

<https://doi.org/10.7236/IIBC.2017.17.2.113>

IIBC 2017-2-17

# Nonconstant Modulus 신호에서 NM-MMA 적응 등화 알고리즘의 성능 해석

## Performance Analysis of NM-MMA Adaptive Equalization Algorithm in Nonconstant Modulus Signal

임승각\*

Lim Seung Gag\*

**요약** 본 논문에서는 nonconstant modulus 신호에서 기존 MMA 알고리즘의 수렴 속도를 개선하고 SE-MMA 알고리즘의 높은 MSE를 줄일 수 있는 NM-MMA (Novel Mixed-Multi Modulus Algorithm) 알고리즘을 제안하며, 이의 등화 성능을 해석하였다. NM-MMA에서는 비용 함수로서 기존 MMA와 SE-MMA 비용 함수의 gradient vector를 적절한 가중치의 합으로 구성하여 탭 계수 갱신에 이용하므로써 수렴 속도와 MSE 성능을 개선할 수 있다. 이를 위하여 동일한 채널과 스텝 크기 및 신호대 잡음비를 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였으며 성능 해석을 위한 지표로는 등화기 출력 성상도, 잔류 isi, MSE와 SER을 적용하였다. 컴퓨터 시뮬레이션의 결과 제안 NM-MMA는 기존 MMA의 수렴 속도를 개선하고, SE-MMA보다 적은 MSE 성능과 SER 성능을 얻을 수 있음을 확인하였다.

**Abstract** This paper propose the NM-MMA (Novel Mixed-MMA) that is possible to improving the convergence speed of current MMA algorithm and reducing the high MSE of SE-MMA algorithm, and its equalization performance were analyzed. The cost function of the NM-MMA configured as the sum of appropriate weights of gradient vector of current MMA and SE-MMA, and then it used for the updating the tap coefficient of equalizer. The computer simulation was performed applying the same environment in the channel, step size and signal to noise ratio, and the same performance index in equalizer output signal constellation, residual isi, MSE, SER was used. As a result of computer simulation, the proposed NM-MMA has fast convergence time than MMA, and less in MSE and SER performance compared to SE-MMA.

**Key Words** : MMA, SE-MMA, NM-MMA, residual isi, MSE, SER

### 1. 서론

최근 정보 통신 시스템을 통한 정보 전송의 수요 증가와 이의 이용 형태가 복잡화, 다양화해지면서 이의 중요성이 증대하고 있다. 정보의 전송에서 단말과 전송시스

템 기술은 많은 발전이 이루어졌지만, 상대적으로 통신 채널 기술은 그렇지 못하였다<sup>[1][2]</sup>. 특히 사용자에게 이동 자유성을 보장할 수 있는 무선 채널의 경우 다양한 제약 조건이 존재하여 고속, 광대역 정보 전송에서 장애 요인을 극복해야 하는 기술적 난제를 갖고 있다. 유선과 무선

\*정회원, 공주대학교 정보통신공학부  
접수일자 2016년 12월 19일, 수정완료 2017년 2월 19일  
게재확정일자 2017년 4월 7일

Received: 19 December, 2016 / Revised: 19 February, 2017 /  
Accepted: 7 April, 2017

\*Corresponding Author: sglim@kongju.ac.kr  
Dept. of Information and Communication, Kongju National  
University, Korea

의 통신 채널에서는 정보 전송 시 전송 가능 대역폭이 제한되거나 페이딩과 지연 확산, 잡음등의 비선형 효과에 의한 부호간 간섭이라는 장애하는 요인을 극복해야 하며, 이를 위한 가장 경제적인 방법으로 적응 등화기를 사용하는 것이므로 최근 시스템 설계자들이 많은 관심을 갖고 있다<sup>[2][4]</sup>. 등화기는 채널 전달 함수의 역 함수를 갖는 디지털 필터를 말하며, 채널에서 발생하는 부호간 간섭을 최소화할 수 있다. 그러나 채널의 전달 함수 추정을 위하여 기지의 학습열을 사용해야 하지만 이로 인한 채널의 가용 대역폭이 낭비되므로, 학습열 없이도 역 함수를 얻을 수 있고 채널의 상태 변화를 자동 추적 가능한 블라인드 적응 등화기가 등장하였으며 CMA (Constant Modulus Algorithm)을 들 수 있다. 그러나 블라인드 방식은 기존의 학습열 의존 방식에 비해 등화 성능이 열화되므로 기존 CMA를 개량한 MMA (Multi-Modulus Algorithm)가 등장하였다<sup>[1][4]</sup>. MMA는 진폭과 위상의 동시 보상 능력과 등화 안정성 측면에서 CMA보다 우월하지만 수렴 속도, 연산량등의 성능에서 열화되므로, 이를 더욱 개선시킬 수 있는 다양한 변형 방식이 소개되었다. 이와 같은 변형 방식중에서 SE-MMA (Signed Error-MMA)는 MMA의 연산량을 줄여 고속 정보 전송에 사용할 수 있지만<sup>[6]</sup> MSE 성능이 MMA보다 열화된 다. 논문에서는 MMA의 느린 수렴 속도와 SE-MMA의 MSE 성능을 개선하기 위해 이들 비용 함수를 조합시킨 NM-MMA (Novel Mixed-MMA) 알고리즘을 제안하며 이의 개선된 성능을 시뮬레이션을 통해 확인하였다<sup>[4][5]</sup>. 논문의 구성으로 2장은 적응 등화기를 사용하는 시스템 기저 대역 모델, MMA와 SE-MMA 및 제안 NM-MMA 알고리즘에 대해 설명한 후, 3장은 제안 알고리즘의 개선된 등화 성능을 MMA와 SE-MMA 와 비교한 후, 4장에서는 결론을 내리겠다.

## II. 본 론

### 1. 통신 시스템 모델

그림 1은 수신측에서 적응 등화기를 갖는 통신 시스템의 기저 대역 모델을 나타낸 것이다. 송신측에서 기저 대역 신호  $s(k)$ 를 전송하면 부호간 간섭을 발생하는 임펄스 응답이  $h(k)$ 인 채널을 통하여 수신측에 전달된다. 이때 채널에서는 일정한 SNR을 갖는 잡음  $n(k)$ 이 부가

된다. 이 과정에서 변복조에 의한 스펙트럼 천이는 이상적으로 간주하였다. 수신측에서는 수신 신호  $r(k)$ 는 임펄스 응답이  $f(k)$ 인 적응 등화 필터에 인가되어 채널에 의한 부호간 간섭을 최소화시킨 후 결정 장치를 통해 송신 신호의 추정치  $\hat{s}(k)$ 를 얻게 된다. 이때 이상적인 등화 필터의 전달 함수는 이론적으로 통신 채널 전달 함수의 역관계를 갖게 된다. 이때 등화기의 필터 계수  $f(k)$ 는 적응 알고리즘부에서 송신 부호의 실수부와 허수부의 constant modulus 및 등화기 출력 신호  $z(k)$ 를 이용한 오차 신호를 발생하여 새로운 필터 계수  $f(k+1)$ 을 얻게 된다. 이와 같은 과정을 스펙트럼 관점에서는 다음 관계식이 성립된다.

$$Z(f) = S(f) \cdot H(f) \cdot F(f) \quad (1)$$

$$H(f) \cdot F(f) \approx 1, \therefore Z(f) \approx S(f)$$

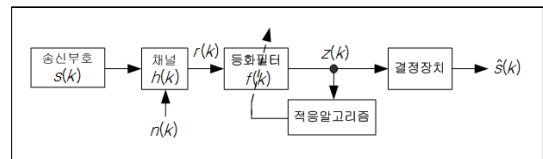


그림 1. 통신 시스템 모델  
Fig. 1. Communication system model

### 2. MMA 알고리즘

그림 1의 모델에서 송신 신호를  $s(k)$ , 채널에서 부가되는 잡음을  $n(k)$ , 등화기 입력 신호를  $r(k)$ , 등화기의 필터 계수를  $f(k)$ , 등화기 출력 신호를  $z(k)$ 라고 하자. 등화기 필터의 차수를  $N$  이라고 하면 필터 계수와 등화기 입력 벡터는 다음과 같다.

$$F(k) = [f(0) f(1) f(2) \dots f(N-1)] \quad (2)$$

$$R(k) = [r(k) r(k-1) r(k-2) \dots r(k-N+1)]$$

MMA는 CMA의 단일 modulus를 multiple modulus로 확장하여 등화기 출력에 비례하는 signal constellation point의 각 subset에 이들 multiple modulus 중 1개를 할당시킨다. 또한 비용 함수는 2차원이 아닌 1차원의 함수로 구성되며, 비용 함수에서 등화기 출력의 실수와 허수부를 고려하므로 채널 위상 찌그러짐을 보상할 수 있다. 이들은 저차 QAM 신호에 대해서는 비슷한 수렴 특성을 보이지만, 고차 QAM 신호에 대해서는 MMA가 CMA보다 우월한 수렴 특성을 보이면서 정상 상태에서 misadjustment에 의한 영향이 적으므로 등화 잡음이 적

게 된다. MMA의 비용 함수와 오차 함수는 식(3)과 같이 정의된다.

$$J_{MMA} = E\{( |z_{kr}|^2 - R_{MMA}^2 )^2 + ( |z_{ki}|^2 - R_{MMA}^2 )^2 \} \quad (3)$$

$$R_{MMA}^2 = \frac{E\{|s_{kr}^4|\}}{E\{|s_{kr}^2|\}} = \frac{E\{|s_{ki}^4|\}}{E\{|s_{ki}^2|\}}$$

$$\bar{e}_{kMMA} = z_{kr} ( |z_{kr}|^2 - R_{MMA}^2 ) + j z_{ki} ( |z_{ki}|^2 - R_{MMA}^2 )$$

여기서  $R_{MMA}^2$  를 constant modulus라고 하며 등화기의 출력이 modulus 주위에 위치하도록 계수  $f_k$ 를 갱신하며 다음의 식 (4)와 같다.

$$f(k+1) = f(k) - \mu \bar{e}_{kMMA} R(k)^* \quad (4)$$

### 3. SE-MMA 알고리즘

SE-MMA는 식(3)의 MMA 오차 함수에서 오차 신호  $\bar{e}_{kMMA}$ 의 부호만을 이용하여 등화 필터 계수의 갱신에 사용되기 때문에 붙여진 이름이며, 비용 함수와 오차 신호는 다음과 같다.

$$J_{SE-MMA} = E[( |z_{kr}|^2 - R_{MMA}^2 )^2 + ( |z_{ki}|^2 - R_{MMA}^2 )^2] \quad (5)$$

$$\bar{e}_{kSE-MMA} = \text{sgn}[z_{kr} ( |z_{kr}|^2 - R_{MMA}^2 )] + j \text{sgn}[z_{ki} ( |z_{ki}|^2 - R_{MMA}^2 )]$$

여기서 sgn은 signum 함수를 나타내며, MMA 또는 SE-MMA 알고리즘에서는 등화 필터의 출력  $z_k$ 는 복소 평면에서 4개의 점  $\pm R_{MMA} \pm j R_{MMA}$  주위로 존재하도록 탭 계수를 갱신하게 된다. SE-MMA는 적응 필터의 탭 계수를 위한 갱신식은 다음과 같다.

$$f(k+1) = f(k) - \mu \bar{e}_{kSE-MMA} R(k)^* \quad (6)$$

여기서 적응 상수가 고정될 때 탭 갱신을 위한 오차 함수를 곱하는 과정을 단순히 부호만을 고려하므로 알고리즘의 연산량을 줄일 수 있게 되어 수렴 속도를 개선시킬 수 있지만 등화 후에는 MSE가 증가되는 단점이 있다. 그림 2는 SE-MMA의 내부 구성도를 나타낸 것이다.

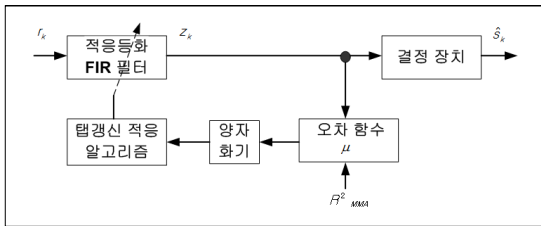


그림 2. SE-MMA의 구조  
 Fig. 2. Structure of SE-MMA

### 4. NM-MMA 알고리즘

MMA의 수렴 속도를 개선하고 SE-MMA의 MSE를 줄이기 위하여 constant modulus 비용 함수와 signed constant modulus 비용 함수를 조합한 NM-MMA가 등장하였다.

$$J_{NM-MMA} = k_1 J_{MMA}(k) + k_2 J_{SE-MMA}(k) \quad (7)$$

여기서  $0 \leq k_1 < 1$ ,  $0 \leq k_2 < 1$ 은 scale factor를 나타내며  $k_1 + k_2 = 1$ 이 되어야 한다. 식 (7)을 mixed 비용 함수라고 하며, MMA와 SE-MMA 비용 함수의 gradient vector를 이용하여 탭 계수 갱신에 이용되며, 이들은 다음과 같다.

$$f(k+1) = f(k) - \mu \nabla_{NM-MMA}(k) R(k)^* \quad (8)$$

$$= f(k) - \mu [k_1 ( |z(k)|^2 - R_{MMA} ) + k_2 \text{sgn}[z(k)] ( |z(k)|^2 - R_{MMA} )] R(k)^*$$

그림 3은 NM-MMA의 내부 구성도를 나타낸 것으로 오차 함수를 이용하여 탭 갱신 적응 알고리즘을 위하여 MMA 비용 함수를  $k_1$ 배, SE-MMA 비용 함수를  $k_2$ 배 scaling한 후 이들을 조합시켜 탭 갱신 적응 알고리즘에서 이용하고 있다.

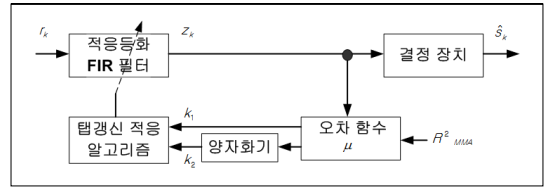


그림 3. NM-MMA의 구조  
 Fig. 3. Structure of NM-MMA

## III. 컴퓨터 시뮬레이션 및 결과

식 (7)에서 정의된 NM-MMA 적응 등화 알고리즘의 성능을 기존 MMA와 SE-MMA와 비교, 확인하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 동일한 채널과 신호대 잡음비를 30dB로 설정한 후, 송신 신호로는 대역폭 효율이 높은 16-QAM 신호를 사용하였다. 또한 적응 스텝  $\mu$ 는 공통적으로 0.0007이며, NM-MMA 알고리즘에서 scale factor  $k_1 = k_2 = 0.5$ 로 설정하였다. 그림 4는 부호간 간섭을 발생시키는 통신 채널의 임펄스 응답을 나타낸 것이며, 그림 5는 전체적인 신호 처리 과정을 나타낸 것이다.

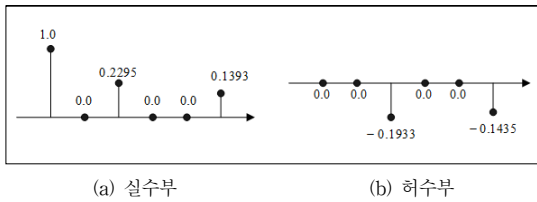


그림 4. 채널의 임펄스 응답 계수  
Fig. 4. Impulse response coefficient of channel

신호 처리를 위해서는 MMA 알고리즘과 SE-MMA 알고리즘의 비용 함수  $J_{MMA}, J_{SE-MMA}$  와 이들을 결합한 비용 함수  $J_{NM-MMA}$  를 얻어 이들 3가지 적응 등화 알고리즘을 적용한 후 이들의 성능을 비교하였다. 이를 위하여 등화기 출력 성상도, 잔류 isi, MSE 및 SER의 성능 지수를 사용하였다. 출력 성상도는 각 알고리즘이 부호간 간섭을 줄이면서 신호점의 군집 능력을 나타내므로 16개 신호점 폭과 신호점간 거리를 직관적으로 비교하면 정성적인 성능 우월성을 알 수 있다.

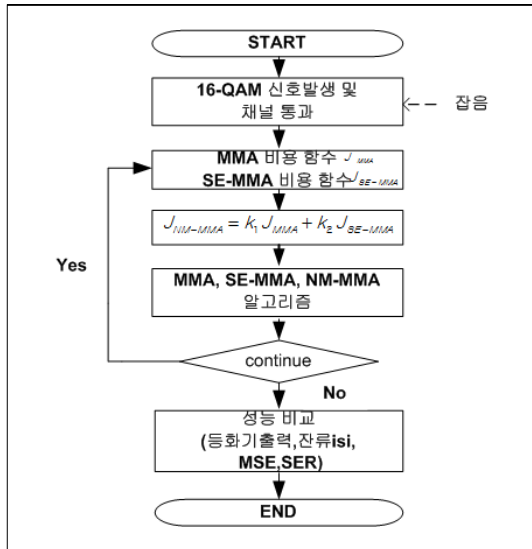


그림 5. 신호 처리 과정  
Fig. 5. Signal processing flow

따라서 신호점 폭이 좁고 신호점간 거리가 클수록 동일한 송신 전력으로 오류율을 줄이게 된다. 그림 6은 각 알고리즘의 등화기 출력 성상도를 나타낸 것으로 성능의 우월성에서 MMA, SE-MMA 및 NM-MMA 알고리즘의 순서이지만, 특히 SE-MMA는 위상 복원에서 미미하게 불완전함을 알 수 있다.

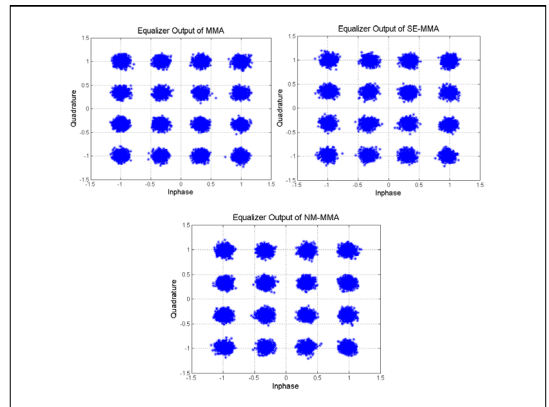


그림 6. 출력 신호의 성상도  
Fig. 6. Output signal constellation

적응 등화기의 내부 성능을 비교하기 위하여 널리 사용되는 지표로는 잔류 isi, MSE가 있다. 이들 곡선에서는 초기의 과도 과정을 지나 특정한 레벨의 정상 상태에 도달할 때까지의 수렴 속도와 그 이후의 잔여량을 알 수 있다. 먼저 잔류 isi는 이론적으로 완전 등화 상태에서 채널과 등화기의 종합 특성이 임펄스가 되어야지만 실제로 잔여 성분들이 존재하므로 이들 성분들의 크기를 나타낸다. 그림 7은 잔류 isi 성능을 나타낸 것으로 -20dB의 정상 상태에 도달하기 위한 수렴 속도에서 MMA는 3972회, SE-MMA는 1218회, NM-MMA는 1519회가 소요된다. 수렴 속도의 빠름에서는 SE-MMA, NM-MMA, MMA 순서임을 알 수 있고, 이후 잔여량의 적음에서는 MMA, NM-MMA, SE-MMA 순서임을 알 수 있다.

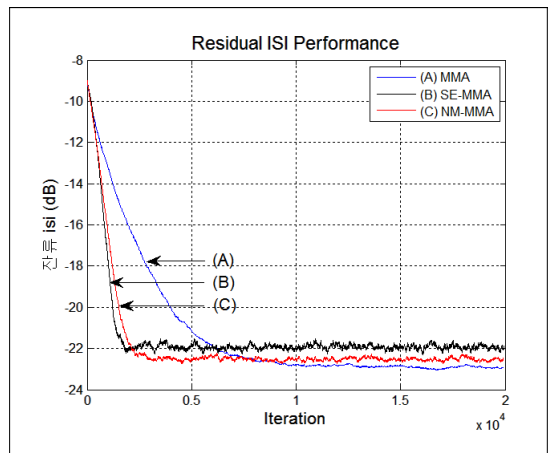


그림 7. 잔류 isi 성능  
Fig. 7. Residual isi performance

그림 8은 이들 알고리즘의 MSE 성능을 나타낸 것으로, 이는 결정 장치에서 “1”과 “0”를 판별할 때 발생하는 진폭의 흔들림 또는 jitter량을 나타낸 것으로, 결정 장치의 입력 신호인 등화기 출력 신호와 결정 장치를 통과한 후의 신호 크기의 차이의 자승치로서 일종의 잡음을 나타낸 것이다. MSE 성능에서도 정상 상태에 도달하기 위한 수렴 속도 빠름에서는 SE-MMA, NM-MMA, MMA 순이며, 정상 상태 이후에 jitter량의 적응에서는 MMA, NM-MMA, SE-MMA 순임을 알 수 있다.

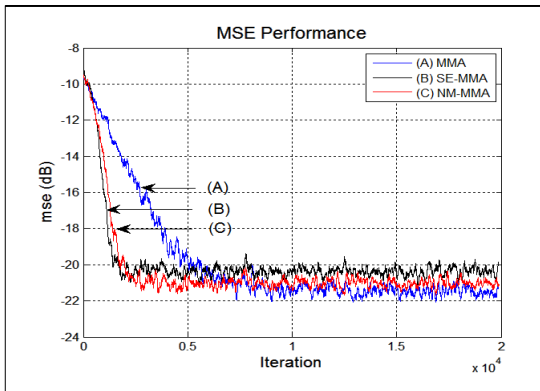


그림 8. MSE 성능  
 Fig. 8. MSE performance

따라서 논문에서 제안하는 NM-MMA는 SE-MMA의 빠른 수렴 속도와 MMA의 낮은 MSE 성능을 동시에 만족시키고 있음을 이들 두가지 성능 지수의 해석을 통하여 알 수 있다. 표 1은 그림 7, 8의 제시된 성능에서 정상 상태 이후의 평균과 분산을 나타낸 것이다. NM-MMA는 잔류 isi에서 MMA보다 조금 크지만 SE-MMA보다 적으며, MSE에서 MMA보다 크지만 SE-MMA보다 감소함을 알 수 있다. 그러나 정상 상태에 도달하기 위한 잔류 isi의 등화기 수렴 시간에서 MMA 대비 NM-MMA는 약 2.6배가 개선되었다.

표 1. 성능 지수의 통계치  
 Table 1. Statistics of performance index

	MMA	SE-MMA	NM-MMA
잔류isi	0.0055	0.0065	0.0057
	9.2071e-7	8.9421e-8	1.8179e-7
MSE	0.0075	0.0092	0.0080
	6.5670e-7	3.0269e-7	2.7649e-7
수렴속도 (잔류isi기준)	3972회	1218회	1519회

마지막 성능 지수로는 적응 알고리즘이 채널에서 부가되는 잡음에 대한 robustness를 확인하기 위한 심볼 오류율 (SER) 성능을 그림 9에 나타냈다. 그림에서 신호 대 잡음비를 0 ~ 30dB 까지 5dB 단위로 변화시키면서 20,000개의 심볼을 5회 montecarlo simulation하였으며, 결과 MMA가 가장 우월하였으며, MMA와 SE-MMA 비용 함수들을 0.5씩 scale factoring한 NM-MMA가 중간 정도의 성능을 얻었고, SE-MMA가 가장 열악한 성능을 확인하였다. 그러나 NM-MMA는 MMA보다 약 2.6배의 빠른 수렴 속도를 가지므로, 제공하는 통신 서비스 형태에서 원하는 QoS가 수렴 속도 또는 MSE 여부에 따라 제안 방식인 NM-MMA 알고리즘의 유용성이 정해지며, 또한 scale factor 값의 조정에 따라 다른 성능을 얻을 수 있다.

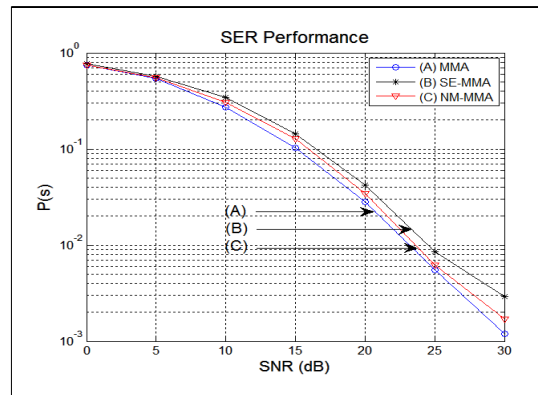


그림 9. SER 성능  
 Fig. 9. SER performance

## V. 결론

논문에서는 채널에서 발생하는 부호간 간섭을 줄이는 MMA 알고리즘의 수렴 속도를 개선하면서 SE-MMA 알고리즘의 높은 MSE를 줄일 수 있는 NM-MMA 알고리즘의 등화 성능을 해석하였다. 제안 NM-MMA는 기존 MMA와 SE-MMA 비용 함수를 scale factoring한 mixed 비용 함수를 가지며, scale factor의 값을 0.5씩 동일하게 선형 결합하였다. 잔류 isi 성능과 MSE 성능에서 NM-MMA는 MMA보다 약 2.6배의 빠른 수렴 속도를 가지지만, 정상 상태 이후의 잔여량에서는 미미하게 열화됨을 확인하였다. 또한 외부 잡음에 대한 강인성을 나

타내는 SER 성능에서 NM-MMA는 MMA와 SE-MMA의 중간 정도임을 알 수 있었다. 제안 NM-MMA는 기존 알고리즘들의 비용 함수들을 선형 결합에 의한 복합 비용 함수로 구성되며, 등화 성능은 선형 결합을 위한 scale factor값에 따라 상이해진다. 따라서 통신 서비스 트래픽의 특성에 따라 이들 scale factor값에 따라 달리 설정하므로써 원하는 적응 등화 특성에 의한 QoS를 얻을 수 있었다.

## References

- [1] J. Yang, J.J. Werner and G.A.Dumont, "The multi-modulus blind equalization algorithm", 13th Int. conf. of DSP, Vol. 1, pp.127~140, 2-4 July, 1997.  
DOI : <https://doi.org/10.1109/TCOMM.2005.855017>
- [2] Wen si-yuan, Liu Feng, "A Computationally Efficient Multi-modulus Blind Equalization Algorithm", 2<sup>nd</sup> IEEE Int. conf. of Infor. Eng. and Management, pp.685~687, 2010.  
DOI : <https://doi.org/10.1109/ICIME.2010.5478261>
- [3] V. Weerackody, S.A. Kassam, K.R. Laker, "A simple hard-limited adaptive algorithm for blind equalization", IEEE Trans. on Circuits and System, Vol.39, No.7, pp.482~487, July 1992.  
DOI : <https://doi.org/10.1109/82.160173>
- [4] S.A.Sheikh, P.Fan, "A New Multimodulus Blind Equalizer for Dense QAM Constellation", Wireless, Mobile and Network, Int. Conf. of ICWMMN2006, pp.1~4, 2006.
- [5] Yecai Guo, Juwei Zhao, "A Novel Mixed Constant Modulus Blind Equalization Algorithm", 7<sup>th</sup> Int. conf. of ICSP'04, pp.319~322, 2004.
- [6] S.G. Lim, D.S. Kang, "Performance of SE-MMA Blind Equalization Algorithm in QAM System", Jour. of I.I.B.C., Vol.13, No.3, pp.63~69, June 2013.
- [7] G. Im, C. Park, H. Won, "A Blind Equalization with the Sign Algorithm for Broadband Access", IEEE Com. Letter, Vol.5, No.2, pp.70~72, Feb. 2001.

## 저자 소개

### 임 승 각(정회원)



- 1983년 숭실대학교 전자공학과 학사 졸업
- 1985년 경희대학교 전자공학과 석사 졸업
- 1997년 경희대학교 전자공학과 박사 졸업
- 2005년 현재 공주대학교 정보통신공학부 교수

<주관심분야 : 방송/통신 시스템, 이동통신>