대한수학교육학회지 <학교수학> 제 19 권 제 1 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 19, No. 1, 77 ~ 93. Mar 2017

수학 영재 학생들의 문제 만들기에 대한 연구

나 귀 수*

본 연구의 목적은 19명의 중학교 2학년 수학 영재 학생들의 문제 만들기의 특징을 조사하는 것이다. 본 연구에서는 먼저, 선행 연구에서 제안된 분석 틀을 중심으로 영재 학생들의 문제 만들기에서 나타난 확장성과 정교성을 살펴보았다. 다음으로, 영재 학생들이 문제 만들기에서 변경한 조건들을 상세하게 분석하여 영재 학생들의 문제 만들기를 '수평적 문제 만들기'와 '수직적 문제 만들기' 및 하위 범주로 분류하였다. 본 연구의 결과, 중학교 영재 학생들의 수학 문제 만들기는 확장성과 정교성의 측면에서 충분하지 않은 것으로 나타났다. 또한, 영재 학생들은 새로운 문제를 만들 때 원래 문제보다 복잡성이 감소하는 방향으로 문제를 만들며, 원래 문제에 제시된 조건들을 개별적으로는 고려하지만 종합적으로는 고려하지 않는 것으로 나타났다.

Ⅰ. 들어가며

인류는 이미 제4차 산업혁명 시대로 들어서고 있으며, 제4차 산업혁명 시대에 요구되는 가장 중요한 역량은 연결과 융합이다. 우리나라의 2015 수학과 교육과정에서도 창의·융합을 수학 교과 역량 중의 하나로 제안하면서 창의적 역량을 갖춘 융합 인재 양성을 강조하고 있다. 창의·융합은 수학적 지식과 기능을 바탕으로 새로운 아이디어를 다양하게 산출하고 정교화하며, 수학 교과 내에서 여러 가지 지식과 기능을 연결하거나 다른 교과의 지식과 기능을 수학과 연결하고 융합하여 새로운 지식과 기능을 생성하고 문제를 해결하는 능력을 의미한다(교육부, 2015).

문제 만들기는 창의·융합 역량을 함양하는 데에 토대가 될 수 있다. 학생들은 제시된 문제를 해결하는 것을 넘어서서, 주어진 정보를 가지고 스스로 문제를 만들고 의미있는 산출물을 만들어 내는 경험을 통해 수학 내적·외적 연결과 융합을 경험할 수 있을 것이다. 특히 정보가 넘쳐나는 미래 사회에서는 정답을 찾는 것 보다는 질문을 제기하고 의미있는 문제를 만드는 능력이 더욱 중요하다. 미래 사회에서 과학 문명을 이끌어 갈 수학 영재 학생들이 적극적으로 문제 만들기 활동에 참여하는 것은 의미있는 활동이라고 할 수 있다.

Sheffield(1999, 2003)는 수학과 관련된 인간의 활동을 수학 문맹자(illiterates), 수학 학습자(doers), 계산 가능자(computers), 수학 소비자(consumers), 문제 해결자(problem solvers), 문제 제기자(problem posers), 수학 생성자(creators) 등으로 구분하였으며, 수학자는 수학 생성자(creators)라고 주장하였다. 영재 학생들의 수학적 탐구는 문제 해결자, 문제 제기자, 문제 생성자와 관련된다. 영재 학생들이 수학자인 문제 생성자로서의 활동을 수행하는 것은 어렵다 하더라도 문제 제기자로서 수학적 활동을 경험하는 것은 꼭 필요하다고 할

* 청주교육대학교, gsna21@cje.ac.kr

수 있다.

본 연구는 중학교 2학년 영재 학생들에게 스스로 문제를 만들어 보는 경험을 제공하는 동시에, 수학 영재 학생들의 문제 만들기 과정을 분석하는 데에 그 목적이 있다. 본 연구에서는 영재 학생들의 새로운 문제 만들기와 그 해결 과정에서 나타난 특징을 Sheffield(2003)가 제안한 확장성과 정교성 기준에 따라 조사하고자 한다. 또한 영재 학생들이 새로운 문제 만들기에서 변경한 조건들을 기술적 측면에서 자세히 살펴보고자 한다.

II. 연구의 배경

Polya(1957)는 문제 만들기의 중요성을 네 가지로 강조하였다. 첫째, 수학자들의 창의적 활동에서 가장 중요한 단계는 가치 있는 문제를 발견하고 의미 있는 문제를 만드는 것이다. 둘째, 학생들이 문제를 만들고 형식화하는 활동을 경험하는 것은 과학적 태도를 형성하고 학습 동기를 유발하는데 도움을 준다. 셋째, 문제 만들기는 제시된 문제를 해결하는 수단으로 작용할 수 있다. 문제에 제시된 조건, 자료, 가정, 결론 등을 변형하여 보조 문제를 만들고 해결하는 것은 중요한 문제해결 전략 중의 하나이다. 넷째, 학생들의 수학적 사고 경험은 스스로 만든 문제를 해결하면서 완전해지므로, 주어진 문제를 해결하고 난 이후에는 적용 상황을 고려하여 일반화, 특수화, 유추 등을 통해 새로운 문제를 만들고 해결해 보는 것이 중요하다. 학생들의 수학적 창의성을 함양하는 데에 문제 만들기가 기초적인 토대가 될 수 있음을 Polya의 주장을 통해 확인할 수 있다.

문제 만들기에 대한 대표적인 연구는 'What if not' 전략을 제안한 Brown & Walter(1983)를 들 수 있다. Brown & Walter(1983)는 문제를 만드는 체계적 방법으로서 4단계를 제시하였다. 제1단계는 속성 열거하기 단계로서 주어진 문제에 제시된 요소나 속성을 모두 열거하는 단계이다. 제2단계는 'What if not' 수행하기 및 속성 부정하기 단계로서, 제1단계에서 열거한 속성들에 대해 '만약 그렇지 않다면 어떻게 될 것인가'라는 의문을 제기하는 단계이다. 제3단계는 문제 만들기 단계로서 이전 단계에서 제기한 의문을 토대로 하여 새로운 문제를 만드는 단계이다. 제4단계는 만든 문제 분석하기 단계로서, 이전 단계에서 새로 만든 문제를 분석하고 해를 구하는 단계이다.

Sheffield(2003)는 문제 해결과 창의성 평가를 위한 틀을 다음의 표와 제안하였다(<표 II-1> 참고). Brown & Walter(1983)의 연구는 새로운 문제를 만드는 체계적인 단계를 제시한 측면에서 의미가 있으며, Sheffield(2003)의 연구는 학생들의 문제 만들기를 평가할 수 있는 기준을 제시한 측면에서 의미가 있다.

Sheffield(2003)가 제시한 평가 기준 중에서 심층적인 이해, 융통성, 독창성, 일반화와 추론은 제시된 문제의 해결 과정을 평가할 수 있는 것으로 판단된다. 확장성은 새로운 문제 만들기를 평가할 수 있는 기준이며, 정교성은 새롭게 만든 문제의 해결 과정과 결과를 평가할 수 있는 기준이라고 할 수 있다. 본 논문의 초점은 제시된 <원래 문제>를 보고 영재 학생들이 어떤 새로운 문제를 만들며 그 문제를 어떻게 해결하는가에 있으며 영재 학생들이 제시된 <원래 문제>를 어떻게 해결하는가에 있지 않다. 따라서 본 연구에서는 중학교 영재 학생들이 만든 새로운 문제와 그 해결 과정을 각각 Sheffield(2003)의 확장성과 정교성의 평가 기준에 따라서 살펴보고자 한다.

한편, 영재 학생들의 문제 만들기와 관련된 선행 연구들을 살펴보면, 대부분의 연구들이 초등학교 영재 학생들을 연구 대상으로 하였으며(송

<표 II-1> 문제 해결과 창의성 평가 기준 (Sheffield, 2003)

평가 준거	1 초보자 (못함)	2 훈련 중인 사람 (보통)	3 능숙한 사람 (잘함)	4 특출한 사람 (매우 잘함)
심층적인 이해	다소 또는 전혀 이해하지 못함	부분적인 이해 또는 사소한 오류	수학적으로 정확한 이해	매우 발달된 사고를 통한 심층적 이해
유창성	잘못된 전략이나 방법을 제시함	입증된 전략이나 방법을 활용하여 하나의 적절한 해를 제시함	동일한 전략이나 방법을 사용하여 최소한 두 개의 정답을 제시함	동일한 전략이나 방법을 사용하며, 다수의 적절한 해결
융통성	어떠한 해결 방법도 제시하지 못함	하나의 범주에 속하는 해결 방법을 제시함 (그래프 방법, 대수적 방법 등)	두 개의 범주에 속하는 해결 방법을 제시함 (기하적 방법, 그래프적 방법, 대수적 방법, 물리적 모델링 방법 등)	세 개 이상의 범주에 속하는 해결 방법을 제시함 (기하적 방법, 그래프적 방법, 대수적 방법, 물리적 모델링 방법 등)
독창성	방법은 다양하지만 해결에 이르지 못함	평범한 해결 방법으로 문제를 해결함	소수의 학생들에 의해 사용된 특이하고 실행 가능한 방법으로 문제를 해결함	두 명 이하의 학생들에 의해 사용된 유일하고 통찰력 있는 방법으로 문제를 해결함
일반화와 추론	어떠한 일반화도 형성하지 못하거나 부정확하게 추론함	한 개의 일반화를 제시하였지만, 명확한 추론에 의해 뒷받침되지는 못함	명확한 추론에 의해 뒷받침되는 일반화를 한 개 제시함. 또는 두 개 이상의 일반화를 제시하였지만 한 개만이 명확한 추론에 의해 뒷받침되는 경우	명확한 추론에 의해 뒷받침되는 일반화를 두 개 이상 제시함
확장성	수학적 문제를 전혀 제시하지 못함	한 개의 수학적 문제를 제시하고 탐구함	한 개의 수학적 문제를 제시하고 심층적으로 탐구하거나, 또는 두 개 이상의 수학적 문제를 제시하고 탐구함	두 개 이상의 수학적 문제를 제시하고 심층적으로 탐구함
정교성	수학적으로 적절하지 못한 설명을 제시함	수학적인 설명이 제시되어 있지만 명확하지 못한 부분이 있음	정확한 수학 용어를 사용하여 명확한 설명을 제시함	그래프, 도표, 모델, 방정식 등을 사용하여 명확하며 간결하고 정밀한 설명을 제시함

상헌 외, 2007; 임근광, 2010; 임문규, 2001; 이대희・송상헌, 2013), 중학교 영재 학생들을 대상으로 한 연구는 다소 미미한 실정이다. 초등학교 영재 학생들을 대상으로 한 선행 연구들에서는 학생들의 문제 만들기의 수준을 Brown & Walter의 'What-if-not' 단계에 따라 조사하거나(송상헌 외, 2007), 학생들이 만든 문제를 완전한 문제, 불완전한 문제, 틀린 문제 및 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계 등의 내용 영역별로 범주화하였다(임문규, 2001). 초등학교 영재 학생들이 종이 접기 과정에서 문제를 만들 때 사용하는 전략을 조사한(임근광, 2010) 연구도 있고, 수 퍼즐 문제 만들기에서 초등 영재 학생들이 만든 문제의 유형과 만든 문제의 해결 과정에서 나타나는 일반화를 조사한(최왕균, 2011) 연구도 있다. 또한, 'What-if-not' 전략을 배운 초등학교 영재 학생들이 루미큐브라는 보드게임을 자신의 수학적 지식에 맞게 변형한 다양한 사례들을 분석한(이대희・송상헌, 2013) 연구도 수행되었다.

중학교 수학 영재 학생들의 문제 만들기와 관련된 선행 연구는 백대현・이진희(2010)의 연구가 거의 유일하다고 할 수 있다. 백대현・이진희

(2010)는 제시된 나눗셈 정리와 관련하여 중학교 영재 학생들이 만든 문제를 '정형적인' 문제와 '비정형적인' 문제로 구분하고, 영재 학생들이 만든 문제의 유형을 6가지로 제시하였다. 중학교 영재 학생들의 문제 만들기와 관련된 연구가 미흡한 상황에서, 본 연구에서는 중학교 영재 학생들이 새로운 문제를 만들 때 주목하는 조건들을 상세히 살펴봄으로써 중학교 영재 학생들의 문제 만들기의 자연스러운 경향성을 파악하고 문제 만들기의 충실한 교수·학습을 위한 기초 자료를 제공하고자 한다.

III. 연구 방법

1. 연구 대상

본 연구에 참여한 학생들은 만 14세의 중학교 2학년 수학 영재 학생 19명이다. 이 학생들은 한국의 중소도시에 위치한 S대학 부설 영재교육원에서 수학 영재교육을 받고 있는 학생들이다. S대학에서는 서술형 문항을 활용한 1단계 지필 시험과 2단계 심층 면접 및 관찰 평가를 통해 영재 학생들을 선발한다. S대학의 수학교육과 교수들은 영재 선발을 진행하며, 영재성의 주요 요인인 높은 지적 능력, 과제 집착력, 창의성 등을 (Renzulli & Reis, 1986) 확인한다. 따라서 본 연구에 참여한 19명의 학생들은 '전문가에 의해 수학적으로 탁월한 성취를 보일 잠재성을 가진 것으로 확인된(Gagne, 1991)' 수학 영재 학생이라고 할 수 있다.

본 연구에 참여한 19명의 영재 학생들에게 문제 만들기를 학습한 적이 있는가를 사전 조사한 결과, 학생들은 문제 만들기를 학습한 적이 없다고 응답하였다. 따라서 본 연구에 참여한 영재 학생들은 문제 만들기를 적극적으로 배우지 않은 상태에서 본 연구에 참여했다고 할 수 있다.

2. 연구 방법 및 절차

본 연구에서는 영재 학생들에게 문제 만들기와 관련된 1개의 과제를 제시하고, 5시간에 걸쳐 영재 학생들 스스로 여러 가지 문제를 만들고 만든 문제를 해결하도록 안내하였다. 본 연구에서 수학 영재 학생들에게 제시한 [탐구 과제]는 다음과 같다.1)

> [탐구 과제] 다음의 <원래 문제>를 읽고 이 문제와 유사한 문제를 여러 가지 만들고 해결하시오.
>
> <원래 문제> *사면체의 내부에 한 점이 있다. 그 점을 지나고 사면체의 각 모서리에 평행한 직선을 그어보자. 사면체 내부에 속한 각 직선의 선분과 대응되는 모서리의 비율의 합은 얼마인가를 구하고, 그것을 설명하시오.*

본 연구자는 영재 수업을 진행하는 교사로서 학생들의 문제 만들기를 안내했지만, 학생들의 문제 만들기 활동에 전혀 관여하지 않았고 어떠한 힌트도 제공하지 않았다. 따라서 본 연구에서 다루는 내용은 영재 학생들이 스스로 만든 문제 만들기의 특징이다.

본 연구에서 주로 분석한 자료는 영재 학생들이 작성한 활동지와 본 연구자가 작성한 관찰 노트이다. 활동지에서는 영재 학생들이 새롭게 만든 문제들과 그 문제들의 해결 과정이 상세하게 기록되어 있다. 본 연구자(교사)는 영재 학생들에게 자신의 문제 만들기 과정을 활동지에 상

1) [탐구 과제]에 제시된 <원래 문제>는 에르든예프 · 한인기(2010)와 박미미(2015)에 제시된 것이다.

세하게 기록하도록 안내하였다. 관찰 노트에는 본 연구자가 기록한 학생들의 탐구의 특징과 심층적인 탐구의 정도 등이 기록되어 있다.

본 연구에서의 자료 분석은 이론적 주제(theoretical themes) 측면과 기술적 범주화(descriptive coding) 측면의 두 가지 방향에서 진행되었다. 먼저, 이론적 주제 측면에서는 영재 학생들의 문제 만들기와 그 해결에서 나타난 특징을 Sheffield(2003)가 제안한 확장성과 정교성 준거에 따라서 분석하였다. 다음으로, 기술적 범주화 측면에서는 영재 학생들이 문제 만들기에서 변경한 조건들을 분석하여 문제 만들기를 '수평적 문제 만들기'와 '수직적 문제 만들기'로 범주화하고 하위 범주들을 살펴보았다.

이론적 주제 측면으로서의 확장성과 정교성 준거에 따른 분석은 학생들의 활동지와 관찰 노트 분석을 통해 이루어졌다. 특히 확장성과 관련하여 영재 학생들이 새롭게 만든 문제의 개수는 학생들의 활동지를 분석하였으며, 심층적인 탐구의 정도는 학생들의 활동지와 연구자의 관찰 노트를 함께 분석하였다. 기술적 범주화 측면에서는 학생들의 활동지를 분석하여 학생들이 변경한 조건에 따라 학생들의 문제 만들기를 '수평적 문제 만들기'와 '수직적 문제 만들기'로 분류하였다.

Ⅳ. 영재 학생들의 문제 만들기의 특징

1. 영재 학생들의 확장성과 정교성

이 절에서는 먼저 영재 학생들의 문제 만들기에서 나타난 확장성과 만든 문제의 해결 과정에서 나타난 정교성을 살펴보고자 한다.

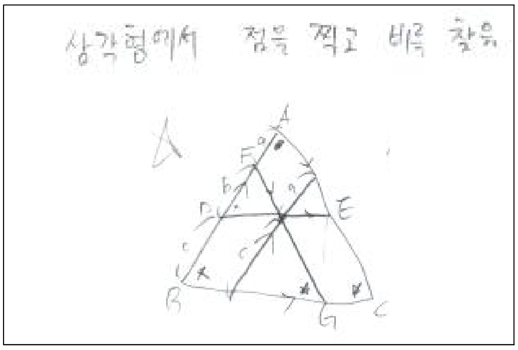
가. 확장성

본 연구에서는 영재 학생들이 문제 만들기에서 나타낸 확장성을 Sheffield(2003)을 참고하여 다음과 같이 분류하였다(<표 IV-1> 참고).

[코드 E1]에 속한 2명(10.5%)의 학생들은 새로운 수학적 문제를 전혀 만들지 못하는 미흡한 수준으로 나타났다. [코드 E2]에 속한 8명(42.2%)의 학생들은 1개의 수학적 문제를 만들었지만 심층적으로 탐구하지는 못하는 보통의 수준이었다. [코드 E2]에 속한 학생S1은 삼각형을 대상으로 다음과 같은 새로운 문제를 제시하였지만, 심층적으로 탐구하지는 못하였다([그림 4-1] 참고). 여기에서 심층적으로 탐구하지 못했다는 것은 새로운 문제를 제시만 했을 뿐, 그 문제를 해결하기 위한 어떠한 시도도 하지 않았음을 의미한다.

<표 IV-1> 영재 학생들의 확장성

<table>
<tr><th>분류</th><th>미흡
[코드 E1]</th><th>보통
[코드 E2]</th><th colspan="2">우수
[코드 E3]</th><th>매우 우수
[코드 E4]</th></tr>
<tr><td>기준</td><td>새로운 문제를 전혀 제시하지 못함</td><td>한 개의 새로운 문제를 제시하였지만, 심층적으로 탐구하지 못함</td><td>한 개의 새로운 문제를 제시하고 심층적으로 탐구함</td><td>두 개 이상의 수학적 문제를 제시하였지만, 한 개의 문제만 심층적으로 탐구함</td><td>두 개 이상의 수학적 문제를 제시하고 심층적으로 탐구함</td></tr>
<tr><td rowspan="3">학생 수
(명, %)</td><td rowspan="2">2 (10.5)</td><td rowspan="2">8 (42.1)</td><td colspan="2">5 (26.3)</td><td rowspan="2">4 (21.1)</td></tr>
<tr><td>3 (15.8)</td><td>2 (10.5)</td></tr>
<tr><td colspan="5">19 (100)</td></tr>
</table>



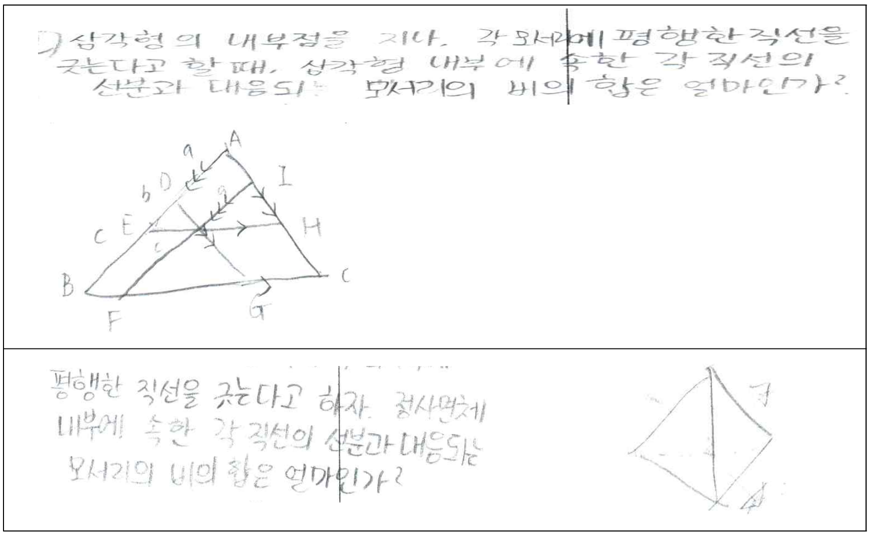
[그림 IV-1] 학생S1이 만든 1개의 문제([코드 E2])

[코드 E3]에 속한 5명(26.3%)의 학생들은 우수한 수준이었는데, 이 중에서 3명(15.8%)의 학생은 1개의 수학적 문제를 만들고 심층적으로 탐구했으며, 2명(10.5%)의 학생들은 2개 이상의 수학적 문제를 만들고 1개의 문제에 대해서만 심층적으로 탐구하였다. [코드 E4]에 속한 학생들은 4명(21.1%)으로서, 이 학생들은 2개 이상의 수학적 문제를 만들고 그 문제들을 심층적으로 탐구한 매우 우수한 수준이었다. [코드 E4]에 속한 학생S2는 정사면체에 대한 문제와 삼각형에 대한 문제를 제시하고, 이 2개의 문제에 대해 심층적으로 탐구하였다([그림 IV-2] 참고).

나. 정교성

이 절에서는 영재 학생들이 만든 문제의 해결 과정과 결과를 Sheffield(2003)의 정교성 기준을 재구성한 준거에 따라 살펴보고자 한다. 재구성한 준거 및 그에 따른 영재 학생들의 해결 과정과 결과의 특징을 제시하면 다음의 <표 IV-2>과 같다.[2)]

[코드 G0]에 속한 2명(10.5%)의 학생들은 새로운 문제를 만들지 못했기 때문에 새로운 문제에 대한 해결 방법을 제시하지 못한 학생들이다. [코드 G1]에 속한 9명(47.4%)의 학생들은 자신이 만든 새로운 문제에 대해 해결 방법을 제시하지 못하거나 수학적으로 부적절한 설명을 제시하는 미흡한 수준이었다. 앞에서 살펴본 학생S1이 [코드 G1]에 속하는 대표적인 학생이며, 이 학생은 삼각형에 대한 새로운 문제를 만들었지만 문제



[그림 IV-2] 학생S2가 만든 2개의 문제 ([코드 E4])

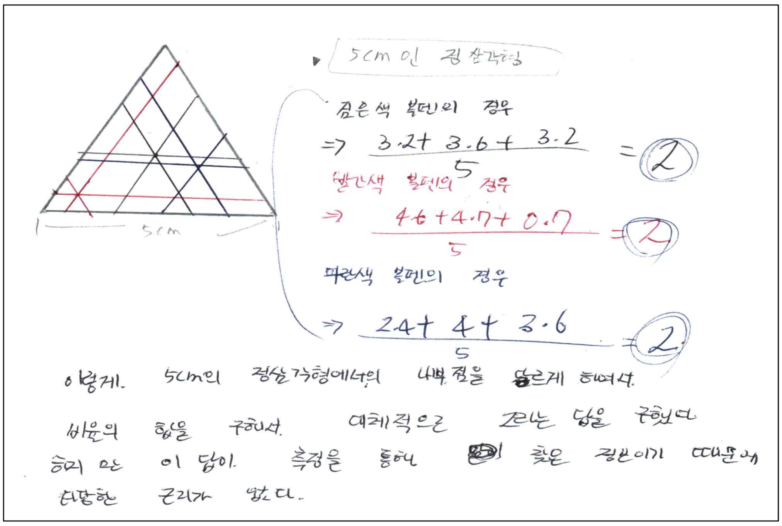
2) <표 4-2>의 '비고'에는 영재 학생들의 확장성 자료(<표 IV-1> 참고)를 제시하였다.

<표 IV-2> 영재 학생들의 문제 해결

분류	미흡 [코드 G0, G1]		보통 [코드 G2]	우수 [코드 G3]	매우 우수 [코드 G4]
기준	새로운 문제를 만들지 못함 ([코드 G0])	만든 문제에 대해 해결 방법을 제시하지 못하거나, 수학적으로 부적절한 설명을 제시함([코드 G1])	만든 문제에 대해 1개의 해결 방법을 제시하였지만, 수학적 설명이 명확하지 않은 부분이 있음	1개의 해결 방법을 제시하였으며, 정확한 수학 용어를 사용하여 명확한 설명을 제시함	2개의 해결 방법을 제시하였으며, 정확한 수학 용어를 사용하여 명확한 설명을 제시함
학생 수 (명, %)	2 (10.5)	9 (47.4)	4 (21.1)	3 (15.8)	1 (5.3)
	19 (100)				
비고 (확장성)	[코드 E1]: 2	[코드 E2]: 8 [코드 E3]: 1	[코드 E3]: 4	[코드 E4]: 2	[코드 E4]: 2

에 대한 해결 방법을 전혀 제시하지 못하였다.

[코드 G2]에 속한 4명(21.1%)의 학생들은 자신이 만든 새로운 문제에 대해 1개의 해결 방법을 제시하였지만 수학적으로 명확하지 않은 설명을 제시한 학생들이다. [코드 G2]에 속하는 학생S3은 삼각형에 대한 새로운 문제를 만들고 삼각형 내부에 속한 선분과 변의 비율의 합이 2라고 제시하였다. 그러나 학생S3은 수학적으로 명확하지 않은 설명을 제시하였다([그림 IV-3] 참고). 학생 S3은 한 변의 길이가 5cm인 정삼각형을 그리고 내부에 점을 찍은 다음 선분의 길이를 직접 자로 측정하여 비율의 합을 구하였다. 학생S3은 정삼각형의 내부에 3개의 점(검은색, 빨간색, 파란색)을 찍고, 세 가지 경우에 대해 선분의 길이를 측정하여 답이 모두 2임을 확인하였다. 학생S3의 해결 방법은 제한된 수의 점에 대해 직접 측정한 값을 통해 답을 구한 불완전한 방식으로서, 중학교 수준에서 수학적으로 명확하지 않다고



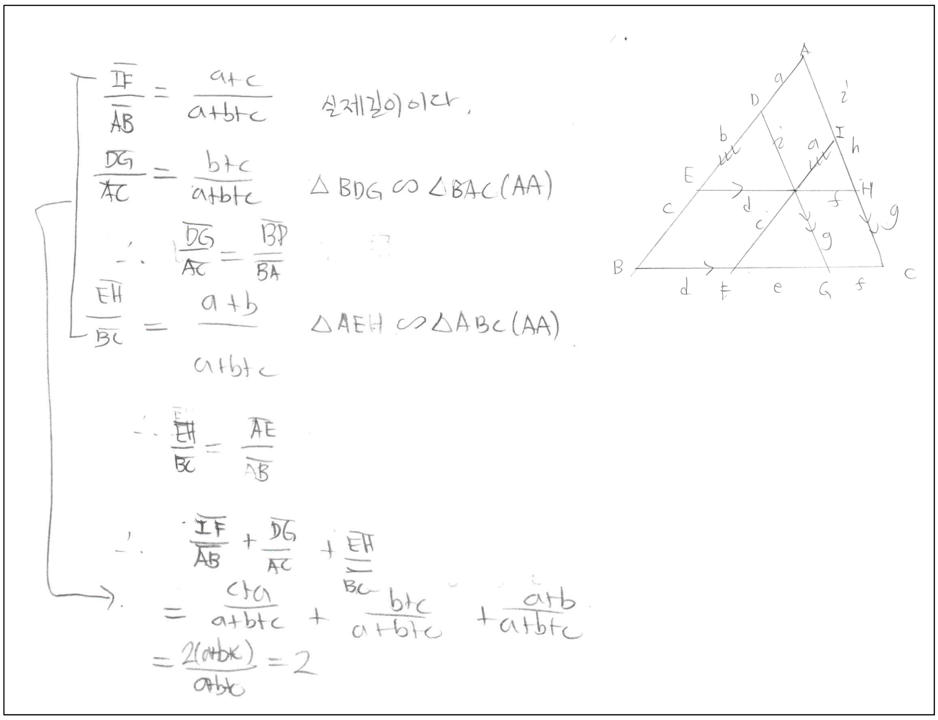
[그림 IV-3] 학생S3의 수학적으로 명확하지 않은 설명: [코드 G2]

할 수 있다. 학생S3도 자신의 설명 과정이 '측정을 통해 찾은 정보이기 때문에 타당한 근거가 없다'고 언급하고 있다.

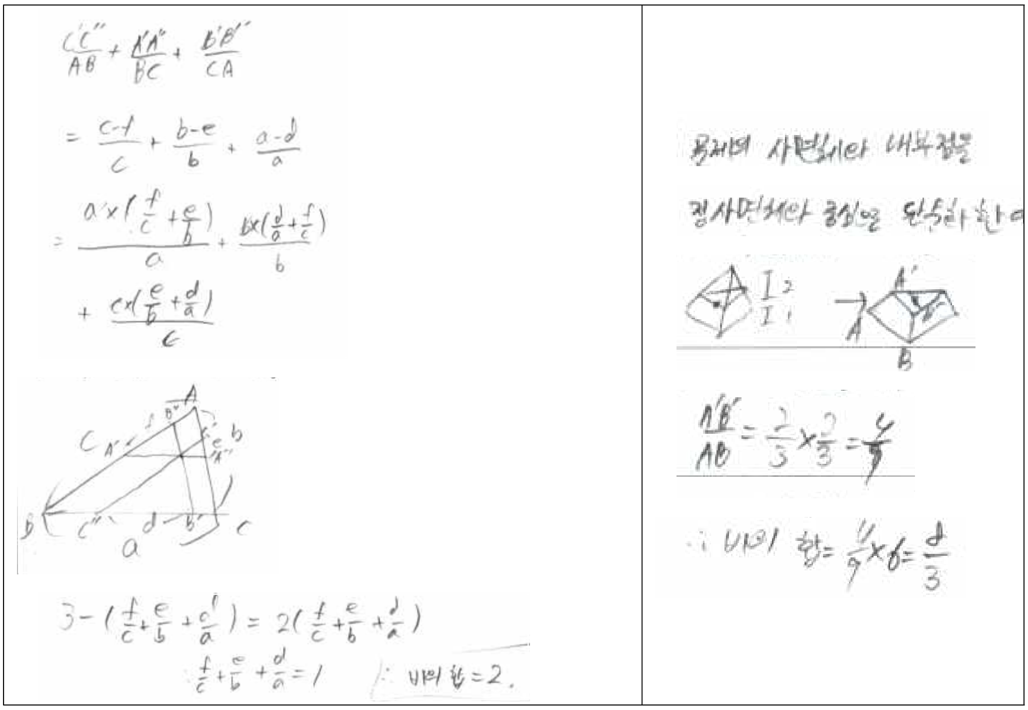
[코드 G3]에 속한 학생들은 3명(15.8%)이었는데, 이 학생들은 자신이 만든 새로운 문제에 대해 명확한 수학적 설명에 의해 뒷받침되는 1개의 해결 방법을 제시하였다. [코드 G3]에 속하는 학생S4는 삼각형에 대한 새로운 문제를 만들고, 삼각형의 닮음을 활용한 명확한 추론에 의해 삼각형 내부에 속한 선분과 대응되는 변의 비율의 합이 2라는 해결 과정을 제시하였다([그림 IV-4] 참고).

[코드 G3]에 속하는 또 다른 학생S5는 2개의 새로운 문제, 즉 삼각형에 대한 문제와 정사면체에 대한 문제를 제시하였다. 학생S5는 삼각형 문제에 대해서는 명확한 수학적 설명에 의해 뒷받침되는 해결 방법을 제시하였지만, 정사면체 문제에 대해서는 명확한 수학적 설명을 제시하지 못하였다([그림 IV-5] 참고).

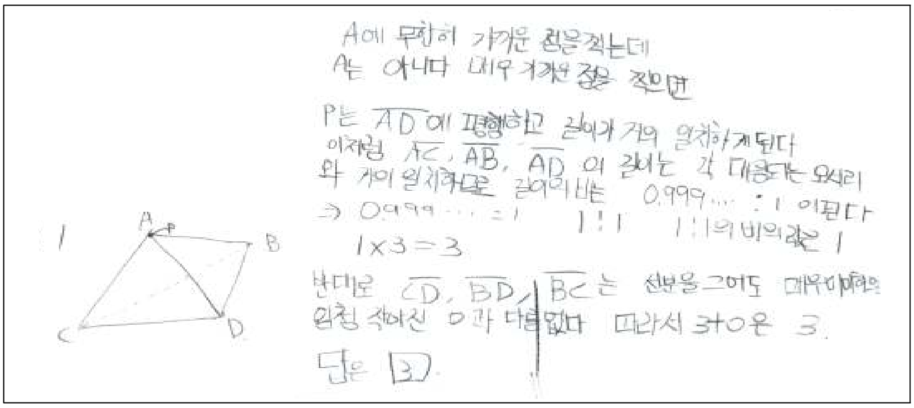
[코드 G4]에 속한 1명(5.3%)의 학생은 자신이 만든 2개의 새로운 문제에 대해 명확한 수학적 설명에 의해 뒷받침되는 2개의 해결 방법을 제시하였다. [코드 G4]에 속한 학생S6은 삼각형에 대한 새로운 문제와 사면체의 꼭짓점에 대한 새로운 문제를 제시하였다. 학생S6은 삼각형 문제에 대해서는 위에서 살펴본 학생S4과 동일한 해결 방법을 제시하였다([그림 IV-4] 참고). 그리고 <원래 문제>에서의 사면체 내부의 점을 사면체의 한 꼭짓점으로 변경하여 만든 새로운 문제에 대해서는, 사면체 내부의 점 P가 꼭짓점 A에 무한히 가깝게 접근하는 경우를 생각하면서 명확한 수학적 설명에 의해 뒷받침되는 해결 방법을 제시하였다([그림 IV-6] 참고). 학생S6의 설명 과정을 살펴보면, 점 P가 꼭짓점 A에 무한히 가까



[그림 IV-4] 학생S4의 명확한 수학적 설명: [코드 G3]



[그림 IV-5] 학생S5의 명확한 수학적 설명과 불명확한 수학적 설명: [코드 G3]



[그림 IV-6] 학생S6의 명확한 추론: [코드 G4]

워지면, 점 P에서 모서리 AB, AC, AD에 평행하게 그은 선분의 길이가 대응되는 각각의 모서리의 길이와 일치하므로, 두 길이의 비는 각각 $0.999999\ldots : 1$이고 $0.999999\cdots=1$이므로 비율은 각각 1이 된다. 또한 모서리 CD, BD, BC에 대해서 평행하게 그은 선분의 길이는 매우 작아서 0과 다름없게 되므로 비율의 합은 $1\times3+0\times3=3$이 된다. 학생S6에게 이러한 해결 방법을 어떻게 생각했는가를 질문했을 때, 학생S6은 이전의 영재교육 수업 시간에 배운 무한 개념과 자신이 새로 만든 문제를 연결해서 생각했다고 응답하였다.

2. 영재 학생들의 조건 변경

영재 학생들이 새로운 문제를 만들기 위하여 <원래 문제>에서 변경한 조건들에 주목하여 문제 만들기를 범주화하면 다음과 같다(<표 IV-3> 참고).[3]

본 연구에 참여한 영재 학생들은 크게 두 가지 방향에서 새로운 문제 만들기를 시도하였다. 첫 번째로 영재 학생들은 [탐구 과제]의 <원래 문제>에 제시된 사면체와 동일한 차원인 3차원의 대상에 대해 새로운 문제를 만들었다. 본 연구에서는 이러한 문제 만들기를 새로운 문제에서 대상으로 하는 차원이 원래 문제의 대상의 차원과 수평적이라는 측면에서 '수평적 문제 만들기(Horizontal Posing: HP)'로 명명하였으며 [코드 HP]로 범주화하였다. 두 번째로 영재 학생들은 <원래 문제>에 제시된 사면체가 3차원인 것을 고려하면서 2차원의 대상에 대해 새로운 문제를 만들었다. 본 연구에서는 이러한 문제 만들기를 새로운 문제에서 대상으로 하는 차원이 원래 문제의 대상의 차원과 다르다는 측면에서 '수직적 문제 만들기(Vertical Posing: VP)'로 명명하였으며 [코드 VP]로 범주화하였다.

먼저, 수평적 문제 만들기를 진행한 영재 학생들은 11명(57.9%)이었다. 수평적 문제 만들기를 시도한 영재 학생들은 <원래 문제>에 제시된 3차원의 사면체를 3차원의 정사면체로 바꾸거나 사면체 내부의 점을 사면체의 '중심점'이나 꼭짓점으로 바꾸어 문제를 만들었다. 수평적 문제 만들기는 <원래 문제>에 제시된 조건들 중에서 어떤 조건을 변경하였는가에 따라서 다시 [코드 HPr], [코드 HPc], [코드 HPrc], [코드 HPv] 등의 하위 범주로 분류되었다.

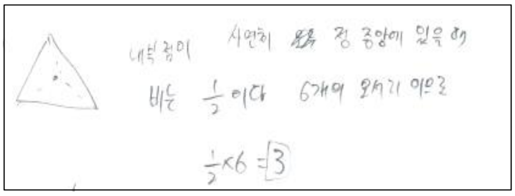
[코드 HPr]은 <원래 문제>의 조건인 사면체를 정사면체로 바꾸어 새로운 문제를 만든 경우이다. 4명(21.1%)의 학생들이 여기에 속하며, 대표적으로 학생S2가 만든 정사면체 문제를 들 수 있다([그림 4-2] 참고). [코드 HPc]에 속한 3명(14.8%)의 학생들은 <원래 문제>에 제시된 사면체의 '내부의 점'을 사면체의 '중심점'으로 바꾸어 새로운 문제를 만들었다([그림 IV-7] 참고). 여기에서 사면체의 '중심점'은 학생들이 스스로 만든 용어이다. 사면체의 '중심점'의 의미를 학생들에게 질문했을 때, 학생들은 '삼각형에서 무

<표 IV-3> 영재 학생들의 조건 변경

범주	수평적 문제 만들기 [코드 HP]				수직적 문제 만들기 [코드 VP]
학생 수 (명, %)	11 (57.9)				12 (63.2)
하위 범주 (조건 변경)	정사면체 [코드 HPr]	사면체의 중심점 [코드 HPc]	정사면체와 중심점 [코드 HPrc]	사면체의 꼭짓점 [코드 HPv]	삼각형 [코드 VPt]
학생 수 (명, %)	4 (21.1)	3 (15.8)	2 (10.5)	3 (15.8)	12 (63.2)

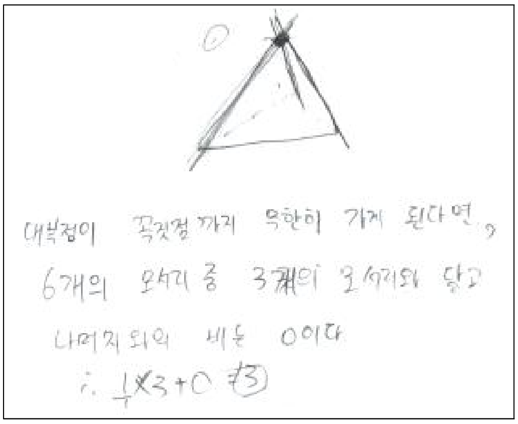
3) <표 4-3>에 제시된 학생 수를 모두 더하면 19보다 크게 되는데, 이는 수평적 문제 만들기와 수직적 문제 만들기는 서로 배타적인 관계에 있지 않기 때문이다. 다시 말해서, 어떤 영재 학생은 수평적 문제 만들기와 수직적 문제 만들기의 양자 모두에 해당하는 문제를 만들었다. 수평적 문제 만들기와 수직적 문제 만들기로 2개 이상의 문제를 만든 학생들은 6명이었다. 또한 수평적 문제 만들기에 해당하는 학생들 중에서 1명의 학생은 [코드 HPrc]와 [코드 HPv]에 속하는 문제를 각각 제시하였다. 한편, 새로운 문제를 전혀 만들지 못한 2명의 학생들은(<표 IV-1>참고) <표 IV-3>에 포함되어 있지 않다.

계중심과 같은 점', '삼각형에 있는 것과 같은 중심점' 등으로 응답하였다.



[그림 IV-7] 학생S7의 수평적 문제 만들기: [코드 HPc]

[코드 HPrc]는 <원래 문제>의 사면체를 정사면체로, 내부의 점을 중심점으로 변경하여 정사면체와 중심점을 조건으로 하는 새로운 문제를 만든 경우이며, 2명(10.5%)의 학생들이 여기에 속하였다. 학생S5가 만든 정사면체와 중심점에 대한 문제를 대표적으로 들 수 있다([그림 IV-5] 참고). [코드 HPv]에 속한 3명(15.8%)의 학생들은 <원래 문제>의 사면체 내부의 점을 사면체의 한 꼭짓점으로 바꾸어 새로운 문제를 만들었다. 대표적으로 학생S8이 만든 문제를 들 수 있다([그림 IV-8] 참고).



[그림 IV-8] 학생S8의 수평적 문제 만들기: [코드 HPv]

다음으로, 수직적 문제 만들기([코드 VP])를 진행한 영재 학생들은 12명(63.2%)이었으며, 이 학생들은 <원래 문제>에 제시된 3차원 대상인 사면체를 2차원의 삼각형으로 변경하여 새로운 문제를 만들었다([코드 VPt]). 학생들은 사면체와 비슷하게 생긴 2차원의 삼각형을 생각해서 새로운 문제를 만들었다고 언급하였다. 학생S1이 만든 삼각형 문제가 대표적인 수직적 문제 만들기에 해당한다([그림 IV-1] 참고).

V. 논의 및 제언

1. 논의

앞 절에서 살펴본 영재 학생들의 문제 만들기 및 새로 만든 문제의 해결 과정에서 나타난 주요 결과를 바탕으로 영재 학생들의 문제 만들기의 특징을 논의하면 다음과 같다.

첫째, 영재 학생들의 문제 만들기에서 확장성은 충분하지 않은 수준으로 나타났다. 새로운 문제를 만들지 못하거나([코드 E1]) 1개의 새로운 문제를 제시하였지만 심층적으로 탐구하지 못한([코드 E2]) 학생은 각각 2명(10.5%), 8명(42.2%)이었다. 1개 이상의 수학적 문제를 제시하고 한 개의 문제에 대해서만 심층적으로 탐구한([코드 E3]) 학생은 5명(26.3%)이었으며, 2개 이상의 수학적 문제를 제시하고 심층적으로 탐구한([코드 E4]) 학생은 4명(21.1%)이었다. 새로운 문제를 전혀 제시하지 못하거나 1개의 새로운 문제를 만들고 심층적으로 탐구하지 못한 영재 학생들이 절반 이상인 10명(52.6%)으로 나타났다. 미흡([코드 E1]), 보통([코드 E2]), 우수([코드 E3]), 매우 우수([코드 E4])에 각각 1점, 2점, 3점, 4점을 부여하여 영재 학생들의 확장성의 평균 점수를 구해 보면 2.6점이다. 영재 학생들이 새로운 문제

를 만들고 탐구하는 데서 우수한 수준은 아님을 확인할 수 있다.

둘째, 영재 학생들은 자신이 만든 문제의 해결에서 미흡한 수준을 나타냈다. 새로운 문제를 만들지 못해서 해결 방법을 제시하지 않았거나([코드 G0]) 새로 만든 문제에 대해 해결 방법을 제시하지 못한([코드 G1]) 학생들은 각각 2명(10.5%), 9명(47.4%)이었다. 새로 만든 문제에 대해 1개의 해결 방법을 제시하였지만 명확한 수학적 설명을 제시하지 못한([코드 G2]) 학생들은 4명(21.1%)이었다. 명확한 수학적 설명과 함께 1개의 해결 방법을 제시한([코드 G3]) 학생들은 3명(15.8%)이었으며, 명확한 수학적 설명에 의해 뒷받침되는 해결 방법을 2개 이상 제시한([코드 G4]) 학생은 1명(5.3%)이었다. 새롭게 만든 문제에 대해 명확한 수학적 설명을 통해 해결 방법을 제시한([코드 G3]와 [코드 G4]) 학생은 4명(21.1%)에 불과하였다. 미흡([코드 G0]과 [코드 G1]), 보통([코드 G2]), 우수([코드 G3]), 매우 우수([코드 G4])에 각각 1점, 2점, 3점, 4점을 부여하여 정교성에 대한 영재 학생들의 평균 점수를 구하면 1.7이다. 영재 학생들이 자신이 만든 새로운 문제를 해결하는 데서 미흡한 수준에 있음을 확인할 수 있다.

한편, 영재 학생들의 확장성 수준과 정교성 수준의 평균 점수를 비교했을 때, 확장성 수준(2.6점)이 정교성 수준(1.7점)보다 높다. 상당수의 영재 학생들은(15명) 새로운 문제를 만드는 데는 성공했지만 그 문제를 수학적으로 해결하는 데는 성공하지 못했다. 영재 학생들이 새로운 문제를 만들었다고 해도 그 문제에 대한 명확한 수학적 설명과 해결 방법을 제시할 수 있는 것은 아니다. 이것은 Brown & Walter(1983)가 제안한 제1단계~제4단계 중에서 새로 만든 문제를 분석하여 문제를 해결하는 제4단계에 도달하기가 매우 어려움을 의미한다. 본 연구에서 나타난 이러한 결과는, 비록 연구 대상 영재 학생들의 학년이 다르기는 하지만, 송상헌 외(2007)의 연구 결과와 일관된다. 송상헌 외(2007)는 초등학교 5~6학년 영재 학생들의 문제 만들기 수준을 조사하였는데, 대부분의 영재 학생들이 Brown & Walter(1983)의 제3단계에는 도달하였지만 제4단계에 도달한 영재 학생들은 소수였음을 보고하였다.

셋째, 영재 학생들은 원래 문제의 조건을 변경하여 새로운 문제를 만들 때 주로 단순화와 특수화를 추구하는 것으로 나타났다. 본 연구에서는 영재 학생들이 변경한 조건들에 주목하여 학생들의 문제 만들기를 수평적 문제 만들기와 수직적 문제 만들기로 범주화하였다. 영재 학생들은 수평적 문제 만들기에서 <원래 문제>의 사면체를 정사면체로, 내부의 점을 중심점이나 꼭짓점으로 특수화하거나 단순화하였다. 수직적 문제 만들기에서는 <원래 문제>의 사면체를 2차원의 삼각형으로 단순화하여 문제를 만들었다.

한편, 영재 학생들이 단순화나 특수화를 통해 만든 새로운 문제의 복잡성의 정도는 <원래 문제>보다 감소되었다고 할 수 있다. 그러나 새로운 문제의 복잡성이 원래의 문제보다 감소되는 방향으로만 문제를 만들 수 있는 것은 아니다. 예를 들어, <원래 문제>의 조건들 중에서 평행을 수직으로 변경하여 만든 '사면체의 내부에 한 점이 있다. 그 점을 지나고 사면체의 각 모서리에 수직인 직선을 그어보자. 사면체 내부에 속한 각 직선의 선분과 대응되는 모서리의 비율의 합은 얼마인가를 구하고 설명하시오'와 같은 새로운 문제의 복잡성은 원래 문제와 동일하다. 또한 <원래 문제>의 사면체와 평행 조건을 오면체와 수직으로 변경하여 만든 '*오면체*의 내부에 한 점이 있다. 그 점을 지나고 *오면체*의 각 모서리에 *수직인* 직선을 그어보자. *오면체* 내부에 속한 각 직선의 선분과 대응되는 모서리의 비율의

합은 얼마인가를 구하고 설명하시오'와 같은 새로운 문제의 복잡성은 원래 문제보다 증가한다.

본 연구에서 복잡성이 원래의 문제와 동일하거나 증가한 문제를 만든 영재 학생은 없었다. 영재 학생들은 원래 문제의 조건들을 단순화하거나 특수화하여 새로운 문제를 만드는 자연스러운 경향성을 가지고 있다고 할 수 있다. 영재 학생들의 이러한 자연스러운 경향성을 격려하는 동시에, 영재 학생들이 원래 문제보다 복잡성이 증가하는 새로운 문제를 만드는 활동을 경험할 수 있도록 도울 필요가 있겠다.

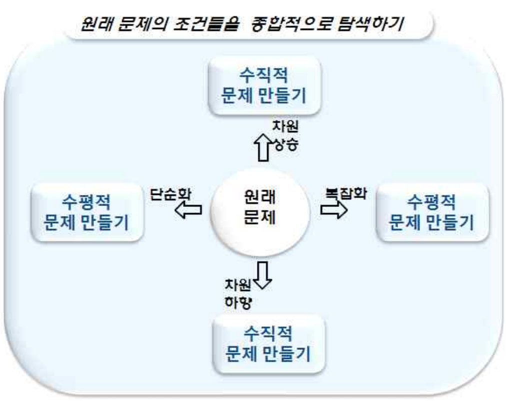
넷째, 영재 학생들은 새로운 문제 만들기에서 원래 문제에 제시된 조건들을 종합적으로 고려하는 데에 미흡하였다. 본 연구에서 영재 학생들에게 제시한 [탐구 과제]의 <원래 문제>에 제시된 조건들은 사면체, 내부의 점, 평행 등이다. 영재 학생들은 제시된 조건들 중에서 사면체, 내부의 점이라는 조건에 주목하면서 이 조건들을 변경하여 새로운 문제를 만들었다. 그러나 영재 학생들은 평행이라는 조건에는 전혀 주목하지 않았다. 평행이라는 조건을 변경하여 새로운 문제를 만든 영재 학생은 1명도 없었다. 또한, 대부분의 영재 학생들은 <원래 문제>에 제시된 조건들 중에서 1개의 조건만을 변경하여 문제를 만들었다. 두 가지 조건을 동시에 변경하여 문제를 만든 학생들은 [코드 HPrc]에 속하는 2명(10.5%)에 불과하였다. 이 학생들은 사면체와 내부의 점이라는 2가지 조건을 정사면체와 중심점으로 변경하여 새로운 문제를 만들었다.

여러 가지 조건을 동시에 종합적으로 고려하여 새로운 문제를 만드는 것은 융합적 사고 함양의 토대가 될 수 있다. 2015 수학과 교육과정에서도 여러 가지 수학적 지식과 기능을 연결하고 융합하여 새로운 지식과 경험을 생성하는 창의·융합 능력 함양의 중요성을 강조하고 있다(교육부, 2015). 영재 학생들이 원래의 문제에 제시된 여러 가지 조건을 동시에 종합적으로 변경하여 새로운 문제를 만들어 보는 경험을 통하여 융합적 사고 역량을 향상시킬 수 있도록 도울 필요가 있겠다.

2. 제언

본 연구에서 나타난 결과는 영재 학생들을 대상으로 한 체계적인 문제 만들기 지도가 필요함을 시사한다. 이하에서는 영재 학생들의 문제 만들기의 체계적 지도 방안을 매우 기초적인 수준에서 제안하고자 한다.

첫째, 영재 학생들이 새로운 문제를 만들기 위해 원래의 문제에 제시된 조건을 변경함에 있어서, 조건들을 종합적으로 탐색하기, 수직적 방향과 수평적 방향 탐색하기, 단순화와 복잡화 탐색하기 등을 지도할 필요가 있다([그림 V-1] 참고). 조건들을 종합적으로 탐색하기, 수직적 방향과 수평적 방향 탐색하기, 단순화와 복잡화 탐색하기 등은, Brown & Walter(1983)의 문제 만들기 단계에서 제2단계와 제3단계를 구체적으로 어떻게 수행할 것인가에 대한 하나의 제안이라고도 할 수 있다.



[그림 V-1] 조건을 변경하여 새로운 문제 만들기

먼저, 영재 학생들이 원래 문제의 조건들을 종합적으로 탐색하면서, 원래 문제의 조건들 중에서 한 가지만을 변경할 것인가, 또는 여러 가지 조건을 동시에 변경할 것인가를 생각하도록 지도할 필요가 있다. 이를 위해서는 영재 학생들이 원래 문제의 조건들을 바라보는 사고의 폭을 넓히고 조건을 바라보는 관점을 유연하게 변화시키도록 도울 필요가 있다. 본 연구에서 영재 학생들은 주로 한 가지 조건만을 변경하여 새로운 문제를 만드는 경향성을 나타냈는데, 영재 학생들의 융합적 사고 역량을 함양하기 위해서는 여러 가지 조건들을 동시에 변경하여 새로운 문제를 만들어 보도록 안내할 필요가 있다.

다음으로, 영재 학생들이 원래 문제의 조건들을 변경할 때 수직적 방향으로 탐색할 것인가 또는 수평적 방향으로 탐색할 것인가를 생각하도록 지도할 필요가 있다. 수평적 방향에서는 문제에 제시된 조건들을 단순화하는 방향과 복잡화하는 두 가지 방향을 생각할 수 있다. 수직적 방향에서는 새로운 문제에서 다루는 대상의 차원을 원래 문제보다 증가시키는 차원 상향과 원래 문제보다 감소시키는 차원 하향을 생각할 수 있다. 상향 수직적 방향은 차원이 높아지므로 복잡성이 증가한다고 할 수 있고, 하향 수직적 방향은 차원이 낮아지므로 복잡성이 감소한다고 할 수 있다.

종합적으로 탐색하기, 수평적/수직적 방향 탐색하기, 단순화/복잡화 탐색하기 등을 활용하여, [탐구 과제]의 <원래 문제>에 제시된 조건을 변경하여 만들 수 있는 새로운 문제들의 조건을 예시하면 다음의 [그림 V-2]와 같다.[4]

한편, 조건들을 종합적으로 탐색하기, 수평적/수직적 방향 탐색하기, 단순화/복잡화 탐색하기 등을 통한 문제 만들기 지도는 영재 학생들의 발산적 사고를 촉진할 수 있다. 예를 들어, 수직적 방향으로 문제 만들기를 통해 1차원, 2차원, 3차원, 4차원, …의 새로운 문제를 만들고 그 해결 방법을 탐구하면서, 차원에 따른 규칙성 발견을 위한 새로운 문제를 다시 만들고 탐구할 수 있다. 실제로, [탐구 과제]의 <원래 문제>에서 다른 조건들은 유지하고 3차원인 사면체를 2차원의 삼각형, 1차원의 선분을 대상으로 새로운 문제를 만들고 그 해결 방법을 탐구하면, 차원에 따른 규칙성, 즉 1차원, 2차원, 3차원에서 답이 각각 1, 2, 3으로 나오는 규칙성을 발견할 수 있다.

둘째, 영재 학생들이 자신이 새롭게 만든 문제를 심층적으로 분석하고 해결할 수 있도록 적극적으로 지도할 필요가 있다. 각각의 영재 학생이 새롭게 만든 문제를 영재교육 프로그램에 참여한 모든 학생들과 공유하여 함께 탐구하고 해결하도록 지도하는 방안을 고려할 수 있다. 본 연구에서 영재 학생들은 자신이 새롭게 만든 문제를 해결하는 정교성 측면에서 미흡한 수준으로 나타났다. 새롭게 만든 문제를 해결하는 것은

4) 본 연구의 <원래 문제>는 3차원인 사면체를 대상으로 하기 때문에 상향 수직적 문제 만들기에서는 4차원의 대상에 대한 문제를 만들 수 있다. 그러나 영재 학생들이 4차원에서 사면체와 유사한 대상을 상상하는 것은 매우 어려운 일이다. 따라서 [그림 V-2]에서는 상향 수직적 방향으로 만들 수 있는 문제의 조건을 '4차원 대상에 대한 문제 만들기'로 대략적으로 제시하였다. 한편, 상향 수직적 문제 만들기의 구체적인 예로서 피타고라스 정리가 원래 문제로서 제시된 경우를 생각해 볼 수 있다. 2차원의 직각삼각형에서 성립하는 피타고라스 정리를 보고 3차원, 4차원, … n차원의 대상에 대해 새로운 문제를 만드는 것이다. 예를 들어, 3차원에서는 '서로 직각인 세 면의 넓이가 각각 A_1, A_2, A_3 이고 직각인 면들과 마주보는 다른 한 면의 넓이가 A인 직각-사면체를 생각해 보자. A_1, A_2, A_3 와 A 사이에 성립하는 관계식을 찾고 설명하여라.'와 같은 새로운 문제를 만들 수 있다. 이와 같은 방식으로 3차원, 4차원, 5차원, … n차원의 대상에 대해 상향 수직적 방향으로 새로운 문제를 만들 수 있다. 실제로 피타고라스 정리의 n차원 버전은 다음과 같다: 직각 n-simplex에서 서로 직각인 면의 넓이를 $A_1, A_2, \ldots, A_n$ 이라고 하고 직각인 면들과 마주보는 면의 넓이를 A라고 할 때, $A^2 = \sum_{j=1}^{n} A_j^2$이다(AlVarez, 1996).

[그림 V-2] 새로운 문제의 조건 예시

Brown & Walter(1983)의 제4단계에 해당하는 활동으로서, 새롭게 만든 문제를 심층적으로 탐구하고 해결하는 것은 새로운 문제를 만드는 것과 함께 매우 의미 있고 중요한 활동이다.

마지막으로 본 연구의 제한점을 살펴보면, 본 연구는 기하 영역에서 한 개의 과제에 대한 중학교 영재 학생들의 문제 만들기를 논의했다는 데에 한계가 있다. 기하 영역에서 다양한 과제에서의 문제 만들기, 그리고 대수나 통계와 같은 다른 영역에서의 다양한 문제 만들기에 대한 영재 학생들의 사고 활동을 분석하는 추후 연구가 진행될 필요가 있다. 기하 영역 및 다른 영역에서의 영재 학생들의 문제 만들기에 대한 연구를 수행하고 연구 결과를 반영하여 영재 학생들의 문제 만들기 지도를 위한 더욱 심층적인 방안을 탐색할 필요가 있다. 더 나아가서 영재 학생들이 수학 내의 여러 영역들을 연결하는 문제 만들기, 그리고 수학과 다른 학문 분야의 내용들을 융합하는 문제 만들기 활동을 경험할 수 있는 체계적인 프로그램을 마련하기 위한 추후 연구가 진

행될 필요가 있다.

참고문헌

교육부(2015). **수학과 교육과정**. 교육부.

박미미(2015). **수학 문제유추에 의한 관계적 구조의 지도**. 서울대학교 박사학위 논문.

백대현, 이진희(2010). 수학 영재의 문제 만들기: 사례 연구. **학교수학, 12**(3), 259-271.

송상헌, 정영옥, 임재훈, 신은주, 이향훈(2007). 수학영재들이 NIM 게임 과제에서 만든 문제 만들기 사례 분석. **수학교육연구, 17**(1), 51-66.

이대희, 송상헌(2013). 영재학급 학생들이 What-If-Not 전략을 사용하여 만든 변형 루미큐브 게임 사례 분석. **한국초등수학교육학회지, 17**(2), 285-299.

임근광(2010). 종이접기 프로그램에서 수학영재 학생들의 문제 만들기 전략 분석. **영재교육연구, 20**(2), 461-486.

임문규(2001). 초등 5학년 수학영재 학생이 만든 수학문제에 관한 조사・분석. **학교수학, 15**(4), 701-721.

에르든예프, 한인기(2010). **유추를 통한 수학탐구**. 서울: 도서출판 승산.

최왕균(2011). **수 퍼즐 문제 만들기 과제에서 나타나는 초등수학 영재들의 수학적 사고특성 분석 : 문제설정과 일반화 사고를 중심으로**. 아주대학교 교육대학원 석사학위 논문.

Alvarez, S. A. (1996). Note on an n-dimensional Pythagorean theorem. http://www.cs.bc.edu/~alVPrez/NDPyt.pdf.

Brown, S. I. & Walter, M. I. (1983). *The Art of Problem Posing*. Lawerence Erlbaum Associates, Publishers.

Gagne, F. (1991). Toward a differentiated Model of Gifted and Talent. In Colangelo N. & Davis G. A. (Eds.), *Handbook of Gifted Education*. Boston: Allyn and Bacon, 65-80.

Polya, G. (1957), *How to Solve it*. 2nd ed., N.Y.: Doubleday & Company, Inc.

Renzulli, J. S. & Reis, S. (1986). *The Schoolwide Enrichment Model: A Comprehensive Plan for Educational Excellence*. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.

Sheffield, L. J. (1999). *Developing Mathematically Promising Students*. National Council of Teachers of Mathematics: Reston, Virginia.

Sheffield, L. J. (2003). *Extending the Challenge in Mathematics: Developing Mathematical Promise in K-8 Students*. Texas Association for the Gifted and Talented.

Examining the Problem Making by Mathematically Gifted Students

Na, Gwisoo (Cheongju National University of Education)

The purpose of this study is to investigate the characteristics of problem making of 19 mathematically gifted students in junior high school. In this study, we examined the expansion and sophistication of the problems made by gifted students, focusing on the analysis framework proposed in the previous research. Next, the problem making by gifted students were categorized into 'horizontal problem making' and 'vertical problem making.' As a result of this study, it was found that problem making by gifted students was not enough in terms of extension and sophistication. In addition, gifted students made problems in the direction of decreasing complexity than original problems when creating new problems, and considered the conditions presented in the original text separately but not comprehensively.

* Key Words : problem making(문제 만들기), mathematically gifted students(수학 영재 학생), extension(확장성), sophistication(정교성), horizontal problem making(수평적 문제 만들기), vertical problem making(수직적 문제 만들기)

논문접수 : 2017. 1. 20
논문수정 : 2017. 3. 13
심사완료 : 2017. 3. 19