에서는 저차 DOB 제어기 설계시 강인 안정성을 보장하기 위하여 필요한 조건들을 고찰하고, 이를 기초로 자기부상시스템의 저차 DOB 제어기를 설계한다. 5장에서는 제안된 저차 DOB 제어기의 성능을 컴퓨터모의실험을 통하여 검증한다. 마지막으로 6장에서는 본 논문의 결론을 제시한다.

Notations: 다항식 $D(s)=d_n s^n + d_{n-1}s^{n-1}+\cdots+d_1 s+d_0$에 대해서 $d_n \neq 0$이면, 다항식 $D(s)$의 차수는 n이라고 하고 $\deg(D)=n$으로 표시한다. 전달함수 $G(s)=N(s)/D(s)$에 대해서 $G(s)$의 차수와 상대차수는 $\deg(D)$와 $\deg(D)-\deg(N)$으로 정의하며, $G(s)$의 상대차수는 $r.\deg(G)$로 표시한다. 전달함수 $G(s)$에 대해서, $\kappa(G):=\lim_{s\to\infty} s^{r.\deg(G)}G(s)$와 $\mu(G):=$(G 영점의 모든 합) - (G 극점의 모든 합)으로 정의하며, $\kappa(G)$는 고주파이득이라고 부른다. LHP는 좌반평면(Left Half Plane), 즉 복소평면에서 $Re[s]<0$인 영역을 의미하며, RHP는 우반평면(Right Half Plane)을 의미한다.

2. 자기부상 시스템

자기부상 시스템 시스템의 동력학은 (1)과 같이 표현 가능하다[6].

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 2\dfrac{G_i i_0^2}{m x_{10}^3} & 0 & -2\dfrac{G_i i_0}{m x_{10}^2}\\ 0 & 0 & -\dfrac{R_c+R_s}{L_c}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \dfrac{1}{L_c}\end{bmatrix}u \tag{1}$$

† Corresponding Author : Dept. of Electrical Engineering, Soongsil Univerity, Korea
E-mail : nhjo@ssu.ac.kr
Received : February 13, 2017; Accepted : April 14, 2017

Copyright ⓒ The Korean Institute of Electrical Engineers
This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/)which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

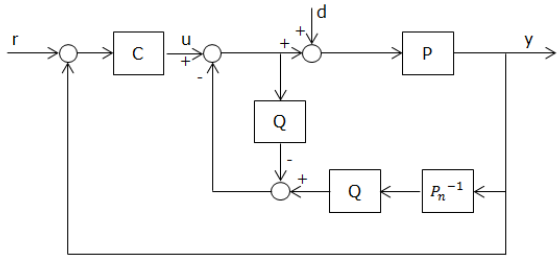

그림 1 외란관측기 기반 제어시스템
Fig. 1 Disturbance observer based control system

여기서, x_1은 쇠공의 위치, x_2는 쇠공의 속도, x_3는 전자석 코일에 흐르는 전류이고 u는 전자석에 인가하는 전압이며, R_c는 전자석 코일 저항, R_s는 전류측정기 저항, L_c는 코일의 인덕턴스, m은 쇠공의 질량, g는 중력가속도를 나타내는데, 이들의 공칭값은 표 1과 같이 주어진다 [6]. 또한, x_{10}, i_0는 x_1, x_3의 평형상태에서의 값을 나타내는데, x_{10}의 값은 제어목적에 의해서 결정된다. 만약, 제어목적이 쇠공의 위치를 $x_{10}=7mm$로 제어하는 것이라면, 표 1에 의하여 x_{10}, i_0은 다음과 같이 계산된다.

$$x_{10}=7mm,\ i_0=1A$$

자기부상시스템의 DOB 제어기를 설계하기 위해서는 플랜트의 전달함수가 필요하다. 쇠공의 위치를 출력변수로 정하고 ($y=x_1$) 자기부상시스템의 전달함수를 계산하면 아래와 같이 주어진다.

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{2G_i x_0 i_0}{(-mx_0^3 s^2+2G_i i_0^2)(Ls+R_c+R_s)} \tag{2}$$

3. DOB 제어기

자기부상열차와 같은 자기부상 시스템을 효과적으로 제어하기 위해서는 타고내리는 승객의 무게변화와 외란에 강인한 제어기를 설계하는 것이 매우 중요하다. 이와 같은 모델링 오차에 대한 강인 안정성을 보장하기 위해서는 외란관측기(Disturbance Observer; DOB) 제어기가 사용될 수 있다. 그림 1은 DOB 제어기를 나타내는데, 신호 r, u는 시스템의 기준입력과 시스템에 인가되는 제어입력을 나타내며, 신호 d와 y는 입력외란과 시스템의 출력을 나타낸다. 또한, P는 실제 플랜트, P_n은 시스템의 공칭 모델(nominal model), Q는 저역통과필터인데, Q 필터는 주로 식 (3)과 같은 형태를 사용한다[4-5,7-8].

$$Q(s)=\frac{b_k(\tau s)^k+b_{k-1}(\tau s)^{k-1}+\cdots+b_0}{(\tau s)^l+a_{l-1}(\tau s)^{l-1}+\cdots+a_1(\tau s)+a_0} \tag{3}$$

여기서, τ는 Q 필터의 시정수로 양의실수이며 k, l은 양의정수이며 $l-k\geq r.\deg(P_n)$으로 가정한다. 또한, $a_0=b_0$이며 계수 a_{l-1}, $\cdots$,a_1, a_0는 다항식 $s^l+a_{l-1}s^{l-1}+\cdots+a_1 s+a_0$의 모든 근이 LHP 에 존재하도록 선정되었다고 가정한다. 그림 1로부터 전체 시스템의 전달함수를 구하면 식 (4)와 같다.

$$y(s)=T_{yr}(s)r(s)+T_{yd}(s)d(s) \tag{4}$$

여기서,

$$T_{yr}(s)=\frac{P_n PC}{P_n(1+PC)+Q(P-P_n)}$$
$$T_{yd}(s)=\frac{P_n P(1-Q)}{P_n(1+PC)+Q(P-P_n)}$$

이다. Q 필터는 (3)과 같이 표현된 저역 통과 필터로서 고주파 영역에서는 $Q(s)\approx 0$, 저주파 영역에서는 $Q(s)\approx 1$로 근사할 수 있다. 또한, 기준입력과 외란은 대부분 저주파 성분이고 저주파 영역에서는 $T_{yr}(s)\approx\frac{P_n C}{1+P_n C}$, $T_{yd}(s)\approx 0$로 근사되기 때문에, 저주파 영역에서 출력은 (4)로부터 다음과 같이 근사가능하다.

$$y(jw)\approx\left.\frac{P_n C}{1+P_n C}\right|_{s=jw} r(jw)$$

즉, $Q(s)\approx 1$인 주파수 영역에서는 외란의 영향은 거의 소거되고, 실제 시스템의 출력은 공칭 폐루프 시스템(nominal closed-loop system) 출력과 거의 비슷한 특성을 갖게 된다. 여기서, τ가 작아질수록 $Q(s)\approx 1$인 주파수 영역이 더욱 커지기 때문에, DOB 성능을 향상시키기 위해서는 τ 를 감소시키는 것이 유리하다는 것을 알 수 있다.

한편, 외란관측기 기반 제어기가 위와 같은 동작을 수행하기 위해서는 시스템의 안정성이 반드시 보장되어야 한다. 외란관측기 제어시스템의 안정도에 대한 필요충분조건은 참고문헌 [9]에서 연구되었는데, 그 내용을 간단히 소개하면 다음과 같다. Q-필터 (3)에 대해서 서로소 다항식(coprime polynomial) N_Q, D_Q를 $Q(s)=\frac{N_Q(s;\tau)}{D_Q(s;\tau)}$로 정의하자. 여기서 τ를 함수의 인자로 명시적으로 표시한 이유는 Q 필터가 s 뿐만 아니라, 시정수 τ의 함수임을 나타내기 위해서다. 이때, 전체 DOB 시스템의 안정성을 보장하기 위한 조건은 다음과 같이 주어진다.

표 1 자기부상시스템의 시스템 파라메터
Table 1 Parameters of Magnetic levitation system

Symbol	Description	Nominal value
m	Ball mass	$68\,[g]$
g	Gravitation Constant	$9.8\,[m/s^2]$
G_i	Magnet Force Constant	$3.2654\times10^{-5}\,[Nm^2/A^2]$
R_c	Coil Resistance	$10[\Omega]$
L_c	Coil Induction	$0.4125\,[H]$
R_s	Current Sense Resistance	$1\,[\Omega]$

정리 1 [9]: 그림 1과 같은 DOB 제어 시스템에 대해서 다음을 만족한다고 하자.

(H1) $P_n C/(1+P_n C)$가 안정하다.

(H2) $P(s)$가 최소위상(minimum phase) 시스템이다.

(H3) 다항식 $p_f(s) := D_Q(s;1)+\left(\lim_{s\to\infty}\frac{P(s)}{P_n(s)}-1\right)N_Q(s;1)$의 모든 근이 LHP에 존재한다.

그러면, 충분히 작은 $\tau>0$에 대해서 외란관측기 기반 제어 시스템은 안정하다.

반대로, $P_n C/(1+P_n C)$의 극점, $P(s)$의 영점, 다항식 $p_f(s)$의 근 중 하나라도 RHP에 존재하면, 충분히 작은 $\tau>0$에 대해서 외란관측기 기반 제어 시스템은 불안정하다. ■

쇠공의 실제 질량을 $\tilde{m}$로 표현할 때, 실제 플랜트의 전달함수는 (2)로부터

$$P(s)=\frac{2G_i x_0 i_0}{(-\tilde{m}x_0^3 s^2+2G_i i_0^2)(Ls+R_c+R_s)}$$

이며 상대차수는 3이다. DOB 제어기 설계시 상대차수가 3인 공칭모델을 사용한다면 정리 1을 효과적으로 사용할 수 있다. DOB 제어기에서 사용되는 공칭모델은 실제 플랜트와 가능한 유사하게 선정하기 때문에, 대부분 공칭모델의 상대차수도 3이 되도록 설계되었다[4,5]. 하지만, 만약 상대차수가 3보다 작은 공칭모델을 사용한다면, 다항식 $p_f(s)$는

$$\begin{aligned} p_f(s) &= D_Q(s;1)+\left(\lim_{s\to\infty}\frac{P(s)}{P_n(s)}-1\right)N_Q(s;1) \\ &= D_Q(s;1)-N_Q(s;1) \\ &= s^r+a_{r-1}s^{r-1}+\cdots+a_1 s \end{aligned}$$

이 되어 $p_f(s)$가 항상 $s=0$의 근을 갖는다. 따라서, 다항식 $p_f(s)$의 모든 근이 LHP에 존재하는 것도 아니고 RHP에 존재하는 것도 아니기 때문에 정리 1을 적용하는 것은 불가능하다.

4. 저차 DOB 제어기 설계

본 논문에서는 $r.\deg(P_n)=r.\deg(P)-1=2$인 공칭모델을 사용한 자기부상시스템의 DOB 제어기를 설계하고자 한다. 이와 같이 실제플랜트의 상대차수보다 작은 상대차수의 공칭모델을 사용한다면 보다 간단한 DOB 제어기 설계가 가능할 것이다. 하지만, 3장에서 고찰한 바와 같이 저차 DOB 제어기를 사용할 경우 정리 1을 이용할 수 없다. 이와 같은 경우에는 참고문헌 [10]에서 제안한 연구 결과를 사용할 수 있다. 이를 위해서, 다항식 $p_\alpha(s)$, $p_\beta(s)$와 양의정수 m_α, m_β를 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} p_\alpha(s) &:= N(N_c N_n + D_c D_n) \\ p_\beta(s) &:= N_n(N_c N + D_c D) \\ m_\alpha &= \deg(N D_c D_n) \\ m_\beta &= \deg(N_n D_c D) \end{aligned}$$

여기서, N, N_c, N_n, D, D_c, D_n는 $P(s)$, $P_n(s)$, $C(s)$로부터 $P(s)=\frac{N(s)}{D(s)}$, $P_n(s)=\frac{N_n(s)}{D_n(s)}$, $C(s)=\frac{N_c(s)}{D_c(s)}$로 정의되는 서로소 다항식(coprime polynomial)이며, $D(s)$, $D_c(s)$, $D_n(s)$의 최고차항의 계수는 1이라고 가정한다. 또한, α_i, β_i를 다음과 같이 주어지는 상수라고 하자.

$$\begin{aligned} p_\alpha(s) &= \alpha_{m_\alpha}s^{m_\alpha}+\alpha_{m_\alpha-1}s^{m_\alpha-1}+\cdots+\alpha_0 \\ p_\beta(s) &= \beta_{m_\beta}s^{m_\beta}+\beta_{m_\beta-1}s^{m_\beta-1}+\cdots+\beta_0 \end{aligned}$$

위 식으로부터

$$\begin{aligned} m_\beta - m_\alpha &= \deg(N_n D)-\deg(N D_n) \\ &= [\deg(D)-\deg(N)]-[\deg(D_n)-\deg(N_n)] \\ &= r.\deg(P)-r.\deg(P_n) \end{aligned}$$

을 얻을 수 있다. 마지막으로, 다음을 정의하자.

$$\pi(s) := s^{l-1}+\cdots+a_{k+1}s^k+(a_k-b_k)s^{k-1}+\cdots+(a_1-b_1)$$

$$\sigma_+ := \frac{\alpha_{m_\alpha-1}}{\alpha_{m_\alpha}}-\frac{\beta_{m_\beta-1}}{\beta_{m_\beta}}+\frac{\alpha_{m_\alpha}}{\beta_{m_\beta}}\frac{a_0}{a_1-b_1}\left(\frac{a_2-b_2}{a_1-b_1}-\frac{b_1}{a_0}\right)$$

여기서, σ_+를 계산할 때 (3)의 분모가 2차식이면 $a_2=1$를 이용하고, 1차식이면 $a_1=1$을 이용한다.

정리 2 [10]: 그림 1과 같은 DOB 제어 시스템에 대해서 $r.\deg(P)=r.\deg(P_n)+1$이라고 하자. 정리 1의 (H1)과 (H2)가 성립하고 다음을 만족한다고 하자.

(i) 다항식 $\pi(s)$의 모든 근이 LHP에 존재한다.

(ii) $\kappa(P)$와 $\kappa(P_n)$의 부호가 같다.

(iii) $\sigma_+<0$

그러면, 충분히 작은 $\tau>0$에 대해서 외란관측기 기반 제어 시스템은 안정하다. ■

$P(s)$와 $P_n(s)$의 분모, 분자는 아래와 같이 표현가능하다[1].

$$\begin{aligned} N(s) &= K_p(s^{k_p}+b_{p,1}s^{k_p-1}+\cdots+b_{p,k_p}) \\ N_n(s) &= K_n(s^{k_n}+b_{n,1}s^{k_n-1}+\cdots+b_{n,k_n}) \\ D(s) &= s^{l_p}+a_{p,1}s^{l_p-1}+\cdots+a_{p,l_p} \\ D_n(s) &= s^{l_n}+a_{n,1}s^{l_n-1}+\cdots+a_{n,l_n} \end{aligned} \tag{5}$$

따라서, 고주파이득 비율은 다음과 같이 표현된다.

1) 예를 들어 $P_n(s)=\frac{3s^2-8}{2s^3+4s^2+6s+8}$이라고 하면, $D_n(s)=s^3+2s^2+3s+4$, $N_n(s)=\frac{3}{2}s^2-4=\frac{3}{2}\left(s^2-\frac{8}{3}\right)$, $K_n=3/2$ 이고 $b_{n,1}=0$, $b_{n,2}=-8/3$ 이다.

$$\frac{\kappa(P_n)}{\kappa(P)}=\frac{K_n}{K_p} \tag{6}$$

마찬가지로

$$N_c(s)=K_c(s^{k_c}+b_{c,1}s^{k_c-1}+\cdots+b_{c,k_c})$$
$$D_c(s)=s^{l_c}+a_{c,1}s^{l_c-1}+\cdots+a_{c,l_c}$$

로 표시하면, $p_\alpha(s)$의 최고차항의 차수는 $k_p+l_c+l_n$이고 최고차항의 계수는 ND_cD_n의 최고차항의 계수와 같다. 또한, $p_\beta(s)$의 최고차항의 차수는 $k_n+l_c+l_n$이고 최고차항의 계수는 N_nD_cD의 최고차항의 계수와 같다. 또한, $r.\deg(P_n)=2$이고 $r.\deg(P_nC)\geqq 2$이므로

$$p_\alpha(s)=K_p[s^{k_p+l_c+l_n}+(a_{n,1}+a_{c,1}+b_{p,1})s^{k_p+l_c+l_n-1}+\cdots]$$
$$p_\beta(s)=K_n[s^{k_n+l_c+l_p}+(a_{p,1}+a_{c,1}+b_{n,1})s^{k_n+l_c+l_p-1}+\cdots]$$

이고

$$\alpha_{m_\alpha}=K_p,\ \alpha_{m_\alpha-1}=K_p(a_{n,1}+a_{c,1}+b_{p,1})$$
$$\beta_{m_\beta}=K_n,\ \beta_{m_\beta-1}=K_n(a_{p,1}+a_{c,1}+b_{p,1}) \tag{7}$$

이다. 따라서,

$$\frac{K_n}{K_p}=\frac{\beta_{m_\beta}}{\alpha_{m_\alpha}} \tag{8}$$

이고, (6)과 (8)로부터 (9)를 얻을 수 있으며,

$$\frac{\kappa(P)}{\kappa(P_n)}=\frac{\alpha_{m_\alpha}}{\beta_{m_\beta}} \tag{9}$$

(7)과 (9)을 이용하면 σ_+는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\sigma_+ &= (a_{n,1}+a_{c,1}+b_{p,1})-(a_{p,1}+a_{c,1}+b_{n,1})\\ &\quad+\frac{\kappa(P)}{\kappa(P_n)}\frac{a_0}{a_1-b_1}\left(\frac{a_2-b_2}{a_1-b_1}-\frac{b_1}{a_0}\right)\\ &= (-b_{n,1}+a_{n,1})-(-b_{p,1}+a_{p,1})\\ &\quad+\frac{\kappa(P)}{\kappa(P_n)}\frac{a_0}{a_1-b_1}\left(\frac{a_2-b_2}{a_1-b_1}-\frac{b_1}{a_0}\right)\end{aligned}$$

한편, $P(s)=N(s)/D(s)$이므로, $N(s)$, $D(s)$, $\mu(P)$의 정의에 의해서 $\mu(P)=-b_{p,1}+a_{p,1}$이고, 마찬가지로 $\mu(P_n)=-b_{n,1}+a_{n,1}$을 얻을 수 있다. 또한, Q-필터를 (3) 대신

$$Q(s)=\frac{b_0}{(\tau s)^l+a_{l-1}(\tau s)^{l-1}+\cdots+a_1(\tau s)+a_0}$$

로 선정한다면 σ_+는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\sigma_+ &= \mu(P_n)-\mu(P)+\frac{\kappa(P)}{\kappa(P_n)}\frac{a_0}{a_1-b_1}\left(\frac{a_2-b_2}{a_1-b_1}-\frac{b_1}{a_0}\right)\\ &= \mu(P_n)-\mu(P)+\frac{\kappa(P)}{\kappa(P_n)}\frac{a_2a_0}{a_1^2}\end{aligned}$$

특히, $r.\deg(P_n)=r.\deg(P)-1=2$이므로 Q-필터를 (10)과 같이 선정할 수 있고

$$Q(s)=\frac{1}{(\tau s+1)^2} \tag{10}$$

σ_+는 아래와 같이 표현가능하다.

$$\sigma_+=\mu(P_n)-\mu(P)+\frac{1}{4}\frac{\kappa(P)}{\kappa(P_n)} \tag{11}$$

이제, (12)와 같은 무게변동이 존재한다고 가정하고, 안정한 DOB 제어기를 설계하는 방법을 고찰해 보자.

$$m/3\leqq\widetilde{m}\leqq 3m \tag{12}$$

전체 제어시스템의 안정성 확보를 위해서는 정리 2를 고려할 필요가 있다. $P(s)$에는 영점이 존재하지 않기 때문에 $\mu(P)=(R_c+R_s)/L$ 이고 고주파 이득은

$$\kappa(P)=-\frac{2G_ix_0i_0}{\widetilde{m}x_0^3L}$$

이며, (11)로부터

$$\sigma_+=\mu(P_n)-\mu(P)-\frac{1}{4\kappa(P_n)}\left(\frac{2G_ix_0i_0}{\widetilde{m}x_0^3L}\right) \tag{13}$$

이다. 이제, 저차 DOB 제어기의 공칭모델을 선정해 보자. 먼저, 공칭모델을 1차 시스템으로 선정할 경우 실제 플랜트와의 상대차수 차이가 2가 되어 안정한 제어시스템을 설계할 수 없다 [10]. 따라서, 본 논문에서는 공칭모델의 상대차수가 2가 되도록 아래와 같이 선정하였다.

$$P_n(s)=-\frac{2}{s(s+30)} \tag{14}$$

위에서 $P_n(s)$에 (-) 부호가 사용된 것은 정리 2의 조건 (ii)를 만족시키기 위함이다. 또한, 공칭 제어기 $C(s)$는 $P_n(s)$를 안정화시키고 공칭시스템의 오버슛이 5% 이내, 정착시간이 3초 이내가 되도록 (15)와 같이 설계하였다.

$$C(s)=-25 \tag{15}$$

(14)로부터 $\mu(P_n)=30,\ \kappa(P_n)=-2$이고 $\mu(P_n)-\mu(P)=3.33$이기 때문에

$$\sigma_+=3.33+\frac{1}{8}\left(\frac{2G_ix_0i_0}{\widetilde{m}x_0^3L}\right)$$

이다. 따라서, 실제 무게 $\tilde{m}$에 관계없이 $\sigma_+ > 0$이고, 정리 2의 가정을 만족할 수 없게 된다. 따라서, (14)와 같이 저차 DOB 제어기를 설계할 경우 안정성을 보장할 수 없게 된다. 안정한 DOB 제어기를 설계하기 위해서는 $\mu(P_n)$이 작아질수록 유리하고, 결국 P_n의 극점의 총합이 양의 방향으로 증가하도록 P_n을 수정하여야 한다. 이를 고려하여 DOB 제어기의 파라메터를 아래와 같이 변경해 보자.

$$P_n(s) = -\frac{2}{s(s+15)}, \quad C(s) = -12$$

위로부터 $\mu(P_n) - \mu(P) = -11.67$임을 쉽게 알 수 있다. 무게변화가 없는 경우(즉, $\tilde{m} = m$인 경우), $\sigma_+ = -5.73$이므로 정리 2의 모든 조건을 만족하여 안정한 DOB 제어기 설계가 가능함을 알 수 있다. 추가로, (12)와 같은 무게변동이 존재하는 경우에도 안정한지를 분석해 보자. 무게가 감소하여 $\tilde{m} = m/3$인 경우에는 $\sigma_+ = 6.33$ 이기 때문에 정리 2의 조건을 만족하지 않는다는 것을 알 수 있다. 이러한 무게변동에도 안정성을 확보하기 위해서는 공칭모델을 추가로 수정하여야 한다. 식 (11)로부터 $\kappa(P_n)$이 증가할수록 σ_+가 $\mu(P_n) - \mu(P)$와 비슷해지고, 음수가 될 가능성이 커진다. 이에 착안하여 공칭모델의 고주파이득을 증가시켜서 DOB 제어기의 설계 파라메터를 아래와 같이 수정해 보자.

$$P_n(s) = -\frac{5}{s(s+15)}, \quad C(s) = -5 \tag{16}$$

이러한 경우, $\tilde{m} = m/3$인 경우에는 $\sigma_+ = -4.47$ 이고 $\tilde{m} = 3m$인 경우에는 $\sigma_+ = -10.87$이므로, 무게변동이 존재해도 정리 2의 모든 조건이 만족됨을 알 수 있다. 따라서, (12)와 같은 무게변동에 대해서도 충분히 작은 $\tau > 0$를 선택할 경우, 안정한 제어시스템을 얻을 수 있다.

5. 모의실험

본장에서는 4장에서 설계된 저차 DOB 제어기가 무게변동에도 불구하고 자기부상시스템을 안정화시키는지를 모의실험을 통하여 검증해 보았다. 공칭모델을 (16)과 같이 선정한 경우, Q-필터의 상대차수가 2가 되도록 선정할 수 있다. 이를 고려하여, 본장에서는 다음과 같이 구성된 저차 DOB 제어기를 사용하였다.

$$DOB_2 : P_{n,2}(s) = -\frac{5}{s(s+15)}, \quad C(s) = -5,$$
$$Q(s) = \frac{1}{(\tau s)^2 + 2\tau s + 1}$$

먼저, Q 필터의 시정수를 $\tau = 10^{-3}$으로 선정하여 모의실험을 수행해 보았다. $\tilde{m} = m/3$인 경우에 대한 모의실험 결과, 출력이 발산하여 제어시스템이 불안정하였다. 특히, 전체 폐루프시스템의 극점을 계산해 보면 $s = +1.04$ 를 포함하고 있어서 시스템이 불안정하다는 것을 알 수 있었다. 즉, 정리 2의 모든 조건을 만족

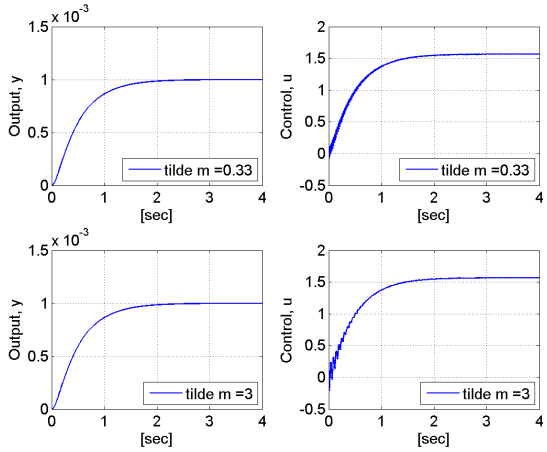

그림 2 저차 DOB 제어기($\tau = 10^{-4}$)의 모의실험 결과. 위: $\tilde{m} = m/3$; 아래: $\tilde{m} = 3m$

Fig. 2 Simulation results of the reduced order DOB controller ($\tau = 10^{-4}$). Upper: $\tilde{m} = m/3$; Lower: $\tilde{m} = 3m$

하지만, 전체 시스템은 불안정하여 정리 2에 위배되는 결과처럼 보였다. 하지만, 정리 2는 충분히 작은 $\tau > 0$를 사용할 경우 시스템이 안정하다는 것을 의미하므로, 좀 더 작은 $\tau > 0$을 사용해 볼 필요가 있었다. 이에 $\tau = 10^{-3}$ 대신 $\tau = 10^{-4}$를 사용해서 다시 모의실험을 수행해 보았으며, 그 결과를 그림 2에서 볼 수 있다. 그림으로부터 무게가 3배 증가하거나 감소한 경우 모두 적절한 출력파형을 얻을 수 있으며, 저차 DOB 제어기가 무게변화에 대해서 강인안정하다는 것을 알 수 있다.

이제, 외란이 존재할 경우의 외란 제거성능을 검증하기 위하여 입력외란으로 $d(t) = A_d \sin(w_d t)$을 고려해 보자. $A_d = 1$와 $w_d = \pi$

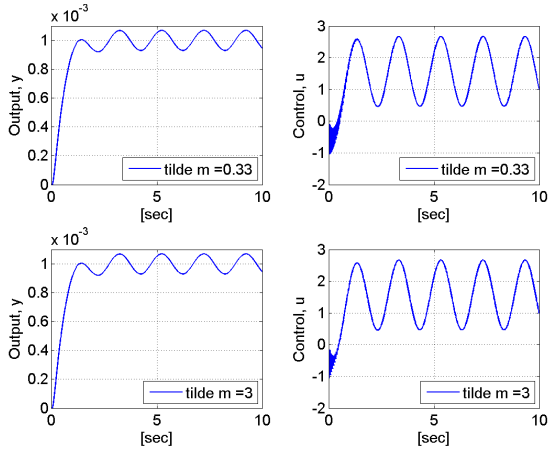

그림 3 입력외란이 존재하는 경우의 저차 DOB 제어기($\tau = 10^{-4}$)의 모의실험 결과. 위: $\tilde{m} = m/3$; 아래: $\tilde{m} = 3m$

Fig. 3 Simulation results of the reduced order DOB controller ($\tau = 10^{-4}$) in the presence of input disturbance. Upper: $\tilde{m} = m/3$; Lower: $\tilde{m} = 3m$

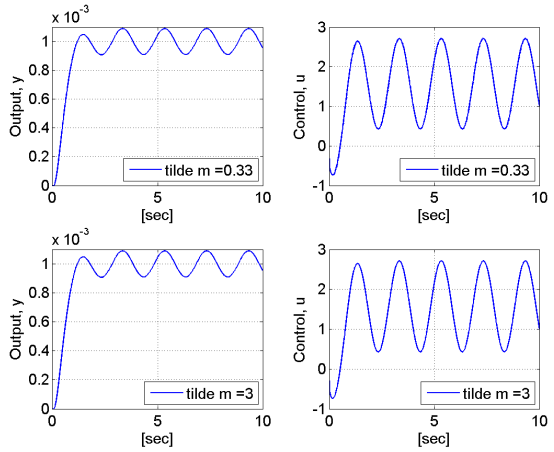

그림 4 입력외란이 존재하는 경우의 기존 DOB 제어기($\tau=10^{-4}$)의 모의실험 결과. 위: $\tilde{m}=m/3$; 아래: $\tilde{m}=3m$

Fig. 4 Simulation results of the conventional DOB controller ($\tau=10^{-4}$) in the presence of input disturbance. Upper: $\tilde{m}=m/3$; Lower: $\tilde{m}=3m$

인 경우의 모의실험 결과를 그림 3에서 볼 수 있다.

그림으로부터, 외란이 존재하는 경우에도 강인 안정성을 잘 유지하고 있으며, 출력에 대한 외란의 영향을 적절히 억제하고 있음을 알 수 있다.

마지막으로, 제안된 DOB 제어기와의 성능비교를 위해서 기존의 연구결과 [4]에서 제시된 다음과 같은 3차 DOB 제어기를 고려해 보자.

$$DOB_3 : P_{n,2}(s) = -\frac{47.5}{s(s+10)(s+20)},\quad C(s) = -6.31,$$
$$Q(s) = \frac{1}{(\tau s)^3 + 3(\tau s)^2 + 3\tau s + 1},\quad \tau = 10^{-4}$$

그림 3과 동일한 입력외란이 존재하는 경우의 모의실험 결과를 그림 4에서 볼 수 있다. 그림 3과 4로부터, 제안된 저차 DOB 제어기는 간단한 형태로 구현 가능하지만, 기존 DOB 제어기와 거의 유사한 제어성능을 보유하고 있음을 확인할 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 자기부상시스템의 무게변동을 효과적으로 제어할 수 있는 저차 DOB 제어기에 대해서 연구하였다. 제안된 저차 DOB 제어기는 기존의 DOB 제어기에 비해서 공칭모델과 Q-필터를 간단한 형태를 사용하기 때문에 실제 구현이 상대적으로 용이한 장점이 있다. 특히, 자기부상시스템의 무게변동이 존재하는 경우, 강인안정성을 보장하기 위한 저차 DOB 제어기 설계방법을 제시하였다. 마지막으로, 컴퓨터 모의실험을 통하여 성능을 검증해본 결과, 제안된 저차 DOB 제어기의 성능이 기존의 DOB 제어기와 유사함을 확인할 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 2016년도 한국에너지기술평가원(KETEP)의 에너지인력양성사업(No. 20164010201010)과 2014년도 한국연구재단의 기초연구사업(No. 2014056385) 지원을 받아 수행된 연구성과입니다.

References

[1] D. Cho, Y. Kato, and D. Spilman, “Sliding mode and classical control magnetic levitations systems,” IEEE Control Systems Magazine, vol. 13, pp. 42-48, Feb. 1993.

[2] S. J. Joo and J. H. Seo, “Design and analysis of the nonlinear feedback linearizing control for an electro-magnetic suspension system,” IEEE Transactions on Control Systems , vol. 5, no. 1, pp. 135-144, 1996.

[3] Z. J. Yang, Y. Fukushima, S. Kanae, and K. Wada, “Adaptive robust output-feedback control of a magnetic levitation system by k-filter approach,” IEEE Trans. Industrial, vol. 55, no. 1, pp. 390-399, Jan. 2008.

[4] N.S. Kang, and Nam H. Jo, "A study on the controller design for EMS system using disturbance observre," Trans. of the Korean Institute of Electrical Engineers, vol. 62, pp. 1264-1269, 2013

[5] C. Jeon, S. Jang, and Nam H. Jo, "A Study on the Influence of Q-filter on Disturbance observer controller for Electro-Magnetic suspension systems", Journal of Korean Institute of Illuminating and Electrical Installation Engineers, vol. 29, pp. 104-110, 2015

[6] Quanser, Maglev user manuals, 2008.

[7] S. Endo, H. Kobayashi, C. J. Kempf, S. Kobayashi, M. Tomizuka, and Y. Hori, "Robust digital tracking controller design for high-speed positioning systems", Control Engineering Practice, Vol. 4, pp. 527-536, 1996.

[8] Y. Choi, K. Yang, W.K. Chung, H.R. Kim, and I.H. Suh, “On the robustness and performance of disturbance observers for second-order systems”, IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 48, pp. 315-320, 2003.

[9] H. Shim, and Nam H. Jo, “An almost necessary and sufficient conditions for robust stability of closed-loop systems with disturbance observer”, Automatica, Vol. 45, pp. 296-299, 2009.

[10] N. H. Jo, Y. Joo, and H. Shim, "A study of disturbance observers with unknown relative degree of the plant", Automatica, Vol. 50 pp. 1730-1734, 2014.

저 자 소 개

조 남 훈 (Nam-Hoon Jo)
1992년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 2000년 서울대 대학원 전기공학부 졸업(공박). 2002년~현재 숭실대학교 전기공학부 교수. 연구분야는 강인제어, 비선형 시스템 제어, 모터 제어 시스템
Tel : 02-820-0643
E-mail : nhjo@ssu.ac.kr