

패드 접촉강성 변화에 따른 FE스킬해석법 및 실험 검증

박기완* · 남재현* · 강재영*†

* 공주대학교 기계자동차공학부

Investigation of Brake Squeal with Contact Stiffness Variation Using Experiment and FE Simulation

Kiwan Park*, Jaehyeon Nam* and Jaeyoung Kang*†

* Dept. of Mechanical Engineering, Kongju Nat'l Univ.

(Received July 11, 2016 ; Revised January 9, 2017 ; Accepted February 8, 2017)

Key Words: Squeal Noise(스킬 소음), Contact Stiffness(접촉강성), Finite Element Method(유한요소법), Complex Eigenvalue Analysis(복소수고유치해석)

초록: 본 논문은 스킨 시험을 통해 압력 변화에 의해 발생하는 스킨 소음을 계측하고, 발생된 스킨 소음을 FEM 복소수 고유치 해석으로 모드연성 불안정성을 구현하였다. FEM 해석에서 압력 변화에 따른 스킨주파수 변화를 근사하기 위해서 접촉강성 변화에 의한 스킨 민감도를 예측하고, 잠재적인 스킨 모드를 유추하였다. 스킨 실험 결과 1 kHz, 2.5 kHz, 3.5 kHz, 4 kHz 근방에서 스킨 소음이 발생하였으며, 압력이 증가함에 따라 스킨 주파수가 다소 증가되었다. FEM 해석 결과 접촉강성 변화에 따른 유사한 스킨 모드 및 민감도를 예측하였고, 해석시 접촉강성 변화가 스킨실험에서의 압력증가 효과를 근사할 수 있음을 보였다.

Abstract: In this study, squeal noise with respect to pressure variation is measured by a lab-scaled brake dynamometer and estimated by a complex finite element (FE) eigenvalue analysis. From the FE eigenvalue sensitivity analysis, unstable frequencies occur due to a mode-coupling mechanism and are found to change with variation in contact stiffness. In the experiment, squeal frequencies near 1 kHz, 2.5 kHz, 3.5 kHz, and 4 kHz are increased with pressure variation. The sensitivity of squeal modes to contact stiffness variation obtained from the FE analysis is shown to approximate the variation of squeal frequencies under pressure variation in the experiment.

1. 서 론

브레이크 스킨 소음은 가청 주파수 영역에서 가장 민감한 소음 중 하나이다. 스킨 소음에 관한 연구는 매우 다양한 방법으로 이루어 지고 있다. 스킨 소음 문제는 수학적인 모델을 통한 이론적 접근법, 유한요소법(Finite element model)을 이용한 해석적 검증법, 다이내모미터를 통한 시험법이 대표적인 연구방법이다.

브레이크 스킨 소음의 주된 인자는 디스크의 자력진동에 의해 발생하는 모드연성으로 알려져 있

다. Liu 외⁽¹⁾는 간단한 브레이크 모델을 이용하여 복소수 고유치 해석을 통해 브레이크 스킨에 영향을 미치는 인자의 파라미터 스터디(parameter study)와 브레이크 시스템 안정성에 대해 연구하였다. Kung 외⁽²⁾는 서로 상반된 두 가지의 디스크 브레이크 시스템 모델을 이용하여 운동에너지 분석법을 통한, 캘리퍼 및 다른 파트가 시스템 불안정성에 기여할 수 있음을 연구하였다. Ghazaly 외⁽³⁾는 스킨 실험 및 복소수 고유치 해석을 통해 모드연성(mode-coupling) 불안정성 특성에 대해 연구하였다. Massi 외⁽⁴⁾는 비교적 간단한 구조의 브레이크 시스템의 실험과 해석 일치(correlation)과정을 통해 모드연성(mode-coupling) 불안정성에 대해 연구하였다.

Nam 외^(5,6)는 음의 기울기가 접목된 유한요소

† Corresponding Author, jkang@kongju.ac.kr

모델(Finite element method(FEM) model)을 구현하여 복소수 고유치 해석을 통해 모드연성(mode-coupling) 불안정성뿐만 아니라 음의 기울기에 의해 발생하는 불안정 실수 부를 연구하였다. 또한, 파라미터 스터디(parameter study)를 통해 불안정 모드에 기인하는 인자들을 연구하였다.

Choi 외⁽⁷⁾는 브레이크의 압력 변화에 따른 주파수 응답 시험과 유한요소 법(FEM)을 이용한 복소수 고유치 해석을 이용하여, 캘리퍼 및 디스크의 아웃 오브 플레인(Out of plane)의 시스템 주파수를 연구하였다. 그 결과 패드의 회전변위를 발생시키는 캘리퍼 모드가 음의 기울기와 연동하여 시스템이 불안정 하게 됨을 확인하였다.

이와 같이 스켈 소음에 관한 문제는 메커니즘에 다양한 형상 및 인자를 고려하여 연구되고 있다. 모드연성은 수학적인 모델링뿐 아니라 상용소프트웨어를 이용하여 시스템의 안정성을 평가하는데 빈번하게 사용되고 있다. 동적 불안정성을 야기시키는 모드연성의 주요인자는 마찰계수 이지만 접촉강성(k_c)도 매우 중요하다.⁽⁸⁾ Vanderlugt⁽¹⁴⁾는 브레이크 패드의 압축시험을 통하여 탄성계수와 접촉강성을 실험적으로 연구하였다. Rusli 외⁽⁹⁾는 2자유도 모델을 제시하고, 접촉되는 두 표면 사이의 접촉강성(k_c)과 접선방향의 접촉강성을 이용하여 이러한 인자들은 스켈 소음에 지배적인 영향을 미치는 것임을 발견했다.

Kang⁽¹⁰⁾은 스켈 융합 모델을 이용하여 디스크와 패드간 접촉강성(k_c)에 따른 스켈 민감도를 분석하여 전체적인 시스템의 스켈 특성을 파악하고 잠재적인 스켈위험도 등을 연구하였다.

따라서 본 논문은 스켈 실험을 통해 발견되는 스켈 주파수를 확인하고, 모드 연성 메커니즘에 초점을 두어 스켈 모드를 유추하였다. 또한 접촉강성(k_c)을 변화시켜 디스크 브레이크 시스템에서 발생하는 스켈 모드의 특성을 분석하였다.

2. 본 론

2.1 실험장치 및 실험방법

Fig. 1은 브레이크 다이내모미터 실험장치의 개략도를 나타내었다. 모터를 이용하여 디스크의 회전 속도를 제어할 수 있으며, 압력 조절 장치를 이용하여 패드에 압력이 가해진다. 이때 디스크와 패드간의 마찰력이 발생한다. 마찰계수는 Fig. 1에서 보듯이 마찰토크를 측정 후, 환산하여 얻을 수 있다. 모터의 최대 회전 속도는 200 rpm이며, 압력 조절 장치는 0 - 20 bar까지 제어 가능하다. 발생한 스켈 소음은 Fig. 2에서 보듯이 마이크로폰(Microphone)을 이용하여 측정되었다. 스켈 시험에 앞서 디스크와 패드간의 정렬을 유지하기

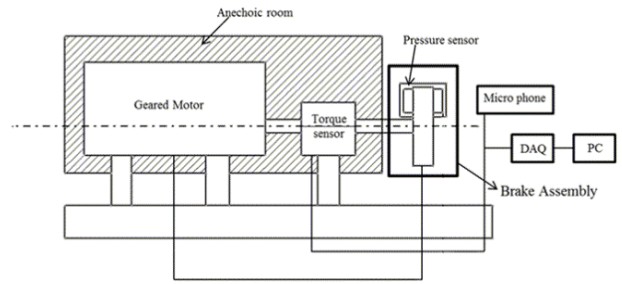


Fig. 1 Schematic of disc brake system dynamometer

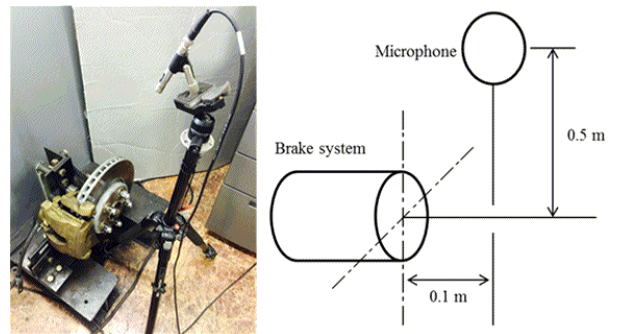


Fig. 2 Test set-up of brake squeal and microphone location

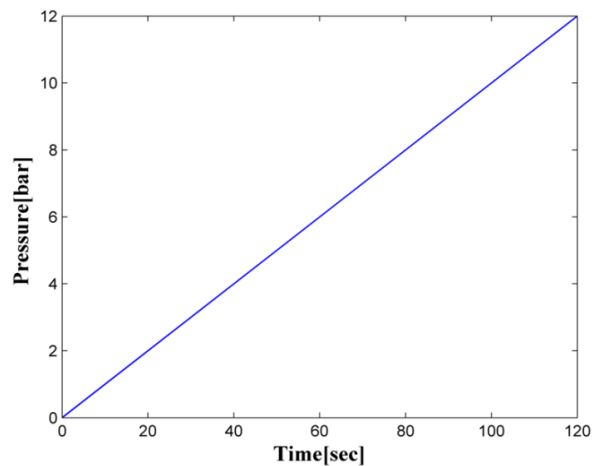


Fig. 3 Pressure variation with respect to time

위해 회전속도 180 rpm, 압력 5 bar에서 시범 테스트 운영을 수행하였다.

2.2 스켈 실험

Fig. 3은 시간에 따라 패드에 가해지는 압력의 프로파일을 보여준다. 압력은 0 - 12 bar까지 10 sec 당 1 bar씩 선형적으로 증가한다. 총 120 sec 동안 증가되며, 이때를 1 set로 정의하였다. Fig. 4(a)는 압력이 프로파일(Fig. 3)을 따라 변화할 때 발생된 스켈 소음을 스펙트럼(spectrogram)으로 나타냈다.

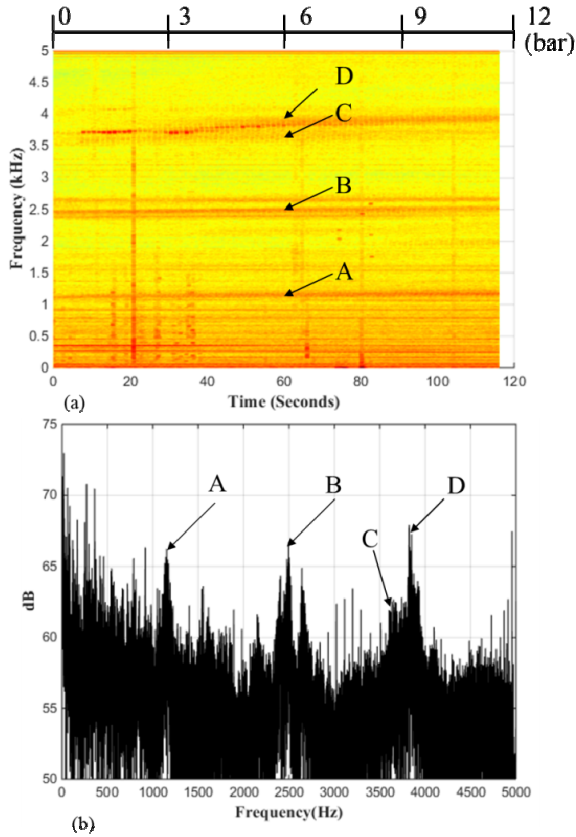


Fig. 4 The result of squeal test for pressure change; (a) Color map, (b) FFT [57sec – 60sec]

실험은 5kHz까지 계측하였다. 스컬 소음은 약 1 kHz, 2.5kHz, 3.5kHz, 4kHz 근방에서 발생하며, 각각의 스컬 주파수를 A, B, C, D로 정의하였다. Fig. 4(b)는 압력이 선형적으로 증가할 때, 57 sec - 60 sec 부근의 FFT이다. 여기서 A, B가 주기성을 띄는 것처럼 보이지만, 두 주파수의 크기 값을 확인해본 결과 A, B 모두 배수가 아닌 것을 확인했다. (A 모드 : 1152 [Hz], B모드 : 2496 [Hz]) 실험결과 A, B, C, D 모두 압력이 증가함에 따라 스컬 주파수가 증가하는 현상을 보였다. 압력 변화에 따른 스컬 모드의 특성을 세부적으로 나타내고자 압력을 구간별로 나누어 프로파일을 재설정하였다.

Fig. 5는 구간별 압력의 크기와 압력이 적용되는 시간의 프로파일을 보여준다. 각 압력 구간에서 발생하는 스컬 주파수를 계측하기 위해 2 - 12 bar 까지 2 bar씩 증가하면서 각 구간 별 120 sec 동안 계측되어 졌으며, 총 720 sec동안 계측하였다.

Fig. 6은 재설정된 압력 프로파일(Fig. 5)에 따른 주파수 데이터(FFT) 이다. A, B는 모든 압력에서 발생하였으며, 스컬 주파수가 다소 변화하였다. C는 8 bar와 10 bar에서 나타나지만 음압의 크기는 상대적으로 낮다. D는 6 bar를 제외한 압력들에서 나타나고, 낮은 크기의 압력에서 음압이 상대적으로

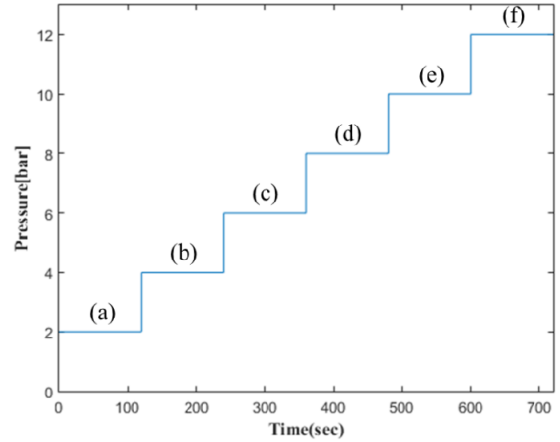


Fig. 5 Pressure variation with respect to step; (a) 2bar, (b) 4bar, (c) 6bar, (d) 8bar, (e) 10bar, (f) 12bar

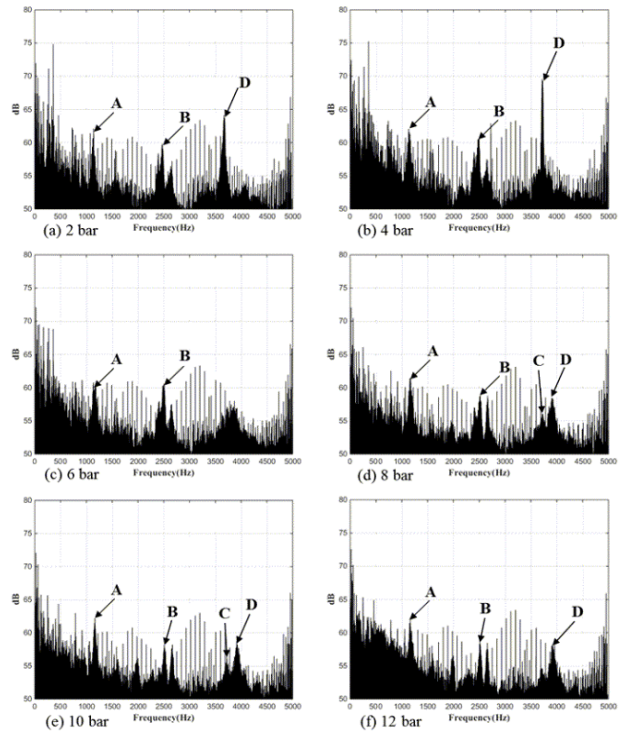


Fig. 6 FFT of squeal noise graph at each pressure; (a) 2bar, (b) 4bar, (c) 6bar, (d) 8bar, (e) 10bar, (f) 12bar

로 크게 나타난다. 따라서, 각 압력 구간별 주파수 데이터(FFT)를 통해 Fig. 4(a)의 연속적인 결과와 동일하진 않지만, 압력에 따른 각 모드의 스컬 민감도를 파악하였다.

2.3 단품 모델 충격 망치실험(Hammering Test)

실험에서 발생한 스컬 주파수를 유한요소법(Finite element method)를 이용한 복소수 고유치 해석으로 재연하기 위해 각 단품의 물성치 보정

Table 1 Modal test result of the each component at free-free boundary condition

Mode Shape	FEM[Hz]	Hammering Test[Hz]	Error[%]
Disc			
	1076	1070	0.56
	2450	2480	1.2
	3882	4020	3.4
Pad			
	2590	2570	0.77
	3931	3710	5.6
	5391	5470	1.4

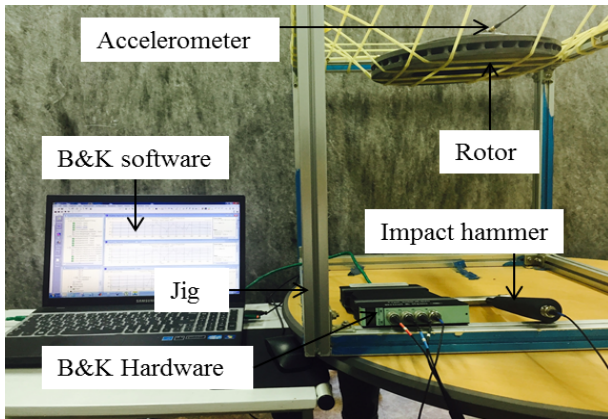


Fig. 7 Experimental modal analysis set-up

작업을 수행하였다. Fig. 7은 충격 망치 실험(Hammering Test)를 위한 실험장비를 보여준다.

디스크와 패드의 탄성계수는 기본 물성치 범위를 초과하지 않는 범위에서 보정하였다. 디스크는 회주철(gray cast iron), 패드는 semi metal + steel, 캘리퍼는 steel로 가정하였다.⁽¹¹⁾ 밀도는 실제 질량을 계측하여 역 설계된 3D 모델링 상 체적을 이용해 환산하였다. 패드의 댐핑심은 제거하였으며, 모든 부품은 등방성 재료로 가정하였다. Table 1은 각 부품의 코릴레이션 결과이다. 3차 모드까지의 단품 오차율은 최대 6% 이내로 보정하였으며, 보정된 물성치를 이용해 복소수 고유치 해석을 수행하였다.

Table 2는 충격 망치 실험(Hammering Test) 결과를 바탕으로 보정된 물성치를 보여준다.

2.4 FEM 해석 모델

유한요소모델(FE model)은 Fig. 8에 나타냈으며

Table 2 Material table of finite element model used the analysis

NO	Material	Elastic modulus [E][GPa]	Density [ρ][kg/m ³]	Poisson's ratio[ν]
Disc	Gray cast iron	102.68	6810	0.28
Back Plate	Steel	210	7850	0.3
Lining	Semi metal	9.37	2516	0.25
Caliper	Steel	200	7850	0.3

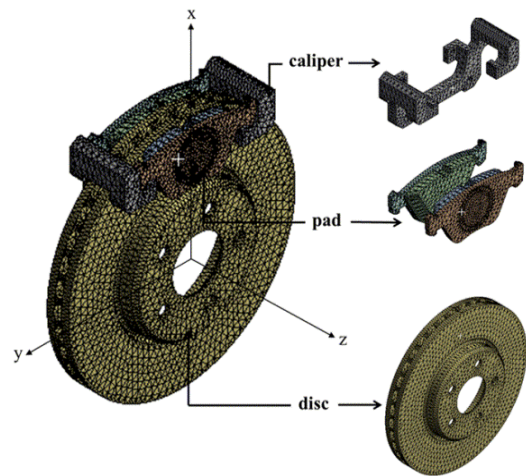


Fig. 8 Finite element model of a simplified disc brake and coordinate system

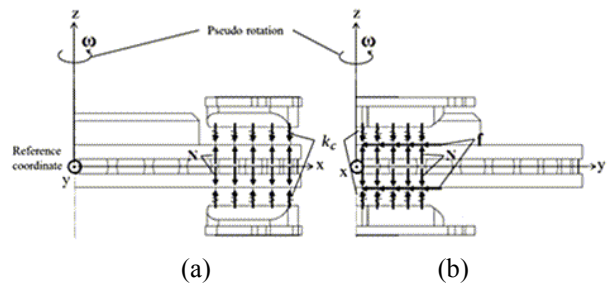


Fig. 9 Contact condition and friction status of FE - model of disc - pad (a) side view (b) Top view

디스크, 캘리퍼, 패드로 구성하였다. 브레이크 시스템의 접촉 조건 및 운동방향은 Fig. 9에 나타냈다. 디스크는 ω로 수두 로테이션(pseudo rotation)하고 있으며, 마찰재와 디스크간의 접촉강성(k_c)을 parameter 'k_c'로 정의하였다.

상기 유한요소모델(FE model)은 압력에 의해 디스크 브레이크 시스템의 대변형 효과 및 패드와 디스크 간의 마찰면적 변화가 거의 없다. 따라서 해석 효율을 높이기 위해 Non-prestressed modal analysis로 수행하였다. 마찰력은 오직 디스크의 회

전에 의해서만 발생하며, 강성행렬은 초기 접촉 상태에 의해 만들어진다. 여기서 마찰력 \mathbf{f} 는 friction damping을 고려하지 않았으며, 다음과 같이 표현 가능하다.⁽¹³⁾

$$\mathbf{f} = \mu |\mathbf{N}| \left(-\frac{\mathbf{v}_{rel.}}{|\mathbf{v}_{rel.}|} \right) \quad (1)$$

모드 합성법을 이용하여 시스템의 변위를 유한 개의 모드로 근사적으로 표현 가능하다.

$$\{\mathbf{v}\} = [\phi_\theta] \mathbf{q} \quad (2)$$

$$\{\mathbf{w}\} = [\phi_z] \mathbf{q} \quad (3)$$

여기서 $[\phi_\theta]$, $[\phi_z]$ 는 원통 좌표 계에서 접선 방향, 수직방향의 정규화된 모드행렬을 의미하며, \mathbf{q} 는 모달좌표이다. 질량 정규화된 시스템의 운동방정식은 아래와 같이 기술될 수 있다.

$$[I]\{\ddot{\mathbf{q}}\} + [K_{sym}]\{\mathbf{q}\} = F(\mu, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (4)$$

$[I]$ 는 단위 행렬이고 $[K_{sym}]$ 는 대칭 강성 행렬을 의미한다.

식 (4)의 우변은 마찰에 의해 발생한 벡터이다. 여기서 $\mu = \mu_0 + O(2)$ 이고, $O(2)$ 는 2차 이상의 고차항을 의미한다.

따라서 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$F(\mu, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = -\mu_0 k_c [\phi_\theta]^T [\phi_z] \mathbf{q} + O(2) \quad (5)$$

여기서 k_c 는 각 접촉면에서의 접촉강성이다. 이에 따라 식 (4)에 식 (5)를 추가하여 전개하면 다음과 같다.

$$\ddot{\mathbf{q}} + [K_{sym}]\mathbf{q} + \mu_0 k_c [\phi_\theta]^T [\phi_z] \mathbf{q} = 0 \quad (6)$$

따라서 상기 방정식을 풀면 마찰 접촉에 의한 시스템의 선형 불안정성을 예측할 수 있다.⁽⁷⁾

2.5 접촉강성(k_c)에 따른 FEM 해석

모드연성을 일으키는 주요 인자는 마찰계수이지만,⁽¹²⁾ 본 논문은 접촉강성(k_c)에 따른 스컬 민감도를 통해 다양한 스컬 모드를 유추하는 것에 초점을 두어 복소수 고유치 해석을 수행하였다.

따라서 Fig. 10에 나타낸 것 처럼 상기 스컬 실험에서 계측된 마찰계수의 값($\mu_{ave} = 0.4$)보다 약 조건인 0.5로 해석을 수행하였다. Table 3은 복소수 고유치 해석에서 각 인자(parameter)의 기준 값을 나타내었다.

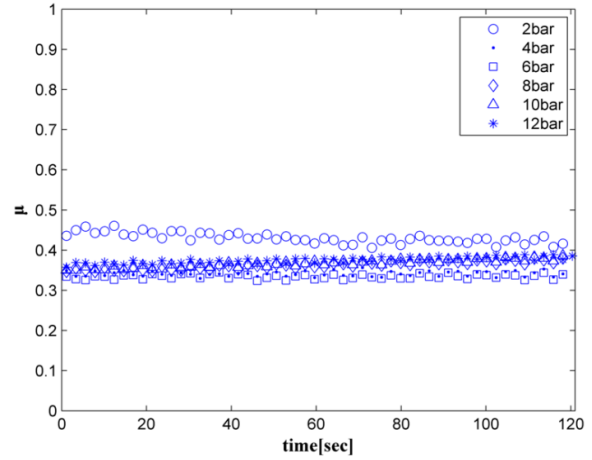


Fig. 10 Friction coefficient variation with respect to time; at each pressure

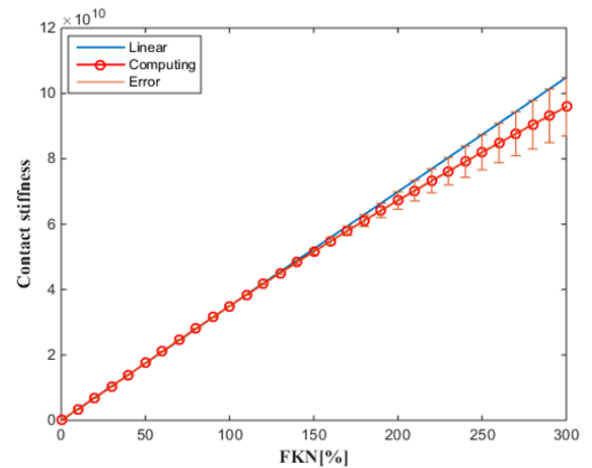


Fig. 11 Contact stiffness variation with respect to normal stiffness factor (FKN)

Fig. 11은 복소수 고유치 해석을 하기에 앞서 해석 software 상에 있는 normal stiffness factor(FKN)와 접촉강성(k_c)과의 상관관계를 그래프로 나타내었다. 상기 그래프에서 실선은 선형적인 접촉강성(k_c)을 나타내었고, 'o' 표시는 해석을 수행했을 때 FKN의 상응하는 접촉강성(k_c) 값을 나타냈다. 상대적으로 FKN값이 증가할수록 두 인자(parameter) 사이의 선형화가 이루어지지만, 150% 부근부터는 최대 9% 내의 오차율이 발생했다.

Fig. 12는 접촉강성(k_c)의 기준 값⁽⁸⁾을 100%로 정의하여 0.01% - 200%까지 복소수 고유치 해석결과를 보여준다. 여기서 접촉강성에 상응하는 FKN을 입력하여 해석을 수행하였다. 이때 사용한 Table 3의 접촉강성(k_c) 값은 큐빅 모양으로 절단된 실제 브레이크 마찰재의 압축시험을 통해서 아래 식 (7)과 같이 기술될 수 있다.

Table 3 Nominal values of system parameter

Parameter	Symbol	Value
Friction coefficient	μ	0.5
Nominal Contact stiffness (Disc - Pad)	k_c	$0.35 \times 10^{11} \text{ N/m}^3$
Rotation velocity	ω	4.7 rad/s

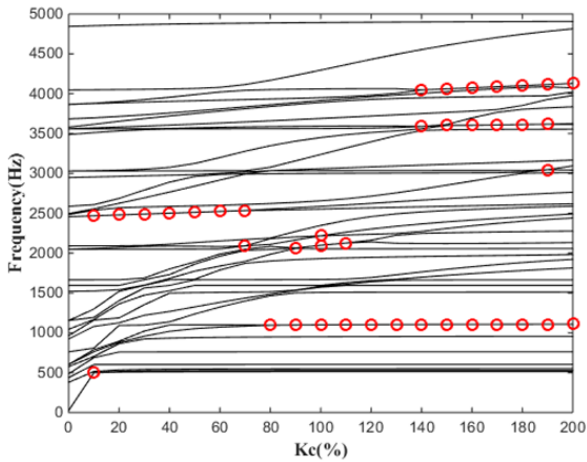


Fig. 12 Frequency variation with respect to contact-stiffness ('o' represents $\text{Re}[\lambda] > 0$)

$$k_c = \frac{F_c}{(A_c \times \delta)} \quad (7)$$

여기서, F_c 는 압축력 (Compression force, N)
 A_c 는 접촉면적 (Contact area, m^2)
 δ 는 변형량 (Deformation, m)

따라서 접촉강성 (k_c)은 (7)식으로 계측된 측정값이다.⁽¹⁴⁾

발생된 모드연성 불안정성은 접촉강성(k_c) 변화에 의해 불안정 주파수가 다소 변화했다. 1 kHz 부근에서 발생하는 모드연성 불안정성은 특정 접촉강성($k_c = 80\%$)에서 발생되어 상대적으로 넓은 범위에서 나타났다. 또한 2.5 kHz 근방에서 발생하는 불안정성은 접촉강성(k_c)이 20% - 70% 사이에서만 발생되었다. 3.5kHz 근방의 불안정모드는 접촉강성(k_c)이 140% - 190%인 구간에서 나타나며, 4 kHz 근방에서 발생하는 모드연성 불안정성은 접촉강성(k_c)이 140% - 200%인 구간에서 나타났다. 이를 통하여 접촉강성(k_c) 변화에 따른 잠재적인 스켈 모드를 재연하였다.

Fig. 13은 스켈 실험 결과와 복소수 고유치 해석을 이용한 브레이크 시스템의 안정성맵(stability map)을 보여준다. 실험에서 발생한 스켈 주파수를 정확하게 예측할 수는 없었지만, 발생한 스켈 모

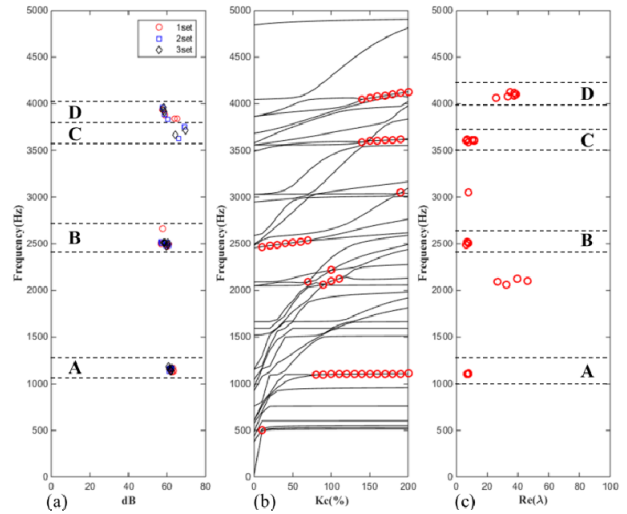


Fig. 13 Squeal test vs Stability map (a) dB of squeal frequency (Squeal test), (b) K_c vs Frequency (Simulation), (c) Re vs Frequency (Simulation)

드의 압력과 접촉강성(k_c) 변화에 따른 스켈 민감도를 유추할 수 있었다. Fig. 13 (a)는 Fig. 6 스켈 실험의 3 set 동안 결과이고, (b)는 Fig. 12의 접촉강성(k_c) 변화에 따른 복소수 고유치 해석결과이다. (c)는 접촉강성(k_c)변화에 따른 불안정 실수부의 크기를 나타냈다. 스켈 실험의 A모드는 상대적으로 잘 예측되었으며, 접촉강성(k_c) 변화에 불안정 주파수가 변화한다. 또한 접촉강성(k_c)이 약 80%에서 200%의 구간까지는 불안정 주파수의 크기가 미미하게 변하며 계속적으로 실수부가 발현되었다. B는 실험결과 2.5kHz 근방에서 스켈이 발생했고, 복소수 고유치 해석 결과 접촉강성(k_c)이 10% - 70% 범위에서 모드연성에 의한 불안정성 실수부가 나타났다.

C는 3.5kHz 근방에서 스켈이 발생하였고, 복소수 고유치 해석 결과 접촉강성(k_c)이 약 140% - 190%까지 불안정 주파수가 변화하면서 모드연성 불안정성이 발생했다. D는 실험결과 특정압력(6 bar)을 제외한 모든 압력에서 스켈 주파수가 발생했고, 복소수 고유치 해석 결과 접촉강성(k_c)이 약 140% - 200%까지 불안정 주파수의 크기가 변하면서 실수부가 발현되었다.

Fig. 14는 각 스켈 모드에서 평형상태일 때의 모드형상 및 마찰계수 증가에 의한 모드연성을 보여준다. 대표적으로 접촉강성(k_c) 변화에 따라 불안정 주파수가 미미하게 변하는 A, B, C 모드의 경우 디스크 굽힘 모드가 지배적인 형상이다. 그러나, D 모드의 경우 패드의 비틀림모드가 지배적인 모드형상임을 보여준다. 따라서 접촉강성(k_c)은 모든 스켈 모드에 민감한 인자임을 보여준다.

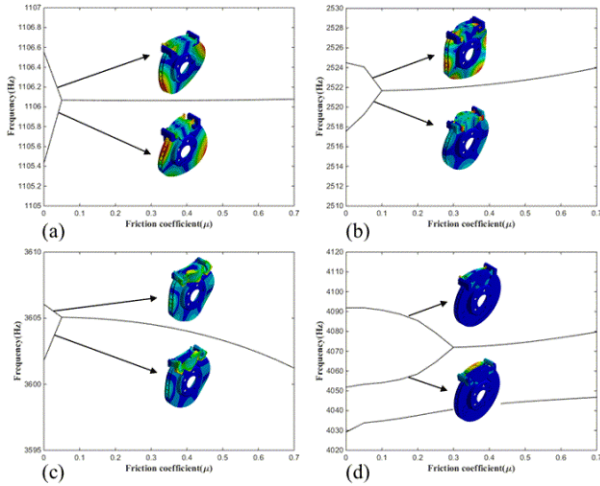


Fig. 14 Unstable mode around each frequency, and its mode shape; (a) 1kHz, (b) 2.5kHz, (c) 3.5kHz, (d) 4kHz

3. 결 론

본 논문은 브레이크 시스템에서 압력 변화에 따른 스컬 소음을 실험을 통해 구현하고, 압력을 접촉강성으로 대체하여 유한요소법(FEM) 복소수 고유치 해석을 수행하였다. 이때, 발생된 스컬 모드의 접촉강성에 변화에 의한 스컬 민감도를 분석하고 잠재적인 스컬 모드를 예측하였다.

(1) 실험결과 1kHz, 2.5kHz, 3.5kHz, 4kHz, 근방에서 스컬 소음이 발생하였으며, 압력 변화에 따라 스컬 주파수가 다소 변화되었다.

(2) 실험 결과 압력이 증가하면 1kHz, 2.5kHz, 3.5kHz, 4kHz 근방의 스컬 주파수는 다소 증가되는 경향을 보이며, 해석적으로는 접촉강성이 증가 될수록 1kHz, 2.5kHz, 4kHz 근방의 불안정 주파수가 증가되었다.

(3) 접촉강성 변화에 의해 불안정 주파수의 변화가 큰 모드는 패드의 회전 변위가 지배적인 모드형상이며, 불안정 주파수가 다소 미미하게 변화하는 모드는 디스크의 굽힘 모드가 지배적인 형상이다.

(4) 압력 변화에 따른 스컬 소음을 접촉강성 변화에 의한 유한요소법(FEM) 복소수 고유치 해석으로 구현하였으며, 잠재적인 스컬 모드를 예측할 수 있음을 보여주었다.

본 논문의 결과 정확한 FE model을 모사한다면 다양한 잠재적인 스컬 모드를 충분히 예측할 수 있을 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 2017년도 정부(미래창조과학부)의 재

원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초 연구사업임(No. NRF-2017R1A1A1A05000721).

참고문헌 (References)

- (1) Liu, P., Zheng, H., Cai, C., Wang, YY., Lu, C., Ang, KH. and Liu, GR., 2007, "Analysis of Disc Brake Squeal using the Complex Eigenvalue Method," *Applied Acoustics*, Vol. 68, No. 6, pp. 603~615.
- (2) Kung, SW., Dunlap, KB. and Ballinger, RS., 2000, "Complex Eigenvalue Analysis for Reducing Low Frequency Brake Squeal," 2000-01-0444, SAE, Warrendale, PA.
- (3) Ghazaly, NM., Mohammed, S. and Abd-El-Tawwab, AM., 2012, "Understanding Mode-coupling Mechanism of Brake Squeal Using Finite Element Analysis," *International Journal of Engineering Research and Applications*, Vol. 2, No. 1, pp. 241~250.
- (4) Massi, F., Giannini, O. and Baillet, L., 2006, "Brake Squeal as Dynamic Instability: An Experiment Investigation," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 120, No. 3, pp. 1388~1399.
- (5) Nam, J. and Kang, J., 2014, "Investigation of Friction Noise with Respect to Friction Curve by Using FEM and Its Validation," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 24, No. 1, pp. 28~34.
- (6) Nam, J. and Kang, J., 2012, "Unstable Brake Pad Mode Due to Friction-velocity Slope," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. s22, No. 12, pp. 1206~1212.
- (7) Choi, H., Kang, J. and Gil, H., 2014, "Numerical and Experimental Analysis for Disc Brake Squeal Induced by Caliper Mode," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 38, No. 12, pp. 1351~1358.
- (8) Kang, J., Krousgrill, CM. and Sadeghi, F., 2009, "Analytical Formulation of Mode-coupling Instability in Disc-pad Coupled System," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 51, No. 1, pp. 52~63.
- (9) Rusli, M. and Okuma, M., 2007, "Effect of Surface Topography on Mode-coupling Model of Dry Contact Sliding Systems," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 308, No. 3-5, pp. 721~734.
- (10) Kang, J., 2014, "Effect of Contact Stiffness on Brake Squeal Analysis Using Analytical FE Squeal Model," *Transaction of the KSNVE*, Vol. 24, No. 10, pp. 749~755.
- (11) Nam, J. and Kang, J., 2013, "Brake Squeal Analysis with Respect to Caliper Contact Stiffness," *Transactions of the KSNVE*, Vol. 23, No. 8, pp. 717~724.
- (12) Huang, J., Krousgrill, CM. and Bajaj, AK., 2009,

- “An Efficient Approach to Estimate Critical Value of Friction Coefficient and Sensitivity Analysis for Brake Squeal,” *International Journal of Vehicle Design*, Vol. 51, No. 1-2, pp. 534~541.
- (13) Kang, J., 2009, “Linear Stability Analysis of a Rotating Disc Brake for Squeal Noise,” *Transactions of the KSNVE*, Vol. 19, No. 10, pp. 1092~1098.
- (14) Vanderlugt, D.N., 2004, “Analytical and Experimental Study of Automotive Disc Brake Squeal Vibration,” Master Thesis, Purdue University, pp. 58~72.