대한수학교육학회지 <학교수학> 제 19 권 제 1 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 19, No. 1, 189 ~ 208. Mar 2017

수학 교수-학습에서 기호와 주의의 역할

문 성 재* · 이 경 화**

지난 수십 년 동안, 구성주의의 자장 속에서 많은 수학교육이론은 학습 주체가 자신의 능동적인 구성 작용을 통해 스스로 수학적 의미를 구성하고 정교화 한다고 주장하였다. 하지만 최근 이루어지는 기호학적 접근은 수학적 인지의 수동적이고 집단적인 측면을 강조하며 위와 같은 구성주의의 기조를 문제시하고 있다. 본고에서는 Deleuze의 기호에 대한 논의 그리고 주의에 대한 선행연구의 통찰을 이용하여, 수학 교수-학습 과정을 설명하는 새로운 틀을 제시하고자 한다. 분석 결과, 수학적 의미는 기호에 의해 강제적이고 수동적으로 학습 주체 앞에 모호하게 펼쳐진다는 점 그리고 교사와 학생은 그 모호한 의미를 공동으로 전환하며 명료하게 만들어나간다는 점이 밝혀졌다. 이러한 관점은 과제와 교사의 역할을 재고하도록 하는 출발점이 된다.

I. 서 론

어떻게 주체가 수학적 의미에 맞닥뜨리게 되는가? 학습자는 어떻게 수학적 의미를 정교화하게 되는가? 그 과정에서 교사가 수행하는 역할은 무엇인가? 이는 오랫동안 수학교육학에서 답하고자 했던 중요한 질문이다. 지난 수십 년 동안, 구성주의의 자장 속에서 많은 수학교육이론은 학습자가 자신의 능동적인 구성 작용을 통해 스스로 수학적 의미를 만들고 정교화 한다고 주장하였다. 최근 들어 구성주의의 이러한 기조에 문제를 제기하는 연구자들이 늘어나고 있다 (Radford, 2013; Radford & Roth, 2011; Roth, 2011; de Freitas & Sinclair, 2012). 각 연구자 간의 차이가 분명히 존재하나, 그들은 공통적으로 구성주의가 정신과 몸을 선명히 구분하는 이원론을 따르고 있으며 학습 주체의 능동적인 힘을 지나치게 강조하고 있다고 비판한다.

특히 최근 논의되는 기호학적 관점에서는 수학적 인지의 수동적인 측면과 집단적인 측면이 강조되고 있다. 이러한 관점에서, 학습 주체가 수학적 의미와 조우하는 과정은 타자와 유리된 개인이 행하는 능동적인 구성 작용으로 여겨질 수 없다. 학습 주체가 수학적 지식에 다가가는 과정은 상당부분 수동적이며 타자의 힘을, 특히 기호와 교사의 힘을 필요로 하는 과정으로 여겨져야만 한다.

본고에서는 구성주의의 대안적 접근으로 제시되고 있는 여러 연구들에서 전제로 하는 기호와 주의에 대한 다음 입장의 의미를 살펴본다. 기호는 주체 앞에 모호한 수학적 의미를 강제로 펼쳐 놓게 되고, 그 모호한 의미의 장(field) 위에서만 학습자의 주의(attention)가 구조화되며 학습이 이루어질 수 있다. 이 주장에 대해 본고에서는 Deleuze(2004)가 제시한 기호와 학습에 대한 논의 그리고 수학교육에서 주의의 역할을 강조한 여러 선행연구들을 분석하여 왜 이러한 입장이

* 서울대학교 대학원, wowsjm7@snu.ac.kr (제1 저자)
** 서울대학교, khmath@snu.ac.kr (교신저자)

구성주의의 의미 있는 대안이 될 수 있는지를 살펴본다.

II. 이론적 배경

수학교육연구에서 기호학적 접근을 따르는 대다수 연구들은 학습 주체가 능동적인 개인의 구성 작용을 통해 수학적 의미를 구성해낸다는 구성주의의 기조를 비판하고 있다. 그들은 기호와 수학적 의미가 맺는 관계를 분석하면서, 수학적 의미가 기호를 통해 주체 앞에 나타나는 과정 그리고 주체가 의미의 특정한 부분에 주의를 기울이며 수학적 개념을 인지하는 과정이 수동적이고 집단적이라는 사실을 지적하고 있다. 본고에서는 기호와 주의에 대한 기존의 논의를 살펴보고, 교수-학습 현상을 분석할 새로운 틀을 제시하고자 한다.

1. 수학교육에서의 기호학적 접근

지난 30년 동안, 수학교육에서 기호학적 접근의 중요성이 계속하여 강조되어 왔다(Presmeg et al, 2016). 많은 연구자들은 수학에 기호가 편재되어 있다는 점 그리고 수학적 의미는 언제나 기호를 이용한 활동을 통해서만 전개된다는 점을 지적하며, 기호와 수학적 의미가 어떠한 관계를 맺는지에 대해 조명해왔다(Radford et al, 2011). 수학교육에서 기호학이 지니는 가치를 다음과 같이 요약할 수 있다.

> 기호학은 수학적 의미가 어떻게 작동하는지, 주체가 어떻게 수학적 의미를 만들고 사용하는지, 그리고 의미를 만들어낼 때 주체가 어떻게 의미의 주체가 되는지에 대한 설명을 제공한다. (Radford et al, 2011, p. 150)

기호에 대한 논의를 통해 학습 주체와 수학적 의미 사이의 관계를 해명하려는 연구들은 기호를 이용한 의미-형성 과정의 상당 부분이 암묵적이고 체화되어(embodied) 있으며 수동적으로 이루어진다는 점을 지적한다(de Freitas & Sinclair, 2012; Seeger, 2011; Thom & Roth, 2011). 이는 Kant의 인식론에 영향을 받은 구성주의적 입장이 학습 주체의 능동적인 힘을 강조하는 점과는 선명히 대비되는 것이다(Radford, 2013). 이러한 맥락에서 de Freitas & Sinclair(2012, 2013)는 수학적 인지 과정에서의 행위 주체성(agency)을 인간이 아닌 물질 일반으로 분배해야 한다고 주장하면서, 학습 주체 앞에 수학적 의미가 펼쳐지는 과정을 선험적인 인식 주체의 능동적인 정보 처리 과정이 아닌 외부의 힘에 의한 수동적인 과정으로서 분석하는 새로운 관점을 제시하였다.

주체가 수학적 의미와 조우하는 과정이 상당 부분 체화되고 암묵적이며 수동적으로 이루어진다는 점은, 주체 앞에 현시하는 수학적 의미가 매우 애매모호하다는 주장으로 이어진다. 일찍이 Merleau-Ponty(1945)가 언급했듯이, 의미는 본디 모호한 것이며 주체에게 명시적으로 드러나지 않는 의미의 차원이 언제나 존재한다. 이와 유사한 관점에서 Seeger(2011)는 수학적 의미와 관련하여, 언제나 주체가 온전히 포착해내지 못하는 잔여 의미(surplus meaning)를 언급한 바 있다. 이 잔여 의미는 전-논리적(pre-logical)인 성격을 가지며, 암묵적이기에 모호하다는 특징을 가진다.

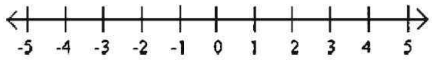
위에서 살펴본 바와 같이, 많은 연구자가 기호학적 접근을 통한 여러 통찰을 제시하였다. 하지만 기호 그 자체가 학습 주체의 앞에 모호한 의미의 장을 펼쳐 놓는 현상에 주목하며 학습이 이루어지는 과정을 분석한 연구는 찾아보기 힘들다.

예를 들어, Radford(2013)는 전체는 부분의 합 이상이라는 유기체론의 기조를 따르는 Hegel의

인식론을 수용하면서, 주어진 수학 과제를 해결하는 학생과 교사의 활동(activity)은 활동을 이루는 각각의 요소로 환원될 수 없다고 주장하였다. 그의 주장은 기호를 이용하는 교사와 학생의 활동에 초점을 맞추고 있는데, 여기서 학생은 활동의 동기 및 목적(motive)을 알지 못하므로 활동이 이루어지는 과정에서 교사의 적극적인 참여와 개입이 중요히 다루어질 수밖에 없다. 여기서 초점은 교사와 학생이 함께 연대하는(togethering) 활동에 놓인다. 하지만 본고에서는 교사의 개입 없이 단 하나의 기호를 지각(perceive)하는 것만으로도 학습이 이루어질 수 있는 의미의 장이 펼쳐진다는 것을 주장하고자 한다. 이와 관련하여 기호와 학습에 대한 Delueze의 논의로부터 시사점을 얻을 수 있다.

Deleuze의 관점에서, 기호란 의미를 전달하는 상징이 아니며 규약적이고 명시적인 성격을 갖는 대상도 아니다. 그는 기호를 유동하는 불안정한 힘 그리고 모호하게 존재하면서 차이적으로 변화하는 물질적 흐름으로 규정한다(김재춘, 배지현, 2016). 이와 유사한 관점에서 Deleuze의 존재-인식론을 수학교육에 적용한 de Freitas & Sinclair(2013)는 기하학적 도형이란 유동하며 진동하는 비결정적 전-도형들(pre-figures)의 다양체(multiplicity)를 특수한 방식으로 규정한 결과라는 점을 지적하였다. de Freitas와 Sinclair의 주장은 기호가 특수한 방식으로 규정된 결과와 동일시될 수 없다는 점을 드러내고 있다. 기호는 주체가 유동적이고 무궁무진한 방식으로 현실화될 수 있는 잠재적인 다양체인 이념(idea)을 감각하고 느낄 수 있도록 하는 힘인 것이다.

de Freitas & Sinclair(2013)는 수직선의 사례를 들면서 수학교육에서 기호가 가지는 힘을 실제적으로 보여주었다.



[그림 II-1] 일반적인 수직선(de Freitas & Sinclair, 2013)

[그림 II-1]은 교과서에서 일반적으로 쓰이는 수직선 모델을 나타내고 있다. de Freitas & Sinclair(2013)에 의하면, 위와 같은 수직선은 학습자에게 잠재적 다양체를 감각할 수 없도록 하는 경화된 대상이다. 만약 저 수직선을 유연하게 조작할 수 있고 확장할 수 있도록 한다면, 수직선은 경화되고 무력한(inert) 대상에서 벗어나 학습 주체의 앞에 수학적 개념의 의미가 솟아오르도록 하는 적극적인 역할을 수행할 수 있다. 학생들은 공학도구 등을 이용하여 저 수직선을 쥐고 늘리는 행위를 자유롭게 수행할 수 있고, 이 행위는 이전에는 지각할 수 없었던 무한한 수, 즉 실수를 전경으로 불러내어 정수들 사이에 잠재되어 있던 실수를 감각하고 직관할 수 있도록 한다. 이러한 조작을 통해 학생들은 수직선의 조밀성에 대해 탐구할 기회를 가질 수 있다. 이로부터 우리는 "단단한 선보다 탄력성을 가진 선이 움직이는 제스처의 잠재력을 얼마나 더 많이 가지고 있는지를 확인" 할 수 있게 되는 것이다. (de Freitas & Sinclair, 2013, p. 466)

여기서 학생들의 체화된 행위에 의해 학습 주체의 앞에 잠재적 의미가 솟아오르는 과정은 학생이 스스로 의도한 결과가 아니다. 그것은 기호가 이끌어낸 결과로 여겨져야만 한다. Delueze에 의하면, 학습 주체는 위와 같은 기호와 조우하면서 기호가 강제하고 재촉하는 애매모호한 의미의 장에 위치하게 된다(김기춘, 배지현, 2016). 그 의미의 장은 여러 의미가 뒤섞여 있고 특수하게 규정되지 않은 모호한 의미의 장이다. 주체의 앞에 그 애매모호한 문제의 장이 나타나는 과정은 수동적이고 비자발적인 과정이며(노정원,

이경화, 2016), 기호가 허용하고 이끄는 잠재적 의미의 공간 내에서 비로소 인간은 의미를 향한 주의 작용을 시작할 수 있게 된다.

Deleuze는 “배운다는 것, 그것은 분명 어떤 기호들과 부딪히는 마주침의 공간을 만들어간다는 것이다” (Deleuze, 1968; 김상환 역, 2004: p. 74) 라고 말하며, 학습을 기호들과 마주치는 과정으로 정의하고 있다. 인간은 각종 기호와 조우하면서 수많은 기호와 끊임없이 새로운 배치(assemblage)를 형성해나가게 되고, 그러한 배치가 형성되는 과정에서 잠재적인 수학적 의미가 현실화되는 경험을 하게 된다(de Freitas & Sinclair, 2014). 그 과정에서 잠재적인 수학적 의미는 기호를 통해 학습 주체 앞에 표현되어야 할 어떠한 문제를 제기하게 되는데, 여기서 문제는 인식 주체가 의식적으로 제기하는 문제가 아니다. 김기춘과 배지현(2016)이 정확히 지적했듯이, “문제를 제기하는 잠재적 의미는 인식 주체의 ‘주관적 관념 체계’이기보다는 주체 밖에서, 주체마저도 새로운 존재로 생성 또는 변이시키는 ‘객관적 관념 체계’라 볼 수 있는” 것이다. (p. 113)

학습을 학습 주체가 수학적 의미의 주체가 되는 과정으로 간주한다면, Deleuze가 말하는 기호는 교수-학습이 이루어지기 위한 선행 조건으로 여겨질 수 있다. 이는 주체와 기호와의 마주침에 의해 모호한 의미가 학습자의 앞에 현실화되지 않는 한, 주체가 스스로의 힘만으로 수학적 의미와 조우하는 일은 요원한 일일 수밖에 없기 때문이다. 그런데 학습이 성공적으로 이루어지기 위해서는, 모호한 의미를 명료하게 규정해 나가는 작업이 요구된다. 모호한 의미가 보다 명료한 형태로 전환되기 위해서는, 의미의 불필요한 부분을 제거하고 특정한 부분에 주목하는 작업이 필요하다. 다시 말해, 학습자는 의미의 특정 부분에 주의(attention)를 기울일 수 있어야 한다.

2. 주의(attention)의 의미와 필요성

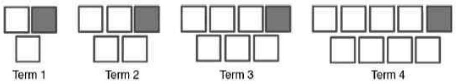
주의란 무엇인가? 주의는, 인간이 수용하는 많은 정보 중 대부분은 무시하고 몇몇을 택하여 의미를 처리한 다음 적절하게 반응하도록 하는 선택 기능으로 여겨진다(곽호완 외 4명, 2008). 이를 현상학적 관점에서 해석하자면, 주의란 근원적인 생활세계의 특정한 부분과 의미를 전경으로 이끌고 나머지 부분을 배경으로 흩어지게 하는 몸과 세계 사이의 작용이라 할 수 있다.[1)]

여러 선행연구에 의해, 수학 학습과정에서 주의가 차지하는 역할이 강조되어 왔다. 먼저 Radford(2009)는 다양한 기호적 자원과 여러 감각적 양식(modality)들의 복잡한 조정이 일어나는 공간을 기호적 노드(semiotic node)라 말하였다. 그 기호적 노드에서 학습 주체의 주의는 계속하여 변하게 되고, 그러한 주의의 전환이 이루어지는 변증법적 과정을 거치며 학생들은 수학적 개념과 조우하게 된다(Presmeg et al, 2016). 중요한 점은 기호적 노드는 개인적 사고가 이루어지는 공간이 아닌, 상호신체성(intercorporeality)을 통한 집단적 사고가 창발하는 공간이라는 점이다(Radford & Roth, 2011). 결국 주의가 조정되는 과정은 개인적으로 이루어지는 게 아니라, 교사, 학생 그리고 그들이 이용하는 다중양식적인(multimodal) 자원이 조정되는 집단적이고 창발적인 과정이라 할 수 있다.

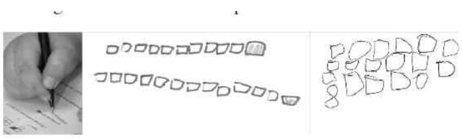
Seeger(2011)는 여태껏 수학교육에서 의식(consciousness)의 능력이 지나치게 강조되어왔음

1) 본고에서는 주의에 대한 기존의 심리학적 접근을 따르지 않는다. Radford & Roth(2011)의 지적대로, 개인주의적인 심리학의 관점은 정신과 몸을 이원론적으로 구분하는 경향을 가지고 있으며, 이는 수학적 인지의 집단적이고 창발적인 측면을 설명하지 못하는 결과로 이어지게 된다. 주의를 현상학적 관점에서 다루려는 이유도 여기에 있다.

을 지적하며, 앎의 암묵적인 차원과 전-논리적인 감각의 중요성을 강조하였다. 이러한 맥락에서 그는 수학교육연구에서 암묵적이고 수동적으로 작동하는 주의의 역할과 그것의 교육 가능 여부에 대해 연구해야 한다고 역설하였다. 이 수동적인 주의의 중요성을 Radford(2010)의 연구를 통해 확인할 수 있다. 다음은 Radford가 제시한 사례이다.



[그림 II-2] 대수적 구조 인식을 위한 과제(Radford, 2010)



[그림 II-3] 과제에 대한 학생의 반응(Radford, 2010)

학생들은 위에 제시된 과제로부터 $2n+1$이라는 일반적인 관계를 이끌어내야만 한다. 즉, 여기서 학생들은 일반적인 수학적 지식을 대상화하기를 요구받는다. 과제에는 학생의 주의를 일반적인 지식으로 이끌기 위한 장치가 제시되어 있다. [그림 II-2]에서 알 수 있듯이, 제시된 그림의 구조는 학생으로 하여금 하얀 정사각형의 개수가 2개씩 증가한다는 점 그리고 색이 다른 정사각형을 별개로 취급해야 한다는 점에 주의하도록 하고 있다. 하지만 [그림 II-3]에서 확인할 수 있듯이, 학생은 그림의 공간적 배열에 주목하지 않은 채 단순히 정사각형을 나열하여 그것의 수를 확인하는 모습을 보인다. 제시된 과제가 이미 사회-문화적인 수학적 의미를 품고 있음에도 불구하고, 학생들은 그것에 주의를 기울이지 못하는 것이다. Radford & Roth(2011)는 학습 주체가 자신만의 힘으로 공간적 구조에 주의를 기울이는 일은 매우 드물게 발생한다는 점을 지적하며, 교사가 학습자의 외부에서 주의를 강제적으로 전환시켜야 한다고 주장하였다. 이로부터 학습 주체가 주의를 전환하는 과정에서의 작용 주체(agency)가 학습자가 아닌 교사와 과제에 있다는 사실을 알 수 있다. 실제로 위의 사례에서 교사와 연구자는 각종 기호적 자원을 이용하여 학생의 주의를 전환시키며 학습 주체 앞에 의미가 솟아오르도록 하였다. 이는 교수-학습 과정에서 주의의 전환을 이끄는 힘이 학습자의 밖에 있음을, 다시 말해 수동적인 주의가 작동해야 함을 의미하는 것이다.

한편, Watson & Mason(2015)은 수학 학습을 학습자의 주의가 구조화되면서 수학적 구조를 인식해나가는 과정으로 규정하였다. 특히, Mason(2004)은 주의의 다섯 단계를 다음과 같이 구별하면서, 다섯 유형의 주의가 끊임없이 전환되며 수학 학습이 이루어진다고 주장하였다. (p. 33)

① 전체 모습에만 집중하기
② 세부 사항을 식별하기
③ 관계를 인식하기
④ 성질들을 지각하기
⑤ 확인된 성질의 기초에 대해 추론하기.

Mason(2004)과 Watson & Mason(2005)이 제시한 주의의 다섯 단계 그리고 그러한 주의가 전환되면서 학습이 이루어진다는 주장은 수학 학습을 설명해주는 강한 힘을 가진다. 하지만 그들이 언급한 주의 작용은 어디까지나 개인의 주의에만 제한되어 있다. Radford & Roth(2011)와 Towers & Martin(2015)이 언급했듯이, 인간의 인지는 타자와의 상호작용 속에서 집단적으로 창발하는 것이다. 결국, 그들은 개인주의적인 수학

적 인지의 관점을 취하며 교사와 학생 그리고 학생과 학생 사이에서 집단적으로 이루어지는 주의의 전환을 포착하지 못했다.

또한 Mason은 기호에 의해 펼쳐진 애매모호한 의미의 장으로 향하는 모호한 주의의 작용을 포착하지 못했다. 수학 교수-학습에는 언제나 기호가 작동할 수밖에 없기 때문에, 교수-학습 현상을 온전히 이해하기 위해서는 의미가 명료하게 드러나지 않은 채 여러 의미가 뒤섞여 있는 장을 향하는 주의 작용에 대해 논해야만 한다. 여기서 학습 과정에서 작동하는 지향성의 역할을 강조한 Zagorianakos & Shvarts(2015)의 연구를 참고할 수 있다. 작동하는 지향성(operative intentionality)이란, 적극적이고 능동적인 지향성이 작용하기 이전에 근원적인 차원에서 수동적으로 언제나 작동하고 있는 지향성을 뜻한다(이남인, 2013). 그 지향성은 인간의 명시적 주의의 영역에는 속하지 않으나, 암묵적인 차원에서 언제나 전-논리적으로 작동하고 있는 주의의 작용으로 여겨질 수 있다. 이 작동하는 지향성은 암묵적으로 그리고 전-논리적인 차원에서 작용하고 있기에, 매우 모호하다는 특징을 가진다.

위의 논의를 통해 우리는 주의를 다음과 같이 범주화할 수 있다.

<표 II-1> 주의의 범주화

	개인적 주의 (Personal attention)	집단적 주의 (Collective attention)
명시적 주의 (Explicit attention)	EP	EC
작동하는 주의 (Operative attention)	OP	OC

Mason(2004)은 수학 학습이 다섯 유형의 주의가 전환되며 구조화되는 과정이라 말하였으나, 실제 학습은 그것에 더해 EP, EC, OP, OC가 끊임없이 전환되면서 이루어지는 복잡한 과정으로 여겨져야만 한다.

물론 이렇게 주의가 전환되는 과정은 어디까지나 Delueze가 말하는 기호에 의해 강제적으로 펼쳐진 의미의 장 위에서가 아니면 일어날 수 없다. Watson & Mason(2015)은 학습자의 주의가 자연스럽게(naturally) 이동할 수 있다고 언급하면서 학습 주체가 가지는 선천적인 힘의 존재를 주장하였으나, Radford(2010)의 지적대로 학생의 주의는 사회-문화적인 수학적 구조로 쉽게 전환되지 않는다. 학습자의 앞에 강제적으로 모호한 의미의 장이 펼쳐져 학습 주체를 불편하게 만들지 않는다면, 학생의 주의는 쉬이 이동하지 않을 것이다.

Radford & Roth(2011)는 학생의 능동적인 구성능력을 지나치게 강조하는 구성주의를 비판하면서, 학습 과정에서 교사가 적극적으로 개입해야 할 의무가 있다는 연대하기(togethering)를 제안한 바 있다. 하지만 기호에 의해 강제적으로 펼쳐진 의미의 장 위에서 학생의 주의가 의미의 어떤 부분을 향하고 있는지를 포착하지 않은 채 교사가 학습에 개입하게 된다면, 극단적인 교수 현상인 토파즈 효과가 나타날 위험성이 있다(우정호, 2013). 이러한 현상을 피하기 위해서, 교사는 학생의 주의에 대한 감수성(sensibility)을 가지고 학생의 주의의 상태에 맞는 개입을 적극적으로 수행하여야 할 것이다.

지금까지의 논의를 바탕으로, 본고에서는 다음 과정에 의해 수학의 교수와 학습이 진행된다고 가정한다.

1. 기호에 의해 교사와 학생의 앞에 강제적으로 모호한 의미의 장이 펼쳐진다.
2. 교사와 학생의 공동 행위를 통해, 학습자의 주의가 구조화된다. 이 과정에서 학생의 EP, EC, OP, OC가 전환되면서, 모호했던

수학적 의미가 점차적으로 명료해지게 된다.

3. 또 다른 기호에 의해 안정된 학생의 상태가 와해되고, 새로운 의미의 장이 펼쳐진다.
4. 교사와 학생의 공동 행위를 통해, 다시 한 번 학습 주체의 주의가 구조화되며 의미가 명료해진다.
5. 위 과정이 반복되면서 학생은 수학적 개념에 잠재되어 있는 의미를 이해하게 된다.

III. 연구 방법

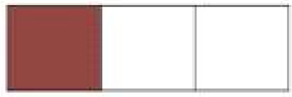
본 연구에서는 2016년에 이루어진 분수 수업 상황을 기록한 데이터에 대해 사례 연구를 수행하려 한다. 참여 학생은 경기도의 한 초등학교에 재학 중인 3학년 학생 7명이며, 그들은 정규 수업에서 분수에 대한 내용을 이미 접한 상태였다. 본고에서는 참여 학생 중 ST2, ST3, ST5의 반응을 집중적으로 분석할 것이다.

이 수업에서 연구자와 교사는 학생의 추측 과정에는 되도록 개입하지 않았으며, 학생이 자신의 답을 정당화하는 과정에서 나타나는 주의의 방향에 주목하고 그것을 전환하는 활동을 수행하였다. 이런 이유로, 본 사례는 교사와 학생의 주의가 공동으로 전환되는 현상을 매우 잘 드러내고 있기에 연구 사례로 선정되었다.

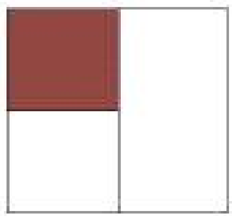
본 연구의 수업은 40분 동안 진행되었으며, 참여 학생의 분수 이해 현황을 확인하고 분수의 의미를 명확히 규정하는 것을 목표로 하였다. 김남희 외 5인(2013)에 따르면, 분수 즉 유리수의 의미는 등분할된 부분과 전체, 분배 결과의 몫, 비율, 연산자의 네 가지 범주로 구분된다. 초등학교 수학에서 분수의 도입은 등분할된 전체 부분으로 이루어진다(김성준 외 7인, 2015). 이에 본 연구에서는 특별히 설계한 과제를 통해, 학생들이 등분할된 전체-부분이라는 의미로서 분수를 지각하도록 요구하는 활동을 수행하게 하였다.

학생들에게 제시한 과제[2]는 다음과 같다.

① 다음의 그림을 보아라. 큰 사각형에서 색칠한 부분을 분수로 나타내면 무엇인가? 되도록 많은 답을 찾아보고, 자신의 주장이 왜 맞는지를 설명하여라.



② 다음의 그림을 보아라. 큰 사각형에서 색칠한 부분을 분수로 나타내면 무엇인가? 되도록 많은 답을 찾아보고, 자신의 주장이 왜 맞는지를 설명하여라.



위 과제는 학생에게 여러 해법을 제시하도록 하고 있는데, 이는 학생이 잠재적인 의미의 장에서 포착한 의미들에 최대한 많이 주목하게 하려는 의도를 가진다. 또한 학생에게 정당화를 요구함으로써, 정당화 과정에서 학생이 기호의 어떠한 부분에 주의를 기울이고 있는지를 확인하고자 하였다. 또한 큰 사각형 그리고 색칠한 부분이 무엇인지를 적시하지 않아, 학생들의 주의가 특정 방향으로 고정되는 것을 막고자 하였다.

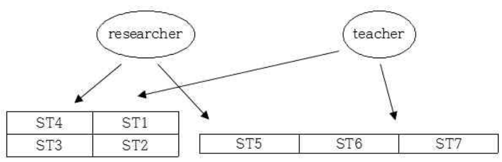
앞서 언급하였듯이, 학생의 학습 과정을 온전히

2) 위 과제는 Deborah Ball, Laurie Sleep 그리고 Meghan Shaughnessy에 의해 고안되어 미시간 대학 *Elementary Mathematics Laboratory* 프로젝트에서 쓰인 과제로(Kwon, 2015), 본 연구의 목적에 맞게 수정되었다.

담아내기 위해서는 명시적인 개인의 주의뿐 아니라 암묵적이고 집단적인 주의가 어떻게 이루어지는지 포착해야 할 필요가 있다. 본 연구에서는 개인의 주의 작용에 주목할 뿐 아니라, 개인이 기호적 자원을 활용하는 행위가 타인의 기호적 자원 활용 행위와 불가분의 관계를 맺을 때 나타나는 집단적인 주의 작용에 주목한다. 또한 학생의 판단 과정에서 작동하는 주의가 미치는 영향에 주목하여, 학습 과정을 온전히 파악하고자 한다.

이를 위해 데이터 분석은 학생 개개인에 주목하는 것에서 벗어나, 한편으로는 시선, 제스처, 발화 등의 기호적 자원을 통해 학습 주체 간의 주의가 어떻게 집단적으로 조정되고 있는지를 확인하고, 다른 한편으로는 학습 주체의 판단에 작동하는 주의가 어떠한 영향을 미치는지를 확인하는 방향으로 이루어진다.

또한 학습 상황에서 학생의 주의가 어떻게 이루어지는지를 보다 정확하게 포착하고자, 교사뿐 아니라 연구자 역시 학생들의 앞에서 수업을 진행하며 학생의 반응을 관찰하였으며, 3대의 캠코더와 2대의 녹음기를 통해 교사와 학생들의 반응을 기록하였다. 이렇게 얻은 여러 종류의 데이터를 삼각화 방식을 통해 분석할 것이다.



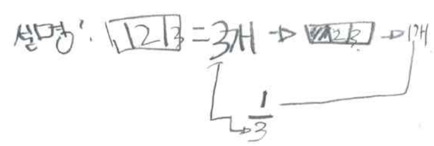
[그림 III-1] 교실 상황

Ⅳ. 연구 결과

①번 문제를 접했을 때 ST5는 “근데 이거는 3분의 1밖에 없지 않아? 또 다른 답이 있나?”라는 반응을 노출하였다. 이는 ①번 문제가 기호로서 역할을 수행하지 못하고 있음을 뜻하는 것이다. 학생들이 등분할된 전체-부분이라는 의미에 주의를 기울이기 위해서는, 학습 주체의 앞에 분수에 대한 모호한 의미의 장이 강제적으로 펼쳐져야만 한다.

이후 모든 학생들이 ①번 문제에 3분의 1이라는 답을 제시하였음을 확인하였고, 이 시점에서 그들의 정당화는 어디까지나 개수의 측면에서만 이루어지고 있었다. 다시 말해, 학생들은 사각형 3개 중 1개가 색칠되어 있기에 3분의 1이라는 답을 내고 있었던 것이다. 물론 학생들이 3분의 1이라는 답을 제시하였다고 하여, 학생들이 분수의 의미를 제대로 학습했다고는 볼 수 없다. 이를 ②번 문제에 대한 학생들의 반응으로부터 확인할 수 있다.

이후 학생들이 ②번 문제를 접한 뒤의 수업 상황은 크게 4부분으로 나뉠 수 있다.



[그림 IV-1] ①번 문제에 대한 학생의 정당화

<u>4-1. 오타 아니에요?</u>

ST3 : 이거 오타 아닙니까? 이런 분수가 있어요?
Researcher : 오타가 아니에요 여러분.
ST2 : 이런 분수는 3학년 때 안 배우는데.
ST3 : (색칠 안 된 직사각형에 선을 그으며) 잘라도 되나? 줄 그어도 되나?
ST3 : (문제 ②를 가리키며) 선생님. 근데 이건 어떻게 푸는 거에요?
Researcher : 한 번 생각을 해보세요. 자유롭게.
ST4 : 오타. 문제가 이상함.
ST3 : 3분의 1인가 이거?
ST1 : It’s a 4분의 1.
ST3 : (웃으며) It’s a 4분의 1.
ST4 : 오타. 문제가 이상함. 오류.

ST3 : 1번. It's a 4분의 1. 2번. It's a 오타. 3번. 어이없는 문제.

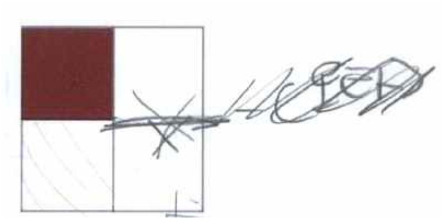
ST1 : 나 다 썼어. 야. 나 다 썼어. It's a 4분의 1. 아니면 It's a 3분의 1. 왜냐하면 나도 모름.

학생의 반응은 크게 세 가지로 나타났다. 3분의 1, 4분의 1, 오타. 여기서 흥미로운 건 학생들이 문제를 가리켜 오타 혹은 오류라고 언급했다는 점이다. 이는 ②번 문제가 학생들의 안정된 상태를 와해시키며 그들 앞에 강제적으로 모호한 의미의 장을 펼쳐놓는데 성공하고 있음을 의미한다. 아마도 이 문제를 접하기 이전까지, 그들의 분수 인식은 등분할된 직사각형 모델에 강하게 의존하고 있었을 것이다.

이후 ST3이 직사각형을 정사각형 두 개로 나누는 선을 그은 행위를 관찰할 수 있는데, 이는 등분할에 대한 이해의 결과라고는 볼 수 없다. ST3은 선을 그은 이후로도 3분의 1, 4분의 1, 오타라는 반응을 노출하고 있다. 등분할된 전체-부분의 의미를 파악했다면, 어려움없이 4분의 1이라는 답을 제시했을 것이다. 따라서 ST3이 선을 그은 행위는 학생이 능동적으로 행한 행위라기보다는 기호가 주는 불편한 상황이 유도한 행위로 여겨져야만 한다.

②번 문제에서 학생들이 불편함을 느끼며 3분의 1이라는 답과 4분의 1이라는 답을 동시에 제시했다는 점으로부터, 학생들이 개수와 등분할에 대한 주의 작용을 수행하고 있음을 알 수 있다. 3분의 1이라는 답은 학생들이 개수에 주의를 기울였기에 나온 답이고, 4분의 1이라는 답은 학생들이 등분할에 주의를 기울였기에 이끌어낸 답이다. 하지만 이 시점에서 학생들의 등분할에 대한 주의는 EP의 형태라고는 볼 수 없다. 학생들은 직사각형을 나누는 선을 그리고 나서야 4분의 1이라는 답을 낼 수 있었다. 이는 학생들이 등분할에 대한 주의가 OP임을 뜻하는 것이다. 더욱이 학생들이 만약 개수에 대한 주의만을 가지고 있었다면, ②번 문제에서 불편함을 느끼지 않고 3분의 1이라는 답을 내었어야만 한다. 이 시점에서 학생들의 판단에는 개수에 대한 EP 그리고 등분할에 대한 OP가 동시에 작용하고 있다.

이후 교사에 의해, 학생들은 자신의 답에 대한 정당화를 발표하게 된다.



[그림 IV-2] ST2의 반응

4-2. 전환되지 않는 작동하는 주의

ST2 : 4분의 1인 거 같아요.

Teacher : 4분의 1인거 같다?

ST4 : (②번 문제의 직사각형에 그은 선을 가리키며. [그림 IV-3]) 이렇게 나누면 되잖아요.

Teacher : 왜 4분의 1이라고 생각해?

ST2 : (②번 문제의 직사각형을 가리킨 뒤 정사각형을 그리는 제스처를 두 번 취한다. [그림 IV-4)) 어, 어, 이 길쭉한 네모가 뭔가 네모가 이렇게 한 개, 두 개 있는 거 같아서.

ST3 : (ST2의 제스처에 주의를 기울인다.)

ST4 : (ST2의 제스처에 주의를 기울인다.)

[그림 IV-3] ST4의 제스처

[그림 IV-4] ST2의 제스처

이 부분에서 ST2와 ST4의 제스처를 관찰할 수 있다. ST4는 자신이 그은 선에 주의를 기울이면서, 개수의 측면에서 4분의 1이라는 답을 제시하고 있다([그림 IV-3]). ST2는 직사각형 내부에 정사각형을 나타내는 제스처를 두 번 취하며, 직사각형 안에 정사각형이 두 개가 있는 것 같다고 언급하고 있다([그림 IV-4]). 이로부터 ST2의 주의가 직사각형과 그 안에 포함될 수 있는 정사각형 두 개로 쏠리고 있다는 점을 알 수 있다. 이 시점에서 ST3과 ST4가 ST2의 제스처에 주의를 기울이는 모습을 보인다. 이 부분에서 학생들의 집단적 주의가 직사각형 안의 정사각형 두 개로 향하고 있다는 사실을 알 수 있다.

전체 학생들의 집단적 주의를 보다 강하게 이끌기 위해, 연구자는 칠판에 ②번 문제의 그림을 그린 뒤, ST2에게 다시 한 번 설명을 요청한다.

ST2 : (②번 문제의 직사각형을 가리키며) 이, 이거 길쭉한 네모가
Teacher : 이게
Researcher : (칠판에 그린 그림에서 직사각형을 강조하며. [그림 IV-5]) 요거, 요거, 요거.
ST2 : (칠판에 그려진 그림에서 직사각형 부분을 가리키며. [그림 IV-6]) 네, 그 네모 안에 또 네모가 저것처럼 한 개, 두 개 있는 것 같아요.
ST3 : (ST2를 따라 칠판의 그림에 집중한다.)

이 부분에서 연구자와 교사는 칠판에 그려진 그림으로 학생들의 집단적 주의를 이끌어내고 있다. ST2가 어떠한 부분에 주의를 기울이며 4분의 1이라는 답을 정당화하고 있는지 확인하기 위해, 연구자는 칠판에 그린 ②번 문제의 그림에서 직사각형을 강조하였다. ST2는 직사각형 안에 정사각형이 두 개 있다는 의미의 제스처를 취하면서, 4개 중 1개라는 근거를 통해 자신의 주장을 정당화한다. 이 시점에서 ST3은 ST2와 칠판의 그림을 번갈아가며 쳐다보고 있고, 연구자 그리고 ST2와 직사각형과 사각형의 개수에 대한 집단적 주의를 수행하고 있다.

[그림 IV-5] 연구자의 직사각형 강조

[그림 IV-6] 칠판의 그림을 가리키는 ST2와 그것에 집중하는 ST3.

이후 연구자와 교사는 ST3에게 자신의 답을 정당화할 것을 요구하였고, ST3은 ST2를 가리키며 ST2가 제시한 방식과 동일한 방식을 제안하고 있다.

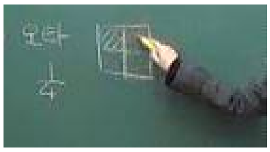
Researcher : (직사각형 안에 선을 그으며) 요 길쭉한 네모를
ST3 : (직사각형을 가르는 제스처를 취하며) 반으로 잘랐을 때, 네네.
ST2 : (연구자의 행위에 주의를 기울이며) 제 말이 그거에요.

여전히 ST2와 ST3은 사각형의 개수에 주의를 기울이고 있다. 문제는 이 시점에서 학생들이 직사각형을 반으로 가르는 선을 그은 뒤, 등분할에는 주의를 기울이지 않은 채 4분의 1이라는 답을 안정적으로 내고 있다는 점이다. 이 시점에서는 기호가 학생에게 촉발한 불편함이 점차 줄어들고 있고, 이는 학습의 실패로 이어질 수 있는 위험한 상황이다. 여기서 교사는 학생들의 등분할에 대한 작동하는 주의를 명시적인 주의로 전환하기 위해 개입하게 된다.

4-3. 교사의 개입

Teacher : (색칠 안 된 정사각형 3개를 가리키며.) 얘랑 얘가 같다고?
ST2 : 네
ST3 : 네
Teacher : (색칠 된 정사각형과 안 된 정사각형을 번갈아 가리키며. [그림 IV-7]) 그럼 얘랑 얘랑은 같을까?
ST2 : 아니요.
ST3 : 아니요.
Researcher : (색칠 된 정사각형과 안 된 정사각형을 번갈아 가리키며.) 얘랑 얘랑 달라요?
ST2 : 네
ST3 : 네
Resercher : (색칠 된 정사각형과 안 된 정사각형을 번갈아 가리키며.) 얘랑 얘는 왜 달라요?
ST3 : 색칠이 안 되어 있으니까요.
Resercher : 색칠이 안 되어 있으니까 다르다?
Teacher : 크기를 봐봐. 크기는 어때?
ST2 : 똑같아요.
ST3 : 똑같아요.

학생들이 기호가 펼쳐낸 모호한 의미의 장 위에서 등분할에 대한 작동하는 주의를 가지고 있다는 것을 확인한 교사는, '같다'와 '다르다' 그리고 '크기'라는 용어를 구사하며 학생들의 주의를 등분할로 옮기려 한다. 이 시점에서 ST2와 ST3은 교사의 제스처와 말에 주목하며, 각 사각형들의 크기가 같다고 대답하고 있다. 여기서 교사와 학생들은 사각형의 크기에 대한 EC를 수행한다. 이를 확인한 연구자는 보다 적극적으로 개입하여 학생들의 암묵적 주의를 전환해야 할 필요성을 느낀다.



[그림 IV-7] 교사의 제스처

Researcher : (칠판에 쓴 학생들의 정당화 내용 그리고 ②번 문제의 그림을 가리키며) 여러분 아까 그 1번 문제 기억하죠. 1번 문제에서 그 여러분들이 말했던 이유가 세 칸 중에 하나가 색칠되어 있으니까 3분의 1이라고 했잖아요? 근데 요거는 세 칸 중에 하나가 색칠되어 있는 게 아닌가요?
ST2 : 아니요.
Researcher : (②번 문제의 그림을 가리키며.) 지금 이거 세 칸이잖아요.
ST2 : 크기가 달라요.
Researcher : (②번 문제의 그림을 가리키며.) 크기가 다르다? 다시 한 번 얘기를 해볼래요? 어떤 게 다른 거죠?
ST2 : 크기
Researcher : 어디 크기를 말하는 거에요?
ST3 : 작은 거랑 큰 거랑 크기가 달라요.
ST2 : (칠판의 그림을 가리키며) 거기 작은 거랑 큰 거랑.
Researcher : (②번 문제의 그림을 가리키며) 어디를 말하는 거죠? 여기서?
ST2 : (칠판에 있는 ②번 문제의 직사각형을 가리키며) 여기, 여기. 길쭉한 거.
Researcher : (②번 문제의 그림을 가리키며) 이 길쭉한 거? 이 길쭉한 게 어떤 거죠? 왜 그렇죠?
Teacher : 다른 사람들도 같이 얘기해줘.
Researcher : 한 번 얘기를 해볼까요? 왜냐하면

이것도 여러분들이 아까 3분의 1이라고 얘기했던 이유가 세 칸 중에 하나가 색칠되어 있으니까 3분의 1이다라고 얘기를 했는데, 이것도 세 칸 중에 하나가 색칠이 되어 있잖아요? 근데 예 한 번 말해볼까요?

ST5 : (교사의 제스처에 집중하면서) 근데 위에 있는 것은 3분의 1은 똑같이 나눈 것 중에 하나고 밑의 거는 똑같이 나누지 않은 것 중에 하나니까?

여기서 연구자는 앞서 학생들이 ①번 문제에 대한 정당화로 제시하였던 근거를 상기시키고 있다. 이는 학생들을 차이에 노출시켜 다시금 모호한 의미의 장으로 이끌기 위한 의도를 가진다. 연구자가 ①번 문제에 대한 근거와 ②번 문제에 대한 근거를 대비시키자마자, ST2가 크기라는 용어를 언급한다. 이는 앞서 교사에 의해 제시되었던 용어로, ST2는 그 용어를 통해 자신의 주장을 정당화하고 있는 것이다.

ST2는 직사각형과 정사각형 사이의 크기가 다르다는 점에 주의를 기울이며, 등분할에 대한 명시적인 주의를 형성시키고 있다. 여기서 ST5가 등분할에 대한 보다 정확한 의미를 제시하는데, 이는 ST5가 연구자와 교사 그리고 ST2와 집단적으로 수행하였던 주의의 결과인 것이다.

이 부분에서 혹자는 교사의 개입이 토파즈 효과의 전형적인 예라고 주장할 수도 있다. 하지만 필자는 교사와 연구자의 개입이 극단적인 교수 현상인 토파즈 효과로 간주될 수 없다고 주장한다. ST2와 ST5는 단순한 유추를 이용하여 답을 이끌어낸 것이 아니다. 그들은 이미 등분할의 의미를 향한 작동하는 주의 작용을 수행하고 있었고, 교사는 이를 확인한 후 그 주의를 전환하기 위한 조치를 취했을 뿐이다. 다시 말해, 연구자와 교사 그리고 학생 사이에서 이루어진 집단적 주의의 전환은 단순한 암시와 같은 방법을 통해 이루어진 과정이 아니며, 교사와 학생이 학습의 성공을 위해 수행한 윤리적 의무, 즉 연대하기의 과정으로 간주될 수 있다(Radford & Roth, 2011).

<u>4-4. 전체 그리고 대분수</u>

ST1 : (칠판의 그림을 유심히 보다. [그림 IV-8]) 그럼 이 생각이면 그냥 대분수로 나타내는 거야?

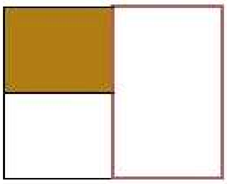
ST4 : 아 대분수.

ST2, ST3, ST4 : (매우 놀란 표정을 지으며)

등분할에 대한 학생들의 집단적 주의가 형성된 이후, 갑자기 ST1이 대분수를 언급한다. ST1은 칠판에 그려진 ②번 그림을 유심히 지켜본 뒤, 무언가를 깨달은 듯한 표정으로 그림을 대분수로 나타낼 수 있을 것 같다는 추측을 제기한다. 칠판에 그려져 있던 ②번 그림은 연구자에 의해 직사각형 부분이 다른 색으로 강조되어 있었는데, 아마 ST1은 강조된 직사각형에 주의를 기울이며 직사각형 부분을 1로, 나머지 부분을 2분의 1로 생각할 수 있다고 판단했던 것 같다. 주어진 그림을 1과 2분의 1로 바라보기 위해서는, 문제에서 언급된 큰 사각형을 전체 정사각형이 아닌 직사각형으로 해석할 수 있어야만 한다. 이는 ②번 그림에서 직사각형 부분을 전체로서 바라보는 주의 작용을 요구하는 바, 연구자가 강조한 직사각형이 ST1에게 직사각형과 전체의 의미에 주의를 기울이도록 했다는 해석은 매우 자연스럽다.

이 상황은 연구자나 교사가 의도했던 상황이 아니다. 이 상황은 ST1이 그 시점에 칠판에 그려진 그림을 주목한 결과로 나타난 우연적 상황이라 할 수 있다. 여기서 우리는 학습 과정에서 우연이 차지하는 중요한 역할을 확인할 수 있다.

[그림 IV-8] ST1이 칠판의 그림에 주의를 기울이는 모습



[그림 IV-9] ST1이 주목한 그림의 형태

ST2 : 대분수로 나타낼 수도 있어요. 대분수.
Teacher : 어떻게요?
Researcher : (칠판에 1과 2분의 1이라는 답을 쓰며) 대분수로 어떻게 나타내요?
ST2 : 1과 2분의 1 아니 1과 2분의 1.
ST5 : 근데 저건 1이...
ST3 : 나 왠줄 알겠다.
Researcher : 이건 어떤 걸 얘기한 거에요?
ST2 : (칠판의 ②번 그림을 가리키며) 저 길쭉한 한 개는 1이고
Researcher : (직사각형 부분을 강조하며 그 밑에 1을 쓴다) 여기서 이 길쭉한 거요?
ST2 : (제스처로 색칠된 사각형과 그 밑의 사각형을 가리킨다) 네 그게 1이고 2분의 1은 옆에 있는 색칠된 거랑 색칠 안 되어 있는 거.
Researcher : (직사각형을 가리킨 뒤, 옆의 색칠된 정사각형과 다른 정사각형을 가리킴) 아 그러니까 이게 1이고 요 부분이 2분의 1이라는 거에요? 여러분들은 어떻게 생각해요?
ST3 : 돼요.
ST5 : 아니라고 생각해요.
Researcher : 아니라고 생각해요?
ST3 : 응? 된다고 생각했는데.
ST5 : (칠판의 그림을 향해 머리를 흔든다) 저거는 1이 아니고 반으로 나눈 거니까 1이 아니지 않아요?
Researcher : (직사각형을 가리킨다) 어떤 거. 이 길쭉한 거?
ST5 : 네.
Researcher : 반으로 나눠서 1이 아니다?
ST5 : 네.
Teacher : (제스처로 큰 정사각형을 그린 뒤, 가로선을 그리는 제스처로 반을 표현. [그림 IV-10]) 전체의 반을 나눈 거기 때문에 1이 아니다.
Researcher : 이 말이 맞나요?
ST5 : 네.

ST1이 대분수라는 키워드를 언급하고 ST2가 1과 2분의 1이라는 답을 제시한 뒤, 교사와 학생들의 집단적 주의는 전체의 의미로 옮겨 갔다. 분수가 전체와 부분 사이의 관계라는 점에 비추어볼 때, 이는 바람직한 주의의 변화로 여겨질 수 있다. 물론 이 시점에서 학생들의 주의는 암묵적인 차원에 놓여 있기에, 학생들의 집단적 주의는 아직 OC에 머물러 있다고 생각할 수 있다. 연구자와 교사는 학생들의 정당화를 주의 깊게 들으며, 학생들의 주의가 어떠한 사각형으로 향하고 있는지를 확인한다. ST5의 반응에서 전체의 의미에 대한 작동하는 주의가 작용하고 있음을 확인한 뒤, 교사는 전체라는 용어와 제스처를 동시에 이용하여 학생의 집단적 주의를 명시적으로 전환하려 한다.

[그림 IV-10] 전체와 반을 제스처로 나타내는 교사

Researcher : (ST5를 가리키며) 아까 아니라고 한 걸 다시 한 번 친구들한테 얘기해볼 수 있어요?

ST5 : 저기 그 ST2가 1이라고 말했던 게 전체를 반으로 나눈 거니까 1이 아니지 않나?

ST2 : 근데 반으로 안 나눴을 수도 있잖아요.

Teacher : 아~ 반으로

Researcher : 반으로 안 나눴을 수도 있다?

ST2 : (고개를 끄덕인다)

Researcher : 그러니까 반으로 안 나눌 수도 있다는 게 어디를 말하는 거에요? 어떤 것의 반?

ST2 : (칠판의 그림을 가리킨다) 요거 요 길쭉한 거.

Teacher : 길쭉한 게 하나라고 생각할 수도 있다는 것?

Researcher : (그림의 직사각형을 강조하며) 요 길쭉한 게 그냥 하나. 어 근데 ST5는 아까 전체라고 했었죠? 그 전체가 어떤 것을 얘기하는 거에요?

Teacher : (허공에 정사각형 모양의 제스처를 취하며. [그림 IV-11]) 전체가 어떤 거라고 생각해? 원래 분수가 전체에서 부분을 말하는 거잖아?

ST5 : (손가락을 이용하여 정사각형 모양으로 제스처를 취한다) 저 네모가 전체.

Teacher : 어떤 네모?

ST5 : (손가락을 이용하여 정사각형을 그린다. [그림 IV-12]) 저 뚱뚱한 전체.

Researcher : (큰 정사각형을 분필로 강조. [그림 IV-13]) 이 전체를 얘기하는 거에요?

ST2, ST3 : (교사와 ST5 사이의 대화에 주의를 기울인다)

Teacher : (ST2를 가리키고 허공에 전체와 부분을 의미하는 제스처를 취한다. [그림 Ⅳ-14]) 그럼 친구는? 전체, 원래 분수는 전체분의 부분이잖아. 전체가 어떤 부분이라고 생각하는 거야?

ST2 : (직사각형 두 개를 그리는 제스처) 어 저 두 개요.

ST3 : (칠판, 교사 그리고 ST2를 번갈아가며 바라본다.)

Researcher : (칠판에 그려진 그림 ②의 직사각형 두 개를 번갈아가며 가리킨다) 그러니까 학생은 요게 전체고, 이게 또 하나의 전체다라고 얘기를 하고 싶은 거에요?

ST2 : (끄덕인다)

앞선 상황에서 전체에 대한 학생들의 EC가 형성된 이후, ST5는 그림 ②의 직사각형 부분이 전체를 반으로 나눈 것이기 때문에 1이 될 수 없다고 주장한다. ST2는 ST5의 주장에 반대하면서, 직사각형은 반으로 나눈 결과가 아닐 수 있다고 주장한다. 이로부터 학생들이 전체에 대한 집단적 주의를 형성하고 있음을 알 수 있다.

이후 교사와 연구자는 여러 가지 기호적 자원을 이용하여, 학생들이 어디에 주의를 기울이고 있는지 확인한다. 학생들이 전체의 의미에 대한 명시적 주의를 형성하고 있다는 사실을 확인한 교사는 학생들의 주의를 보다 명료하게 만들고 전체와 부분 사이의 관계에 주목하게끔 하기 위해, 전체와 부분 사이의 관계라는 말을 언급한다.

지금까지 이루어진 교수-학습 상황에서, 학생들은 차례대로 개수, 등분할, 전체에 주의를 기울일 수 있었다. 분수의 의미를 파악하기 위해 등분할과 전체의 의미에 주목해야 한다는 점을 고려해보면, 교수-학습의 과정이 성공적으로 이루어지고 있다고 판단내릴 수 있다.

[그림 IV-11] 교사의 제스처

[그림 IV-12] ST5의 제스처

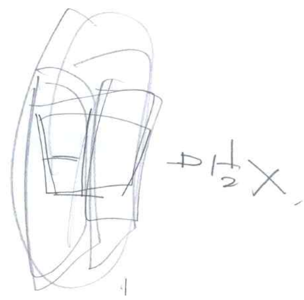
[그림 IV-13]연구자가 직사각형을 강조하는 모습

[그림 IV-14] 위에서부터 차례대로 전체와 부분을 나타내는 제스처

이후 연구자와 교사는 ST2와 ST5의 자리를 바꾸어, 각자가 생각한 답에 대해 토론해보도록 한다. 다음은 토론 과정에서 ST3과 ST5가 나눈 대화이다.

ST3 : 왜 이게, 이게, 얘가 1과 2분의 1이 아니라고 생각해?

ST5 : 분수는 전체(큰 정사각형을 그린다)의 부분(정사각형을 두 개의 직사각형으로 나누는 제스처를 취한다)을 말하는 거잖아. 근데 이거(직사각형 두 개를 그리는 제스처)는 전체(전체라는 말을 강조한다)가 아니잖아. 이거(직사각형 두 개를 나타내는 제스처)는 2분의 1하고 똑같잖아.



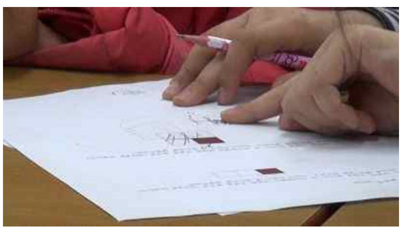
[그림 IV-15] ST5가 1과 2분의 1을 부정하며 그린 그림

이 시점에서 ST5는 등분할, 전체, 전체와 부분 사이의 관계에 대한 명시적인 주의를 형성하고 있다. ST5는 ST3에게 자신의 주장을 설명하면서, 말과 제스처를 이용하여 자신의 주의를 의도적으로 구조화시키는데 성공하고 있다. 분수에 대

한 학습이 이루어진 것이다. 토론이 어느 정도 진행된 뒤, ST3이 4분의 3이라는 답이 가능하다고 말하며 자신의 주장을 정당화한다.

ST3 : (색칠된 정사각형을 손가락으로 가리키며. [그림 IV-16] 그래서 나는 이걸 버리고 3이라고 생각해.
ST3 : (손날 부분으로 색칠이 되지 않은 나머지 정사각형을 가리키며. [그림 I-20]) 왜냐면 여기를 빼, 이렇게, 이렇게 없앴으니까 이거는 얘를 빼서 3으로 본 거야.
ST5 : (색칠된 정사각형이 없는 도형을 그리며. [그림 IV-17]) 이게 전체란 말이야?
ST3 : (ST5의 그림에 작은 정사각형을 그려 큰 정사각형을 만든다) 아니! 그게 아니고. 지금 이게, 지금 4개가 전체잖아. 전체에서 지금 얘를 뺀 거야. 그래서 이거를 4분의 3이라고 생각하는 거고!
ST5 : 4개 중 3개?
ST3 : 응.

위의 대화에서 학생들이 각자 자신의 답을 정당화하면서, 전체와 부분 사이의 관계 그리고 등분할에 대한 주의를 자유롭게 이끌어내고 있다는 것을 확인하고 있다. 물론 위에서 ST3은 색칠이 안 되어 있는 부분에 주의를 기울이면서 4분의 3이라는 답을 이끌어내고 있기에, 엄밀히 말하면 문제에 대한 답으로는 틀렸다고 할 수 있다. 하지만 ST3이 전체와 등분할에 대한 주의를 자유롭게 변화시키며 분수의 의미를 다루고 있기에, 이 시점에서 학습이 성공적으로 이루어졌다는 결론을 내릴 수 있다.



[그림 IV-16] ST3의 제스처

[그림 IV-17] ST5의 그림

Ⅴ. 논의 및 결론

기호학적 접근에서, 어떻게 기호를 개념화하느냐에 따라 학습 주체, 교사 그리고 의미를 둘러싼 교수-학습 과정의 메커니즘은 달리 규정된다. 본고에서는 지금까지의 기호학적 접근이 기호가 강제하고 이끄는 수학 교수-학습 과정을 온전히 설명하지 못하고 있다는 문제의식을 제기하였고, Deleuze의 기호 개념이 위 문제를 해결할 돌파구가 될 수 있다고 보았다.

위 사례는 수학 교수-학습 과정에서 Delueze가 말하는 기호의 역할과 주의의 전환 과정을 잘 보여주고 있다. 과제의 두 번째 그림은 학생들의 앞에 3분의 1, 4분의 1, 오타 등과 같은 여러 의미가 뒤섞인 모호한 의미의 장을 펼쳐놓았다. 의미의 장이 전개되는 과정은 학생들이 수학적 의미를 능동적으로 이끌어내는 과정이 아니라, 기호가 강제적으로 의미를 전개시키는 과정으로

여겨질 수 있다. 다시 말해, 이 사례에서 작용 주체(agency)는 학생이 아닌 물질적 기호이다(de Freitas & Sinclair, 2012).

학생들은 과제의 특정 부분에 주의를 기울이면서 자신들의 답에 대한 정당화를 정교화 하였다. 그 과정에서 명시적으로 드러나지 않은 채 수동적으로 작동하는 주의를 관찰할 수 있었고, 그 작동하는 주의가 학생들의 판단 및 정당화에 많은 영향을 미치고 있음을 확인하였다. 교사와 연구자는 학생의 작동하는 주의와 명시적 주의에 대한 감수성을 발휘하여 학생들의 주의를 각종 기호적 자원을 통해 집단적으로 전환하는데 성공하였다. 그렇게 주의가 전환된 결과, 분수 의미에 대한 학생의 학습이 성공적으로 이루어지게 되었다.

본 연구 결과로부터 다음과 같은 시사점을 얻어낼 수 있었다.

첫째, Ferrara & Ferrari(2017)가 언급했듯이, 학생의 활동 양식과 목적을 전환시키는 과정에서 과제(task)는 근본적인 역할을 수행한다. 그들은 과제에 제시된 여러 물질적 그림과 학생의 각종 기호적 자원이 지속적으로 각종 배치(assemblage)를 이루어 나가면서 물질에 잠재되어 있던 수학적 의미가 현실화된다고 주장하였다. 본고에서는 그들의 주장을 받아들이면서 다음을 주장하려 한다.

학습자의 성공적인 수학 학습이 이루어지기 위해서, 학생의 안정된 상태를 와해시키며 학생을 강제적으로 모호한 의미의 장으로 이끄는 기호가 제시되어야만 한다. 단순히 물질 간의 배치가 형성되는 과정만으로는 수학 교수-학습을 온전히 설명하기 힘들다. Radford(2010)가 지적하였듯이, 잘 설계된 과제가 제시되었을지라도 학생의 감각은 사회문화적인 수학적 감각으로 쉬이 전환되지 않는다. 기호에 의해 모호한 의미의 장이 학습자의 앞에 펼쳐지지 않는 한, 학생의 학습은 이루어질 수 없다. 이러한 의미에서, 기호는 학습이 이루어지기 위한 필수 조건으로 여겨져야만 한다. 특히, 학생의 주의가 고정되는 것을 막는 모호한 질문이 추가되면 더욱 효과적이다.

둘째, 대분수의 의미가 현실화되었던 상황은 교사와 연구자가 의도했던 상황이 아니다. ST1은 수업 내내 교수-학습에 집중하지 않다가, 칠판에 그려진 그림을 보고 무엇인가를 깨달은 듯한 표정을 지으며 대분수라는 용어를 언급하였다. 이는 de Freitas & Sinclair(2014)의 지적대로, ST1 그리고 칠판에 그려진 물질적 그림과의 배치가 이루어지면서 수학적 의미가 교사와 학생 앞에 우연적으로 솟아오른 상황으로 해석될 수 있는 것이다. 이로부터 교수-학습 상황에서 우연적 상황이 중요한 역할을 수행한다는 사실을 알아낼 수 있다. 다시 말해, 교수-학습 과정은 미리 결정된 목적을 향한 목적론적 궤도를 따르지 않으며, 우연적 상황을 통해 예상치 못했던 궤적을 그리며 나아가게 된다. 학생과 물질 사이의 배치가 형성되면서 기호에 잠재되어 있던 수학적 의미가 예기치 않게 나타나는 현상은, 학생의 수학적 창의성이 발현되는 과정으로서 간주될 수 있으며 이는 인식 주체의 능력만을 강조했던 기존의 창의성 연구 담론에 중대한 시사점을 준다(Sinclair, de Freitas, & Ferrara, 2013).

셋째, 교사는 학생의 주의가 어디로 향하고 있는지 끊임없이 확인해야만 한다. 교수-학습 상황에서 학생들은 Arzarello(2006)가 기호적 다발(semiotic bundle)이라 칭했던 제스처, 말, 어조 등의 다중양식적 기호 자원들을 이용하여 자신의 주의가 어디로 향하고 있는지를 나타낼 수 있는데, 교사는 이에 대한 감수성을 가지고 학생의 주의 작용을 계속하여 확인해야만 한다. 특히 학생들에 의해 명시적으로 드러나지 않는 주의인 작동하는 주의가 어디를 향하고 있는지 주의 깊

게 관찰하고 그에 맞는 조치를 취해야 할 필요가 있다.

넷째, 교사는 성공적인 교수-학습을 위해 집단적 주의를 적극적으로 활용할 수 있다. 구성주의를 따르는 인식론에서 교사는 어디까지나 학생의 외부에 위치한 존재로 개념화되고 학생의 수학적 사고는 몸과 분리된 정신을 통해서 이루어진다고 여겨진다. 하지만 Radford & Roth(2011)의 지적대로, 교사는 상호신체적 행위를 이용하여 학생의 사고 그 자체를 이끌 수 있는 능력을 가진 존재이다. 교사는 기호적 자원을 활용하는 교사 자신의 개입을 통해 혹은 학생 간의 상호작용을 요구하여, 학생들의 집단적 주의를 이끌며 모호한 수학적 의미를 점차적으로 명료하게 만들어나갈 수 있다. 본 연구에서는 교사가 의도적으로 EP, EC, OP, OC를 전환시키며 학습을 이끌 수 있다는 사실이 밝혀졌다.

물론 수업 상황에서 교사의 개입은 수학 교수-학습이 성공적으로 이루어지기 위해 요구되는 과정으로 여길 수 있으나, 학생의 상태를 고려하지 않고 무분별하게 이루어져서는 안 된다. 교사와 학생의 EP, EC, OP, OC가 어떠한 상태에 놓여 있는지 세심히 확인하지 않은 채 학생의 학습을 유도하는 것은 극단적인 교수 현상인 토파즈 효과로 이어질 공산이 크다.

극단적인 교수 현상을 피하기 위해 교사는 수학 교수-학습 과정에서 학생의 주의가 어디를 향하고 있는지를 끊임없이 확인해야만 하고, 그에 맞는 적절한 개입을 통해 주의의 전환을 이끌어야 할 것이다.

참고문헌

곽호완, 박창호, 이태연, 김문수, 진영선(2008). **실험심리학 용어사전**. 서울: 시그마프레스.

김재춘, 배지현(2016). **들뢰즈와 교육: 차이생성의 배움론**. 서울: 학이시습.

노정원, 이경화(2016). 들뢰즈의 인식론과 수학학습. **학교수학. 18**(3). 733-747.

우정호(2013). **수학 학습-지도 원리와 방법**. 서울: 서울대학교출판문화원

이남인(2013). **후설과 메를로-퐁티 지각의 현상학**. 경기: 한길사.

Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *Revista Latinoamericana De Investigation En Mathematica Educativa, Special issue on Semiotics, Cultures, and Mathematical Thinking (Guest Editors: L. Radford & B. D' Amore)*, 267-299.

de Freitas, E & Sinclair, N. (2012). Diagram, gesture, agency: Theorizing embodiment in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics. 80(1-2)*, 133-152.

de Freitas, E & Sinclair, N. (2013). New materialist ontologies in mathematics education: the body in/of mathematics. *Educational Studies in Mathematics. 83*, 453-470.

de Freitas, E & Sinclair, N (2014). *Mathematics and the body: Material entanglement in the classroom*. Cambridge: Cambridge University Press.

Delueze, G. (2004). **차이와 반복**. (김상환 역). 서울: 민음사. (프랑스어초판은 1968년 출판)

Ferrara, F., & Ferrari, G. (2017). Agency and assemblage in pattern generalisation: a materialist approach to learning, *Educational Studies in Mathematics, 94*(1), 21-36.

Kwon, M-S. (2015). Supporting students to develop mathematical explanation: Studying the work of teaching. doctoral dissertation, University of Michigan, Ann Arbor, MI.

Mason, J. (2004). *Doing, construing and doing + discussing, learning: The importance of the structure of attention*. Lecture at the Tenth International Congress of Mathematics Education, Copenhagen. Retrieved February 21, 2005 from www.mcs.open.ac.uk/cme/JHMFurthPartics.htm/conference

Merleau-Ponty, M. (1945). *Phenomenology of perception*. London: Routledge.

Presmeg, N., Radford, R., Roth, W-M., & Kadunz, G. (2016). Semiotics in Mathematics Education. *ICME-13 Topical Surveys*. Springer International Publishing.

Radford, L. (2009). ''No! He starts walking backwards!'': interpreting motion graphs and the question of space, place and distance, *ZDM-The International Journal on Mathematics Education, 41*, 467-480.

Radford, L. (2010), The eye as a theoretician: Seeing structures in generalizing activities. *For the Learning of Mathematics, 30*(2).

Radford, L. (2013), Three key concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning, *Journal of Research in Mathematics Education, 2*(1), 7-44.

Radford, L & Roth, W. M. (2011), Intercorporeality and ethical commitment: an activity perspective on classroom interaction, *Educational Studies in Mathematics, 77*, 227-245.

Radford, L., Schubring, G., & Seeger, F. (2011). Signifying and meaning-making in mathematical thinking, teaching, and learning. *Educational Studies in Mathematics, 77*, 149-156.

Roth, W. M. (2011), *Passibility: At the limits of the constructivist metaphor* (Vol. 3). New York: Springer.

Seeger, F. (2011). On meaning making in mathematics education: social, emotional, semiotic. *Educational Studies in Mathematics, 77*, 207-226.

Sinclair, N., de Freitas, E., & Ferrara, F. (2013). Virtual encounters: the murky and furtive world of mathematical inventiveness. *ZDM, 45*(2), 239-252.

Thom, J. S., & Roth, W. M. (2011). Radical embodiment and semiotics: toward a theory of mathematics in the flesh. *Educational Studies in Mathematics, 77*(2-3), 267-284.

Towers, J., & Martin, L. C. (2015). Enactivism and the study of collectivity. *ZDM, 47*(2), 247-256.

Watson, A. & Mason, J. (2015). **색다른 학교수학**. (이경화 역). 서울: 경문사. (영어 원작은 2005년 출판).

Zagorianakos, A & Shvarts, A. (2015). The role of intuition in the process of objectification of mathematical phenomena from a Husserlian perspective: a case study. *Educational Studies in Mathematics, 88*, 137-157.

The Function of Signs and Attention in Teaching-Learning of Mathematics

Moon, Sung Jae (Graduate School, Seoul National University)
Lee, Kyeong-Hwa (Seoul National University)

The purpose of this study is to capture and explain the roles that signs and attention play in the fraction learning process, through a previous study that employs Deleuze's perspective on sign and the role of attention. From this case study of elementary school students, we found that signs are a prerequisite for learning and that learning takes place as different forms of attention shifts. The various types of semiotic resources used by teachers and students have been found to play an important role in coordinating collective attention between teachers and students.

* Key Words : Deleuze(들뢰즈), Signs(기호), Attention(주의), Semiotic resources(기호적 자원), Intercorporeality(상호신체성)

논문접수 : 2017. 2. 10
논문수정 : 2017. 3. 3
심사완료 : 2017. 3. 4