

‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업의 발문 분석¹⁾

신보미²⁾

이 연구는 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업에서 제기되는 ‘발문의 유형’과 ‘발문의 내용’을 분석하여 해당 내용을 적절하게 다루는 지도 방안을 모색하고자 하였다. 이를 위해 발문을 제기하는 교사의 의도에 따라 발문 유형을 분류한 Morgan & Saxton(2006)의 연구와 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 지도에 대한 선행 연구를 검토하여 발문 분석을 위한 준거 4가지를 추출하였다. 이를 토대로 수업을 분석한 결과 발문과 관련하여 드러난 특징을 요약하였으며, 이를 토대로 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업 개선과 관련된 시사점을 기술하였다.

주요용어 : 발문 분석, 사건 A와 사건 B가 일어날 확률, 독립 사건

I. 서론

수업은 교사와 학생, 학생과 학생 사이의 언어적 상호작용을 통해 이루어진다. 교사는 수업에서 학생이 다른 학생이나 교사와의 상호작용을 통해 자신의 수학적 아이디어를 표현하고 정당화하면서 이를 조정하여 수학적 이해를 구성하도록 지원하는 역할을 한다(Boaler & Humphreys, 2005). 여러 선행 연구(Sahin & Kulm, 2008; Staples, 2007; Manouchehri & Lapp, 2003)는 이처럼 교사가 학생 중심의 능동적 학습이 일어나도록 수업을 진행하는데 중요한 방편으로 발문(questioning)의 역할을 강조하였다.

교사는 발문을 통해 학생들이 수학적 지식을 구성하도록 안내할 수 있으며, 학생이 인식하지 못한 수학적 의미를 깊이 있게 경험하도록 도움으로써 학생들의 사고 활동 및 표현 활동을 촉진할 수 있다. 그러나 수업 상황에서 적절한 발문을 제기하는 것은 교사 지식과 관련되는 복잡하고 역동적인 작업으로, 이는 교과 내용 자체에 대한 교사 지식, 수업 중에 교사가 파악한 학생들의 이해에 대한 지식, 제기된 발문을 통해 교사가 얻고자 하는 학생들에 관한 지식 등을 아우르는 종합적 판단에 기초한다(주미경, 2008). 이에 교사가 적절한 발문을 결정하고 수업 맥락에 적합하게 사용하는 능력은 교사의 수업 전문성 개발에 주요 요소가 된다. 따라서 실제 수업 상황에서 교사가 어떤 발문을 주로 사용하며 그 효과는 어떠한지를 구체적으로 살펴봄으로써 발문과 관련된 교사 전문성 개발 프로그램에의 시사점을

* MSC2010분류 : 97C70, 97D40

1) 이 논문은 2016년도 전남대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

2) 전남대학교 (bomi0210@jnu.ac.kr)

얻을 수 있다.

2009 개정 중학교 교육과정의 확률 단원에는 ‘확률의 계산을 할 수 있다’는 성취 기준이 있으며(교육과학기술부, 2011, p. 30), 중학교 2학년 교과서 13종 모두는 해당 성취 기준과 관련하여 ‘사건 A또는 사건 B가 일어날 확률’과 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 학습 내용으로 다룬다. 이는 각각 ‘확률의 덧셈 정리’와 ‘확률의 곱셈 정리’를 나타내는 것으로, 두 정리는 2009 개정 고등학교 교육과정의 선택 과목인 ‘확률과 통계’의 성취 기준에 제시되어 있다(교육과학기술부, 2011, pp. 71-72). 즉, 2009 개정 교육과정은 ‘확률의 덧셈 정리’와 ‘확률의 곱셈 정리’를 고등학교 교육과정에서 본격적으로 다루되, 중학교 교육과정을 통해서도 이에 대해 간단하게 소개함으로써 고등학교에서 배우게 될 이후 내용에 수월하게 접근하게 하려는 의도가 있다고 볼 수 있다.

확률의 덧셈 정리와 곱셈 정리는 복합사건(compound event)의 확률을 구하는데 활용되는 필수 정리로서, Batanero, Henry, & Parzysz(2005)는 이를 학교 수학에서 다루어야 할 핵심적인 확률 아이디어로 강조한 바 있다. 이는 중학교 2학년 교육과정을 통해 ‘확률의 덧셈 정리’나 ‘확률의 곱셈 정리’라는 용어를 직접적으로 제시하거나 내용을 엄밀하게 지도하지는 않더라도, 두 정리의 의미와 가치를 학생들이 적절히 인식할 수 있도록 지도할 필요가 있음을 시사한다. ‘확률과 통계’는 고등학교 교육과정의 선택 과목이므로 이를 선택하지 않는 학생들은 고등학교에서 확률의 덧셈 정리와 곱셈 정리를 배울 수 없기 때문이다.

이영하·권세림(2009)은 중학교 2학년 확률의 계산 단원에서 소개되는 ‘사건 A또는 사건 B가 일어날 확률’과 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 적절히 이해하여 이를 확률 계산에 활용하기 위해서는 두 사건 A와 B가 서로 영향을 미치는지를 분명하게 판단할 수 있어야 한다고 지적하였다. Tarr & Jones(1997)에 따르면 주어진 두 사건이 서로 영향을 미치는지 판단하는 것은 독립성에 대한 학생들의 사고 수준을 4단계로 나누었을 때 3단계에 해당할 정도로 쉽지 않은 개념이다. 두 사건이 서로 영향을 미치지 않을 때 확률의 곱셈 정리를 적용할 수 있으므로, ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 다루는 실제 수업 상황을 살펴보는 것은 중학교 2학년 확률의 계산 지도와 관련된 실제적인 시사점을 얻는데 유용할 수 있다.

이에 이 연구는 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업 사례를 교사에 의해 제기되는 발문에 주목하여 분석함으로써 해당 내용을 적절하게 다루는 수업 방안을 모색하고 이에 대한 학생들의 이해를 향상시키는 것과 관련된 논점을 기술하고자 한다. 이 연구에서 분석할 수업은 한국교육학술정보원이 제공하는 에듀넷 우수 수업 동영상 서비스에 탑재된 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업이다. 이 수업의 교수-학습 과정안에 제시된 수업 연구의 개관에 따르면 해당 수업을 진행한 교사는 지역의 수업 발표 대회를 통해 수업 우수 교사로 선정되었으며, 확률 단원에 대한 새로운 교수-학습 방법을 연구하는 과정에서 해당 수업을 구상하고 실행하게 되었다.

지역 교육청에서 수업 우수 교사 제도를 운영하는 것은 교과 내용 요소의 특징에 알맞은 우수 수업 사례를 개발하고 이를 일반화함으로써 수업 개선을 위한 실제적인 방안을 모색하여 교사들의 수업 전문성을 향상시키는데 목적이 있다(대구광역시교육청, 2013). 이에 여러 선행 연구(신보미, 2016; 방정숙, 2014; 송근영·방정숙, 2013; 나귀수, 2013)는 각 지역의 교육연구정보원과 연동하여 운영되는 에듀넷 우수 수업 동영상 서비스에 탑재된 수업 사례를 분석하여 구체적인 교과 내용 요소 지도와 관련된 개선 방안을 연구자의 관점에서 기술한 바 있다. 이러한 맥락에서 본 연구도 에듀넷 우수 수업 동영상으로 서비스되는 ‘사건 A와

사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업을 분석하여 중학교 2학년 확률 단원에 대한 수업의 질을 향상시키는데 일조할 수 있는 시사점을 얻고자 한다. 특히 2009 개정 교육과정(교육과학기술부, 2009, p. 34)과 2015 개정 교육과정(교육부, 2015, p. 40)의 교수·학습 방법에서는 의미 있는 발문의 중요성을 강조하면서 다양한 유형의 발문을 제기하도록 명시하고 있으며, 주미경(2008)은 수업에서 교사가 활용하는 발문의 대부분이 해당 수업에서 다루는 교과 내용을 참조하기 마련이라고 지적하였다. 이에 본 연구는 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업의 발문을 ‘발문 유형’과 ‘발문 내용’의 측면에서 살펴보고자 한다.

‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업의 발문 유형은, 교사가 제기하는 발문의 의도에 따라 그 유형을 분류한 Morgan & Saxton(2006)에 비추어 분석한다. 수업은 교사의 교수학적 의도가 반영된 구체적인 실제적인 교수학적 변환 과정인 바(Chevallard, 1988), “이 발문을 통해 무엇을 하고자 하는가?”를 살피는 것이 수업을 실행하는데 보다 직접적인 시사점을 줄 것이기 때문이다(Windschitl, 2002). 한편, ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업의 발문 내용은, ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 지도와 관련된 선행 연구를 검토하여 해당 내용을 다루는 수업에서 주목하여야 하는 교수학적 이슈를 추출하고 이에 비추어 수업의 발문 내용을 분석한다.

II. 이론적 배경

이하에서는 Morgan & Saxton(2006)의 연구를 개관하고 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 지도와 관련된 선행 연구를 살펴봄으로써 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업에서 교사에 의해 제기되는 발문의 유형과 발문의 내용을 분석하는데 필요한 준거를 구체화한다.

1. Morgan & Saxton(2006)의 발문 유형 분류

NCTM(2014)은 좋은 수학 수업의 교수 관행 중 하나로 ‘의미있는 발문 제기하기’를 강조하였다. NCTM(2014)에 따르면 의미있는 발문을 제기하는 것은 중요한 수학적 아이디어와 관계에 대한 학생들의 추론과 이해를 평가하고 향상시키기 ‘위해’ 발문을 적절하게 사용하는 것이다. 강현영·이동환·고은성(2012)은 좋은 수학 수업에 필요한 교사 역량으로 학생들의 사고를 촉진하기 ‘위해’ 발문을 제기하는 능력을 들었다. 이상에 따르면 수업 상황에서 교사는 무엇인가를 ‘위해’ 발문을 제기하는데, 학생의 추론과 이해를 평가하고 향상시키기 위한 의도나 학생의 사고를 촉진하기 위한 의도 등과 같이 어떠한 교수학적 의도를 실현하기 위하여 발문을 활용한다. 이는 수업에서 교사에 의해 제기되는 발문의 유형을 그 의도에 비추어 분류한 Morgan & Saxton(2006)의 연구가 역동적인 수업 상황에서 적절한 유형의 발문은 무엇이며 이러한 유형의 발문을 제기하는 교사의 능력을 함양하는 방안은 무엇인지를 살피는데 의미있는 시사점을 줄 수 있음을 보여준다.

실제로 Morgan & Saxton(2006)이 분류한 발문 유형에 비추어 강완·장운영·정선혜(2011)는 신입교사가 진행하는 도형의 넓이에 대한 수업을 분석하였으며, 임해정(2015)은 신입교사와 경력교사의 신뢰구간 추정 수업을 분석하였다. 이를 통해 강완 외(2011)와 임해정(2015)은 해당 내용 요소를 지도할 때 교사들이 제기하는 발문의 의도가 어떠한지를 기술함

으로써 교사가 수업을 통해 가르치고자 하는 바가 무엇인지를 직접적으로 확인하여, 도형의 넓이와 신퇴구간 추정 수업을 실질적으로 개선하는데 구체적인 함의를 제공한 바 있다.

Morgan & Saxton(2006)에 따르면 수업에서 교사가 제기하는 발문은 그 의도에 따라 정보를 확인하는 발문(questions that elicit information, A형), 이해를 형성하는 발문(questions that shape understanding, B형), 성찰을 촉진하는 발문(questions that press for reflection, C형)으로 분류할 수 있으며, 각 유형의 발문이 지닌 의미와 유형별 하위 발문의 내용은 다음과 같다.

정보를 확인하는 발문(A형 발문)은 학생들이 이미 알고 있는 지식, 경험, 절차와 관련된 정보를 알아보기 위해 활용되는 발문이다. 이는 수업의 어느 시점에서든지 제기될 수 있으며 즉각적인 답변이 가능한 발문으로, 지식을 알아보거나 활동의 조건을 설정하는 등의 역할을 한다. 또한 수업의 분위기를 조성하거나 수업과 관련된 규범을 확인하기 위해서 제기되기도 한다. 이러한 A형 발문에는 ‘수업의 규범을 확인하는 발문’, ‘수업의 절차를 확인하는 발문’, ‘모둠 활동 과정을 돕거나 확인하는 발문’, ‘학급 전체를 통합하는 발문’, ‘사실을 기억하도록 하는 발문’, ‘조건의 변화에 따른 정보의 차이를 알아보도록 하는 발문’이 있다³⁾.

이해를 형성하는 발문(B형 발문)은 여러 사실 사이에 관련을 맺고 이를 정리하여 표현하도록 하는 발문으로, 수업 자료에 대해 생각하는 것이나 느끼는 바를 상세히 설명하도록 요구할 때 사용한다. 이는 학생들의 경험과 느낌을 다른 학생들과 공유하도록 하여, 수업 자료를 매개로 학생 개개인이 연결될 수 있도록 계획된 발문으로, 이를 통해 학생들은 기본 개념을 보다 정교하게 이해하여 그 의미를 해석하거나 추론할 수 있게 된다. B형 발문에는 ‘경험을 표현하도록 하는 발문’, ‘연결을 만드는 발문’, ‘생각이나 설명에 대해 정교화, 구체화를 유도하는 발문’, ‘관점이나 태도를 명확히 하도록 요구하는 발문’, ‘추론과 해석을 요구하는 발문’, ‘수업 내용 이면의 의미에 주목하게 하는 발문’이 있다.

성찰을 촉진하는 발문(C형 발문)은 비평적으로 사고하고 창의적으로 생각하도록 하여 지적, 정서적으로 활동에 몰입할 수 있도록 하는 발문이다. 이는 학생들이 좀 더 깊게 생각하여 심화된 학습이 일어나도록 하며, 어떤 정보를 맥락에 따라 변하는 조건으로 생각해보도록 하거나 다양한 견해 중 하나로 간주해보도록 유도한다. 이 발문을 통해 학생들의 다양한 사고 능력을 개발할 수 있으며 상황을 타당하게 예측해 보는 기회도 제공할 수 있다. C형에 속하는 발문에는 ‘가정이나 가설을 설정하도록 하는 발문’, ‘감정에 주목하도록 하는 발문’, ‘상황을 예측하도록 하는 발문’, ‘비판적 평가나 가치 판단을 유도하는 발문’이 있다.

이상에 따르면 A, B, C형 발문은 교사가 발문을 제기하는 의도를 준거로 분류한 것이므로, 각각의 발문이 수업에서 기능하는 역할에 차이가 있으며 학생의 사고를 촉진하는 측면도 다르다. 따라서 A, B, C형 발문은 수업을 통해 학생들의 다양한 사고를 자극하는데 동일하게 중요하며, 특히 B형과 C형 발문은 이해를 형성하며 배운 것의 의미를 반성적으로 음미할 기회를 제공한다는 측면에서 수학적 사고력 신장에 핵심적인 역할을 한다(Morgan & Saxton, 2006). 이에 이 연구는 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업의 발문 유형을, Morgan & Saxton(2006)에 비추어 다음과 같은 준거로 살펴보고자 한다.

준거 1. ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업에서 A형, B형, C형 발문의 비율은 어떠한가?

3) A, B, C형에 속한 하위 발문 내역에 따른 발문 예시는 <부록 2>를 참조하기 바란다.

2. ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 지도와 관련된 선행 연구

사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률인 $P(A \cap B)$ 는, $P(A)$ 와 $P(B)$ 를 알고 사건 A와 사건 B가 서로 영향을 미치지 않으면 즉, 사건 A와 사건 B가 서로 독립이면 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ 와 같이 구할 수 있다. 이처럼 $P(A \cap B)$ 를 구하기 위해서는 사건 A와 사건 B의 독립성에 주목할 필요가 있으나, 사건의 독립성에 대한 아이디어는 18세기 중반이 되어 서야 인식되었을 정도로 파악하기 쉽지 않은 개념이다(유윤재, 2009). Batanero et al. (2005)에 따르면 확률 영역에서 드러나는 다양한 오개념은 독립성에 대한 직관과 형식적인 개념 사이의 충돌에서 기인하는 경우가 적지 않다. 어떤 사건은 확률적으로는 독립이지만 학생들이 생각하기에 직관적으로 그렇지 않을 수 있으며, 이와 반대로 생각하는 학생도 얼마든지 있을 수 있다. 따라서 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ 에 의해 구할 때는 사건 A와 사건 B가 서로 독립인지, 즉 서로 영향을 미치지 않는지를 분명하고 구체적으로 살펴볼 필요가 있다.

NCTM(2000)은 동전과 주사위를 동시에 던지는 것과 같은 복합사건(compound event)의 확률을 타당하게 예측하는 능력이 중학교 교육과정의 주요 학습 목표로 다루어져야 한다고 하였다. 일반적으로 복합사건은, 단순사건(simple event) A, B에 대하여 A또는 B, A와 B, A의 여사건과 같이 구성된 사건을 의미하며, 이에 비해 단순사건은 주사위 한 개를 던지는 사건 등과 같이 하나의 원인으로 영향되어 정해지는 사건을 말한다(Hogg & Tanis, 1997). Tarr & Lannin(2005)에 따르면 중학생들은 단순사건의 확률을 계산할 수 있어야 하며, 이를 토대로 복합사건의 확률을 다룰 수 있어야 한다. 이로부터 학생들은 고등학교에서 배우는 독립 사건이나 조건부 확률과 관련된 보다 현실적인 확률 상황에 적응할 수 있게 된다. 학생들은 복합사건의 확률을 단순사건을 활용하여 구하는 경험을 통해 복잡한 모델을 다루기 위해서 보다 간단한 모델을 활용하는 수학적 전략도 배울 수 있다.

한편, 학교 수학에서 다루는 복합사건은 주사위 두 개를 한 번 던지는 것과 같은 2차원(two dimension) 상황이나 주사위 한 개를 두 번 던지는 것과 같은 2단계(two stage) 상황에서 발생한다(Polaki, 2005; 박진형 · 이경화, 2014). Fischbein, Nello, & Marino(1991; Konold, Pollatsek, Well, Lohmeier, & Lipson, 1993)에 따르면 중학생 대부분은 동전 두 개를 한 번 던져서 앞면이 두 개 나올 확률과 동전 한 개를 두 번 던져서 앞면이 두 번 나올 확률이 다르다고 말하였으며, 후자가 더 크다고 생각하였다. 이는 중학생들이 2차원 복합사건과 2단계 복합사건의 구조를 적절히 파악하지 못하고 있음을 보여주며 이러한 오개념은 장기적으로 독립성에 대한 이해에 장애를 초래할 수 있다.

Batanero & Sanchez(2005)은 2차원 복합사건과 2단계 복합사건을 각각 시간의 동시적 측면 및 순서적 측면에 비추어 설명하였다. 2차원 복합사건은 근본적으로 시행의 순서를 고려하지 않는 정적인 특징을 가지므로 이를 동시적(synchronical) 상황으로, 2단계 복합사건은 시간이 흐르면서 진행되는 순차적인 시행의 연속으로 이루어지므로 잇따른(diachronical) 상황으로 해석하였다. 예를 들어 다음 문제에서 (a)는 동시적 상황이고 (b)는 잇따른 상황을 나타낸다.

문제. (a) 검은 공 두 개와 흰 공 한 개가 들어있는 항아리 A가 있고, 검은 공 한 개와 흰 공 네 개가 들어 있는 항아리 B가 있다. 각각의 항아리에서 공 한 개씩을 임의로 꺼낼 때 두 개 모두 검은 공일 확률은 얼마인가? (b) 검은 공 두 개와 흰 공 한 개가 어떤 항아리에 들어있다. 이 항아리에서 공 한 개를 임의로 꺼내어 색을 확인한 다음 그 공을 다시 항아리에 넣고 잘 섞어 두 번째 공을 꺼낸다. 두 개 모두 검은 공일 확률은 얼마인가?(Batanero & Sanchez, 2005, p. 253)

(b)의 잇따른 시행은, (a)의 항아리 A와 B에서 동시에 공을 꺼내는 것으로 볼 수 있기 때문에 위의 두 상황은 형식적으로 동치이며, 따라서 두 상황 모두에서 확률의 곱셈 정리를 활용하여 답을 구할 수 있다. 그러나 Batanero & Sanchez(2005)의 연구에 참여한 학생들은 위 문제의 (a)와 (b) 상황이 동치라는 것을 적절하게 인식하지 못하였다.

이상 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 지도와 관련된 선행 연구에 따르면 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ 로 구하도록 지도할 때는 사건 A와 사건 B가 서로 영향을 미치지 않는지를 분명하게 확인하는 과정이 필수적으로 다루어져야 한다. 또한 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률을 구할 때 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ 를 활용하는 것은 단순히 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률의 값을 계산하는데만 목적이 있는 것이 아니라, 복잡한 확률인 $P(A \cap B)$ 를 보다 간단한 $P(A)$ 와 $P(B)$ 의 곱으로 구할 수 있다는 확률의 곱셈 정리가 지닌 의미에 대해 논의함으로써 복잡한 구조를 단순한 구조의 결합으로 해석하는 수학적인 문제 해결 전략을 구체적으로 경험하도록 할 필요가 있다.

한편, 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률에서 ‘동시에’라는 용어는 주사위 두 개를 한 번 던지는 2차원 상황이나 주사위 한 개를 두 번 던지는 2단계 상황을 설명할 때 동일하게 활용되며, 두 상황 모두 확률의 곱셈 정리를 통해 같은 방법으로 해결할 수 있다. 그러나 대다수 학생들은 두 문제 상황의 구조가 본질적으로 다르다고 생각하는 경향이 있기 때문에 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 지도할 때는 ‘동시에’라는 용어의 의미를 명시적으로 다룰 필요가 있다. 이에 이 연구는 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업의 발문 내용을, 해당 내용 요소 지도와 관련된 선행 연구에 비추어 다음과 같은 준거를 통해 살펴보고자 한다.

- 준거 2. ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업에서 사건 A와 사건 B가 서로 영향을 미치는지 여부와 관련되는 발문이 제기되는가?
- 준거 3. ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업에서 확률의 곱셈 정리가 지닌 의미를 다루기 위한 발문이 제기되는가?
- 준거 4. ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업에서 ‘동시에’의 의미를 구체적으로 살펴보는 발문이 제기되는가?

Ⅲ. 연구방법

1. 연구 절차 및 연구 대상

이 연구는 Creswell(1998)이 분류한 정성적 연구의 5가지 유형 중 사례연구(case study)에 해당한다. Merriam(2007)에 따르면 사례연구는 하나의 실례 또는 사회적 단위에 대한 분석을 통해 주어진 현상을 설명하고 그 특징을 묘사하는데 목적을 둔다. 이 연구는 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업 사례를 교사가 제기하는 ‘발문의 유형’과 ‘발문의 내용’에 비추어 분석하여 해당 수업에서 드러난 특징을 기술함으로써 중학교 2학년 확률의 계산을 적절하게 지도하는 방안과 관련된 실제적인 시사점을 얻고자 한다.

이 연구의 분석 대상이 되는 수업을 선정하기 위해 본 연구에서는, 우수한 수학 수업으로 평가되어 한국교육학술정보원이 제공하는 에듀넷 우수 수업 동영상 통해 서비스되는 수업을 살펴보았다. 이 중에서 확률 내용을 다루는 3편의 수업 중 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업을 연구 대상으로 선정하였다. 확률 내용은 수학의 다른 영역에서 다루는 내용과 달리 결정론적 사고와 구별되는 고유한 특징을 지니므로 관련 내용을 수업에서 적절히 다루는 것이 쉽지 않으며(Jones, 2005), ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’은 중학교에서 다루는 기본적인 확률 내용으로 이후 고등학교에서 학습하게 될 다양한 확률 개념의 토대가 되기 때문이다(이영하·권세림, 2009). 이 연구는 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업 동영상과 해당 수업의 교수-학습 과정안을 바탕으로 수업을 분석하였으며 이러한 자료는 에듀넷 우수 수업 동영상 사이트⁴⁾를 통해 수집하였다.

2. 분석 방법

이 연구의 분석 대상인 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업의 ‘발문 유형’과 ‘발문 내용’을 분석하기 위하여 주미경(2008)의 자료 분석 방법을 활용하였다. 우선 해당 수업을 진행하는 교사의 담화를 전사하여 이를 문장 단위로 분리한 다음, 담화의 형태와 기능 면에서 발문으로 볼 수 있는 것을 추출하였다.

형태적 특성을 고려하여 교사의 담화를 분류한 결과, 평서문 형태인 ‘설명(telling)’과 ‘지시(directing)’⁵⁾, 의문문 형태인 ‘발문(questioning)’으로 구분할 수 있었다. 형태적 특성에 따라 ‘발문’으로 분류된 담화를 우선 추출한 다음에는 교사의 담화를 기능적 측면에서 검토하여 발문의 역할을 하는 평서문을 분석할 대상으로 추가하였다. 교사의 담화 중에는 형태적으로 평서문이지만 학생과의 상호작용 맥락에서 기능적으로 발문의 역할을 하는 경우가 있기 때문이다. 예를 들면 “왜 그렇게 되는지 이야기해보세요.”는 형태상 평서문이지만 설명이나 지시라기보다는 정당화를 촉구하는 의도에서 제기된 발문으로 “왜 그렇게 될까요?”와 같은 기

4) 수업 동영상 및 교수-학습 과정안의 탑재 위치는 다음과 같다. 수업의 전반적인 흐름은 <부록 1>을 참조하기 바란다.

<http://good.edunet.net/classMovie/common/swf/player/pop/GoodPopPlayer.swf?mode=service&accessJS=false&cid=81016&mode=service&accessJS=true&autoplay=true&url=http://good.edunet.net/classMovie/common/swf/player/pop/GoodPopPlayer.swf&width=724&cid=81016&endTime=0&volume=40&startTime=0&height=533>

5) 교사의 담화 중 설명과 지시의 의미에 대한 상세한 기술은 주미경(2008)을 참조하기 바란다.

능을 수행한다(주미경, 2008, p. 521). 이상과 같은 방법으로 추출된 발문은 모두 112개로, 추후 논의를 위해 수업 상황에서 발문이 제기된 시간적 순서에 따라 각 발문에 번호를 붙이고 이를 발문⁶⁾ 목록으로 정리하였다.

이처럼 정리한 발문은, 우선 <부록 2>의 Morgan & Saxton(2006)의 발문 유형 분석표에 비추어 검토하였다. 각각의 발문을 A형, B형, C형으로 개관한 다음 각 유형에 속하는 하위 발문의 특징에 따라 세부적으로 분류하였다. 이를 통해 A형, B형, C형 발문의 횟수를 산출하여 그 비율을 조사하고, A형, B형, C형 발문의 비율에서 드러나는 특징을 살펴보았다(준거 1). 다음으로 각 발문이 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 지도와 관련된 교수학적 이슈를 반영하고 있는지 알아보기 위하여 발문의 내용을, 사건 A와 사건 B가 서로 영향을 미치는지 여부와 관련되는 발문(준거 2), 확률의 개념 정리가 지닌 의미를 논의하기 위한 발문(준거 3), ‘동시에’의 의미를 구체적으로 살펴보기 위한 발문(준거 4)의 관점에서 분석하였다.

이처럼 발문의 유형을 분류하여 그 비율을 조사하고 발문의 내용을 살펴보는 분석의 과정은, 연구자와 수학교육전공 박사 학위 과정에 있는 중학교 교사 3명이 개별적으로 진행하였다. 이러한 개별적인 분석 과정에서 분석자들 간에 차이가 발생하는 부분에 대해서는 4회에 걸친 공동 논의를 통해 지속적으로 수정하고 보완하여 최종 분석 결과를 도출하였다.

IV. 연구결과

앞서 제시한 분석 방법에 비추어 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업을 분석한 결과를 요약하면 <부록 3>과 같다. 이하에서는 이러한 분석 결과로부터 드러난 수업의 특징을 ‘발문 유형’ 및 ‘발문 내용’에 대한 분석 준거와 관련하여 구체적으로 살펴보고 이로부터 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 적절하게 다루는 수업 방안을 모색하기 위한 시사점을 기술한다.

1. 발문 유형의 비율

‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업의 발문 유형을 <부록 2>에 비추어 분석한 결과, 정보 확인을 위한 A형 발문의 비율이 87%로 가장 높게 나타났으며, 이해 형성을 위한 B형 발문은 13%, 성찰을 촉진하는 C형 발문은 0%로 나타났다(준거 1). 각 유형별 하위 발문의 비율은 <표 IV-1>과 같다.

6) 구체적인 내용은 <부록 3>을 참조하기 바란다.

‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업의 발문 분석

<표 IV-1> 유형별 하위 발문 비율

유형	하위 발문		횟수	백분율(%)
A 정보 확인	A1	수업의 규범을 확인하는 발문	6	5
	A2	수업의 절차를 확인하는 발문	9	8
	A3	모둠 활동 과정을 돕거나 확인하는 발문	0	0
	A4	학급 전체를 통합하는 발문	11	10
	A5	사실을 기억하도록 하는 발문	72	64
	A6	조건의 변화에 따른 정보의 차이를 알아보는 발문	0	0
	소계		98	87
B 이해 형성	B1	경험을 표현하도록 하는 발문	11	10
	B2	연결을 만드는 발문	2	2
	B3	생각이나 설명에 대해 정교화, 구체화를 유도하는 발문	0	0
	B4	관점이나 태도를 명확히 하도록 요구하는 발문	0	0
	B5	추론과 해석을 요구하는 발문	0	0
	B6	수업 내용 이면의 의미에 주목하게 하는 발문	1	1
	소계		14	13
C 성찰 촉진	C1	가정이나 가설을 설정하도록 하는 발문	0	0
	C2	감정에 주목하도록 하는 발문	0	0
	C3	상황을 예측하도록 하는 발문	0	0
	C4	비판적 평가나 가치 판단을 유도하는 발문	0	0
	소계		0	0
합계			112	100

해당 수업에서 교사는 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 경우의 수’와 ‘사건 A또는 사건 B가 일어날 확률’처럼 이전에 배웠던 사실을 학생들이 알고 있는지 알아보는 발문(예, 번호 2, 24), 모둠활동 과제나 학습지 과제에 직접적으로 주어진 정보를 학생들이 제대로 파악하였는지 알아보는 발문(예, 번호 41, 66, 74), 수업을 통해 다룬 다양한 과제의 답을 학생들이 제대로 구하였는지 알아보는 발문(예, 번호 63, 78, 88, 104)과 같이 수업 활동을 진행하는데 필요한 기본적인 사실이나 정보를 학생들이 회상하거나 알도록 하는 A5형 발문을 64%로 가장 많이 활용하였다.

또한 교사는 A5형 발문이외에도 특정 학생이 발표한 과제의 답에 대해 학급의 다른 학생들이 동의하는지 알아보는 발문(예, 번호 32, 83, 102), 교사의 설명에 학급 전체가 수긍하는지 확인하는 발문(예, 번호 37, 106)과 같이 학급 전체의 의견을 통합하는 A4형 발문, 수업이 적절한 순서로 진행되도록 주어진 과제의 답을 발표할 모둠이나 학생이 있는지 알아보는 A2형 발문(예, 번호 47, 82), 학생들의 과제 해결 과정이 완료되었는지 확인하여 교사가 풀이 과정을 학급 전체에게 설명해도 되는 분위기인지 알아보는 A1형 발문(예, 번호 7, 46, 87) 등을 사용하였다.

한편, 교사가 제기한 B형 발문 중에는 학생이 지니고 있는 개인적인 경험을 표현하도록 하는 B1형 발문이 가장 많았다. 이는 강완 외(2011) 및 임해정(2015)과 다소 차이가 나는 특징으로, 확률 수업에서는 다양한 실생활 맥락과 관련되는 과제를 주로 다룰 여지가 많기 때문에(손복은·고호경, 2012) 학생들에게 일상생활에서 얻은 자신들의 경험을 말해보도록 하는 발문이 다른 내용 영역을 다루는 수업에 비해 빈번하게 제기된 것으로 보인다⁷⁾. B1형

7) 임해정(2015)은 고등학생을 대상으로 모평균의 신뢰구간 추정 공식을 형식적으로 유도하는데 목적을 둔 수업

발문을 통해 이 연구에서 분석한 수업의 교사는 수업 활동 과제인 동전 던지기나 모르는 시험 문제 2개를 찍어서 둘 중 하나를 맞추는 경우와 관련하여 떠오르는 생각이나 자신의 경험(번호61, 80)을 표현하도록 하였다. 그러나 대부분의 경우 B1형 발문을 수업에서 배워야 하는 내용과는 별로 관계가 없어 보이는 종이인형 놀이나 자유투에 대한 개인적인 경험에 대해 물어보는데 활용하였다(예, 번호44, 64). Sierpinska(2010)에 따르면 이해는 자신의 경험과 생각, 사전 지식, 개념들 사이에 연결을 형성하기 위해 관계를 맺는 사고 작용인 바, 학습 내용에 대한 이해를 형성하도록 돕는 의미있는 발문은 배울 내용과의 본질적인 관련성을 찾아보도록 촉진할 수 있어야 한다. 이에 이 연구에서는 후자의 발문 유형을, 전자와 같이 주요 학습 내용과 직접적으로 관련되는 개인적인 경험을 표현하도록 하는 발문과 구별하기 위하여 ‘유사 B1형’으로 명기하였다. 이외에도 교사는 일상생활과 수업 시간에 배운 확률을 연결시키기 위한 B2형 발문(번호107, 108), ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 구하는 방법의 의미를 탐색하도록 하는 B6형 발문을 제기하였다(번호56).

이상에 따르면 이 연구에서 분석한 수업의 교사는, 이미 학습한 사실이나 공식을 학생들이 기억하고 있는지 확인하거나 과제에 주어진 자명한 정보나 과제의 답을 학생들이 알고 있는지 알아보기 위하여 87%의 A형 발문을 제기하였다. 이해를 형성하는 B형 발문은 학생들이 자신의 경험을 표현하도록 하거나 일상생활에서 확률이 쓰이는 경우 등을 말해보도록 하는 수준에서 13%정도로 활용하였다. 그러나 학생들이 상황을 예측하도록 하거나 비판적인 평가를 하도록 유도하는 등과 같은 C형 발문은 사용하지 않았다.

Capraro, Carter, & Harbaugh(2010)에 따르면 단순 지식이나 공식의 기억을 알아보는 발문과 이미 정해져 있는 답만을 요구하는 발문을 통해서 의미있는 수학적 사고를 촉진하는데 한계가 있다. 상위 수준의 수학적 사고와 수학적 통찰을 개발하는데 “왜 그런 결과가 나왔니?”, “왜 그렇게 생각하니?”와 같이 정당화를 요구하는 발문은 교사가 제기해야 하는 가장 핵심적이고 필수적인 발문이다(백소영 · 김도현 · 이경언, 2014). 즉, 교사는 수업 상황을 통해 A형 발문뿐만 아니라 ‘왜’와 관련되는 B형, C형 발문도 충분히 활용할 필요가 있다.

2. 두 사건이 서로 영향을 미치는지와 관련된 발문 내용

‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에 대한 수업의 발문 내용을 분석한 바에 따르면 해당 수업에서 제기된 112개의 발문 중에서 $P(A \cap B)$ 를 $P(A) \times P(B)$ 와 같이 구하도록 지도할 때 사건 A와 사건 B가 서로 영향을 미치는지, 미치지 않는지를 살펴보도록 하는 발문이 제기되지 않았다(준거 2). 교사는 수업의 전개 및 정리 단계에서 모듈활동 과제, 학습지의 수준별 과제, 형성평가 과제 등 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’과 관련되는 다양한 과제를 다루었지만 사건 A와 사건 B가 영향을 미치는지 여부를 알아보도록 유도하는 발문을 사용하지 않았다.

실제로 교사는 다음8)과 같이 <학예회 과제>를 해결하기 위해 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ 를 활용하면 된다고 설명할 때, ‘동시에’라는 용어는 강조하였지만 사건 A와 사건 B가 서로 영향을 미치는지에 대해서는 언급하지 않았다.

을 분석하였다. 이러한 이유로 임해정(2015)이 분석한 수업에서는 학생 개개인의 일상적인 경험을 표현하도록 하는 발문의 비율이 본 연구에서 분석한 수업에 비해 상대적으로 적게 나타난 것으로 보인다.

8) 수업 동영상의 20분 40초부터 21분 23초 사이에 해당하는 장면이다.

‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업의 발문 분석

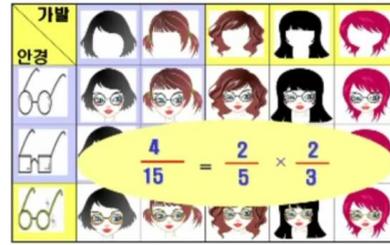
교사 : ... 그래서 동시에 일어날 확률은 각각의 확률을 곱해도 15분의 4하고 어떻게?

학생들 : 같다.

교사 : 같다. 자, 그러면 여러분들이, 자 저기 화면에서 한 번 이 문제를 확인해 보겠습니다. ... 그런데 이거는 어떻게 한거하고 같다? 각각의 확률을 곱한 거하고 어떻게?

학생들 : 같다.

교사 : 그렇죠, ‘동시에’는 곱한 것과 같습니다....



[그림 IV-1] <학예회 과제> 설명에 사용된 자료

이상과 같이 과제를 해결하도록 지도하는 것은 과제에 주어진 단어와 숫자를 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ 라는 공식과 연결하여 공식의 어느 부분을 과제에 있는 숫자로 대체하면 되는지에 주목하도록 하는 방식⁹⁾으로, 이는 문제의 유형을 파악하여 계산을 수행함으로써 손쉽게 답에 이르는 지름길을 알려주는 하지만 확률적 사고나 추론 능력을 개발하는 데는 한계가 있다(Jolliffe, 2005).

<학예회 과제>와 같은 상황이 현실적으로 존재한다면 짧은 가발을 고르는 사건과 빨테 안경을 고르는 사건은 서로 영향을 미칠 가능성이 높기 때문에, 이 과제를 해결하는데 확률의 곱셈 정리를 적용하기 위해서는 두 사건이 서로 영향을 미치지 않는 것으로 간주하자는 가정을 명시적으로 설정할 필요가 있다. Greer & Mukhopadhyay(2005; 유윤재, 2009)에 따르면 독립성을 고려하지 않은 채 확률의 곱셈 정리를 다루는 것은 확률간의 비교나 관계를 이해하는데 중요한 장애를 초래할 수 있으며 조건부 확률에 대한 오개념의 근본적인 원인이 되기 때문이다. 따라서 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ 와 같이 계산하도록 지도하는 교사는, 학생들이 사건 A와 사건 B가 서로 영향을 미치는지 여부를 살필 수 있도록 교수학적 경각심을 유지하여야 한다.

3. 확률의 곱셈 정리가 지닌 의미를 다루는 발문 내용

사건 A와 사건 B가 서로 영향을 미치지 않을 때 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률인 $P(A \cap B)$ 를 $P(A)$ 와 $P(B)$ 를 활용하여 $P(A) \times P(B)$ 와 같이 간단하게 구할 수 있다는 확률의 곱셈 정리는, 복잡한 구조를 단순한 구조의 결합으로 해석하는 수학적 문제 해결 전략을 구체적으로 경험하도록 하는데 유용하다(Tarr & Lannin, 2005). 확률의 곱셈 정리가 수학적 문제 해결 전략과 관련하여 갖는 이러한 의미는 Polya(2005)가 문제 해결의 사고 패턴 중 하나로 제시한 일차결합 패턴¹⁰⁾과도 유사한 특징을 갖는다.

이에 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 다루는 수업에서는 이러한 확률의 곱셈 정리가 지닌 의미에 대해 논의될 필요가 있는 바, 이 연구에서 분석한 수업에서는 다음¹¹⁾과

9) 이와 같이 확률 과제를 다루는 것을 Freedom, Pisani, & Purves(1978)가 ‘pluginski’ 방식이라고 명명한 이후 이는 확률적 사고력 배양을 위한 확률 교육의 주요한 장애물로 지적되고 있다.

10) 일차결합 패턴은 특수해의 일차결합으로 일반해를 구하는 문제해결 전략으로 특수해라는 단순한 대상을 통해 일반해라는 추상적인 대상으로 접근하도록 한다(Polya, 2005).

같이 B6형 발문을 통해 확률의 곱셈 정리 이면에 있는 의미를 탐색하였으며 수업의 정리 단계에서는 이러한 의미를 학생들이 기억하고 있는지 확인하는 A6형 발문이 사용되었다(준거 3).

교사 : 그런데 우리가 어떨 때 곱하는 게 좋을까요?(①)

학생들 : (개별적으로 자신의 생각을 말하지만 학생들이 무슨 말을 하는지 분명하지 않다.)

교사 : 그렇지, 총 가짓수가 너무 많아서 복잡할 때(②). 이거는 15개, 이거는 25개지만 100개 뭐 이럴 때는 각각 A, B 사건의 확률을 구해서 곱하는 게 낫겠죠. 인제는 바로 곱해서 확률 구하면 됩니다. ...

:

교사 : ... 지금까지 우리가 공부를 했는데, 자 이번 시간에 공부한 내용 정리를 해보겠습니다. ... A가 일어날 확률이 p 고 B가 일어날 확률이 q 라면, 다 안 구하더라도 각각 확률을 어떻게 한다?(③)

학생들 : 곱한다.

교사 : 그렇죠, 곱하면 됩니다.

위 대화의 ①에서 교사가 ‘어떨 때’를 묻는 것은 ②에서 보듯이 ‘총 가짓수가 너무 많아서 복잡할 때’라고 설명하기 위한 것으로, 확률의 곱셈 정리가 지닌 의미에 대해 학생들이 주목하게 하려는 의도를 담고 있다고 볼 수 있다. 또한 발문 ③의 ‘다 안 구하더라도’ 라는 말에서 알 수 있듯이, 두 사건이 동시에 일어나는 전체 경우의 수를 모두 구하지 않고도 각 사건의 확률을 곱하는 것으로 답을 구할 수 있음을 학생들이 기억하도록 하려는 목적이 발문 ③에 있다고 볼 수 있다. 이 역시 ‘다 구하는’ 복잡한 과정을, ‘각각’ 확률을 곱하는 것으로 대신할 수 있다는 확률의 곱셈 정리의 의미를 학생들이 알도록 하려는 교사의 의도를 담고 있는 것으로 보인다.

그러나 교사는 발문 ①에 대해 학생들이 자신의 의견을 구체적으로 논의해 볼 기회를 제공하기보다는, ②처럼 ‘총 가짓수가 너무 많아서 복잡할 때’ 라는 교사 자신의 생각을 전달한 다음 ③에서는 앞서 설명한 내용을 학생들이 기억하고 있는지 확인하는 방식으로 해당 주제를 다루었다. Moyer & Milewicz(2002)에 따르면 교사는 자신이 제기한 발문에 대해 학생들이 수학적 논의를 거칠 수 있도록 자극할 필요가 있는 바, 이 수업에서와 같은 접근 방식은 확률의 곱셈 정리에 대한 교사의 견해를 단순히 설명한 것과 다르지 않으므로 학생들로 하여금 확률의 곱셈 정리가 지닌 의미에 주목하게 하려는 교사의 당초 의도가 수업 상황을 통해 적절하게 구현되었는지에 대해서는 의문의 여지를 남긴다. 해당 내용 요소를 다루는 교사는 확률의 곱셈 정리가 지닌 의미를 학생들이 구체적으로 탐색할 수 있는 기회를 제공하여 학생 스스로 그 의미를 구체화할 수 있도록 격려하는 방향으로 수업을 진행할 필요가 있다.

4. ‘동시에’의 의미를 살피도록 하는 발문 내용

Batanero & Sanchez(2005)은 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’에서 ‘동시에’가 의미하는 2차원적 의미와 2단계적 의미를 각각 시간의 동시적 측면 및 순서적 측면에 비추어

11) 수업 동영상의 21분 41초부터 22분 05초 사이의 장면과 30분 15초부터 30분 32초 사이의 장면에 해당한다.

해석하였다. 즉, 시행의 순서를 고려하지 않는 2차원 상황은 두 사건이 시간적으로 함께 일어나는 것을 의미하며, 시간이 흐르면서 순차적으로 진행되는 2단계 상황은 잇달아 발생하는 두 사건에 순서가 있음을 의미한다. 학생들은 이러한 두 상황의 구조적 동치성을 간과하는 경향이 있기 때문에 동전 한 개를 5번 던져서 앞면이 5번 나올 확률과 동전 5개를 한 번 던져서 앞면이 5개 나올 확률이 다르다고 생각한다(신보미, 2008).

이처럼 학생들은 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 구할 때 ‘동시에’의 의미를 이해하는데 어려움을 겪을 수 있으므로, 해당 내용을 지도하는 교사는 ‘동시에’의 의미를 시간적으로 함께 일어나는 동시적 측면 및 잇달아 일어나는 순서적 측면과 관련하여 분명하게 다를 필요가 있다. 이 연구에서 분석한 수업의 교사는 해당 내용을 지도하기 위해 다음¹²⁾과 같이 A5형 발문을 제기함으로써, ‘두 사건이 동시에 일어날 경우의 수’에서 예전에 가르친 ‘동시에’의 의미를 회상하도록 하였다(준거 4).

교사 : ... 그러면 ‘동시’라는 것은 무슨 뜻입니까? 저번에 선생님이 경우의 수를 할 때 말을 했는데, 동시라는 것은 같은 시간적으로 함께 생긴다는 건지, 아니면 두 사건이 다 일어난다는 건지, 어떤 걸 뜻했나요?

학생들 : 두 사건이 다 일어나는 것.

교사 : 그렇죠, 같은 시간에 딱 일어난다는 것이 아니라, 두 사건이 다 일어나는 것을 뜻했습니까?(④)

학생들 : 예.

교사 : 자, 그러면 경우의 수 문제로 우리가 한 번 확인해 보겠습니다. 서울에 사는 손녀가 부산을 거쳐 가지고 제주에 사는 할머니 댁에 추석을 맞이해서 가려고 합니다. 그러면 저기 3번 문제 보이죠? 서울에서 부산을 거쳐서 제주로 가는 게 목적입니다. 그럼 저렇게 가려면 부산을 거쳐야 되니까 1번 사건과 2번 사건이 어떻게 일어나야 된다? 다 일어나야 된다, 동시에(⑤). 맞습니다.

위 대화의 ④에서 교사는 ‘동시에’가 시간의 동시적 측면과 관련된 2차원 상황을 의미하는 것이 아니라 순서적 측면에 의한 2단계 상황을 의미하는 것으로 설명하면서, 잇따른 시행에 의해 두 사건이 순서적 측면에서 동시에 일어나는 경우의 수를 구하는 문제(⑤)를 해결하도록 하였다. 특히 해당 수업에서 다룬 과제 7개¹³⁾ 중 6개는 두 사건이 2단계 상황에서 ‘동시에’ 일어날 확률을 구하도록 하는 것으로, 이러한 수업 전개 방식은 학생들이 ‘동시에’의 의미를 2단계 상황만을 의미하는 것으로 오해하게 할 우려가 있다.

Batanero & Sanchez(2005)에 따르면 학생들은 두 사건이 ‘동시에’ 일어나는 2차원 복합사건의 확률을 구할 때 확률의 덧셈 정리를 잘못 사용하는 오개념을 보이는 바, ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 지도하는 교사는 2차원 상황과 2단계 상황을 골고루 다를 필요가 있으며 특히 두 사건이 시간적으로 함께 일어나는 2차원 상황을 좀 더 유의하여 지도할 필요가 있다.

12) 수업 동영상의 8분 55초부터 9분 45초 사이에 해당하는 장면이다.

13) 해당 수업에서 다룬 과제의 구체적인 내용은 <부록 1>을 참조하기 바란다.

V. 결론

발문은 학생의 사고를 자극하고 강화하기 위해 제기되는 질문으로 교사가 수업을 진행하는 과정에서 학생의 학습 활동을 조정하는 주요한 도구이다. 교사는 학생들에게 수학을 전달하기보다는 적절한 발문을 통하여 학생들이 스스로 수학을 찾아갈 수 있도록 돕는 역할을 수행할 수 있다(최상호·하정미·김동중, 2016). 이를 위해 교사는 학생들의 사고를 자극하는 다양한 발문을 제기할 수 있어야 하는 바, 교사의 수업 전문성 개발과 관련하여 발문이 주요한 위치를 차지하는 이유가 여기에 있다.

이에 이 연구는 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업의 발문을 분석하여 해당 내용을 적절하게 다루는 수업 방안을 모색하고 확률에 대한 학생들의 이해를 개발하는 것과 관련된 논점을 기술하고자 하였다. 한편 2009 개정 교육과정을 비롯하여 여러 연구는 수업을 통해 교사가 다양한 유형의 발문을 제기할 필요가 있음을 지적하였으며, 교사가 제기하는 발문의 내용은 수업에서 다루고자 하는 주요 학습 내용과 밀접한 관련을 맺을 것이므로 이 연구에서는 분석 대상이 되는 수업의 발문을 ‘발문의 유형’ 및 ‘발문의 내용’이라는 두 가지 측면에서 살펴보고자 하였다. 이를 위해 발문을 제기하는 교사의 의도에 따라 발문 유형을 분류한 Morgan & Saxton(2006)의 연구, ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 지도와 관련된 선행 연구를 검토하여 수업에서 제기되는 발문의 유형과 발문의 내용을 분석하기 위한 준거 4가지를 추출하였다. 이로부터 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업에서 제기된 발문의 특징을 통해 해당 내용 요소를 의미있게 다루는 수업을 실행하기 위한 시사점을 요약하면 다음과 같다.

첫째, 수업에서 제기된 발문은 정보를 확인하기 위한 A형 발문이 87%, 이해를 형성하기 위한 B형 발문이 13%, 성찰을 촉진하기 위한 C형 발문이 0%로 나타났다. 특히 각 유형별 하위 발문 중 사실을 회상하거나 기억하도록 하는 A5형 발문이 64%로 가장 높은 비율을 차지하였다. Morgan & Saxton(2006)에 따르면 A5형 발문은 예전에 배웠던 공식이나 용어를 떠올리도록 하거나 해당 수업 시간에 배운 내용을 요약하여 기억하기 쉽도록 하려는 의도로 제기된다. 이에 교사는 학생들이 학습한 것 자체를 기억하도록 하는 것뿐만 아니라 배운 것을 토대로 세상을 바라보는 안목을 가질 수 있도록 이해를 형성하는 B형 발문, 그 의미를 음미하여 자신의 학습을 성찰할 기회를 제공하는 C형 발문도 수업 상황을 통해 사용할 필요가 있다.

둘째, 수업의 지도 내용은 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률 $P(A \cap B)$ 을 두 사건 A와 B가 서로 영향을 미치지 않을 때 $P(A) \times P(B)$ 와 같이 구할 수 있음을 알도록 하는 것이었다. 그러나 수업에서 제기된 총 112개의 발문 중에는 사건 A와 사건 B가 서로 영향을 미치는지 여부를 살펴보고자 하는 내용이 없었으며, 교사의 설명을 통해서도 해당 내용이 다루어지지 않았다. 여러 선행 연구는 사건 A와 사건 B가 서로 독립인지를 살펴보지 않은 채 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ 를 다루는 것은 다양한 확률 오개념을 자극할 수 있다고 지적한 바 있다. 이에 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 지도하는 교사는 두 사건이 서로 영향을 미치는지, 그렇지 않은지에 대해 학생들이 논의할 수 있도록 격려하는 발문 전략을 계획할 필요가 있다.

셋째, 확률의 곱셈 정리는 사건 A와 사건 B가 서로 영향을 미치지 않을 때 두 사건이 동시에 일어날 확률을 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ 와 같이 계산할 수 있음을 의미할 뿐만 아니라, 복

잡한 확률인 $P(A \cap B)$ 를 보다 간단한 $P(A)$ 와 $P(B)$ 의 곱으로 해석할 수 있다는 의미를 담고 있다. 이에 학생들은 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 다룰 때 복잡한 구조를 단순한 구조의 결합으로 해석하는 수학적 문제 해결 전략에 대해 구체적으로 의식할 수 있어야 한다. 이 연구에서 살펴본 수업에서는 확률의 곱셈 정리가 갖는 이러한 의미를 학생들이 이해하게 하려는 의도에서 B형 발문이 활용되기는 하였지만, 학생들의 답변에 대한 교사의 반응이 당초 교사의 의도를 실제로 구현하는데 적절하였는지에 대해서는 재론의 여지가 있다. 이에 의미있는 발문을 제기하는 교사의 수업 역량을 개발하기 위해서는 발문에 대한 학생의 답변에 적절하게 반응하는 방안도 함께 모색될 필요가 있다.

넷째, 수업에서 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 다루기 위해서는 ‘동시에’의 의미가 무엇인지에 대해 논의될 필요가 있다. 이 연구에서 살펴본 수업의 교사는 A5형 발문을 통해 ‘두 사건이 동시에 일어날 경우의 수’에서 예전에 학습한 적이 있는 ‘동시에’의 의미를 학생들이 회상하도록 하였다. 그러나 교사는 ‘동시에’가 두 사건이 시간적으로 함께 일어나는 것이 아니라 시간이 흐름에 따라 잇달아 일어나는 사건을 의미하는 것으로만 오해될 가능성이 있는 발문을 제기하였다. 특히 수업에서 다룬 과제 7개 중 6개가 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 두 사건 A, B가 잇달아 일어나는 상황에서 구하도록 하는 과제로 구성되어 있어 이러한 오해가 더욱 강화될 여지가 있다. ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’을 지도하는 교사는 ‘동시에’의 두 가지 의미에 대해 학생들이 충분히 이해할 수 있도록 관련 과제를 균형있게 다룰 필요가 있다.

이 연구는 ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업을 ‘발문 유형’과 ‘발문 내용’에 비추어 분석하여 해당 내용 요소를 적절히 다루는 수업 방안을 모색하기 위한 시사점을 기술한 사례 연구인 바, ‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업의 개선을 목적으로 하는 다양한 후속 연구를 통해 본 연구 결과가 반성적으로 검토되기를 희망한다.

참고 문헌

- 강완 · 장윤영 · 정선희 (2011). 수학 수업 발문유형 분석 및 대안 탐색-신임 교사 사례 연구 -. **초등수학교육**, 14(3), 293-302.
- 강현영 · 이동환 · 고은성 (2012). 좋은 수학수업과 교사 전문성 개발에 대한 현직수학교사 인식 조사-학교급 및 교육경력에 따른 차이 조사-. **수학교육**, 51(2), 173-189.
- 교육과학기술부 (2011). **수학과 교육과정**. 서울: 교육과학기술부.
- 교육부 (2015). **수학과 교육과정**. 서울: 교육부.
- 나귀수 (2013). 수학 수업 비평의 실제. **학교수학**, 15(2), 369-387.
- 대구광역시교육청 (2013). **초등학교 수업 연구교사제 운영 계획 안내**. 대구: 대구광역시교육청.
- 박진형 · 이경화 (2014). 모델링 활동을 통한 메타수준 학습에 대한 연구. **학교수학**, 16(3), 409-444.
- 방정숙 (2014). 예비교사의 초등 수학 수업에 대한 기술과 비평의 변화. **한국초등수학교육학회지**, 18(3), 399-424.
- 백소영 · 김도현 · 이경언 (2014). 수업 시연에서 나타나는 예비 수학교사의 발문 유형과 특성 분석. **교사교육연구**, 53(3), 400-415.
- 손복은 · 고호경(2012). 국제성취도 평가에 기초한 중학교 확률과 통계 내용 관련 탐구-PISA 와 TIMSS 문항 분석을 중심으로-. **한국학교수학회논문집**, 15(1), 109-135.
- 송근영 · 방정숙 (2013). 수업 동영상 분석(CVA) 기법을 활용한 분수 수업에 관한 초등 교사의 지식 탐색. **한국초등수학교육학회지**, 17(3), 457-481.
- 신보미 (2016). 교사들의 수업 분석 관점에 대한 연구-삼각형의 무게중심에 대한 수업 사례를 중심으로-. **수학교육학연구**, 26(3), 421-442.
- 신보미 (2008). 확률에 대한 교사의 교수학적 내용 지식 분석. **학교수학**, 10(3), 463-487.
- 유윤재 (2009). 확률의 독립성 개념의 의미 분석. **수학교육**, 48(3), 353-358.
- 이영하 · 권세림 (2009). 정보 분석 및 활용 측면에서의 중학교 2학년 확률 단원 분석. **학교수학**, 11(3), 389-413.
- 임해정(2015). **신뢰구간 추정 수업에서 교사의 발문 유형 분석**. 석사학위 논문. 전남대학교 대학원, 광주.
- 주미경 (2008). 협력적 탐구와 반성적 실천 맥락에서 예비교사 발문 사례 분석. **학교수학**, 10(4), 515-535.
- 최상호 · 하정미 · 김동중 (2016). 동료 멘토링 교수법에서 교사의 수업 참여전략과 발문전략 분석. **한국학교수학회논문집**, 19(2), 153-176.
- Batanero, C., Henry, M., & Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school : Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). USA: Springer.
- Batanero, C. & Sanchez, E. (2005). What is the nature of high school students' conceptions and misconceptions about probability? In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school : Challenges for teaching and learning* (pp. 241-266). USA: Springer.

- Boaler, J. & Humphreys, C. (2005). *Connecting mathematical ideas: Middle school video cases to support teaching and learning*. Heinemann: Portsmouth, NH.
- Capraro, M. M., Carter, T., & Harbaugh, A. (2010). Understanding, questioning, and representing mathematics: What makes a difference in middle school classrooms? *Research in Middle Level Education*, 34(4), 1-19.
- Chevallard, Y. (1988). *On didactic transposition theory : Some introductory notes*. Paper presented at the International Symposium on Research and Development in Mathematics Education, Bratislava, Czechoslovakia.
- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative Inquiry and Research Design-Choosing Among Five Traditions*. California: Sage.
- Fischbein, E., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1991). Factors affecting probabilistic judgments in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 523-549.
- Freedman, D., Pisani, R., & Purves, R. (1978). *Instructor's manual for statistics*. NY: Norton.
- Greer, B. & Mukhopadhyay. (2005). Teaching and learning the mathematization of uncertainty : Historical, cultural, social and political contexts. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school : Challenges for teaching and learning* (pp. 297-324). USA: Springer.
- Hogg, R. V. & Tanis, E. A. (1997). *Probability and statistical inference*. NJ: Prentice Hall.
- Jolliffe, F. (2005). Assessing probability thinking and reasoning. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school : Challenges for teaching and learning* (pp. 325-344). USA: Springer.
- Jones, G. A. (2005). Introduction. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school : Challenges for teaching and learning* (pp. 1-12). USA: Springer.
- Konold, C., Pollatsek, A., Well, A., Lohmeier, J., & Lipson, A. (1993). Inconsistencies in students' reasoning about probability. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 392-414.
- Manouchehri, A. & Lapp, D. A. (2003). Unveiling student understanding: The role of questioning in instruction. *Mathematics Teacher*, 96(8), 562-566.
- Merriam, B. S. (2007). **정성연구방법론과 사례연구**. (강윤수 · 고상숙 · 권오남 · 류희찬 · 박만구 · 방정숙 · 이중권 · 정인철 · 황우형 역). 서울: 교우사. (원저 1999년 출판).
- Morgan, N. & Saxton, J. (2006). *Asking better questions*. Ontario: Pembroke Publishers.
- Moyer, P. S. & Milewicz, E. (2002). Learning to question: Categories of questioning used by preservice teachers during diagnostic mathematics interviews. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 293-315.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.
- NCTM (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematics success for all*. Reston, VA: The Author.

- Polaki, M. (2005). Dealing with compound events. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school : Challenges for teaching and learning* (pp. 191-214). USA: Springer.
- Polya, G. (2005). **수학적 발견**. (우정호 · 정영옥 · 박경미 · 이경화 · 김남희 · 나귀수 · 임재훈 역). 서울: 교우사. (원저 1981년 출판).
- Sahin, A. & Kulm, G. (2008). Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, guiding, and factual questions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 221-241.
- Sierpiska, A. (2010). **수학에서의 이해**. (권석일 · 김성준 · 남진영 · 박문환 · 장혜원 · 한대희 · 홍진곤 역). 서울: 경문사. (원저 1996년 출판).
- Staples, M. (2007). Supporting whole-class collaborative inquiry in a secondary mathematics classroom. *Cognition and Instruction*, 25(2), 161-217.
- Tarr, J. E. & Lannin, K. J. (2005). How can teachers build notions of conditional probability and independence? In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school : Challenges for teaching and learning* (pp. 215-238). USA: Springer.
- Tarr, J. E. & Jones, G. A. (1997). A framework for assessing middle school students' thinking in conditional probability and independence. *Mathematics Education Research Journal*, 9, 39-59.
- Windschitl, M. (2002). Framing constructivism in practice as the negotiation of dilemmas: An analysis of the conceptual, pedagogical, cultural and political challenges facing teachers. *Review of Educational Research*, 72(2), 121-176.

An Analysis of Questioning in an Instruction on the Probability that Event A and Event B Occur¹⁴⁾

Shin, Bomi¹⁵⁾

Abstract

This study analyzed characteristics of which a teacher asked questions in an instruction on the probability that event A and event B occur. The aim of this study based on the analysis was to deduce implications in terms of the various means which would enhance middle school students' understanding about the probability and assist teachers in designing instructions on the mathematics contents. To achieve this goal, this research firstly reviewed Morgan & Saxon(2006) which offers one classification of questioning that identifies a general intention for each category. Secondly, this study examined previous literature on teaching and learning the probability that event A and event B occur in order to identify didactical issues to teach the mathematics contents. Therefore, this study probed the questions of the instruction in the light of the framework descriptors from Morgan & Saxon(2006) and the issues to teach the probability that event A and event B occur. This research inspires the elaboration of what features have with regard to effective questioning in teaching mathematics through the analyzing process and additionally the elucidation of essential matters related to mathematics education on the basis of the analyzed results.

Key words : Analysis of Questioning, Probability that Event A and Event B Occur, Independent Events

Received February 3, 2017

Revised March 15, 2017

Accepted March 22, 2017

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97C70, 97D40

14) This study was financially supported by Chonnam National University, 2016.

15) Chonnam National University (bomi0210@jnu.ac.kr)

신보미

<부록 1> '사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률' 수업의 흐름

흐름	내용(16)	시간 (소요시간)
도입	* 확률송 부르기 * 전시학습 확인: 파워포인트 자료로 제시된 과제를 해결하기  * 학습목표 제시: 학습목표를 알고 '동시에'의 의미를 경우의 수 과제를 해결하면서 회상하기 	04:40 ~9:50 (5분10초)
	* 동기유발 : 1박2일이라는 예능프로그램 동영상을 시청하면서 어떤 출연자 1명이 야외취침을 하게 될 확률을 구하기	~16:27 (6분47초)
전개	* 모둠활동 과제 해결하기(1) : 학예회 과제를 해결하기 위해 종이로 된 가발과 안경테를 큰 종이 위에 실제로 붙여보고 답을 구하기 <학예회 과제17> 학예회에 참석하기 위해 변장을 하려고 한다. 가발은 긴 가발 3종류, 짧은 가발 2종류가 있고, 안경테는 빨데 2종류, 금데 1종류가 있다. 짧은 가발과 빨데 안경을 고를 확률?	~21:30 (5분2초)
	* 모둠활동 과제 해결하기(2) : 주사위 한 개와 동전 한 개가 동시에 움직이는 플래시 자료를 본 다음 과제 해결하기 <주사위 한 개와 동전 한 개 과제> 주사위 한 개와 동전 한 개를 던져서 주사위는 3의 배수의 눈이 나오고 동전은 뒷면이 나올 확률?	~22:45 (1분15초)
	* 모둠활동 과제 해결하기(3) : 자유투를 던지기 직전인 농구 선수 사진을 본 다음 과제 해결하기 <자유투 과제> 어떤 선수의 자유투 성공률은 70%이다. 두 번 던져서 모두 성공할 확률?	~24:00 (1분15초)
	* 학습지의 수준별 과제 해결하기 : 학습지의 수준별 과제를 개인별로 해결하고 심화 과제를 교사와 함께 해결하기 <심화 과제> 모르는 시험 문제 2개를 찍어서 답하려고 한다. 각 문제에 답지가 5개씩 있다. 다음 확률은? (1) 모두 틀릴 확률 (2) 적어도 하나는 맞출 확률 (3) 하나만 맞출 확률	~29:00 (5분)
정리	* 학습 내용 정리 * 형성평가 해결하기 : 형성평가 문제 9개를 해결하고 답을 빙고 판에 적기. 가장 정답률이 낮은 양궁 문제를 교사와 함께 풀어보기 <양궁 과제> 명중률이 70%인 우리나라 양궁 선수가 두 발을 쏘아서 두 발 모두 맞추지 못할 확률은? 또 적어도 한 발을 맞출 확률은?	~34:47 (5분47초)
	* 인성교육 동영상 : EBS 동영상 '기적이 일어날 확률' 시청하기 * 과제 제시	~38:40 (3분35초)

- 16) 수업의 내용은 수업 동영상과 함께 에듀넷 우수 수업 동영상 서비스에 탑재된 교수-학습 과정안을 근거로 작성하였다.
- 17) 과제의 내용은 수업 상황이나 교수-학습 과정안에 제시된 내용을 그대로 기술한 것이다. 예를 들어 제시된 과제에 '두 사건이 서로 영향을 미치지 않을 때'나 '임의로 선택할 때'와 같은 설명이 없으면 여기에 기술된 과제의 내용에서도 이를 설명하지 않았다.

‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업의 발문 분석

<부록 2> 발문 유형 분석틀(Morgan & Saxton, 2006, pp. 45-54)

유형	하위 발문	발문 예시	발문 의도	
A 정보 확인	A1	수업의 규범을 확인하는 발문 (questions that establish the rules of the game)	이런 일이 일어나지 않게 하려면 무엇을 기억할 필요가 있나요? 발표 순서를 어떻게 정할까요? 듣고 있나요? 모두 보고 있나요? Ted의 말이 잘 들리나요?	활동 규범을 생각하도록 하기 발언하는 순서를 정하기 모든 학생이 수업에 참여할 수 있는 분위기인지 알아보기
	A2	수업의 절차를 확인하는 발문 (questions that establish procedure)	이 일을 어떤 순서로 진행하면 될까요? 이렇게 하면 좋을까요, 저렇게 하면 좋을까요? 이 점에 대해 펼길 필요가 있을까요? 시간이 얼마나 필요한가요? 어느 곳에서 이 활동을 해 볼까요? 보다 효과적으로 하려면 어떻게 하면 될까요? 무엇을 알아야 하나요? 스스로 할 수 있겠어요?	학생들이 가장 효과적인 방법을 찾도록 돕기 학생들이 활동을 수행하는 시간, 장소, 방법을 조정할 수 있도록 돕기 학생들을 활동에 참여하도록 하기
	A3	모든 활동 과정을 돕거나 확인하는 발문 (questions that establish or help control group discipline)	몇 명을 한 모둠으로 하면 좋을까요? 누가 모둠 활동 내용을 기록하나요? 책상 배치를 어떻게 하면 좋을까요?	모든 활동을 효과적으로 진행할 수 있도록 돕기
	A4	학급 전체를 통합하는 발문 (questions that unify the class)	모두 동의하나요? 이 점에 대해 뭔가 추가하고 싶은 사람 있나요?	학급 전체가 함께 활동할 수 있도록 돕기
	A5	사실을 기억하도록 하는 발문 (questions that focus on recall facts)	공식이 무엇인가요? 이 용어의 뜻이 무엇이었나요? 이제까지 내용을 요약하면? 우리는 지금 무엇을 알고 있나요? 사각형의 넓이는 얼마인가요?	과제를 잘 해결할 수 있도록 사실을 말하게 하기
	A6	조건의 변화에 따른 정보의 차이를 알아보도록 하는 발문 (questions that supply information and may suggest implication)	그와 같은 해결 방법이 많은 시간을 요구한다면 그래도 그 해결 방법을 고수할건가요? 교장 선생님이 그것에 대해 설명하라고 하신다면 뭐라고 하겠어요?	문제 상황의 조건이 변화하였을 때나 좀 더 어려운 상황에 마주쳤을 때 이를 해결할 수 있도록 준비시키기
B 이해 형성	B1	경험을 표현하도록 하는 발문 (questions that reveal experience)	이러한 설명을 들었을 때 어떤 생각이 떠오르나요? 사람들이 이저런 행동하는 것은 어떤 경험 때문일까요?	수업에서 배운 내용과 관련하여 학생들이 지니고 있는 개인적인 경험을 알아내기
	B2	연결을 만드는 발문 (questions that focus on making connections)	일상생활에서 발생하는 일과 이것은 어떤 관계가 있을까요? 현재와 같은 상황에서 사람들은 과거에 어떻게 행동했으며, 미래에는 어떻게 행동하게 될까요?	알고 있는 바를 사용하여 주어진 과제를 해결하도록 요구하기; 오늘 학습한 것을 과거 상황 또는 미래 상황과 관련짓도록 하기
	B3	생각이나 설명에 대해 정교화, 구체화를 유도하는 발문 (questions that press students to rethink or restate by being more accurate and specific)	그 용어가 무슨 의미인가요? 그 말을 좀 더 정확하게 설명해 볼까요? 보통 사람들이 이해할 수 있도록 설명해 주겠어요? 그렇게 느끼는 이유가 무엇인가요? 네가 그렇게 느끼게 된 구체적인 상황이 궁금하구나.	의미가 모호할 때 명확하게 설명하도록 요구하기 간접에 의해 의미가 흐려질 때 이를 명확하게 설명하도록 요구하기
	B4	관점이나 태도를 명확히 하도록 요구하는 발문 (questions that help promote expression of attitudes, biases, and points of view)	이 점에 대해서 어떤 의견을 갖고 있나요? 이 점에 대해서 어떤 우려 사항이 있나요? 이 일이 자기 자신에게 일어났다면 느낌이 달라질까요?	다양한 관점에서 상황을 바라볼 수 있도록 하기; 어떤 아이디어에 도달하게 된 정서적 측면을 인식하도록 하기
	B5	추론과 해석을 요구하는 발문 (questions that demand inference and interpretation)	이 점에 반대하는 사람들을 어떻게 설득하겠어요? 교과서에 쓰여 있는 이 문장은 무슨 의미일까요?	교과서나 수업 자료의 문장, 상황, 결론을 정당화하거나 설명하도록 요구하기
	B6	수업 내용 이면의 의미에 주목하게 하는 발문 (questions that focus on meanings behind textual content)	이 사례가 진짜로 의도하는 바는 무엇일까요? 이 내용을 통해 무엇을 발견할 수 있나요? 이것이 갑자기 이렇게 된 이유는 무엇일까요?	교과서나 수업 내용을 이해하는데 필수적인 의미를 탐색하도록 하기
C 성찰 촉진	C1	가정이나 가설을 설정하도록 하는 발문 (questions that develop suppositions or hypotheses)	사람이 개를 몰았다는 신문 기사를 보았는데 그 이유가 무엇일까요? 이 사람의 부인은 어떻게 해야 할까요?	어떤 사실에 대해 창의적으로 생각할 기회를 제공하기
	C2	감정에 주목하도록 하는 발문 (questions that focus on personal feelings)	이 글을 읽었을 때 어떤 감정이 들었나요?	개인의 감정을 표현하고 공유하는 기회를 제공하기
	C3	상황을 예측하도록 하는 발문 (questions that focus on future action and projection)	이 내용 다음에는 어떤 일이 일어날까요? 이 사실이 저 사실에 어떤 영향을 미칠까요?	추측을 통해 활동의 의미를 찾도록 하기; 원인과 결과를 생각해 보도록 하기
	C4	비판적 평가나 가치 판단을 유도하는 발문 (questions that develop critical assessment or value judgements)	이러한 결론의 정당화가 타당한가요? 어떻게 하면 일곱 명에게 땅을 공평하게 나누어 줄 수 있을까요? 이 점이 사실이라면 자기 자신에게는 어떤 문제가 생기나요?	학생들이 자신들의 사고방식을 검토하도록 요구하기; 정서적인 느낌과 인지적인 분석사이에 균형을 유지하도록 하기

신보미

<부록 3> '사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률'수업의 발문 분석 결과

발문 번호	발문	발문 유형 (준거1)	발문내용		
			준거 2	준거 3	준거 4
1	지난시간에 우리가 뭘 배웠죠?	A5			
2	사건 A 또는 B가 일어날 확률은 우리 어떻게 구했습니까?	A5			
3	한 번 이야기해 볼 사람?	A2			
4	두 확률 p와 q를 어떻게 했다?	A5			
5	p 더하기 q 맞습니까?	A4			
6	모동중학교 220명 학생에게 무엇을 물었다고요?	A5			
7	다 됐나요?	A1			
8	1번 답 열람니까?	A5			
9	얼마죠?	A5			
10	'수학여행을 만족했다 또는 매우 만족스럽다' 이런 학생을 우리가 한 명 뽑을 때 뽑힐 확률은 얼마일까요?	A5			
11	다 됐나요?	A1			
12	잘했는데, 누가 한 번 말해볼 사람?	A2			
13	위에 두 확률을 어떻게 했다?	A5			
14	더한다, 맞습니까?	A4			
15	그래서 얼마다?	A5			
16	110분의 얼마?	A5			
17	그러면 '동시'라는 것은 무슨 뜻입니까?	A5			○
18	저번에 선생님이 경우의 수를 할 때 말을 했는데, 동시라는 것은 시간적으로 함께 생긴다는 건지, 아니면 두 사건이 다 일어난다는 건지, 어떤 걸 뜻했나요?	A5			○
19	그렇죠, 같은 시간에 딱 일어난다는 것이 아니라, 두 사건이 다 일어나는 것을 뜻했습니까?	A5			○
20	그러면 지기 3번 문제, 잘 보이죠?	A1			
21	그럼 어떻게 가려면 부산을 거쳐야 되니까 1번 사건과 2번 사건이 어떻게 일어나야 되냐?	A5			
22	답을 한 번 얘기해 볼 사람?	A2			
23	맞습니까?	A4			
24	두 사건이 동시에 일어나는 경우의 수는 두 가지 수를 어떻게 했다?	A5			
25	여러분들은 TV 많이 보죠?	유사B1			
26	주로 예능 프로그램도 선생님은 좀 보는데 여러분은 어떤 거 주로 자주 봅니까?	유사B1			
27	그러면 동치미가 뭔지 압니까?	유사B1			
28	신치미는?	유사B1			
29	그 게임에서 물과 까나리 중에 어느 게 좀 안 좋은 걸까요?	유사B1			
30	동치미와 신치미를 고를 때 먼저 누가 골랐습니까?	A5			
31	고른 뒤에 은지원이 몇 개인 상태에서 골랐죠?	A5			
32	그렇습니까?	A4			
33	이 학습지의 답을 한 번 발표해 볼 사람?	A2			
34	올레 조에서 한 번 나와서 발표해 보겠습니까?	A2			
35	잘했죠?	A4			
36	우리는 지금까지 확률 어떻게 배웠다?	A5			
37	총 가짓수 25분의 그 사건이 일어나는 가짓수, 이렇게 구했죠?	A4			
38	전체 가짓수를 구해서 그 사건의 가짓수를 구해도 되고, 동시에 일어날 확률은, 각각의 확률을 어떻게 해도 된다?	A5			
39	신치미와 까나리가 동시에 고를 확률은, 신치미가 골라질 확률과 까나리를 고를 확률을 둘 다 어떻게 한거라고 같다?	A5			
40	곱한 거하고 25분의 얼마로 같습니까?	A5			

‘사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률’ 수업의 발문 분석

발문 번호	발문	발문 유형 (준거1)	발문내용		
			준거 2	준거 3	준거 4
41	가발 다섯 종류, 그 답에 안경 몇 종류?	A5			
42	나머지는 무슨 가발?	A5			
43	빨테 동그라미, 빨테 네모, 저거는 뭐가 빛나죠?	A5			
44	남학생들은 이렇게 종이로 된 가발이나 안경테 붙이는 종이 인형 놀이 처음 해보죠?	유사B1			
45	어릴 때 해봤습니까?	A4			
46	학습지 다 완성했죠?	A1			
47	학습지내용 한번 발표해 볼 조?	A2			
48	우리가 어떻게 했느냐면, 예전에는 총 가짓수 15분에 얼마?	A5			
49	그런데 각각 가발은 짧은 게 몇 종류다?	A5			
50	그래서 짧은 가발을 고를 확률은 5분의 2고 빨테안경을 고를 확률은 세 종류의 안경 중에서 몇 개죠?	A5			
51	3분의 얼마?	A5			
52	그래서 동시에 일어날 확률은 각각의 확률을 곱해도 15분의 4하고 어떻게?	A5			
53	저기 하늘색 총 열 다섯 가지 중에서 몇 가지?	A5			
54	그런데 각각의 확률을 곱한 거 하고 어떻게?	A5			
55	그러면 선생님이 모든 가짓수를 구하는 거나 곱한 거나 무슨 차이가 있습니까?	A5			
56	그런데 우리가 어떤 때 곱하는 게 좋을까요?	B6		○	
57	3의 배수 뭐 뭐 있나요?	A5			
58	주사위는 무슨 면 무슨 면 있나요?	A5			
59	그러면 이 두 사건이 동시에 일어날 확률 발표해 볼 사람?	A2			
60	주사위 3의 배수 눈이 나올 확률은 2/6이니까 얼마다?	A5			
61	또 여러분들 뭐하느냐면, 동전가지고 던지기 장난 많이 하죠?	B1			
62	동전 뒷면, 얼마입니까?	A5			
63	그래서 답은 얼마입니까?	A5			
64	자유투가 될까요?	유사B1			
65	자유투는 언제 던질까요?	유사B1			
66	그러면 두 번 모두는, 두 번을 던질 수 있는데 첫 번째도 어떻게 하고?	A5			
67	두 번째도 어떻게 한다?	A5			
68	답을 얘기해 볼 사람?	A2			
69	그러면 100분의 얼마입니까?	A5			
70	몇 퍼센트?	A5			
71	심화문제 다 풀었나요?	A1			
72	뭘 찍는다?	A5			
73	꼭 한 두개씩 있는데 여기에는 몇 문제를 모릅니까?	A5			
74	두 문제를 모르는데 보기가 몇 개 있나요?	A5			
75	맞출 확률은 얼마입니까?	A5			
76	그럼 얼마?	A5			
77	못 맞출 확률은 5분의 얼마?	A5			
78	그러면 1번 답은 얼마입니까?	A5			
79	그래서 25분의 얼마입니까?	A5			
80	적어도 둘 중에 하나 맞추면 여러분은 성공했다고 생각합니까, 실패했다고 생각합니까?	B1			
81	그러면 25분의 얼마다?	A5			
82	한번 발표해 볼 사람?	A2			

신보피

발문 번호	발문	발문 유형 (준거1)	발문내용		
			준거 2	준거 3	준거 4
83	8/25, 맞습니까?	A4			
84	4/25니까 요렇게 되던지 또는 이렇게 되는 경우이기 때문에 4/25 더하기 25분의 얼마?	A5			
85	하면 답이 얼마 나오니까?	A5			
86	25분의 얼마?	A5			
87	여기까지 되겠죠?	A1			
88	1번 문제 답은 될까요?	A5			
89	2번 문제 답은 될까요?	A5			
90	3번 문제 답은 될까요?	A5			
91	맞습니까?	A4			
92	그 다음문제 답은?	A5			
93	사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률은 어떻게 해서 구했다?	A5			
94	A가 일어날 확률이 p고 B가 일어날 확률을 q라면, 다 안 구하더라도 각각 확률을 어떻게 한다?	A5		○	
95	1번답은 됩니까?	A5			
96	2번답은?	A5			
97	3번답은?	A5			
98	빙고 나오니까?	A5			
99	다음 답은?	A5			
100	몇 퍼센트?	A5			
101	올림픽에서 우리나라 선수들이 아주 잘하는 종목 뭐죠?	유사B1			
102	49퍼센트입니까?	A4			
103	그러면 두 발을 쏘았을 때, 두 발 다 못 맞출 확률은 몇 퍼센트입니까?	A5			
104	두 발을 쏘았을 때, 적어도 한 발을 맞출 확률은 몇 퍼센트다?	A5			
105	모든 문제를 다 맞으면 자기 빙고가 몇 개 됩니까?	A5			
106	하나, 둘, 셋, 넷, 다섯, 여섯, 대각선 일곱, 여덟, 됐습니까?	A4			
107	생활 속의 많은 문제들을 풀었는데, 확률은 어느 때 많이 쓰이고 있나요?	B2			
108	확률이 쓰이는 경우?	B2			
109	여기에 어떤 사람들이 나왔나요?	A5			
110	라이트 형제, 또?	A5			
111	메토벤?	A5			
112	에디슨?	A5			