

다수준 시스템의 중복 할당 최적화 문제

윤원영¹ · 정일한^{2†} · 김종운³

¹부산대학교 산업공학과 / ²울산과학대학교 안전및산업경영과 / ³네모시스(주)

Multi-Level Redundancy Allocation Optimization Problems

Won Young Yun¹ · Il Han Chung² · Jong Woon Kim³

¹Department of Industrial Engineering, Pusan National University

²Department of Safety & Industrial Management, Ulsan College

³NemoSys Co. Ltd.

This paper considers redundancy optimization problems of multi-level systems and reviews existing papers which proposed various optimization models and used different algorithms in this research area. Three different mathematical models are studied: Multi-level redundancy allocation (MRAP), multiple multi-level redundancy allocation, and availability-based MRAP models. Many meta-heuristics are applied to find optimal solutions in the several optimization problems. We summarized key idea of meta-heuristics applied to the existing MARP problems. Two extended models (MRAP with interval reliability of units and an integrated optimization problem of MRAP and preventive maintenance) are studied and further research ideas are discussed.

Keywords: MRAP, Multi-Level Systems, Redundancy Allocation, Reliability, Availability

1. 서론

현대의 제품이나 시스템의 연구개발 시 목표하는 품질수준을 정하고 이를 달성할 수 있는 방안을 수립하는 것이 중요하다. 이 목표 품질 수준 중에서 가장 중요한 지표 가운데 하나가 바로 시스템의 수명기간 동안에 얼마나 고장 없이 사용가능가를 평가하는 지표인 시스템 신뢰성이나 가용성이다. 그리고 이와 같이 주어진 목표 신뢰성 수준을 만족하는 시스템을 구현하는 것이 신뢰성설계의 핵심 주제이다. 우리가 사용하거나 운영하는 시스템의 구조가 복잡하여지고 규모도 대형화되어 가고 있으며 이런 시스템의 고장으로 인해 발생하는 사회적 손실이 막대하므로 무엇보다 신뢰성과 가용성이 높은 안전한 시스템의 설계 및 운영이 요구되고 있다. 이를 위해 시스템설계 단계에서 높은 신뢰도를 가진 시스템을 구현하는 것은 현재 매우 중요한 설계목표라고 할 수 있을 것이다. 고 신뢰도를 보장하는 시스템을 설계하기 위해서는 시스템의 신뢰도에 영

향을 미치는 요소들을 명확히 파악하여야 할 것이다. 시스템 신뢰도에 영향을 주는 요소로서는 시스템 사용 및 작동 환경 등과 같은 외부조건과 구성품의 신뢰도 및 시스템구조와 같은 내부조건으로 구분할 수 있을 것이다. 이 논문에서는 내부조건인 시스템의 구조와 구성품의 신뢰도에 한정하여서 시스템 신뢰도 설계 문제를 다루고자 한다.

기술적이거나 비용적인 측면에서 주어진 제약을 고려하면서 최적의 시스템신뢰도를 구현하고자 하는 신뢰성 설계문제를 시스템신뢰도 최적화 문제(system reliability optimization problems)라고 한다. 여기서는 시스템의 외부적 조건은 주어졌다고 가정한다. 그러므로 내부적 조건, 즉 시스템구조의 설계문제와 구성품의 신뢰도를 결정하는 문제가 시스템신뢰도 최적화 문제의 주요주제라고 할 수 있을 것이다. 일반적으로 시스템구조의 문제는 하드웨어의 기술적인 문제와 관련성이 큰 경우가 많으므로 시스템신뢰도 최적화 분야에서는 주어진 것으로 가정하거나 기본적인 구조(직렬, 직/병렬혼합구조 등)

† 연락처 : 정일한 교수, 44919 울산광역시 남구 대학로 57 울산과학대학교 안전및산업경영과, Tel : 052-279-3095, Fax : 052-277-1538, E-mail : ihchung@uc.ac.kr

2016년 10월 26일 접수; 2017년 2월 14일 수정본 접수; 2017년 2월 15일 게재 확정.

을 가정하는 연구가 대부분이다(Kuo and Prasad, 2000; Kuo *et al.*, 2001; Kuo and Wan, 2007).

그러므로 시스템신뢰도 최적화 분야에서 지금까지 가장 중심적인 문제는 구성품들의 신뢰도를 어떻게 개선하여 시스템 신뢰도를 효과적으로 향상시킬 것 인가이며 이를 실현시키는 방안으로는 다음과 같은 4가지 방안이 있다.

- 구성품의 신뢰도 결정문제
- 구성품의 선택문제
- 구성품의 중복 사용문제
- 위의 방법론들을 통합하여 결정하는 문제

구성품 신뢰도 결정방안은 개발단계에서 구성품의 목표신뢰도를 최적으로 결정하는 문제로서 구성품의 신뢰도를 향상시키므로 발생하는 비용, 부피, 무게 등의 영향을 고려하여 가용한 자원제약 하에서 최적화문제로 다루는 방안이다.

구성품 선택문제는 설계단계에서 구성품이 시장구매 될 수 있을 경우 동일한 기능을 발휘하지만 다양한 수준의 신뢰도를 가진 대안 품들이 존재하는 경우 무엇을 선택하는 것이 최적인가를 결정하는 방안이다. 이 문제는 수학적으로는 구성품신뢰도 결정문제의 이산형 최적화 문제(discrete optimization problems)로 볼 수 있다.

구성품의 중복 사용방안은 기술적으로 구성품의 신뢰도를 획기적으로 향상시키는 것이 현 시점에서는 불가능하므로 여러 개의 동일 구성품을 가지고 중복구조(병렬, n 중 k 구조, 대기 구조 등)를 설계하므로 시스템의 신뢰도를 향상시키고자 하는 방안이다.

위의 방안들을 혼합하여 사용하는 통합 최적화 모형과 문제로 다루어져 왔다.

본 연구는 중복구조를 이용한 시스템신뢰도 최적화 문제를 다루고자 한다. 그러므로 시스템을 구성하게 되는 각 구성품은 주어져 있으며 그들의 신뢰도 역시 주어져 있는 경우 어느 구성품을 얼마나 중복하는 것이 시스템의 신뢰도를 향상시키는 최적의 방법인가를 도출하는 문제를 연구하고자 한다. 중복구조에 대한 중복 할당 최적화 문제는 NP-hard 문제로 Fyffe *et al.*(1968) 이후로 다양한 문제와 최적화 방법에 대하여 연구가 되었다.

중복 할당 문제에서 가장 기본적으로 다루어진 문제는 m 개의 서브시스템을 가지는 시스템의 병렬-직렬 문제로 각 i 번째 서브시스템에 중복 개수 n_i 를 결정하는 문제인데, 이 때 시스템의 개발 비용, 부피, 무게 등이 제약으로 사용된다.

이러한 기본 문제를 바탕으로 각 부품의 상태가 다중 상태를 가지거나, 각 서브시스템에 동일한 기능을 하는 대안 부품을 적용하는 것 등으로 확장이 되었다. 또한, 시스템의 구조역시 직렬, 직렬-병렬, 다양한 구조가 함께 나타나는 복합 시스템을 대상으로 중복 할당 문제가 확장되어 연구가 되었다. 뿐만 아니라, 이러한 다양한 문제를 대상으로 최적해를 찾는 많은 방법들이 연구되었으며, 이에 대한 최근 연구들은 Kuo and

Wan(2007)에서 찾아 볼 수 있다.

본 논문에서 지금까지 제안된 모형과 최적화 방법들을 비교 분석하며 확장모형을 제안하고자 하는 중복 최적화 문제는 다수준 시스템의 중복 최적화 문제이다. 이 문제는 Yun and Kim(2004)이 처음 제안한 문제로서 다수준 시스템에서 직계선 상에 한 개의 부품 또는 모듈만 중복이 가능한 것으로 가정하여 중복 할당 최적화 문제를 다루었다. 주어진 자원 제약하에서 시스템신뢰도를 최대화하는 구성품, 혹은 모듈 중복을 최적으로 선택하는 문제이다. 최적화 알고리즘으로는 유전 알고리즘을 사용하였다. 또한, Yun *et al.*(2007)은 다수준 시스템에서 직계선 상에 여러 개의 부품 또는 모듈이 중복이 가능한 것으로 Yun and Kim(2004)의 문제를 확장하여 연구결과를 제시하였다.

이 같은 다수준 시스템의 중복 최적화 문제에 대해 다양한 최적화 알고리즘이 활용되어 왔다. Yeh(2009)는 Yun *et al.*(2007)에서 다룬 문제를 대상으로 2단계 이산 입자군집 알고리즘을 적용하였으며, Yun *et al.*(2006)과 Chung *et al.*(2008)은 시뮬레이티드 어닐링(simulated annealing)과 개미 집단 알고리즘(ant colony algorithm)을 사용하였고 Jang and Kim(2011)은 타부탐색(tabu search)을 통해 최적화 방법을 다루었다. Wang *et al.*(2010)는 미미틱(MA; memetic algorithm) 알고리즘을 활용하여 다수준 시스템에 대한 중복 할당 문제에 대한 최적화를 다루었으며, Kumar *et al.*(2009)은 Yun *et al.*(2007)에서 다룬 최적화 문제를 조금 수정한 모형을 다루면서 계층적 구조를 유전 알고리즘에 적용하여 탐색 성능을 향상시켰다. He *et al.*(2013) 역시 Yun *et al.*(2007)에서 다룬 문제에 대해 해의 인코딩 및 탐색방법을 개선하여 탐색 성능을 더욱 향상시켰다.

Pourdarvish and Ramezani(2013)은 다수준 시스템에서 다른 연구와 다르게 병렬중복이 아니라 대기 중복을 고려하여 중복 할당 문제를 연구하였다. 최적화 알고리즘으로는 MA를 사용하였다. Chung(2013)과 Han *et al.*(2015)는 수리 가능한 다수준 시스템의 중복최적화 문제를 다루었다. 그 외 Chung(2015)은 부품의 대안들이 존재하는 경우의 중복 최적화 문제를 다루고 있다. 위에서 언급한 바와 같이 다 계층시스템의 중복 최적화 관련 연구는 대부분 Yun and Kim(2004)과 Yun *et al.*(2007)에서 다룬 문제에 대해 탐색성능을 향상시키는 알고리즘 연구에 집중되어 있다.

본 논문은 Yun and Kim(2004)에서 제안되어 연구되어진 다수준 시스템의 중복 최적화 모형들을 정리하며 이 최적화 문제를 해결하기 위한 다양한 알고리즘들을 요약 정리하고자 한다. 그리고 두 가지 확장 모형을 다루며 이 분야의 앞으로의 의미 있는 연구주제를 분석하고자 한다.

본 논문의 구성은 제 2장에서 다수준 시스템의 중복 최적화 모형들을 정리하며 제 3장에서는 제안된 최적화 모형을 위한 최적화 기법을 요약하고자 한다. 그리고 제 4장에서 두 가지 확장된 최적화문제를 소개하며, 제 5장에서는 결론을 언급하고자 한다.

2. 수리모형

본 연구에서 다루는 다수준 시스템은 <Figure 1>에서 보는 바와 같이 시스템부터 최하위 부품까지 계층적 나무구조 형태로 표현이 되며, 부품 간에는 직렬형태의 신뢰성 구조를 가진다. 다수준 시스템에서 시스템의 신뢰도 향상을 위해서는 최하위 부품단위에서 중복을 고려하는 게 조립체 또는 시스템 수준에서 중복을 실시하는 것 보다 더욱 효과적이다. 하지만, 많은 부품들이 조립체 단위로 설계가 되고, 생산되어 부품단위로 설계하는 것이 적절하지 않을 수 있으며, 시스템에 고장 발생시 조립체 단위의 정비가 부품단위의 정비보다 더욱 정비시간을 단축시킬 수도 있다. <Figure 2>는 계층구조 시스템에서 최하위 부품을 고려할 경우와 모듈 중복을 고려할 경우에 중복이 가능한 품목을 비교하여 나타내고 있다. <Figure 2>에서 보는 바와 같이 모듈 중복의 경우 최하위 부품을 포함하여 시스템을 구성하고 있는 전체 품목을 중복 대상으로 고려하게 된다.

모듈 중복 구조의 최적 할당 문제는 다수준 시스템의 경로집합(path set)에서 단 하나만 중복이 가능한 경로집합 제약이 있는 MRAP과 경로집합에서 한 개 이상 중복이 가능한 MRAP로 나뉘어 진다. 여기서 경로집합이란 최하위 수준의 부품에서 최상위 시스템까지 이어지는 품목의 집합을 나타내며, <Figure 1>에서는 $\{S, A, A_1\}$, $\{S, A, A_2\}$, $\{S, B, B_1\}$ 등이 있다. <Figure 3>은 경로집합에 제약이 있는 경우를 나타내며 <Figure 1>의 경로집합 $\{S, A, A_1\}$ 에서 A_1 을 $\{S, B, B_1\}$ 에서 B 를 중복하였다. <Figure 4>는 경로집합에서 두 개 이상의 중복을 허용하는 경우로 왼쪽 그림은 $\{S, A, A_1\}$ 에서 A 와 A_1 을 $\{S, B, B_1\}$ 에서 B 를 중복하였으며, 오른쪽 그림은 $\{S, A, A_1\}$ 에서 A_1 을 중복한 것을 재중복하는 경우를 나타내고 있다.

다수준 시스템에서 각 품목은 품목의 위치에 따라 조상품목, 부모품목, 자식품목, 형제품목으로 불리어진다. 조상품목은 경로집합에서 대상품목보다 상위수준에 있는 모든 품목을 나타내며, 예를 들어 <Figure 1>에서 A_1 의 조상품목은 A, S 품목이 된다. 부모품목은 대상품목 바로 상위에 있는 품목으로 A_1 의 부모품목은 A 가 되며, 자식품목은 바로 아래 수준에 있는 품목을 나타내며 A 의 자식품목은 A_1 이 되게 된다. 또한, 형제품목은 같은 부모품목을 가진 같은 수준에 품목으로 A_1 의 경우 A_2 가 형제품목이 된다.

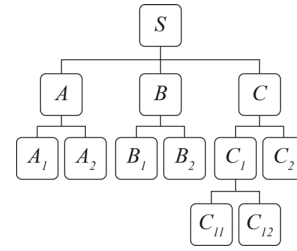


Figure 1. 4-Level System

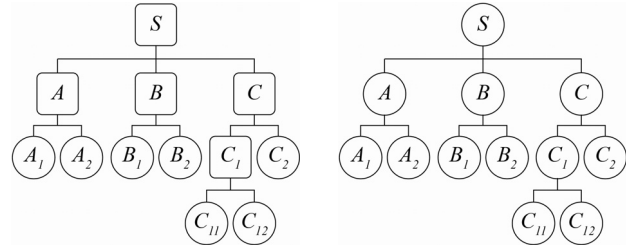


Figure 2. Redundancy of the Lowest Level vs Module Redundancy (○ : redundancy available item)

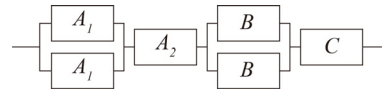


Figure 3. MRAP under path Set Constraint

기호

- U_i : i 번째 품목(시스템, 모듈, 최하위 부품)
- U_{ij} : i 번째 품목의 j 번째 하위 품목
- U_i^j : i 번째 품목의 j 번째 중복 품목
- $U_i^{(j)}$: i 번째 품목(군)의 j 번째 대안 품목(종)
- $U_{i,m}^j$: i 번째 품목의 m 번째 하위품목의 j 번째 중복 품목
- n_i : i 번째 품목의 하위품목의 수
- N : 기본 품목 수
- x_i : i 번째 품목의 중복 수
- x_{ij} : i 번째 품목의 j 번째 하위 품목의 중복 수

Yun and Kim(2004)은 MRAP에 대해 U_i 의 신뢰도가 R_i , 중복수가 x_i 일 때 시스템신뢰도 R_s 를 최대화하기 위해 다음과 같은 수리모형을 수립하였다.

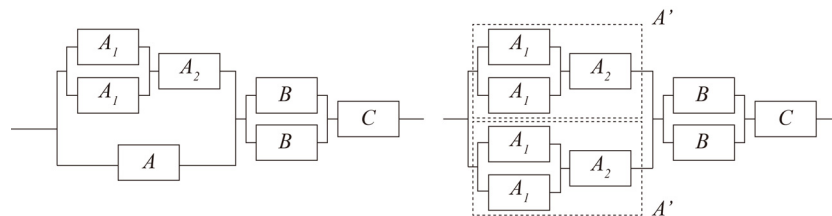


Figure 4. MRAP without Path Set Constraint

$$\text{Max } R_s = \prod_{i=1}^N (1 - y_i (1 - R_i)^{x_i}) \quad (1)$$

$$\text{Subject to } \sum_{i=1}^N y_i g_{ri}(x_i) \leq b_r, \quad r=1, 2, \dots, n_r \quad (2)$$

$$y_j + \sum_{k \in j_f} y_k = 1 \quad (3)$$

$$y_i = 0 \text{ or } 1 \text{ for all } i \quad (4)$$

$$x_i = 0 \text{ if } y_i = 0, x_i \geq 1 \text{ if } y_i = 1,$$

식 (3)에서 j_f 는 j 품목의 조상품목을 나타내며, 경로집합에 대한 제약을 표현하고 있다. 또한, 식 (2)에서는 자원에 대한 제약을 나타내고 있으며, 수치제약에서는 비용에 대한 제약을 적용하여 비용은 중복 수량에 비례해서 증가하는 가격(c)과 중복으로 인해 추가소요가 발생하는 비용(λ)으로 나타내고 식 (5)와 같이 표현하고 있다.

$$g_{ri}(x_i) = cx_i + \lambda^{x_i} \quad (5)$$

Chung(2015)은 경로집합에 제약이 있는 MRAP에서 각 품목의 대안 품목이 존재하는 경우에 대한 최적화 방법을 다루었다. 동일한 기능을 하는 최하위 부품이 여러 가지가 있고 각 부품의 신뢰도 및 비용이 다를 경우 부품을 포함하는 모듈(서브조립체) 역시 여러 종류의 형태로 만들어질 수 있다. 즉, 품목을 군으로 표현하고 각 i 군에는 m_i 개의 대안 품목(종)이 존재하고 i 군의 j 종의 신뢰도를 $R_i^{(j)}$ 라고 할 경우 시스템의 신뢰도는 식 (6)과 같이 표현할 수 있으며, 자원제약 및 경로제약은 식 (7)~식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{Max } R_s = \prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^{m_i} (1 - y_i^{(j)} (1 - R_i^{(j)})^{x_i^{(j)}}) \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{m_i} [y_i^{(j)} \times g_{ri}^{(j)}(x_i^{(j)})] \leq b_r, \quad r=1, 2, \dots, l \quad (7)$$

$$\sum_{h=1}^{m_i} \left\{ y_i^{(h)} + \sum_{k \in \{i_j\}} y_k^{(j)} \right\} = 1 \quad (8)$$

경로집합에서 한 개 이상 중복이 가능한 MRAP는 <Figure 4>와 같이 두 가지로 구분해서 볼 수 있다. 첫 번째는 Yun *et al.* (2007)이 제시한 다중다수준 중복 할당 문제(MMRAP; multiple multilevel redundancy allocation problem)로 경로집합에서 1개 이상의 중복이 가능하되, 기본적으로 주어진 품목들 간의 중복만 허용하는 <Figure 4>의 왼쪽 구조를 나타낸다. 즉, MMRAP는 <Figure 4>의 오른쪽 그림과 같이 경로집합 $\{S, A, A_1\}$ 에서 A_1 을 중복한 것을 A' 이라고 할 때 A' 을 중복하는 것을 허용하지 않는다. MMRAP에서 Yun *et al.*(2007)은 경로집합에 대한 제약을 풀어 목적함수를 식 (9)와 같이 나타내었으며, 시스템의 구조를 점검하기 위하여 식 (10)을 제약식으로 고려하고 있다.

$$\text{Max } R_{\{s\}} = 1 - (1 - R_s)^{x_s} \left(1 - \prod_{j=1}^{\{|s_c\}} R_{\{j\}} \right) \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^{\{|i_s\}} y_j = f_i, \quad \forall i \quad (10)$$

$$f_i = \begin{cases} 0, & \text{if } x_i = 0, \\ \{|i_s\}, & \text{if } x_i > 0 \end{cases}$$

식 (9)~식 (10)에서 R_s 는 기본 품목에 주어진 신뢰도, $R_{\{s\}}$ 는 자신의 중복과 하위품목의 중복을 고려한 신뢰도, $\{i_c\}$ 와 $\{i_s\}$ 는 i 품목의 자식품목과 i 품목의 형제품목의 집합(i 품목 포함), $\{|i_s\}$ 는 $\{i_s\}$ 의 집합원소 수를 나타낸다.

Kumar *et al.*(2008)은 <Figure 4>에서 다루고 있는 2가지 구조 모두를 고려하고 있는 다수준 중복 할당 최적화 문제(MRAOP; multilevel redundancy allocation optimization problem)를 제시하였다. MRAOP에서 i 번째 품목의 m 번째 하위품목의 j 번째 중복 품목($U_{i,m}^j$)의 신뢰도를 $R_{i,m}^j$ 라고 할 때 시스템을 포함한 하위 품목이 있는 품목의 신뢰도는 식 (11)과 같이, 하위 품목이 없는 부품은 식 (12)와 같이 나타내었다.

$$R_i = \prod_{m=1}^{n_i} \left[1 - \prod_{j=1}^{x_i} (1 - R_{i,m}^j) \right] \quad (11)$$

$$R_i = 1 - \prod_{j=1}^{x_i} (1 - R_i^j) \quad (12)$$

또한, Kumar *et al.*(2009)은 다수준 시스템에서 시스템의 신뢰도를 최대화하면서 고려하는 비용을 최소화시키는 다목적 함수의 경우를 다루었다.

Pourdarvish and Ramezani(2013)는 Kumar *et al.*(2008)이 다룬 문제에서 대기구조가 있는 경우에 대해 다루었다. 즉, 앞의 문제에서는 중복이 된 모든 품목이 활성화된 상태로 있는 반면에 Pourdarvish and Ramezani(2013)는 중복 품목 중 한 개만 활성화된 상태로 있고, 나머지 품목은 대기 상태로 있는 것을 고려하였으며, 이를 위한 대기구조를 고려한 i 품목의 신뢰도($R_i^c(t)$)를 식 (13)과 같이 나타내었다.

$$R_i^c(t) = \prod_{j=1}^{n_i} \left[R_{ij}(t) + \sum_{s=1}^{x_{ij}-1} \int_0^t R_{ij}(t-u) f_{ij}^{(s)}(u) du \right] \quad (13)$$

$$= \prod_{j=1}^{n_i} R_{ij}^c(t)$$

여기서, $f_{ij}^{(s)}$ 는 U_{ij} 의 s 번째 고장도착시간에 대한 확률밀도 함수를 나타낸다.

Kumar *et al.*(2008)과 Kumar *et al.*(2009)에서는 자원의 제약으로 사용되는 비용의 식을 Yun and Kim(2004)에서 적용한 것과 유사하게 모듈 및 최하위 품목이 중복이 되는 경우에 각 품목의 비용과 중복으로 인한 부가적 비용을 모두 고려하였다.

이를 He *et al.*(2013)에서는 i 번째 품목의 m 번째 하위품목의 j 번째 중복 품목($U_{i,m}^j$)의 비용을 $C_{i,m}^j$, i 번째 품목의 m 번째 하위품목($U_{i,m}$)의 부가적 비용을 $\lambda_{i,m}$ 라고 할 때 식 (14)와 같이 나타내고 있다.

$$C_i = \sum_{m=1}^{n_i} \left(\sum_{j=1}^{x_{i,m}} C_{i,m}^j + \lambda_{i,m}^{x_{i,m}} \right) \quad (14)$$

Wang *et al.*(2010)은 Kumar *et al.*(2008)과 동일한 문제를 다루고 있으나, 비용과 관련해 최하위 품목을 중복하는 경우에만 부가적인 비용을 고려하고(식 (15)의 두 번째) 모듈을 중복할 경우에는 부가적인 비용을 식 (15)와 같이 제외하였다(식 (15)의 첫 번째).

$$C_i = \begin{cases} \sum_{m=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{x_{i,m}} C_{i,m}^j \\ \sum_{m=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{x_{i,m}} C_{i,m}^j + \lambda_{i,m}^{x_{i,m}} \end{cases} \quad (15)$$

앞에서 언급된 MRAP, MMRAP는 모두 신뢰도를 최대화하기 위한 모듈 중복 할당 문제를 다루고 있다. 그러나, 모듈 중복은 신뢰도를 향상시키는 것 뿐만 아니라 정비성 향상에도 상당한 기여를 할 수 있다. Chung(2013)은 경로제약이 있는 MRAP에서 가용도를 고려한 모듈 중복 문제를 다루었다. 즉, 식 (17)과 같이 목표가용도(A_T)가 주어질 경우 목표가용도를 만족시키면서 시스템의 수명주기비용(C_s)을 최소화 하는 모듈 중복 설계 방법을 다루고 있다.

$$\text{Min } C_s \quad (16)$$

$$\text{Subject to } A_T \leq A_s \quad (17)$$

이 때, 가용도 계산에 필요한 정비시간을 산출하기 위하여 중복이 되는 품목이 시스템에 고장이 발생하였을 경우 정비를 위한 교체대상이 되는 것으로 가정을 하고, 정비시간은 교체시간(m_i^j)과 준비시간(s_i)의 합으로 식 (18)과 같이 나타내었다.

$$m_i = s_i + \sum_{j=0}^{x_i} p_i^j m_i^j \text{ if } \sum_{j=0}^{x_i} p_i^j > 0 \quad (18)$$

p_i^j 는 U_i^j 가 고장인 경우 '1' 아니면 '0'

$$m_{sys} = \sum_{j=0}^N m_j \quad (19)$$

3. 최적화 방법

앞에서는 모듈 중복 할당 문제에 대해 수리적 모형을 다루었다.

이러한 중복 할당 문제는 NP-hard 문제로 알려져 있으며(Chern, 1992), 이로 인해 최적화 방법론이 중요한 문제로 다루어진다. 최하위 품목에 대한 중복 할당 문제에 대해 기존의 많은 연구에서는 동적계획법, 정수계획법, 라그랑지 승수법과 같이 최적화 기법을 적용하였으며, 나아가 휴리스틱 기법과 유전 알고리즘, 타부탐색 등의 기법을 적용하였다.

3.1 경로집합 제약 MRAP

모듈 중복 할당 문제에서도 앞에서 언급한 것과 같이 다양한 기법이 적용 및 비교되었다. 먼저, Yun and Kim(2004)은 경로집합에 제약이 있는 경우에 Aggawal *et al.*(1975)이 제안한 휴리스틱을 수정하여 적용하는 방법과 유전 알고리즘을 제안하였다. 유전 알고리즘에서 해는 (x_{ki}, y_{ki}) 와 같은 결정변수의 쌍을 다음과 같이 벡터 형태로 열거하여 표현하였다.

$$\nu_k = \{(x_{k1}, y_{k1})(x_{k2}, y_{k2}) \cdots (x_{kn}, y_{kn})\}$$

다음 세대를 위해 교차 및 돌연변이를 적용하였는데, 교차는 <Figure 5>와 같이 두 벡터를 선택하여 1점 교차 방식을 따랐으며, 돌연변이는 벡터에서 한 개의 유전자를 선택 후 이를 임의로 변경하는 방법을 사용하였다. 여기서, 경로집합의 제약으로 인해 교차 및 돌연변이를 수행한 후 유효하지 않은 해가 나타날 경우가 많으므로 Yun and Kim(2004)은 연산 후에 생성된 새로운 해에 대해 유효한 해로 수정하는 방법을 제시하고 적용하였다. 각 해의 평가는 기본적으로 각 해의 시스템 신뢰도를 적용하였으며, 자원에 대한 제약인 식 (2)를 위배할 경우 시스템신뢰도에서 벌금함수를 적용하고 있다.

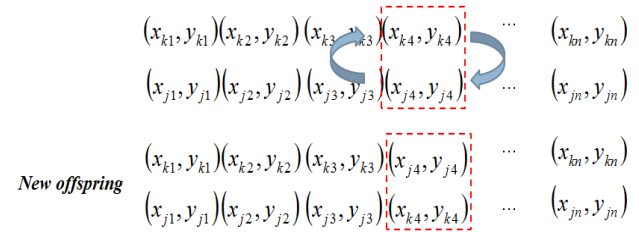


Figure 5. Crossover operator in MRAP(Yun and Kim, 2004)

Yun *et al.*(2006)은 이와 같은 문제에 대해 시뮬레이티드 어닐링을 활용하여 최적화 방법을 다루었다. 적용된 시뮬레이티드 어닐링에서는 해의 표현을 앞의 유전 알고리즘과 동일하게 적용하고 있으며, 에너지 함수를 목적함수로 해서 최대화 시키는 방법을 다루고 있다. 새로 생성된 해는 항상 식 (3)의 조건을 만족할 수 있게 수정되어지고, 식 (2)를 위배할 경우에는 에너지 함수의 값은 0의 값을 가지게 하고 있다. 또한, 지역해로 수렴하는 것을 방지하기 위해 현재해보다 이웃해의 에너지 함수 값이 적을 경우 허용 확률을 적용하여 이웃해를 현재해로 설정할 수 있도록 하였다.

Chung *et al.*(2008)은 이와 같은 문제에 대해 개미 집단 알고리즘을 제안하였다. 개미 집단 알고리즘에서 해의 표현을 위해 품목, x_i, y_i 를 3가지 종류의 정점(node)과 3가지 정점을 연결하는 간선(edge)을 정의하였다. 또한, 각 개미가 정점을 이동하기 위한 상태전환규칙과 상태전환규칙에 적용하는 페로몬 자취를 정의하였다. 수치예제에서는 앞의 유전 알고리즘과 시뮬레이티드 어닐링을 개미 집단 알고리즘과 다양한 시스템구조 및 제한비용에 대해 다루었으며, 이 중 시뮬레이티드 어닐링이 대부분의 경우에 좋은 해를 제시함을 나타내었다.

3.2 MMRAP

Yun *et al.*(2007)은 MMRAP 문제를 제시하면서 유전 알고리즘을 활용하여 최적화 방법을 제안하였다. 계층적 구조를 표현하기 위하여 순차적 기록 방식을 채택하였는데, 이는 <Figure 6>과 같이 각 품목은 자식품목 중 첫 번째 품목의 위치와 형제 품목 중 오른쪽 첫 번째 품목의 위치를 기록하여 해의 탐색 과정에서 활용하게 된다. 이러한 형태의 정보를 바탕으로 해는 <Figure 7>과 같이 x_i 의 벡터 형태로 표현이 되며 교차와 돌연변이는 Yun and Kim(2004)에서 제시한 방법과 동일하게 적용하였다.

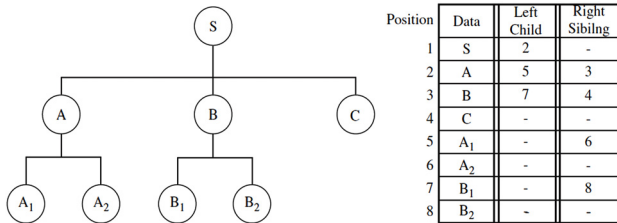


Figure 6. Sequential recording in MMRAP(Yun *et al.*, 2007)

	x_1	x_2	x_3	...	x_{N-2}	x_{N-1}	x_N
# of redundancy	1	5	3	...	5	2	1

Figure 7. Solution representation for MMRAP(Yun *et al.*, 2007)

Yun *et al.*(2007)에서 제안된 유전 알고리즘은 시스템구조와 해의 표현을 단순화하여 다양한 시스템에 적용이 편리한 반면에 교차 및 돌연변이 연산자로 새로운 해를 생성할 경우 유효하지 않는 해를 생성할 가능성이 크다. 이로 인해 Yun and Kim(2004)에서 가지고 있던 문제와 동일한 생성된 새로운 해를 수정하는 단계를 거쳐야 한다. Yeh(2009)는 Yun *et al.*(2007)이 가지고 있는 이러한 문제를 해결하기 위해 2단계 이산형 입자군집 최적화(2DPSO; two-stage discrete particle swarm optimization)를 제안하였으며, 이는 해를 생성하는 과정 1단계에서는 MMRAP에 유효한 해를 생성하고 2단계에서는 이산변수를 고려하여 다음 이웃해를 생성하는 방법을 제시하였다. 입자군집 알고리즘에서는 직전의 군집에서 최적해와

전체 최적해를 바탕으로 다음 반복 t 에서의 해를 결정하게 되는데, Yeh(2009)는 이러한 것을 식 (20)과 같이 $\rho_{ij}^t \in [0, 1]$ 값을 임의로 선택하여 직전해(c_w), 직전 군집 최적해(c_p), 전체 최적해(c_g)를 선택할 확률을 바탕으로 반복 t 에서 입자 i 의 j 번째 품목에 대한 해(x_{ij}^t)를 결정하는 방법을 다루었다. 여기서, 새로운 이웃해를 생성하기 위하여 x_i 의 상한값($U(x_i)$)을 만들어 활용하고 있으며, 이로 인해 해의 공간을 줄이는 효과를 보였다.

$$x_{ij}^t = \begin{cases} x_{ij}^{t-1} & \text{if } \rho_{ij}^t \in [0, C_w) \\ p_{ij}^{t-1} & \text{if } \rho_{ij}^t \in [C_w, C_p) \\ g_i & \text{if } \rho_{ij}^t \in [C_p, C_g) \\ x & \text{if } \rho_{ij}^t \in [C_g + x\Delta_j, (x+1)\Delta_j) \end{cases},$$

$$\Delta_j = \frac{1 - C_g}{U(x_i) - L(x_i) + 1} \quad (20)$$

Yeh(2009)는 Yun *et al.*(2007)이 제시한 유전 알고리즘과 이진 입자군집 알고리즘, 2단계 이산형 입자군집 알고리즘을 Yun *et al.*(2007)에서의 실험 데이터로 비교 하였으며, 실험결과 2 단계 이산 입자군집 알고리즘이 계산시간, 신뢰도, 반복실험에서의 표준편차 등의 측면에서 가장 좋은 결과를 나타내었다.

Jang and Kim(2011)은 MMRAP에 대해 타부탐색 방법을 제시하였다. 이는 Kultruel-Konak *et al.*(2004)에서 제시한 방법을 기초로 해서 MMRAP에 적용하였으며, 세 종류의 실험 데이터를 가지고 수치실험을 통해 Yun *et al.*(2007)에서 제시한 유전 알고리즘과 비교하였다. 세 종류의 실험에서 실험 데이터의 크기가 작은 경우에는 유전 알고리즘과 타부탐색이 동일한 결과를 나타내었으며, 품목의 수가 많고 실험 데이터가 큰 경우에는 타부탐색이 더욱 높은 신뢰도를 가지는 해를 제시하였다. Jang and Kim(2011)에서는 Yeh(2009)가 제시한 2단계 이산형 입자군집 알고리즘과 비교를 하지 않았으나, 타부탐색에 Yeh (2009)가 제시한 상한값을 적용할 경우 더욱 나은 타부탐색의 결과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

3.3 MRAOP

Yun and Kim(2004)과 Yun *et al.*(2007)은 해의 표현을 벡터 형태로 표현을 하여 해의 정보로부터 시스템의 구조를 파악하기가 어려웠으며, 대안해를 생성할 경우에 유효하지 않는 해를 생성하여 새로운 해의 탐색에 어려움이 있었다. Kumar *et al.*(2008)는 이러한 어려움을 해결하기 위해 시스템의 계층적 구조를 활용하여 계층적 유전 알고리즘(HGA; hierarchical genetic algorithm)을 제안하였다. <Figure 8>과 같이 계층적 구조를 표현하기 위해 해에서 각 품목은 <Figure 9>와 같이 하위품목 정보(n)와 중복 수(k)를 가지고 있다. 해의 표현은 <Figure 9>와 같은 구조를 바탕으로 <Figure 10>과 같이 표현되어지며, 계층

적 유전형에서 볼 수 있듯이 계층적 유전형의 구조로 인해 대안해는 각 품목의 중복 수에 따라 해의 길이가 달라지게 된다. 교차는 두 해를 선택 후 해의 한 점에 대하여 해당하는 점 하위의 모든 품목을 교환하게 한다. 이는 $x_{i,m}^j$ 만 교환할 경우 하위 구조에 대한 차이로 인해 구조적 문제가 발생함을 예방할 수 있게 해 준다. 돌연변이는 해를 임의로 선택한 후에 선택된 해에 대해 최상위 품목부터 시작하여 모든 $x_{i,m}^j$ 을 임의로 생성하게 하며, $x_{i,m}^j$ 이 변경됨으로 인해 하위구조 역시 변경을 하게 한다.

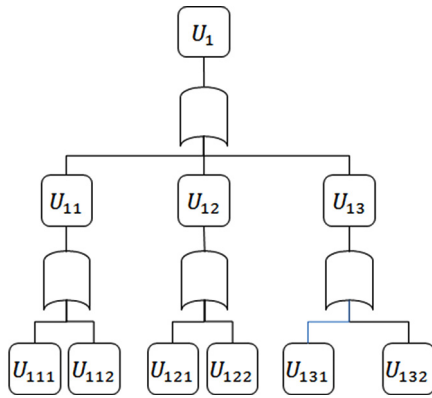


Figure 8. Multi-Level Series System

$$(x_1)(x_{11}x_{12}x_{13})(x_{111}x_{112})(x_{121}x_{122})(x_{131}x_{132})$$

$$\rightarrow (1)(212)(1121)(12)(2121)$$

Figure 10. Solution Representation in MRAOP

Kumar *et al.*(2009)은 직병렬시스템이 계층적 구조를 가지는 경우에 대해 Kumar *et al.*(2008)에서 적용한 유전 알고리즘과 유사한 방법으로 최적화 방법을 다루었다. Kumar *et al.*(2008)에서는 직렬시스템을 가지는 계층적 구조를 다루어 품목간 구조에 대한 정보가 필요하지 않았으나, 대상이 되는 시스템이 직병렬 구조인 경우 해의 표현에서 품목이 하위 품목들 간의 구조에 대한 정보를 추가적으로 필요하게 된다.

Wang *et al.*(2010)은 MA를 제안하였으며, 해의 표현 방법은 Kumar *et al.*(2008)의 방법과 동일하게 적용하고 있다. 또한, 교차 및 돌연변이 연산에서 선택되는 품목을 더욱 다양하게 하기 위해 너비우선 탐색 방법을 제안하여 적용하였으며, 부가적으로 지역해를 탐색하기 위해 각 대안해별로 신뢰도와 비용의 비를 다음과 같이 계산하여 $\gamma(X)$ 가 가장 큰 대안해에 대해 다음과 같이 지역해를 탐색하는 것을 제안하였다. 이때, 모듈(조립체)에 대해 지역해를 탐색할 경우 계층적 구조가 달라짐으로 인해 지역해의 탐색은 최하위 부품에 대해 실시하고 있다.

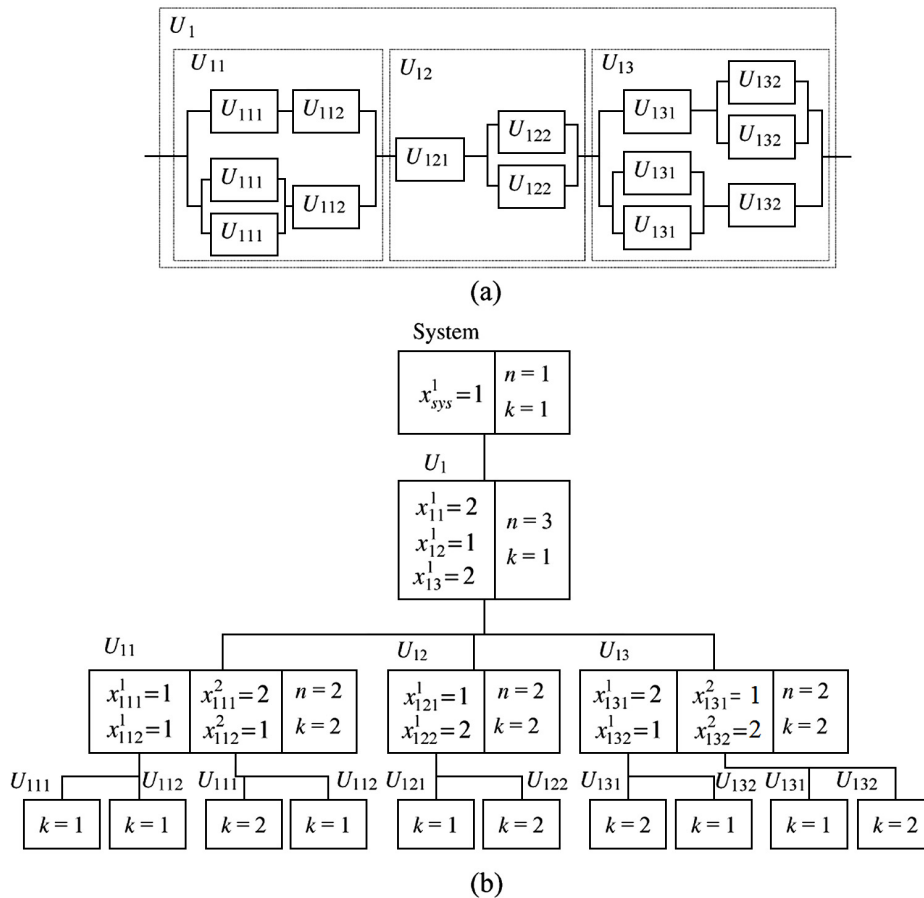


Figure 9. Hierarchical Genotype Representation in System U_1 (Kumar *et al.*, 2008)

$$\gamma(X) = R(X)/C(X)$$

대안 해 x 에 대한 지역해 탐색

Step 1 : 최하위 품목에서 임의로 10개의 쌍을 선택한다.

$$\{(c_{01}, c_{02})(c_{11}, c_{12}), \dots, (c_{91}, c_{92})\}$$

Step 2 : 집합 $A = \phi$ 으로 두고, 지역해 탐색에서 유효해를 저장한다.

for $i = 0$ **to** 9 **do**

Step 3 : 각 부품의 중복 수를 1개씩 감소시켜 새로운 해를 2개를 만든다.

$$k(c_{i1}) = k(c_{i1}) - 1, k(c_{i2}) = k(c_{i2}) - 1$$

Step 4 : c_{i1} 은 1개 증가시키고, c_{i2} 는 1개 감소시켜 새로운 해를 1개를 만든다.

Step 5 : c_{i2} 는 1개 증가시키고, c_{i1} 은 1개 감소시켜 새로운 해를 1개를 만든다.

Step 6 : 새롭게 생성된 해에 대해 비용조건을 점검하고 유효해인 경우 집합 A 에 포함시킨다.

end for

Kumar *et al.*(2008)과 Wang *et al.*(2010)이 적용한 계층적 구조를 적용한 유전 알고리즘은 품목의 중복 수에 따라 해의 길

이가 달라지는 문제를 가지고 있다. 예를 들어, <Figure 9>에서 x_{11}^1 이 2를 가짐으로 인해 $(x_{111}x_{112})$ 가 (1121)이 됨을 알 수 있다. 이를 해결하기 위해 He *et al.*(2013)은 <Figure 11>과 같이 2차원 행렬로 해를 표현하였다. <Figure 11>은 <Figure 9>에서 표현된 해를 2차원으로 표현한 예를 보여 주고 있으며, 첫 번째 행렬의 길이는 품목의 수와 동일하게 만들고, 각 품목은 중복 수 만큼의 목록을 만들어 해를 표현하고 있다. 또한, He *et al.* (2013)은 유전 알고리즘의 효율성을 향상시키기 위해 시뮬레이티드 어닐링을 지역해 탐색을 위해 같이 적용하였다.

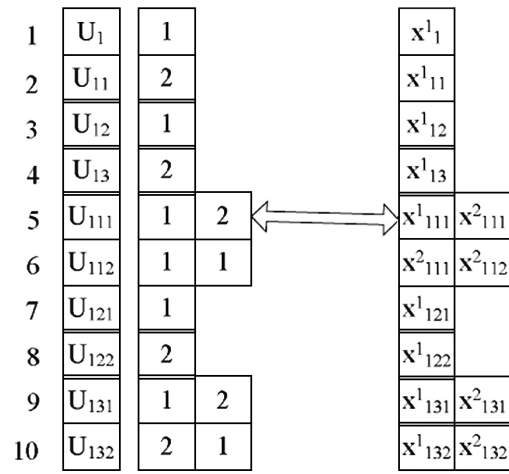


Figure 11. The two dimensional representation scheme(He *et al.*, 2013)

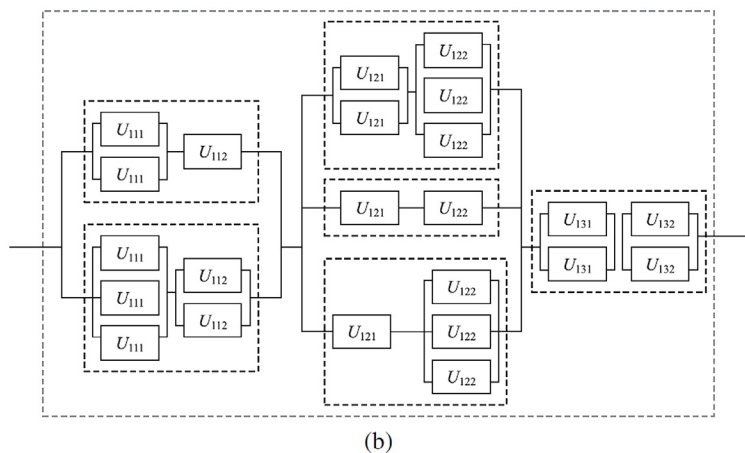
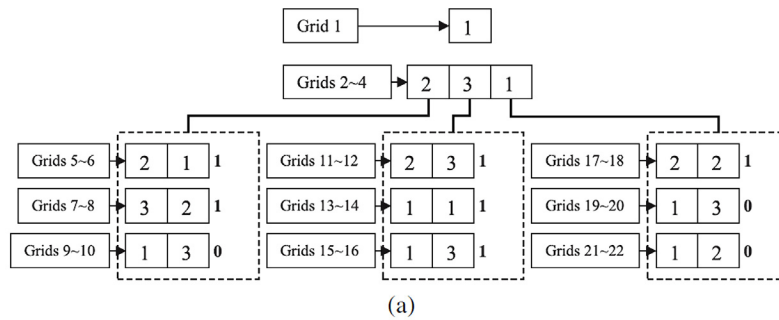


Figure 12. An Example of the BiEA Solution Encoding(Hsieh, 2014)

Hsieh(2014)는 박테리아 진화 알고리즘을 바탕으로 MRAOP를 다루었다. 박테리아 진화 알고리즘(BiEA; bacterial inspired evolutionary algorithm)은 박테리아 진화에 근거한 유전 알고리즘의 변화된 형태의 알고리즘으로 박테리아는 염색체의 게놈이 커지거나 작아지는 것을 의미하는 염색체간에 교차를 수행하는 대신에 박테리아 내에 유전자 덩어리를 공유한다. 이러한 메커니즘은 박테리아 진화 알고리즘에서 박테리아 변이와 유전자 전이 연산과정에서 사용된다.

각 품목의 중복을 <Figure 12>에서와 같이 Grid로 표현을 하고 각 품목은 상한값 만큼의 Grid(<Figure 12>에서 상한값은 3)를 가지게 된다. 여기서, 각 품목의 중복 수가 상한값 보다 작은 경우에는 Grid의 인덱스(A_i)는 0의 값을 가지며, 이러한 형태로 <Figure 12>에 대해 해를 나타내면, <Figure 13>과 같이 나타낼 수 있다. Hsieh(2014)는 탐색을 위해 박테리아 변이(bacteria mutation)와 동적 유전자 전이(dynamic gene transfer) 연산자를 사용하고 있으며, 탐색 중 최적해의 변화가 일정 횟수 동안 일어나지 않는 경우에 탐색의 다양성을 향상시키기 위해 Niching 방법을 적용하고 있다.

Wang *et al.*(2010)에서는 MA과 HGA를 두 가지 실험데이터를 가지고 비용에 대한 제약이 다른 경우, 부품의 신뢰도가 변경되는 경우에 대해 비교를 하였으며, 모든 경우에서 MA가 더욱 좋은 성능을 보여 주었다. He *et al.*(2013)에서는 제안된 이차원 행렬 기반 하이브리드 유전 알고리즘(TDA-HGA; two dimensional array based hybrid genetic algorithm)과 MA를 Wang *et al.*(2010)에서 실시한 방법과 동일한 방법으로 실험을 실시하여 비교하였으며, 모든 경우에서 TDA-HGA의 성능이 더욱 좋게 나타났다. 하지만, 해를 찾는데 소요되는 계산시간은 MA가 TDA-HGA보다 다소 좋은 성능을 보였다. Hsieh(2014)는 BiEA를 HGA와 MA에 대해 Wang *et al.*(2010)에서 제시한 방법과 동일하게 비교를 하였으며, 대부분의 경우에 BiEA가 HGA와 MA보다 나은 결과를 나타내었다. 계산시간 측면에서는 BiEA가 HGA보다는 좋은 결과를 보였으나 MA보다는 다소 떨어짐을 보였다.

$$(x_1)(x_{11}x_{12}x_{13})(x_{111}x_{112})(x_{121}x_{122})(x_{131}x_{132}) \\ \rightarrow (1)(231)(213200)(231113)(220000)$$

Figure 13. Solution Representation of BiEA in MRAOP

3.4 기타 문제

Pourdarvish and Ramezani(2013)는 계층적 시스템에서 모듈 중복을 고려하면서 대기구조를 다루었으며, 최적화 방법으로 Wang *et al.*(2010)이 적용한 MA를 사용하였다.

다수준 시스템의 중복 할당 최적화 문제에서 대부분은 주어진 자원의 제약하에서 신뢰도를 최대화 시키는 문제를 다루고 있다. Kumar *et al.*(2009)은 신뢰도를 최대화 시키면서 비용을

최소화 시키는 다목적인 경우를 다루었으며, 이를 위해 Kumar *et al.*(2008)에서 제시한 유전 알고리즘과 유사한 방법을 적용하였다. 단, 여기서는 다음 세대로 넘길 해를 선택하는 과정에서 비지배적 정렬 방법에 기초한 엘리트 선별 방법을 사용하는 NSGA-II(non-dominated sorting genetic algorithm; Deb *et al.*, 2002)와 비지배적 해를 외부에 저장했다가 최신회를 시키면서 선별하는 SPEA2(strength pareto evolutionary algorithm 2; Zitzler *et al.*, 2001)를 적용하고 각 방법에 대해 비교를 실시하였다. Kumar *et al.*(2008)은 NSGA-II가 비용과 신뢰도에 대한 다목적 함수를 가지는 다수준 중복 할당 문제에서 SPEA2보다 더 나은 결과를 보이고 있음을 실험을 통해 나타내었다.

4. 확장 모형

4.1 구간신뢰도를 가지는 품목의 모듈 중복 최적화

앞에서 다룬 MRAP, MMRAP, MRAOP에서는 모든 품목이 하나의 정해진 신뢰도를 가지고 있었다. 그러나, 때로는 각 품목의 신뢰도를 정밀하게 알 수 없는 경우가 발생한다. 이러한 경우 각 품목의 신뢰도는 하나의 값이 아닌 구간값으로 나타낼 수 있으며, 각 품목의 신뢰도가 구간값을 가지는 경우 모듈 중복 최적화 방법도 달리 적용될 필요가 있다.

일반적으로 메타휴리스틱은 일정한 규칙에 따라 대안해를 생성하고 대안해들간의 비교를 하는 과정에서 최적해를 찾게 된다. 각 품목이 하나의 정해진 신뢰도를 가질 경우 시스템의 신뢰도 역시 하나의 값으로 나타나 두 개의 대안해를 비교하는건 간단했으나, 각 품목의 신뢰도가 구간값을 가지는 경우 시스템의 신뢰도 역시 구간값을 가지게 되므로 구간값에 대한 우위를 비교할 필요가 있다.

이에 Gupta *et al.*(2009)은 직렬시스템에서 각 부품의 신뢰도가 구간값을 가지는 경우에 유전 알고리즘을 활용하여 각 부품에 대한 중복 최적화 문제를 다루었으며, 구간값을 비교하기 위해 다음과 같은 3가지 경우에 대한 방법을 소개하고 있다.

- Case 1 : 두 개의 구간값이 겹치지 않는 경우
- Case 2 : 한 개의 구간이 다른 구간을 포함하는 경우
- Case 3 : 두 개의 구간값이 일부 겹치는 경우

다수준 시스템의 모듈 중복 문제에서는 각 품목이 계층적 구조를 가지고 있어 품목과 하위품목의 신뢰도 관계를 고려하여야 한다. 따라서, 모듈자체가 구간값을 갖는 것이 현실성이 떨어지므로, 최하위 부품이 구간값을 가지는 경우를 고려할 수 있다. 마찬가지로, 최하위 부품이 구간값을 가지게 되면 모듈 및 시스템의 신뢰도 역시 구간값을 가지게 된다. 이러한 경우 두 대안해 V_x , V_y 에 대해 평가함수 $e(V_x)$, $e(V_y)$ 의 우위는 $P[e(V_x) \leq e(V_y)] \geq 0.5$ 이면 $e(V_x) \leq e(V_y)$ 로 판단을 내릴 수 있다.

(1) MRAP에서 각 품목의 신뢰도가 구간값을 가지는 경우

MRAP에서 각 품목의 신뢰도가 구간값을 가질 경우 앞에서 적용한 메타휴리스틱을 적용하기가 어려워진다. 먼저 각 유전 알고리즘에서 각 해의 신뢰도는 식 (21)과 같이 각 부품의 신뢰도가 최대값을 가질 때 각 해의 신뢰도는 최대값을 가지게 되며, 각 부품의 신뢰도가 최소값을 가질 때 해의 신뢰도 역시 최소값을 가지게 된다.

$$R_{sys}^{\max} = \prod_{i=1}^N (1 - y_i (1 - R_i^{\max})^{x_i}) \quad (21)$$

$$R_{sys}^{\min} = \prod_{i=1}^N (1 - y_i (1 - R_i^{\min})^{x_i})$$

각 해는 식 (2)를 위배하였을 경우 벌금을 가지게 되며, 벌금을 반영한 적합도 함수는 식 (22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$e(V_k) = e_k^{\min} = R_{sys,k}^{\min} - Penalty(V_k) \quad (22)$$

$$= e_k^{\max} = R_{sys,k}^{\max} - Penalty(V_k)$$

$$Penalty(V_k) = \begin{cases} 0 & , \text{if } \sum_{i=1}^N C(x_i) \leq C_T \\ \left(\frac{\sum_{i=1}^N y_i C(x_i) - C_T}{C_T} \right) & , \text{if } \sum_{i=1}^N C(x_i) > C_T \end{cases} \quad (23)$$

각 해에 대한 평가가 이루어지면 다음 세대로 넘길 해를 선택하는 과정인 선별을 진행하게 되는데, 본 연구에서는 엘리트 선별 방법을 유전 알고리즘에서 사용한다. 엘리트 선별 방법은 전체 생성된 해 중에서 가장 우수한 해를 모집단의 크기만큼 선별하는 방법이다. 이를 위해서는 각 해 간에 해의 우수성을 비교해야 한다. 각 적합도 함수를 통해 계산된 평가값이 단일 값일 경우에는 해를 크기순으로 정렬하여 선별을 할 수 있지만, 본 연구와 같이 구간값을 가지는 경우에는 각 구간에 대한 우위를 비교하여야 한다. 앞에서 언급한 바와 같이 두 대안해 V_x, V_y 에 대해 평가함수 $e(V_x), e(V_y)$ 의 우위는 $P[e(V_x) \leq e(V_y)] \geq 0.5$ 이면 $e(V_x) \leq e(V_y)$ 로 판단을 내릴 수 있으며, 이를 위해서는 두 대안해에 대한 확률을 계산하여야 한다. $e(V_x)$ 와 $e(V_y)$ 가 균일 분포를 가지고 각각의 구간이 $(\alpha_x, \beta_x), (\alpha_y, \beta_y)$ 으로 가정하게 되면 다음과 같이 두 대안해에 대한 비교를 실시할 수 있다.

Case 1 : 두 구간값이 겹치지 않는 경우

$$\text{if } \alpha_x \geq \alpha_y \text{ and } \alpha_x \geq \beta_y$$

$$P(e(V_x) \leq e(V_y)) = 0$$

Case 2 : 한 개의 구간이 다른 구간을 포함하는 경우

if $\alpha_x \leq \alpha_y$ and $\beta_x \geq \beta_y$

$$P(e(V_x) \leq e(V_y)) = \int_{\alpha_y}^{\beta_y} P(e(V_x) \leq e(V_y) | e(V_y) = y) P(y) dy$$

$$= \int_{\alpha_y}^{\beta_y} \frac{y - \alpha_x}{\beta_x - \alpha_x} \frac{1}{\beta_y - \alpha_y} dy$$

$$= \frac{\beta_y + \alpha_y}{2(\beta_x - \alpha_x)} - \frac{\alpha_x}{\beta_x - \alpha_x}$$

Case 3 : 두 개의 구간값이 일부 겹치는 경우

if $\alpha_x \leq \alpha_y < \beta_x$ and $\beta_x < \beta_y$

$$P(e(V_x) \leq e(V_y)) = \int_{\alpha_y}^{\beta_y} P(e(V_x) \leq e(V_y) | e(V_y) = y) P(y) dy$$

$$= \int_{\alpha_y}^{\beta_x} \frac{y - \alpha_x}{\beta_x - \alpha_x} \frac{1}{\beta_y - \alpha_y} dy + \int_{\beta_x}^{\beta_y} \frac{1}{\beta_y - \alpha_y} dy$$

$$= \frac{\beta_x^2 - \alpha_y^2}{2(\beta_x - \alpha_x)(\beta_y - \alpha_y)}$$

$$- \frac{\alpha_x(\beta_x - \alpha_y)}{(\beta_x - \alpha_x)(\beta_y - \alpha_y)} + \frac{\beta_y - \beta_x}{\beta_y - \alpha_y}$$

(2) 수치실험

위의 경우에 3수준 시스템을 대상으로 실험을 실시하였다. 각 품목의 신뢰도와 비용 정보는 <Table 1>에서 보는 바와 같다. 이는 Yun and Kim(2004)에서 사용한 신뢰도 값을 중심값으로 하여 각 품목의 신뢰도를 구간값으로 변경하여 나타내었다.

Table 1. Input Data in 3-Level System(Yun and Kim, 2004)

Unit	Min Rel.	Max Rel.	Price	Additive cost
1	0.27415	0.57259	72	2
11	0.6324	0.82935	26	2
12	0.68	0.855	19	3
13	0.6375	0.8075	21	2
111	0.85	0.95	5	3
112	0.93	0.97	6	4
113	0.8	0.9	5	4
121	0.85	0.95	6	4
122	0.8	0.9	7	4
131	0.85	0.95	8	3
132	0.75	0.85	7	4

비용을 150에서 300까지 10씩 증가하여 16가지에 대해 실험을 실시하였고, 제시한 유전 알고리즘의 적절성을 확인하기 위해 Enumeration을 통해 최적값을 구하고 비교를 실시하였다. 아래의 표에서 나타난 바와 같이 16가지 실험 중 10가지 경우에 유전 알고리즘의 결과와 최적해가 동일하게 나타났으며, 나머지 6가지 경우에도 최적해에 근접한 결과를 나타내었다.

Table 2. Comparison of Result of Genetic Algorithm(GA) and Optimal Solution

Cost	GA			Enumeration		
	Total cost	Min Rel	Max Rel	Total cost	Min Rel	Max Rel
150*	149	0.6743	0.9153	149	0.6743	0.9153
160	158	0.7114	0.9268	159	0.7470	0.9272
170*	169	0.7438	0.9349	169	0.7438	0.9349
180	174	0.7393	0.9437	175	0.7681	0.9418
190	186	0.8030	0.9500	184	0.8190	0.9560
200	202	0.8345	0.9674	199	0.8172	0.9581
210*	202	0.8345	0.9674	202	0.8345	0.9674
220*	215	0.8493	0.9756	215	0.8493	0.9756
230	215	0.8493	0.9756	228	0.8602	0.9766
240	241	0.8754	0.9849	228	0.8602	0.9766
250*	241	0.8754	0.9849	241	0.8754	0.9849
260*	257	0.8876	0.9823	257	0.8876	0.9823
270*	270	0.9033	0.9906	270	0.9033	0.9906
280*	270	0.9033	0.9906	270	0.9033	0.9906
290*	270	0.9033	0.9906	270	0.9033	0.9906
300*	299	0.9056	0.9902	299	0.9056	0.9902

4.2 중복과 예방정비의 통합최적화 모형

다수준 시스템의 중복최적화문제를 다룬 논문의 대다수는 설계단계에서의 최적화문제로 분류하여 비용이나 설계계약 요소들을 고려하면 시스템 최대화를 기본적으로 추구하였다. 그러나 다수준 시스템은 많은 구성품으로 구성되므로 운영단계에서는 시스템이 고장나는 경우 수리를 통해 내구수명까지는 지속적으로 사용되는 것이 일반적이다. 그러므로 이 경우 운영단계의 상황을 보다 엄밀히 고려하여 설계최적화를 하는 것이 보다 효과적이다.

이를 위해 운영단계의 수리를 고려하여 중복최적화를 하는 연구가 진행되었다. Chung(2013)과 Han *et al.*(2015)은 이미 언급된 대로 MRAP 문제에서 목적함수로 시스템 수명주기비용을 최소화하면서 시스템가용도가 목표가용도를 만족하여야 하는 다음과 같은 최적화문제를 연구하였다.

$$\text{Max } C_s \tag{24}$$

$$\text{Subject to } A_S \geq A_T$$

$$\sum_{i=1}^n y_i g_{ri}(x_i) \leq b_r, \quad r=1, 2, \dots, n_r \tag{25}$$

$$y_j + \sum_{k \in j_f} y_k = 1 \tag{26}$$

$$y_i = 0 \text{ or } 1 \text{ for all } i \tag{27}$$

여기서 C_s, A_s, A_T 는 각각 기대수명비용, 시스템가용도, 목표가용도를 의미 한다.

Chung(2013)은 유전 알고리즘을 사용하였으며 Han *et al.*(2015)은 Estimation of distribution 알고리즘을 사용하여 유사한 문제를 다루었다. 그러므로 이 분야의 이전 절에서 언급된 다른 최적화문제에 가용도와 비용을 고려하는 문제를 다룰 수 있을 것이다.

구성품의 고장이 지수분포가 아닌 고장율이 증가하거나 중복 부품이나 모듈이 사용된 시스템의 경우 고장이 나지 않은 상태에서 예방교체를 하므로 시스템의 가용도를 높이거나 수명비용을 줄일 수 있을 것이다. 그러므로 추후 연구로는 운영단계의 최적화 문제를 동시에 고려하는 통합 최적화 문제를 연구할 필요가 있을 것으로 판단한다.

5. 결론

본 논문에서는 시스템신뢰도 최적화 분야에서 중복 구조의 최적화 문제의 모형과 최적화 방법론을 정리, 비교하였다. 특히 다수준 구조(모듈화된 구조)를 가지는 시스템의 서브시스템, 모듈, 구성품의 다양한 중복을 동시에 고려하는 문제를 다루었다. 추가적으로 확장모형으로 고려되는 중복 품목의 신뢰성에 대한 구간추정치가 존재하는 경우에 중복 최적화문제가 어떻게 모형화되고 최적해를 구할 수 있는지를 분석하였다. 복합구조의 시스템은 일반적으로 고장이 나면 수리를 하여 계속하여 사용하는 것이 일반적이다. 그래서 확장모형으로 수리를 고려하여 시스템가용도를 고려하는 중복 최적화 문제에 대한 간단한 모형과 최적화 방법론을 정리하였다.

그러므로 본 연구에서 다룬 주제인 신뢰성 설계분야에서 목표하는 시스템신뢰도, 가용도를 만족할 수 있는 최적의 중복방안의 도출은 연구개발 시 요구되는 품질수준을 최적으로 만족하는 설계 대안을 마련하는데 효율적인 방법론을 제시하는데 기여 할 것으로 판단한다. 특히 시스템의 최적 수명주기관리를 위한 핵심적인 방법론의 일부로 활용되리라 기대한다.

이 분야의 추후 연구주제로는

- 시스템 기본구조의 결정과 통합하여 중복최적화문제를 다루는 방향
- 시스템 운영단계에서의 운영 최적화 문제(정비, 수리부속 재고문제 등)와 중복 최적화 문제의 통합 최적화 모형의 개발 및 효율적 최적화방법론 연구
- 시스템 안전 문제와의 관련성분석 등이 중요하리라 판단된다.

참고문헌

Aggawal, K. K., Gupta, J. S., and Misra, K. B. (1975), A new heuristic criterion for solving a redundancy optimization, *IEEE Transactions on Reliability*, **24**(1), 86-87.

- Chern, M. S. (1992), On the Computational complexity of reliability redundancy allocation in a series system, *Operations Research Letters*, **11**(5), 309-315.
- Chung, I. H. (2013), Optimization of Redundancy Allocation in Multi Level System under Target Availability, *Journal of Korean Society for Quality Management*, **41**(3), 413-422.
- Chung, I. H. (2015), Optimization of Redundancy Allocation in Multi Level System considering Alternative Units, *Journal of Korean Society for Quality Management*, **43**(1), 31-42.
- Chung, I. H., Yun, W. Y., and Kim, H. G. (2008), Redundancy optimization in multi-level system using metaheuristics, *Recent Advances in Stochastic Operations Research II*(edited by T. Dohi, S. Osaki, and K. Sawaki), 183-200.
- Deb, K., Pratap, A., Agrawal, S., and Meyarivan, T. (2002), A fast and elitist multiobjective genetic algorithm : NSGA-II, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, **6**(2), 182-197.
- Gupta, R. K., Bhunia, A. K., and Roy, D. (2009), A GA based penalty function technique for solving constrained redundancy allocation problem of series system with interval valued reliability of components, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **232**(2), 275-284.
- Han, Y. J., Yun, W. Y., and Lee, J. Y. (2015), A simulation-based multi-level redundancy allocation for a multi-level system, *International Journal of Performability Engineering*, **11**(4), 357-367.
- He, P., Wu, K., Xu, J., Wen, J., and Jiang, Z. (2013), Multilevel redundancy allocation using two dimensional arrays encoding and hybrid genetic algorithm, *Computers and Industrial Engineering*, **64**(1), 69-83.
- Hsieh, T. J. (2014), Hierarchical redundancy allocation for multi-level reliability systems employing a bacterial-inspired evolutionary algorithm, *Information Sciences*, **288**, 174-193.
- Jang, K. J. and Kim, J. H. (2011), A tabu search for multiple multi-level redundancy allocation problem in series-parallel systems, *International Journal of Industrial Engineering*, **18**(3), 120-129.
- Kulturel-Konak, S., Norman, B.A., Coit, D.W., and Smith, A.E. (2004), Exploiting tabu search memory in constrained problems, *INFORMS Journal on Computing*, **16**(3), 241-254.
- Kumar, R., Izui, K., Yoshimura, M., and Nishiwaki, S. (2008), Multi-level redundancy allocation optimization using hierarchical genetic algorithm, *IEEE Transaction on Reliability*, **57**(4), 650-661.
- Kumar, R., Izui, K., Yoshimura, M., and Nishiwaki, S. (2009), Optimal multilevel redundancy allocation in series and series-parallel systems, *Computers and Industrial Engineering*, **57**(1), 169-180.
- Kumar, R., Izui, K., Yoshimura, M., and Nishiwaki, S. (2009), Multi-objective hierarchical genetic algorithms for multilevel redundancy allocation optimization, *Reliability Engineering and System Safety*, **94**(4), 891-904.
- Kuo, W. and Prasad, V. R. (2000), An annotated overview of system-reliability optimization, *IEEE Transactions on Reliability*, **49**(2), 176-187.
- Kuo, W., Prasad, V. R., Tillman, F.A., and Hwang, C.-L. (2001), Optimal reliability design, Cambridge University Press.
- Kuo, W. and Wan, R. (2007), Recent advances in optimal reliability allocation, Computational Intelligence in reliability engineering edited by Gregory Levitin, Spring, 1-36.
- Pourdarvish, A. and Ramezani, Z. (2013), Cold standby redundancy allocation in a multi-level series system by memetic algorithm, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, **20**(3), 1-16.
- Wang, Z., Tang, K., and Yao, X. (2010), A memetic algorithm for multi-level redundancy allocation, *IEEE Transactions on Reliability*, **59**(4), 754-765.
- Yeh, W.C. (2009), A two-stage discrete particle swarm optimization for the problem of multiple multi-level redundancy allocation in series systems, *Expert Systems with Applications*, **36**(5), 9192-9200.
- Yun, W. Y., Chung, I. H., and Kim, H. G. (2006), Redundancy optimization in multi-level system with SA algorithm, *Proceedings of the 2nd Asian International Workshop*, 185-192.
- Yun, W. Y. and Kim, J. W. (2004), Multi-level redundancy optimization in series systems, *Computers and Industrial Engineering*, **46**(2), 337-346.
- Yun, W. Y., Song, Y. M., and Kim, H. G. (2007), Multiple multi-level redundancy allocation in series systems, *Reliability Engineering and System Safety*, **92**(3), 308-313.
- Zitzler, E., Laumanns, M., and Thiele, L. (2001), SPEA2 : Improving the strength Pareto evolutionary algorithm, TIK Report no. 103, Swiss Federal Institute of Technology.