

고등학교 수학과 지필평가 문항의 교육과정 반영 실태 연구 : 수열의 극한을 중심으로

양 성 현*

교사의 교육과정에 대한 이해 정도에 따라 교수·학습 방법에 상당한 차이가 존재할 수 있으며 평가 문항은 이러한 차이를 반영하는 대표적 산물 중 하나이다. 그러므로 지필평가 문항 분석을 통하여 교사의 교육과정에 대한 이해도가 지필평가에 어떻게 반영되고 있는가에 대한 실태 연구가 필요하다.

본 연구에서는 2009 개정 수학과 교육과정에 기반하여 중간고사와 기말고사로 출제된 ‘미적분 I’ 219개 검사지에 수록된 문항 중 ‘수열의 극한’을 내용 영역으로 하는 문항을 중심으로 변화된 교육과정이 학교 현장의 지필평가에서 어떻게 반영되고 있는지를 분석하였다. 분석 결과를 토대로 지필평가에서 나타난 문제점을 확인하고, 교육과정 개정 이후 새로운 교육과정의 안정적 안착을 위하여 반드시 동반되어야 할 교육정책 관련 시사점을 도출하고자 하였다.

1. 서론

교육부는 초·중등교육법 제23조 제2항에 의거한 ‘2015년 개정 교육과정 고시(제2015-74호, 2015.09.23.)’를 통하여 초·중등학교 교육과정을 개정 고시하였다. 이에 따라 2015 개정에 따른 수학과 교육과정(이하 2015 개정 수학과 교육과정)이 고등학교에서는 2018년에 입학하는 1학년 학생부터 적용된다. ‘2009년 개정 교육과정(제2009-41호, 2009.12.23.)’에 따른 수학과 교육과정(교육과학기술부, 2011)(이하 2009 개정 수학과 교육과정)이 고시된 지 4년 만에 또 다시 새로운 교육과정이 도입되는 것이며 고등학교 현장에 적용된 지 2년 만에 또 다른 교육과정의 적용에 대비해야 하는 것이 작금의 현실이다. 2015년 하반기는 어찌 보면 3개의 수학과

교육과정이 공존하는 한 해였다. 고등학교 1·2학년은 2009 개정 수학과 교육과정(교육과학기술부, 2011)이, 3학년은 2007 개정 수학과 교육과정(교육인적자원부, 2007)이 적용되고 있는 상태에서 또 다른 교육과정이 고시된 것이다.

교육과정이 수시 개정 체제로 전환된 이후 잦은 교육과정의 개정으로 인하여 학교 현장에서는 많은 혼란을 겪고 있는 것이 현실이다. 2014년과 2015년에 학교 현장에서 2개 학년 이상에 걸쳐 수업을 진행했던 교사는 한 시간은 2007 개정 수학과 교육과정에 기반하여 수업을 진행하고 또 다른 시간은 2009 개정 수학과 교육과정에 기반하여 수업을 진행해야 하는 일이 발생되었다. 물론 교육과정의 개정에 따른 과도기에 이러한 현상은 충분히 발생할 수 있는 일이다. 그러나 우리는 또 다시 2018년과 2019년에 이러한 상황에 직면하게 된다.

* 한국교육과정평가원, yangsh90@kice.re.kr

특히 동일한 내용 영역을 서로 다른 두 개의 교육과정에 기반하여 수업을 진행하는 교사라면 더욱 혼란은 가중될 수 있다. 교사들은 개정된 교육과정에서 삭제되거나 새로 도입된 내용 영역보다 약화 또는 강화된 내용 영역의 교수 학습에서 더 많은 혼란을 느끼는 경향이 있다. 이러한 일련의 현상으로 인하여 학교 현장에서 많은 문제점들이 도출되고 있으며 이러한 문제점은 교사가 출제한 중간고사나 기말고사와 같은 총괄평가에서 여실히 드러나고 있다.

총괄평가는 일정한 기간 동안 정해진 일정 정도의 교과 학습을 모두 마치고 나서 교과목 전체나 중요 내용과 관련하여 학업성취가 최종적으로 얼마나 달성되었는가를 확인하려는 것이 주요 목적이다(김성훈, 김신영, 김재철, 반재천, 백순근, 서민원, 2010). 교수·학습 상황에서 학생평가는 학생의 학습 성취에 대한 교사의 의사결정을 돕기 위하여 정보를 수집하고 해석하여 활용하는 활동이다(McMillan, 2007). 그러나 교육과정에 부합하지 않는 평가 문항은 올바른 평가가 이루어지는데 걸림돌이 될 수 있으며 평가를 통한 올바른 피드백이 이루어질 수 없다. 평가는 단순히 학생들에게 행하여짐과 동시에 학생들을 위하여 실시되어야 한다(양성현, 이환철, 2014). 다시 말해 학생들은 그 학생들이 받도록 고시되어 있는 교육과정에 준하는 평가를 받을 권리가 있는 것이며 교사는 이를 반영하기 위하여 최대한 노력해야 하는 의무가 존재하는 것이다.

수학교사들이 직접 출제한 지필평가에 관련한 선행연구를 살펴보면, 초등학교 지필평가에 대한 연구(서동엽, 2001; 라병소, 주복향, 2002; 주복향, 2003; 정현도, 강신포, 김성준, 2010; 이의원, 2009)와 중학교 지필평가에 대한 연구(홍영미, 2008; 강병련, 김병주, 2009; 김병주, 2009)에 비하여 고등학교 지필평가에 대한 연구는

미진한 상태이다. 고등학교 지필평가와 관련된 연구로는 지필평가에서 교사가 범하는 내용적·형식적 오류에 대한 연구(양성현, 이환철, 2014)가 있으나, 고등학교 교육과정이 학교 현장의 지필평가에 어떻게 반영되고 있는지에 대한 연구는 아직 미흡한 상태이다.

교사가 직접 출제하는 중간·기말고사와 같은 지필평가는 출제한 해당 교사의 교육과정에 대한 이해도를 직접적으로 반영하기 때문에 교사의 교육과정에 대한 이해도를 분석할 수 있는 좋은 도구가 될 수 있다. 교사의 교육과정에 대한 이해 정도에 따라 교수·학습 방법에 상당한 차이가 존재할 수 있으며 평가 문항은 이러한 차이를 반영하는 대표적 산물 중 하나이다. 그러므로 지필평가 문항 분석을 통하여 교사의 교육과정에 대한 이해도가 지필평가에 어떻게 반영되고 있는가에 대한 실태 연구가 필요하다.

본 연구에서는 2009 개정 수학과 교육과정에 기반하여 중간고사와 기말고사로 출제된 ‘미적분 I’ 219개 검사지에 수록된 문항 중 ‘수열의 극한’을 내용 영역으로 하는 문항을 중심으로 변화된 교육과정이 학교 현장의 지필평가에서 어떻게 반영되고 있는지를 분석하였다. 분석 결과를 토대로 지필평가에서 나타난 문제점을 확인하고, 교육과정 개정 이후 새로운 교육과정의 안정적 정착을 위하여 반드시 동반되어야 할 교육정책 관련 시사점을 도출하고자 하였다.

II. 연구 방법 및 연구 내용

교사는 평가 계획에 부합하도록 평가를 실시해야 하며(남명호 외, 2006) 수학 학습의 평가에서는 학생의 인지 발달 단계를 고려하고, 교육과정에 제시된 내용의 수준과 범위를 준수해

야 한다(교육과학기술부, 2011). 더불어 교사는 평가 문항을 제작하는데 있어서 교육과정에 제시된 학습내용 성취 기준에 적절한 문항을 출제해야 한다.

교사에 의하여 출제된 지필평가 문항들이 ‘교육과정에 제시된 학습내용 성취 기준에 부합하는가?’, ‘교육과정에서 명시된 용어와 기호는 적절히 사용되고 있는가?’ 등과 같이 교사의 교육과정에 대한 이해도가 어떻게 지필평가에 반영되고 있는지에 초점을 맞추어 실태를 분석하고자 하였다. 본 연구를 위해 9개 시·도교육청, 94개교 일반고등학교에서 중간고사와 기말고사에서 시행된 시험지를 수집하였다. 임의 표집된 학교의 수는 전국 일반고등학교 수(2016년 4월1일 기준; 1,648개교)¹⁾를 기준으로 환산하면 5.70%에 해당한다.

연구자 개인이 고등학교 수학과 전 교육과정의 반영 정도를 분석하는 것은 물리적으로 어렵다 판단하고 2009 개정 수학과 교육과정 일반 과목 중 하나인 ‘미적분 I’에 한정하여 2015년과 2016년 고등학교 2학년 학생들을 대상으로 치러진 시험지를 수집하였다. 수집된 시험지는 총 219개이며 총 수록 문항은 4,632개이다. 자료

수집에 있어서 공개된 자료만을 수집하는 것을 원칙으로 하였으며 학교별 홈페이지 또는 관련 홈페이지²⁾에 게시된 문항을 대상으로 하였다. 수집된 자료의 세부 내역은 <표 II-1>과 같다.

일반 과목인 ‘미적분 I’은 ‘수학 I’과 ‘수학 II’의 내용을 이해한 학생이 선택할 수 있는 과목이기(교육과학기술부, 2011) 때문에 ‘미적분 I’에 대한 지필평가 문항 분석은 자연스럽게 선이수 과목에 대한 정보를 추가적으로 얻을 수 있다. 특히 ‘미적분 I’ 내용 체계의 첫 부분인 ‘수열의 극한’은 ‘수학 II’의 ‘수열’과 상당한 위계성을 지니고 있으며 2009 개정 수학과 교육과정에서 가장 크게 변화된 내용 중 하나이다. 전술한 바와 같이 일반적으로 교사들은 개정된 교육과정에서 삭제되거나 새로 도입된 내용 영역보다 약화 또는 강화된 내용 영역의 교수·학습에서 더 많은 혼란을 느끼는 경향이 있다. 신이섭 외(2011)에 기반하여 ‘수학 II’의 ‘수열’, ‘미적분 I’의 ‘수열의 극한’의 교육과정에서 변화된 내용을 2007 개정 수학과 교육과정과 비교하여 요약·정리하면 <표 II-2>와 같다.

<표 II-1> 분석 대상 시험지 세부 정보

시·도교육청별 (검사지 수)		시기별 (검사지 수)				계열별 (검사지 수)		문항 유형별 (문항 수)			
서울	78	2015년	1학기	중간	69	인문	90	선다형	3784		
부산	32			기말	47						
인천	8		2학기	중간	4			자연	129	진위형	5
광주	10			기말	4					단답형	167
울산	2			중간	46						
경기	62	2016년	1학기	기말	49	자연	129	서술형	676		
전북	17			중간	46						
강원	5		기말	49							
경북	5										

1) 출처: 교육통계연보(교육부, 한국교육개발원, 2016): ① 세부유형_일반고등학교, ② 유형구분_일반고, 자율고
2) <http://nsmaster.co.kr>, <http://www.zocbo.com>, <http://www.kimsu.kr>

<표 II-2> ‘수열’과 ‘수열의 극한’ 학습내용 성취 기준 교육과정 변화 내용(신이섭 외, 2011)

과목	2007 개정 수학과 교육과정	2009 개정 수학과 교육과정	비고
수학 II	<p>① 등차수열과 등비수열</p> <p>② 여러 가지 수열 ① \sum의 뜻과 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. ② 여러 가지 수열의 일반항, 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다. ③ 여러 가지 수열에 관한 문제를 해결할 수 있다.</p> <p>③ 수학적 귀납법 ④ 알고리즘과 순서도 <용어와 기호></p> <p><교수·학습 상의 유의점></p> <p>① 계차수열은 등차수열이나 등비수열이 되는 경우만 다룬다. ② 수학적 귀납법에 의한 증명은 원리를 이해할 수 있는 정도로 간단하게 다룬다. ③ 순서도가 바르게 만들어져 있는지를 귀납적인 방법으로 점검해 보게 한다.</p>	<p>① 등차수열과 등비수열</p> <p>② 수열의 합 ① \sum의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. ② 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다.</p> <p>③ 수학적 귀납법 <용어와 기호></p> <p><교수·학습 상의 유의점> ① 여러 가지 수열의 합에서는 자연수의 거듭제곱의 합 $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=1}^n k^2$, $\sum_{k=1}^n k^3$ 과 수열의 합이 간단한 것만 다룬다. ② 수열과 관련된 실생활 문제를 귀납적으로 표현할 수 있게 하고, 귀납적으로 정의된 수열의 일반항을 구하는 문제는 다루지 않는다.</p> <p>③ 수학적 귀납법에 의한 증명은 원리를 이해할 수 있는 정도로 간단하게 다룬다.</p> <p>④ 기호 S_n은 교수·학습 상황에서 다루어질 수 있다</p>	<p>동일</p> <p>약화 및 삭제 (영역명 수정, 학습량 감축)</p> <p>일부 수정 삭제 삭제: 유한수열, 무한수열, 계차수열, 점화식, 알고리즘, 순서도, S_n</p> <p>추가</p> <p>추가</p> <p>삭제</p> <p>삭제</p> <p>추가</p>
미적분 I	<p>① 무한수열의 극한 ② 무한급수 <용어와 기호></p> <p><교수·학습 상의 유의점> ① 수열의 극한에 관한 정의와 성질은 직관에 의하여 이해하는 수준으로 다룬다. ② 무한수열의 수렴이나 발산은 그래프를 통해 직관적으로 예측해 보게 한다.</p>	<p>① 수열의 극한 ② 급수 <용어와 기호></p> <p><교수·학습 상의 유의점> ① 수열의 극한에 대한 정의와 성질은 직관적으로 이해하는 수준에서 다룬다. ② 수열의 수렴, 발산은 수렴의 정의와 성질을 바탕으로 예측하고 설명해 보게 한다. ③ 수열이나 급수의 수렴, 발산은 공학적 도구를 활용하여 이해하게 할 수 있다. ④ 기호 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$은 교수·학습 상황에서 다루어질 수 있다.</p>	<p>일부 용어 수정</p> <p>일부 용어 수정 삭제: 무한등비수열, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 수정: ‘무한급수’를 ‘급수’로</p> <p>수정</p> <p>추가</p> <p>추가</p>

본 연구에서는 ‘수열’과 ‘수열의 극한’ 학습내용 성취 기준에서 변화된 교육과정을 중심으로 수집된 검사지에 수록된 문항 중 ‘수열의 극한’에 초점을 맞추어 두 가지 측면에서 분석을 하였다. 첫째는 지필평가 문항이 교육과정상의 학습내용 성취 기준에 부합하게 출제가 이루어지고 있는가에 대하여 분석을 하였으며, 둘째는 지필평가 문항 제작 시 교육과정상의 용어와 기호가 적절하게 사용되고 있는가에 대하여 살펴보았다.

<표 II-3> ‘미적분 I’의 내용 체계

내용	영역
I. 수열의 극한	1. 수열의 극한 2. 급수
II. 함수의 극한과 연속	1. 함수의 극한 2. 함수의 연속
III. 다항함수의 미분법	1. 미분계수와 도함수 2. 도함수의 활용
IV. 다항함수의 적분법	1. 부정적분 2. 정적분 3. 정적분의 활용

<표 II-3>과 같이 ‘수열의 극한’은 ‘미적분 I’의 첫 번째 내용 영역이다. 이로 인하여 수집된 시험지 219개(중간고사: 119개, 기말고사: 100개) 중 기말고사에 출제된 2104개 문항에서 ‘수열의 극한’을 내용 영역으로 출제된 시험지는 4개 시험지 31문항 뿐이었다. 또한 이 문항들에서 특이점을 발견하지는 못하였다. 중간고사에 출제된 2528개 문항 중 ‘수열의 극한’을 내용 영역으로 출제된 문항은 1149개 문항이며 해당 학교는 79개교이다. 본 연구에서는 이 문항들을 중심으로 교육과정 반영 실태를 분석하였다.

3) 9종의 ‘미적분 I’ 인성도서 중 7종이 <표 II-3>과 같은 내용 체계로 구성되어 있다. 천재교육(이준열 외, 2014)은 ‘미분계수와 도함수’를 분리하여 구성하고 있으며, 지학사(신향균 외, 2014)는 부정적분과 정적분을 하나의 중단원으로 통합하여 구성하고 있다.

III. 연구 결과

1. 지필평가 문항의 학습내용 성취 기준 관련 적절성

교육과정상의 학습내용 성취 기준이 지필평가에 적절하게 반영되고 있는지를 살펴보기 위하여 수집된 문항 중 ‘미적분 I’의 ‘수열의 극한’을 내용 영역으로 하는 문항을 중심으로 연구자가 1차적으로 문항을 선별하였다. 선별시 기준은 2009 개정 수학과 교육과정의 학습내용 성취 기준의 부합 여부와 교수·학습상의 유의점에 초점을 맞추었다.

교육과정 반영 여부에 대한 객관성과 타당성을 확보하기 위하여 교육과정에 대한 이해도가 높고 수능 출제 및 검토 경험이 있는 10명의 교사에게 오프라인에서 설문의 형태도 자문을 구하였으며 참여 교사의 구성은 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 연구 참여 교사 구성

교사	성별	연령	학력	교육 경력		학교 유형
				고등학교	고3 담당	
A	남	33	학사	7	3	사립
B	남	35	학사	9	1	사립
C	남	39	석사	12	4	공립
D	여	53	학사	30	14	사립
E	남	42	학사	17	5	사립
F	남	37	석사	11	3	공립
G	여	39	학사	14	7	사립
H	여	43	석사	15	8	사립
I	남	40	석사수료	15	6	사립
J	남	49	학사	19	7	사립

(2016년 12월 기준)

1차 선별된 문항을 토대로 설문을 구성하고 본 문항들이 2009 개정 수학과 교육과정에 근거하여 중간고사나 기말고사와 같은 단위학교의 지필평가에서 적절하다고 판단하는지와 전국연합, 수능 및 모의평가와 같은 전국단위 평가에서 적절하다고 판단하는지에 대하여 [그림 III-1]과 같이 교사들에게 설문하였다. 더불어 문항에 대한 연구자의 풀이를 함께 제공하여 그에 대한 타당성 또한 확인하였다.

기출-3-1.

2015
2-1
S03
인문
중간

21. 수열 $\{a_n\}$ 이
 $a_1 = 0, a_{n+1} - a_n = n(n+2) (n=1, 2, 3, \dots)$
 를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{a_{2n}} - \sqrt{a_{2n-1}}}{\sqrt{2n-1}}$ 의 값은? [4.7점]

① $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

	출제 가능 성	판단 유무					출제 불 가능
• 전국단위 평가에서 (전국연합, 수능 및 모의평가 등)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
• 단위학교 지필평가에서	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

기출-3-2. 위와 같이 생각하시는 이유를 간단히 써주시시오.

[그림 III-1] 설문의 구성

설문은 5점 리커트 척도를 사용하였으며 집단 평균이 1점에 가까울수록 ‘출제를 해서는 안 된다’로 인식하며 5점에 가까울수록 ‘출제를 해도 된다’로 인식하고 있다고 볼 수 있다. 1차 선별된 22개 문항에 대한 리커트 척도 결과는 <표 III-2>와 같다.

22개의 문항 중 리커트 척도 평균값이 2.0 미만으로 나타난 문항은 ‘전국단위 평가에서’는 18문항이었으며 ‘단위학교 평가에서’는 15문항으로 나타났다. 또한 모든 문항에 대한 리커트 척도 평균값이 ‘단위학교 평가에서’ 높게 나왔으며 그 차이는 최소 0.1에서 최대 1.6으로 나타났다. 이는 설문에 응답한 교사들이 단위학교 평가 문항에 대하여 교육과정 적용 측면에서 더 유연하게 적용함을 알 수 있다. 다시 말해 ‘전국단위 평가에서’ 더욱 엄밀하게 교육과정이 적용되어야 한다고 판단하고 있었다.

설문 구성을 위하여 1차적으로 선별된 문항 중 설문에 참여한 10명의 교사 모두가 출제에 있어서 가장 지양되어야 한다고 판단한 유형은 크게 2가지로 분류할 수 있다. 첫째는 <표 III-3>과 같이 계차수열을 이용하여 일반항을 구한 후 극한값을 구해야 하는 유형이며, 둘째

<표 III-2> 지필평가 학습내용 성취 기준 관련 설문 결과

문항번호 구분	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2015	2016	2015
	S03자1	S03자2	S03인	J01자	K03인	S02자	D02자	B06자	B08인	Y04자	Y09자
전국단위 평가에서	1.1 (0.30)	2.1 (1.70)	1.0 (0.00)	1.0 (0.00)	2.3 (0.49)	1.5 (0.81)	1.3 (0.90)	1.8 (1.40)	1.3 (0.90)	1.0 (0.00)	1.1 (0.30)
단위학교 평가에서	1.6 (1.20)	2.2 (1.66)	1.2 (0.40)	1.1 (0.30)	2.9 (1.76)	3.1 (1.64)	1.5 (1.20)	2.4 (1.28)	1.5 (1.20)	1.2 (0.40)	1.7 (1.19)
문항번호 구분	2016	2015	2016	2016	2016	2015	2015	2015	2015	2015	2016
	H06인	H07인1	H07인1	H07인2	J05인	N01인	S01인	Y01자	D01자1	D01자2	H03자
전국단위 평가에서	1.3 (0.64)	1.2 (0.60)	2.8 (1.66)	3.2 (1.54)	1.1 (1.30)	1.8 (1.25)	1.0 (0.00)	1.1 (0.30)	1.2 (0.40)	1.0 (0.00)	1.0 (0.00)
단위학교 평가에서	1.7 (1.00)	1.4 (0.92)	3.0 (1.55)	3.8 (1.66)	1.9 (1.14)	2.4 (1.43)	1.5 (0.92)	1.8 (1.17)	1.6 (0.92)	1.1 (0.30)	1.4 (0.92)

* 셀 안의 수치는 설문에 응답한 교사들의 각 문항에 대한 리커트 척도 평균이며 괄호 안의 수치는 표준편차이다.

<표 III-3> 계차수열을 이용하여 일반항을 구한 후 극한값을 구해야 하는 문항

S03고등학교	J01고등학교
<p>21. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 0, a_{n+1} - a_n = n(n+2) (n=1, 2, 3, \dots)$ 를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{a_{2n}} - \sqrt{a_{2n-1}}}{\sqrt{2n-1}}$의 값은? [4.7점]</p> <p>① $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$</p>	<p>11. 좌표평면 위의 제1사분면을 그림과 같이 정사각형들로 나누어 자연수를 배열하였다. 자연수 n에 대하여 $0 \leq x \leq 3n-1$인 영역에서 직선 $y = \frac{1}{3}x$가 내부를 지나는 사각형 안에 들어 있는 수들의 합을 a_n으로 정의한다. 예를 들어 $a_1 = 3, a_2 = 17$이다. 이때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$의 값은? [3.8점]</p>

<표 III-4> <표 III-3>에 제시된 문항의 풀이

S03고등학교	J01고등학교												
$a_n = \sum_{k=1}^{n-1} (k^2 + 2k)$ $= \frac{(n-1)n(2n-1)}{6} + (n-1)n$ $= \frac{n(n-1)(2n+5)}{6}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{a_{2n}} - \sqrt{a_{2n-1}}}{\sqrt{2n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\frac{n(2n-1)(4n+5)}{3}} - \sqrt{\frac{(2n-1)(n-1)(4n+3)}{3}}}{\sqrt{2n-1}}$ $= \frac{1}{\sqrt{3}} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 5n} - \sqrt{4n^2 - n - 3}}{\sqrt{2n-1}}$ $= \frac{1}{\sqrt{3}} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n+3}{\sqrt{4n^2 + 5n} + \sqrt{4n^2 - n - 3}}$ $= \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{6}{2+2}$ $= \frac{\sqrt{3}}{2}$	<p>자연수 n에 대하여 $y = \frac{1}{3}x$이 지나는 영역에 포함되는 수는 다음과 같다.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>영역에 포함되는 수</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1, 2</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1, 2, 3, 5, 6</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14</td> </tr> <tr> <td>⋮</td> <td>⋮</td> </tr> </tbody> </table> $a_n = 3 + \sum_{k=1}^{n-1} (12k+2) = 6n^2 - 4n + 1$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 - 4n + 1}{n^2} = 6$	n	영역에 포함되는 수	1	1, 2	2	1, 2, 3, 5, 6	3	1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10	4	1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14	⋮	⋮
n	영역에 포함되는 수												
1	1, 2												
2	1, 2, 3, 5, 6												
3	1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10												
4	1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14												
⋮	⋮												

는 <표 III-5>와 같이 복잡한 점화식에서 일반항을 도출해야 하는 유형이다.

<표 III-4>에 제시된 풀이를 통해서 알 수 있듯이, S03고등학교와 J01고등학교에서 출제된 두 문항 모두 일반항 a_n 의 계차수열이 n 에 관한 일차식 또는 이차식으로 주어진 경우이다. 그러나 2009 개정 수학과 교육과정에서는 계차수열이 교육과정에서 삭제되었을 뿐만 아니라 <교수·학습상의 유의점>에서 귀납적으로 정의된 수열의 일반항을 구하는 문제를 다루지 않

도록 명시되어 있어 설문에 응답한 교사들은 이러한 문항은 지필평가에서 지양해야 한다고 판단하고 있었다.

다음은 복잡한 점화식에서 일반항을 구한 후 극한값을 구해야 하는 경우이다. Y04고등학교에서는 기호 S_n 을 구체적으로 정의하지도 않고 문항에 사용을 하고 있다. S_n 은 2009 개정 수학과 교육과정의 <용어와 기호>에서는 삭제가 되었으나 <교수·학습상의 유의점>에서 교수·학습 상황에서 다루어질 수는 있다고 언급하고

는 있다. 그러나 점화식이 <용어와 기호>에서 삭제되었고 학습내용 성취 기준에서 여러 가지 수열에 관한 문제를 해결할 수 있다는 부분도 약화된 상태에서 문항에 주어진 점화식과 같이 복잡한 형태의 점화식을 정리하여 일반항을 도출해야 하는 문제 상황 또한 설문에 응답한 교사들은 지양해야 한다고 판단하고 있었다.

<표 III-6>에 제시된 풀이를 통해서 알 수 있듯이, D01고등학교의 문항은 계차수열이 등비수열인 경우이며, Y04고등학교의 문항은 점화식이 지니고 있는 성질에 대하여 높은 사고력을 요구하는 문항이라 할 수 있다. Y04고등학교와 D01고등학교에서 출제된 문항은 모두 주

어진 점화식의 특성을 파악한 후 주어진 점화식에서 일반항을 구하는 형식의 문항이며 각 문항에서 구한 일반항 a_n 은 각각

$$a_n = \sqrt{\frac{n}{2}} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}),$$

$$a_n = (4 - a_1) - 2(2 - a_1) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

이다. 이는 앞서 첫 번째로 언급된 유형과 마찬가지로 <교수·학습상의 유의점>에서 귀납적으로 정의된 수열의 일반항을 구하는 문제를 다루지 않도록 명시한 부분과도 같은 맥락으로 볼 수 있다.

일반항을 구하는 또 다른 형태의 문항으로

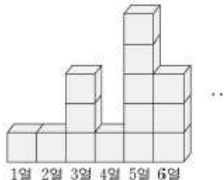
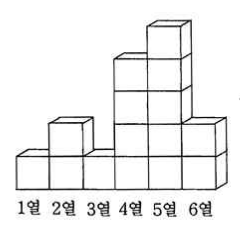
<표 III-5> 복잡한 점화식에서 일반항을 구한 후 극한값을 구해야 하는 문항

Y04고등학교	D01고등학교
<p>서술형 4. 양수로 구성된 수열 $\{a_n\}$의 부분합이 $S_n = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{n}{a_n} \right)$ 일 때, 다음을 구하시오.</p> <p>(1) S_n을 구하시오. [4점]</p> <p>(2) a_n을 구하시오. [2점]</p> <p>(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$의 값을 구하시오. [2점]</p>	<p>08. $a_2 = 2, 2a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = 0 (n = 1, 2, 3, \dots)$으로 정의되는 수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴할 때, (1) 첫째항 a_1과 (2) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$의 값이 될 수 있는 것을 두 개 고르면?(2.2점)</p> <p>① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10</p>

<표 III-6> <표 III-5>에 제시된 문항의 풀이

Y04고등학교	D01고등학교
$S_n = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{n}{a_n} \right)$ $2a_n S_n = (a_n)^2 + n$ $2(S_n - S_{n-1})S_n = (S_n - S_{n-1})^2 + n$ $(S_n)^2 - (S_{n-1})^2 = n$ <p>이므로 $(S_n)^2$은 다음과 같이 정리할 수 있다.</p> $(S_n)^2 = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (k+1) = 1 + \frac{n(n-1)}{2} + n - 1 = \frac{n(n+1)}{2}$ <p>따라서 수열 $\{a_n\}$의 모든 항이 양수이므로 $S_n = \sqrt{\frac{n(n+1)}{2}}$ 이다.</p> <p>다음으로 $a_n = S_n - S_{n-1}$을 이용하여 a_n의 일반항을 구하고 이를 이용하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$을 구하자.</p> $a_n = S_n - S_{n-1} = \sqrt{\frac{n(n+1)}{2}} - \sqrt{\frac{(n-1)n}{2}} = \sqrt{\frac{n}{2}} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})$ <p>따라서 $a_n = \sqrt{\frac{n}{2}} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})$ 이고,</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})}{\sqrt{2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n} \times 2}{\sqrt{2}(\sqrt{n+1} + \sqrt{n-1})} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.	$2a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = 0$ $a_{n+2} - a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_{n+1} - a_n)$ <p>$a_{n+1} - a_n = b_n$ 이라 하면 $b_1 = 2 - a_1$이므로 $b_n = (2 - a_1) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 이다.</p> <p>그러므로</p> $a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2 - a_1) \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$ $= a_1 + (2 - a_1) \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{1 - \frac{1}{2}}$ $= (4 - a_1) - 2(2 - a_1) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ <p>이다. 그런데 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴해야 하므로 $a_1 = 4$이다.</p> <p>따라서 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{k=1}^{\infty} 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} = 8$ 이다.</p>

<표 III-7> 이전 교육과정에서 출제된 문항을 변형하여 출제한 문항

2011학년도 수능 수리영역 가형 25번	H06고등학교
<p>25. 자연수 m에 대하여 크기가 같은 정육면체 모양의 블록이 1열에 1개, 2열에 2개, 3열에 3개, ..., m열에 m개 쌓여 있다. 블록의 개수가 짝수인 열이 남아 있지 않을 때까지 다음 시행을 반복한다.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>블록의 개수가 짝수인 각 열에 대하여 그 열에 있는 블록의 개수의 $\frac{1}{2}$만큼의 블록을 그 열에서 들어낸다.</p> </div> <p>블록을 들어내는 시행을 모두 마쳤을 때, 1열부터 m열까지 남아 있는 블록의 개수의 합을 $f(m)$이라 하자. 예를 들어, $f(2)=2$, $f(3)=5$, $f(4)=6$이다.</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(2^{n+1}) - f(2^n)}{f(2^{n+2})} = \frac{q}{p}$ <p>일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]</p> 	<p>16. 자연수 m에 대하여 크기가 같은 정육면체 모양의 블록이 1열에 1개, 2열에 2개, 3열에 3개, ..., m열에 m개가 쌓여 있다. 블록의 개수가 3의 배수인 열이 남아 있지 않을 때까지 다음 시행을 반복한다.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>블록의 개수가 3의 배수인 각 열에 대하여 그 열에 있는 블록의 개수의 $\frac{2}{3}$만큼의 블록을 그 열에서 들어낸다.</p> </div>  <p>블록을 들어내는 시행을 모두 마쳤을 때, 1열부터 m열까지 남아 있는 블록의 개수의 합을 $f(m)$이라 하자. 예를 들어 $f(2)=3$, $f(3)=4$, $f(4)=8$이다.</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(3^n)}{9^n}$ 의 값은? [5.8점] <p>① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{3}{8}$</p>

<표 III-7>의 H06고등학교에서 출제된 문항과 같은 유형이 있다. 본 문항은 $f(3^n)$ 의 일반항을 도출하여 극한값을 계산해야 하는 문항으로 설문에 응답한 교사의 리커트 척도 평균값은 ‘전국단위 평가에서’, ‘단위학교 평가에서’ 각각 1.3, 1.7로 나타나 모두 지양해야 한다고 판단하고 있었다. 지양해야 하는 이유에는 ‘수열의 귀납적 정의를 이용하여 일반항을 구해야 한다’, ‘2009 개정 수학과 교육과정에서 약화된 여러 가지 수열에 관한 문항으로 판단된다’, ‘군수열과 부분수열의 개념이 적용되어 교육과정을 넘어선다’라고 서술하고 있었다.

교사들은 새로운 평가 문항을 제작하기보다는 기존의 문항들을 변형하여 사용하며 새로운 문항을 제작하는데 어려움을 가지고 있다(김선

희, 2006). <표 III-7>의 좌측 그림과 같이 H06고등학교에서 출제된 문항은 2011학년도 수능 수리영역 가형 25번 문항으로 출제되었던 문항을 변형하여 출제한 것으로 추측해 볼 수 있다. 그러나 2011학년도 수능 수리영역은 제7차 교육과정(교육부, 1997)의 부분 개정인 2006 개정 교육과정(교육인적자원부, 2006)에 기반하여 출제된 시험이다. 다시 말해 전국연합, 수능 및 모의평가에 기출제되었던 문항을 변형하여 출제하는 교사들 중 일부는 그 문항이 현재의 교육과정에 어떻게 부합하는지에 대한 고민보다는 그 문항을 어떻게 변형할 것인지에 대한 고민에 무게를 더 두는 것으로 판단된다.

문항의 학습내용 성취 기준 적절성과 관련하여 선별된 22개 문항을 유형별로 분류하면 <표

III-8>과 같이 3가지 유형으로 분류할 수 있다. 을 세우고 일반항을 구해야 하는 경우’, 셋째, 첫째, ‘주어진 점화식에서 일반항을 구해야 하는 경우’, 둘째, ‘문제 상황을 해석하여 점화식 하는 경우’이다. ‘귀납적으로 정의된 수열의 일반항을 구해야 하는 경우’이다.

<표 III-8> 학습내용 성취 기준 적절성 관련 유형별 분류

학교	년도	학기	계열	문항 번호	관련 점화식	일반항	유형
D01	2015	2-2	자연	3	$a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)}$	$a_n = 2 - \frac{1}{n}$	1
D01	2015	2-2	자연	8	$2a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = 0$	$a_n = (4 - a_1) - 2(2 - a_1) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$	
D02	2015	2-1	자연	1	$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 2$	$a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + 4$	
H03	2016	2-2	자연	7	$a_{n+1} = a_n + n$	$a_n = \frac{5n^2 - 5n + 2}{10}$	
H07	2016	2-1	인문	서답형2	$a_{n+1} = \sum_{k=1}^n a_k + 4$	$a_n = 2^{n-1}$	
J05	2016	2-1	인문	15	$(n+1)S_n = 2na_n$	$S_n = n \cdot 2^{n-1}$	
K03	2015	2-2	인문	서술형2	$\frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{4}a_2 + \frac{1}{5}a_3 + \dots + \frac{1}{n+2}a_n = n^2 + 3n$	$a_n = 2(n+1)(n+2)$	
N01	2015	2-1	인문	13	$a_n + a_{n+1} = 4$	$a_n = 2 + (-1)^n$	
S01	2015	2-1	인문	3	$a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2^n}$	$a_n = 4 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$	
S03	2015	2-1	자연	7	$a_{n+1} = a_n + n + 1$	$a_n = \frac{n^2 + n}{2}$	
S03	2015	2-1	자연	10	$a_1 + \frac{1}{2}a_2 + \frac{1}{3}a_3 + \dots + \frac{1}{n}a_n = a_{n+1}$	$a_n = \frac{n}{2}$	
S03	2015	2-1	인문	21	$a_{n+1} - a_n = n(n+2)$	$a_n = \frac{n(n-1)(2n+5)}{6}$	
Y01	2015	2-1	자연	4	$S_n = n^2 a_n$	$S_n = \frac{4n}{n+1}$	
Y04	2016	2-1	자연	서술형4	$S_n = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{n}{a_n} \right)$	$a_n = \sqrt{\frac{n}{2} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})}$	
Y09	2015	2-1	자연	1	$(n^2 + 4n + 3)(a_n - a_{n-1}) = 2$	$a_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}$	
B08	2015	2-1	인문	6	$a_{n+1} = \frac{3}{5}a_n + 2$	$a_n = 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{n-1} + 5$	2
H07	2015	2-1	인문	서답형1	$a_{n+1} = \frac{3}{5}a_n + 12$	$a_n = 30 + 20 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{n-1}$	
B06	2015	2-1	자연	12		$a_{2n-1} = \frac{1}{8} \times 2^{n-1}$	3
H06	2016	2-1	인문	16		$f(3^n) = \frac{3}{8} \times 9^n + \frac{5}{8}$	
H07	2016	2-1	인문	3		$a_n = \frac{2n(2n-1)}{2}$	
J01	2015	2-1	자연	11		$a_n = 6n^2 - 4n + 1$	
S02	2015	2-1	자연	14		$a_n = \sqrt{n^2 + 1}$	

* 유형1: 주어진 점화식에서 일반항을 구해야 하는 경우
 ** 유형2: 문제 상황을 해석하여 점화식을 세우고 일반항을 구해야 하는 경우
 *** 유형3: 귀납적으로 정의된 수열의 일반항을 구해야 하는 경우

2. 지필평가 문항의 용어와 기호 사용 관련 적절성

2009 개정 수학과 교육과정에서는 2007 개정 수학과 교육과정의 내용이 이동·통합·삭제되었다. 선택과목 간 내용의 중복을 해결하고 수학 과목간의 위계성·연계성을 강화하려는 필요와 교육 내용을 20% 감축하라는 요구에 따라 2009 개정 수학과 교육과정은 고등학교 수학과 선택과목을 재구조화하고 학습량과 수준을 적

정확하였다(신이섭 외, 2011). 이로 인하여 학습 내용 성취 기준 이외에 교육과정상의 <용어와 기호>에서도 상당한 변화가 있었다. ‘수학Ⅱ’의 ‘수열’ 내용 영역에서는 ‘유한수열, 무한수열, 계차수열, 점화식, 알고리즘, 순서도, S_n ’이 삭제되었다. 알고리즘과 순서도와 같이 내용 영역 전체가 삭제된 부분의 <용어와 기호>를 사용한 사례는 거의 찾아볼 수 없었으나 내용 역역이 유지되면서 약화된 부분에서는 삭제된 용어를 그대로 사용하여 문항을 출제하는 사례가 존재

<표 III-9> ‘수학Ⅱ’ 교육과정에서 삭제된 용어와 기호를 사용한 문항

Y01고등학교	B08고등학교
<p>10. 자연수 n에 대하여 무한수열 $\{a_n\}$을</p> $a_n = \begin{cases} 1-f(1) & (n \text{은 짝수}) \\ 1-f(1)+f\left(\frac{n+1}{2}\right) & (n \text{은 홀수}) \end{cases}$ <p>로 정의 할 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? (10)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">< 보 기 ></p> <p>ㄱ. $f(n)=1$ 이면 수열 $\{a_n\}$은 수렴한다.</p> <p>ㄴ. $f(n)=\frac{1}{n}$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n-1}=0$이다.</p> <p>ㄷ. $f(n)=\frac{n}{n+1}$ 이면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1}$은 수렴한다.</p> </div> <p>① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ</p>	<p>5. 무한수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$에 대한 보기의 설명 중 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? [4.8점]</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">[보 기]</p> <p>ㄱ. $\{a_n\}, \{b_n\}$이 모두 발산하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$은 수렴한다.</p> <p>ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$이고 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 0$이다.</p> <p>ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$이고 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n)$이 수렴하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$이다.</p> <p>ㄹ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$이고 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = 0$이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$이다.</p> </div> <p>① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ</p>

<표 III-10> ‘미적분 I’ 교육과정에서 수정된 용어와 기호를 사용한 문항

S02고등학교	K01고등학교
<p>[12] 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것의 개수로 올바른 것은? [3.7점]</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">< 보 기 ></p> <p>ㄱ. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \alpha$, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \beta$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \alpha - \beta$ 이다.</p> <p>ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 0$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ 또는 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ 이다.</p> <p>ㄷ. 수열 $\{r^{2n}\}$이 수렴하면 수열 $\{r^n\}$도 수렴한다.</p> <p>ㄹ. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴하면 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n + \frac{1}{2}\right)$도 수렴한다.</p> </div> <p>① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개</p>	<p>5. 다음 보기의 무한급수 중 수렴하는 것을 모두 고른 것은?(4.5점)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">< 보 기 ></p> <p>ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(n+1)}$ ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{4n-1}$ ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n}$</p> <p>ㄹ. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ ㅁ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}$</p> </div> <p>① ㄱ, ㄹ ② ㄷ, ㅁ ③ ㄴ, ㄷ, ㄹ ④ ㄱ, ㄹ, ㅁ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㅁ</p>

하고 있었다. <표 III-9>는 ‘수학II’ 교육과정에서 삭제된 <용어와 기호>를 그대로 사용하여 문항을 출제한 경우이다.

‘미적분 I’의 ‘수열의 극한’ 내용 영역에서는 ‘무한등비수열, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ ’이 삭제되었으며 ‘무한급수’가 ‘급수’로 수정되었다. 그러나 <표 III-10>과 같이 S02고등학교에서는 ‘무한등비급수’를 K01고등학교에서는 ‘무한급수’를 사용하고 있었다.

<표 III-11> 2007 개정 수학과 교육과정의 용어와 기호 사용 사례

학교	년도	학기	용어	문항번호
B08	2015	2-1	무한수열	5
			무한급수	8
D05	2016	2-1	무한급수	9
H04	2015	2-1	무한급수	11
H06	2016	2-1	무한수열 무한급수	15
H10	2015	2-1	무한급수	8
H12	2016	2-1	무한수열	1
J08	2015	2-1	무한급수 무한등비급수	서술형1
K01	2015	2-1	무한급수	5
			무한수열	10
M01	2015	2-1	무한급수	서술형4
M02	2015	2-1	무한등비급수	6
			무한등비급수	서답형2
S01	2015	2-1	무한급수	6
S02	2015	2-1	무한등비급수	12
S12	2016	2-1	무한수열	15
S16	2016	2-1	무한급수	5
S18	2015	2-1	무한급수	5
Y01	2015	2-1	무한수열	10
Y09	2015	2-1	무한급수	5
	2016	2-1	무한급수	12

4) 총 4632문항(94개교, 219개 시험지) 중 중간고사 문항은 2528문항(79개교, 119개 시험지)이며, 중간고사에 출제된 문항 중 1149문항이 ‘미적분 I’의 ‘수열의 극한’ 내용 영역을 기반으로 출제되었다.

분석 대상 시험지에서 2007 개정 수학과 교육과정의 <용어와 기호>를 그대로 사용하여 출제된 사례는 22문항(학교 기준: 17개교)이었으며 이를 정리하면 <표 III-11>과 같다.

IV. 결론 및 제언

아무리 좋은 묘목일지라도 과실을 얻기 위해서는 뿌리를 내리고 자신이 서있는 땅과 기호에 적응해야 할 시간이 필요한 법이다. 교육과정 또한 개정과 더불어 현장의 교사들이 충분히 개정의 내용과 의미를 숙지할 수 있도록 개정에 못지 않은 노력과 시간이 투여되어야 한다. 교사들이 교육과정을 명확히 인지하고 받아들여진 후, 교수·학습 상황에 참여해야만 교육과정 개정의 진정한 의미를 학생들에게 올바르게 전달할 수 있는 것이다.

본 연구에서는 고등학교 지필평가 문항을 통하여 지필평가에서 나타나는 개정 교육과정의 반영 정도를 살펴봄으로써 교사의 교육과정 이해도가 지필평가에 어떻게 반영되고 있는지를 분석하고자 하였다. 이를 위하여 전국 94개교 219개의 지필평가 시험지를 수집하였다. 그러나 ‘미적분 I’의 ‘수열의 극한’ 내용 영역을 기반으로 출제된 문항의 97.4%(1180문항 중 1149문항)가 중간고사에 출제되었기 때문에 분석 결과는 119개 시험지 79개교로 한정하였으며 그 결과를 다음과 같이 정리할 수 있다.⁴⁾

첫째, 분석 대상 79개 학교 중 18개 학교에서 2009 개정 수학과 교육과정 학습내용 성취 기준에 부합하지 않는 문항을 출제하고 있었다. 가장 많이 범하고 있는 경우는 계차수열이 등차수열이나 등비수열 형태로 이루어진 수열의

일반항을 구한 후 극한값을 요구하는 형태와 점화식을 사용하여 귀납적으로 정의된 수열의 일반항을 구하여 극한값을 구하는 문제를 다루는 형태의 문항이었다. 2009 개정 수학과 교육과정의 배경에서 가장 큰 이슈 중의 하나가 학습량 경감을 통하여 학생들의 학습량과 수준을 적정화하는 것이었다. 그러나 이러한 유형의 문항 출제는 개정 교육과정의 목적과 취지에도 부합하지 않으며 학생들에게는 학습 부담으로 작용될 여지가 존재하므로 반드시 지필평가에서 지양되어야 한다.

둘째, 분석 대상 79개 학교 중 17개 학교에서 2009 개정 수학과 교육과정에서 삭제 및 수정된 용어와 기호를 그대로 사용하고 있었다. 이러한 문항의 출제는 라병소, 주복향(2002)이 언급한 교사의 의도가 아동에게 정확하게 전달되지 않는 경우나 언어의 표현의 모호한 경우와 일맥상통한다 할 수 있다. 다시 말해, 문제 상황의 부적절에 의한 오해의 가능성이 존재하는 문항이며, 엄밀한 의미에서 문항의 출제 오류라 할 수 있다(양성현, 이환철, 2014). 수학은 타 교과에 비해 내용의 엄밀성이 더욱 요구되는 과목이므로 수학교사는 지필평가 출제 시 교육과정상의 용어와 기호 사용에 유의해야 한다.

셋째, 설문에 응답한 교사들의 리커트 척도 평균값에 의하면 각 문항에 대한 평균의 차가 최소 0.1에서 최대 1.6으로 나타나 '단위학교 평가에서' 보다 '전국단위 평가에서' 엄격하게 교육과정을 적용하고 있었다. 그러나 개별 문항에 대한 리커트 척도를 살펴보면 교사의 성향에 따라 두 유형의 평가에서 상반되는 모습이 나타나기도 하였다. 두 유형의 평가에 대하여 엄밀하고 동일하게 잣대를 적용하는 교사가 있는 반면, '단위학교 평가에서'는 학생들의 수준과 교수·학습 상황에 따라 보다 융통성 있게 교육과정을 적용하는 것을 기대하는 교사도 있었

다. 동일한 잣대를 적용하는 교사들의 이유 중 가장 많은 답변은 '단위학교 평가에서'와 '전국단위 평가에서'의 교육과정 적용 잣대가 다를 경우 학생들의 학습 부담이 가중될 우려가 있다는 것이었으며, 그 반대의 경우는 학생들의 수학적 사고력 증진 등을 위하여 '단위학교 평가에서'는 교육과정이 좀 더 유연하게 적용되어야 한다고 판단하고 있었다.

고등학교 지필평가 문항을 통하여 지필평가에서 나타나는 2009 개정 수학과 교육과정의 반영 정도 및 교사의 교육과정 이해도 분석 결과를 통하여 얻은 시사점을 바탕으로 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 평가는 단순히 학생들에게 행하여짐과 동시에 학생들을 위하여 실시되어야 한다(양성현, 이환철, 2014). 다시 말해 학생들은 그 학생들이 받도록 고시되어 있는 교육과정에 준하는 평가를 받을 권리가 있는 것이며 교사는 이를 위하여 노력해야 하는 의무가 존재하는 것이다. 교육과정의 개정 이후 개정된 교육과정이 보다 안정적으로 안착할 수 있도록 교육정책 관계자는 교사가 이러한 의무를 수행할 수 있도록 최대한 지원해야 할 것이다. 본 연구에서 도출된 문제점을 교사 개인의 문제로 치부한다면 우리는 교육과정이 개정되는 시점마다 동일한 시행착오를 반복하게 될 것이며 결국 그 모든 피해는 고스란히 우리의 학생들에게로 돌아가게 될 것이다. 또한 상위권의 일부 학생을 제외하면 학생들은 고등학교 진학에 대한 선택권이 매우 약한 것이 현실이다. 대부분의 학생들이 자신의 거주지와 인접한 고등학교를 선택하는 것이 현실이다. 학생들은 자신이 선택한 고등학교의 수학교사가 얼마나 교육과정에 부합하여 수업을 진행하고 있으며 그것이 자신의 학습에 어떻게 영향을 줄 수 있는지 알 수 없다. 이러한 측면을 고려한다면 교육정책 관계자는 교육과정 개

정 초기 교육과정의 안정적 안착을 위하여 교사의 교육과정 이해도에 대한 적극적 개입도 고려할 필요가 있다.

둘째, 교육과정 학습내용 성취 기준이 출제에서 중심적인 역할을 차지하는 수학 교과 특성상, 내용 영역이 출제의 중심이 되므로 교육과정의 개정은 평가에 상당한 영향을 미치게 된다. 평가는 교육과정의 일부이므로 교육과정의 개정과 평가 방법에 대한 연구는 병렬적으로 진행되어야 한다. 다시 말해 교육과정 개정과 병행하여 학교 현장에서 치러지는 지필평가에 대한 구체적이고 세부적인 가이드라인이 존재해야 하며 이에 대한 연구가 필요하다. 우리나라는 거의 모든 고3 학생이 대학수학능력시험을 치르고 그 결과가 대학 입시에 상당한 영향력을 미치는 평가 체제를 갖추고 있지만, 최근 들어 대학 수시 입학 전형의 확대로 인하여 학생들에게 ‘내신’이라는 이름의 지필평가의 영향력 또한 상당한 수준이다. 2009 개정 수학과 교육과정 일반 과목인 ‘미적분 I’의 경우 교육과정에서 제시된 평가 지침은 일곱 가지이다. 그러나 일곱 가지 지침은 정의적·인지적 영역의 수준에서 학생의 인지 발달을 고려하여 교육과정에 제시된 내용의 수준과 범위를 준수해야 한다는 포괄적 의미만을 제시하는 정도에 준하고 있다. 현장의 교사에게는 이보다 상세하고 구체적인 안내가 필요하며 연구자의 현장 경험에 비추어 볼 때 교사들 스스로도 이러한 안내의 필요성을 인지하고 있는 것이 현실이다.

본 연구는 94개 고등학교 219개 시험지에 한정하여 연구되었으며 내용 영역 또한 ‘미적분 I’의 ‘수열의 극한’으로 한정하여 진행되었다. 고등학교 그 외의 내용 영역 및 초·중학교에 대한 연구도 조속히 이루어질 필요가 있다. 우리는 2018년부터 새로운 교육과정을 준비해야

한다. 큰 저수지의 물이 작은 논 하나하나에 잘 전달되어야 곡식들이 자라고 아름다운 결실을 맺을 수 있듯이, 저수지의 크기에 알맞은 적절한 수로가 필요한 법이다. 기개발된 2015 개정 수학과 교육과정의 내용과 취지가 명확히 학생들에게 전달될 수 있도록 전달 방법적인 측면에 대한 연구가 지속적으로 이루어져야 할 것이다.

참고문헌

- 강병련, 김병주(2009). 중학교 지필평가 분석: 이차방정식과 이차함수를 중심으로. **한국수학교육학회 시리즈 E <수학교육논문집>**, 23(2), 923-951.
- 교육과학기술부(2009). **2009 개정 교육과정 초·중등학교 교육과정 총론**. 교육과학기술부 고시 제 2009-41호.
- 교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책8].
- 교육부(1997). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제 1997-15호. 교육부.
- 교육부(2015). **수학과 교육과정**. 교육부 고시 제 2015-74호 [별책8].
- 교육부, 한국교육개발원(2016). **교육통계연보**. 서울: 한국교육개발원.
- 교육인적자원부(2006). **수학과 교육과정**. 교육인적자원부 고시 제 2006-75호 [별책8].
- 교육인적자원부(2007). **수학과 교육과정**. 교육인적자원부 고시 제 2007-79호 [별책8].
- 김병주(2009). **중학교 지필평가**: 이차방정식, 이차함수 중심으로. 충남대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김선희(2006). 학생평가 전문성을 갖춘 수학교사 양성을 위한 ‘수학학습평가’ 강좌의 교육

- 내용과 방법에 대한 제안. **학교수학**, 8(3), 301-326.
- 김성훈, 김신영, 김재철, 반재천, 백순근, 서민원 (2010). **예비교사를 위한 교육평가**. 서울: 학지사.
- 남명호, 박소영, 송미영, 김국현, 김수동, 조일수, 임완성, 이경애, 오수학, 강민선(2006). **교사의 학생평가 전문성 신장 연구(Ⅲ)**. 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2006-5.
- 라병소, 주복향(2002). 수학의 지필평가에서 발생하는 오해의 분석적 연구. **한국초등수학교육학회지** 6, 59-76.
- 서동엽(2001). 수학 지필평가의 실제 분석. **한국초등수학교육학회지** 5, 19-36.
- 신이섭 외 25명(2011). **2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구**. 한국과학창의재단 정책연구 2011-11.
- 양성현, 이환철(2014). 고등학교 수학과 지필평가 문항 분석: 기하와 벡터를 중심으로. **수학교육학연구**, 24(4), 565-585.
- 이의원(2009). 초등수학의 지필평가의 대안적인 채점방안. **한국초등수학교육학회지** 13(2), 231-245.
- 정현도, 강신포, 김성준(2010). 초등수학 서술형 평가에서 나타나는 오류 유형 분석. **한국초등수학교육학회지** 14(3), 885-905.
- 주복향(2003). **수학의 지필평가에서 발생하는 오해의 분석적 연구: 4가 단계를 중심으로**. 춘천교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 홍영미(2008). **현행 중학교 수학과 9-나 단계 지필평가 문항분석**. 계명대학교 교육대학원 석사학위논문.
- McMillan, J. H. (2007). *Classroom Assessment: Principle and practice for effective standards-based instruction(4th ed)*. Boston: Allyn & Bacon.

A Study on the Reflection Status of Curriculum in the High School Mathematics Paper-Based Assessment Items - Focused on the Limit of Sequences -

Yang, Seong Hyun (Korea Institute for Curriculum and Evaluation)

According to the degree of teacher's understanding for the curriculum, There are a lot of differences in teaching-learning methods and assessment items are one of the representative products reflecting these differences. Therefore we need to investigate how the understanding degree of the teacher for curriculum is reflected in the paper-based assessment items through analyzing them.

In this study, we analyzed midterm and final 219 exam papers of 'Calculus I' which was based on the 2009 revised mathematics curriculum and

focused on items of 'the Limit of Sequences' which content area is among total 4,632 questions. We investigated how the changed curriculum is reflected in the high school evaluation.

Based on the results of the analysis, we confirmed the problems derived from the paper-based assessment. Through this, we sought to draw implications for the educational policy that should be accompanied necessarily in order to stabilize the new curriculum after the revision of the curriculum.

* Key Words : paper-based assessment(지필평가), revised mathematics curriculum(개정 수학과 교육과정), limit of sequences(수열의 극한), achievement standard(성취 기준)

논문접수 : 2016. 12. 7

논문수정 : 2017. 3. 7

심사완료 : 2017. 3. 9