

적합직교분해 기법에서의 효율적인 스냅샷 선정을 위한 고유값 분석

강형민,¹ 전상욱,² 이관중^{*3}

¹동양미래대학교 기계공학과
²한국항공우주연구원 엔진부품연구팀
³서울대학교 기계항공공학부

ANALYSIS OF EIGEN VALUES FOR EFFECTIVE CHOICE OF SNAPSHOT DATA IN PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION

H.M. Kang,¹ S.O. Jun² and K. Yee^{*3}

¹Dept. of Mechanical Engineering, Dongyang Mirae Univ.
²Engine Component Research Team, Korea Aerospace Research Institute
³Department of Aerospace Engineering, Seoul National Univ.

The guideline of selecting the number of snapshot dataset, N_s in proper orthogonal decomposition(POD) was presented via the analysis of Eigen values based on the singular value decomposition(SVD). In POD, snapshot datasets from the solutions of Euler or Navier-Stokes equations are utilized to SVD and a reduced order model(ROM) is constructed as the combination of Eigen vectors. The ROM is subsequently applied to reconstruct the flowfield data with new set of flow conditions, thereby enhancing the computational efficiency. The overall computational efficiency and accuracy of POD is dependent on the number of snapshot dataset; however, there is no reliable guideline of determining N_s . In order to resolve this problem, the order of maximum to minimum Eigen value ratio, $O(R)$ from SVD was analyzed and presented for the decision of N_s ; in case of steady flow, N_s should be determined to make $O(R)$ be 10^9 . For unsteady flow, N_s should be increased to make $O(R)$ be $10^{11} \sim 10^{12}$. This strategy of selecting the snapshot dataset was applied to two dimensional NACA0012 airfoil and vortex flow problems including steady and unsteady cases and the numerical accuracies according to N_s and $O(R)$ were discussed.

Key Words : 적합직교분해기법(Proper Orthogonal Decomposition, POD), 고유값(Eigen Value), 스냅샷(Snapshot), 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics, CFD)

1. 서 론

고성능의 계산 장비의 도입 및 수치 알고리즘의 지속적인 발달에 힘입어 전산유체역학(이하 CFD) 분야에서 계산 효율성 및 정확도는 이전에 비해 크게 증대되었다. 그러나 여전히 방대한 계산 격자를 이용한 고차 정확도의 해석은 막대한 계산 비용을 소모하고 있다. 특히 유동 해석 결과를 응용한 3차원 형상 최적 설계 등의 분야에서는 계산 정확도의 손실 없

이 계산 비용을 줄이는 방법이 매우 중요한 이슈 중 하나이다. 따라서 계산 정확도 보장 및 계산 효율화를 위해 격자적응기법, 수렴가속화 기법 등의 다양한 수치해석기법들이 연구되고 있다. 적합직교분해기법(이하 POD)도 이러한 계산 효율화 기법의 일환으로 현재 활발히 연구가 진행되고 있다[1-6].

일반적으로 POD에서는 전체 계산 격자에서의 유동값에 대하여 축소 모델을 구성한다. 이후 새로운 유동 조건에서의 유동 해석 시에 전체 계산 격자를 이용하여 유동장을 재해석하는 것이 아니라 기 구성된 축소모델(이하 ROM)을 이용하여 적은 계산 비용으로 데이터를 재구성함으로써 계산 효율을 향상시킨다. 이를 위해 스냅샷이라 불리는 Euler 또는 Navier-Stokes 방정식을 통해 획득한 전체 격자에서의 유동 해석값으로부터 특이치 분해(Singular Value Decomposition, SVD)를 수

Received: December 09, 2016, Revised: February 17, 2017,
 Accepted: February 17, 2017.

* Corresponding author, E-mail: kjyee@snu.ac.kr
 DOI <http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2017.22.1.059>

© KSCFE 2017

행한다. 이를 통해 기저 벡터의 집합으로 전체 시스템에 대한 축소 모델을 구성한다. 이후 ROM을 이용하여 원하는 유동조건에서의 기저벡터를 구한 후 Mapping 함수를 이용하여 다시 고차원 공간으로 투영함으로써 새로운 유동 조건에서의 계산 결과를 얻게 된다[1]. 이러한 일련의 과정은 ROM 상에서 간단한 행렬변환을 통하여 수행되므로 결과적으로 전체 계산 효율이 크게 향상된다.

이러한 계산 효율 면에서의 장점으로 인해 POD 기법에 대한 활발한 연구가 이뤄져왔다. Lucia 등[1]은 고속 압축성 유동 등 불연속면에 대해 POD 기법을 적용함으로써 기법의 효율성에 대한 평가를 수행하였다. Jung 등[2]은 전진 비행하는 헬리콥터 로터 블레이드의 표면 압력 분포 해석 시에 비정상 유동 해석의 효율화를 위해 ROM을 적용하였다. Lee와 Lee[3]는 3차원 후향계단 유동장의 비정상 수치해석 시에 POD 기법을 적용하여 수치적 효율성을 평가하였다. Jun 등[4]은 POD 기법을 3차원 Euler 방정식 해석 문제에 적용함으로써 예측 정확도와 해석효율성을 검증하였으며, Park 등[5]은 기저벡터의 일차결합, 크리깅 그리고 인공신경망 기법을 적용한 POD를 통해 공탄성 최적설계를 수행하였다. Koo 등[6]은 POD 기법과 다중해상도 분석 기법을 결합하고 이를 공기역학적 최적설계 문제에 적용함으로써 효율적인 최적설계를 수행하는 과정에 대한 연구를 수행하였다.

이러한 POD 기법의 계산 효율성 및 계산 정확성은 스냅샷 데이터의 개수에 따라 크게 영향을 받는다. 스냅샷 데이터는 유동 해석의 결과로 주어지기 때문에 결국 스냅샷 데이터의 개수가 늘어날수록 ROM의 정확도가 향상되며 ROM으로부터 재구성된 데이터도 실제 현상을 정확하게 모사할 수 있다. 반면 스냅샷 데이터 획득을 위해 CFD 해석을 데이터 개수만큼 수행해야 하므로 전체 계산의 효율성은 저하된다. 따라서 계산 정확도 및 계산 효율성을 동시에 확보할 수 있는 적절한 수의 스냅샷 데이터를 선정해야 한다.

그러나 대부분의 POD 관련 연구의 경우 스냅샷 데이터 세트의 구성은 유동해석 문제의 복잡도를 근거하여 경험적으로 이뤄지고 있으며 일정한 기준이 존재하지 않는다. 따라서 ROM으로부터 보다 정확한 데이터 구성을 위해 재구성된 결과를 확인하고 데이터의 정확도가 떨어질 경우 임의로 스냅샷 데이터를 더 선정하여 다시 ROM을 구성하는 반복과정을 거치게 된다. 이러한 문제점을 해결하고 스냅샷 데이터 개수 선정에 있어서 보다 일관된 기준을 마련하고자 본 연구에서는 스냅샷 데이터 세트의 특이치 분해 시 얻어지는 고유값(Eigen Value)을 이용하였다. 우선 유동 해석 문제를 정상상태와 비정상상태로 구분하여 각각의 문제에 대해 특이치 분해를 수행하고 고유값의 최대값과 최소값을 구하여 두 값의 오차를 분석하였다. 이를 토대로 정상상태와 비정상상태 유동

해석 시 스냅샷 데이터의 개수 선정에 대한 적합한 기준을 제안하였다. 마지막으로 Airfoil 및 Vortex 유동 해석 문제에 대해 POD를 적용함으로써 본 연구에서 제안한 스냅샷 데이터 개수 선정 기준의 적합성 여부에 대해 평가하였다.

2. 적합직교분해 기법(POD)

POD는 스냅샷 데이터로부터 적은 수의 자유도를 가지는 직교기저를 추출하여 ROM을 구성하고 이를 이용하여 원하는 유동 조건에서의 유동장을 재구성하는 기법이다. 우선 전체 시스템의 지배방정식을 식 (1)과 같이 가정하자.

$$\frac{\partial(w(t))}{\partial t} + R(w(t)) = 0 \quad (1)$$

이 때 $w(t)$ 는 전체 N개의 격자점에서의 밀도, 속도, 에너지 등의 유동변수에 해당하며 R은 Nonlinear operator에 해당한다. 이 때 전체 시스템의 해 $w(t)$ 와 축소시스템 \hat{w} 사이에 선형변환 관계를 가정하여 이를 Ψ 로 정의하고 Base solution을 w_0 로 하면 $w(t)$ 는 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$w(t) = w_0 + \Psi \hat{w}(t) \quad (2)$$

여기서 Ψ 는 시간에 따라 변하지 않지만, $w(t)$ 와 $\hat{w}(t)$ 는 시간에 대한 함수이다.

이 때 Ψ 는 Euler 또는 Navier-Stokes 유동 해석을 통하여 얻게 되는 스냅샷 데이터세트로부터 결정된다. 우선 전체 길이가 Q인 N_s 개의 스냅샷 데이터세트로부터 $Q \times N_s$ 행렬 S를 구성한다. 이 행렬 S에 대해 특이치분해를 수행하면 그 결과는 식 (3)과 같이 주어진다.

$$S^T S V = V \Lambda \quad (3)$$

이 때 행렬 V는 $S^T S$ 의 고유벡터 행렬이며 Λ 는 고유값으로 구성된 대각행렬이다. 그러면 선형변환 Ψ 는 고유벡터 행렬을 이용하여 식 (4)와 같이 정의할 수 있다.

$$\Psi = S V \quad (4)$$

이러한 행렬 변환을 통하여 $Q \times N_s$ 의 스냅샷 데이터세트로부터 $N_s \times N_s$ 의 고유벡터 행렬로 전체시스템을 축소한다. 또한 유동장의 재구성 시에 $N_s \times N_s$ 고유벡터 행렬로부터 유동값들을 재구성함으로써 해석 효율이 향상하게 된다.

이 때 POD의 기저벡터 행렬로부터 유동값 재구성을 위해서는 해석 공간 내에서 추출된 입력 값과 POD 고유벡터 간의 관계 규정을 통한 가중치 계산이 필요하다. 이를 위해서 일반적으로 일차결합, 보간법, 반응면 등의 다양한 기법이 사용된다[4-6]. 또한 해석 공간의 비선형성이 증가할 경우 인공 신경망, 크리깅 기법 등이 이용된다[4-6]. 본 연구에서는 이중 인공신경망 기법을 이용하여 입력 값과 고유벡터 간의 가중치 값 계산을 수행하였다.

3. 고유값 분석을 통한 스냅샷 데이터 선정

일반적으로 POD를 통한 해석 데이터 재구성 시에 계산 정확도 및 계산 효율성은 스냅샷 데이터를 어떻게 선정하는가에 따라 큰 영향을 받는다. 즉 스냅샷 데이터의 개수가 늘어날수록 ROM 구성 및 이를 통한 데이터 재구성의 정확도는 향상된다. 하지만 스냅샷 데이터는 유동 해석의 결과로 주어지기 때문에 스냅샷 데이터의 개수가 늘어날수록 POD 기법의 계산 효율성은 급격히 저하된다. 따라서 유동 해석 문제에 따라 적합한 개수의 스냅샷 데이터가 선정되어야만 계산 정확도를 유지하면서도 계산 효율의 향상이 가능하다. 그러나 스냅샷 데이터의 결정은 경험적으로 이뤄지고 있으며, 일관된 기준이 존재하지 않는다.

이러한 문제를 해결하고자 본 연구에서는 스냅샷 데이터 세트의 특이치 분해 시 계산되는 고유값에 주목하였다. 특이치 분해를 통해 구해지는 고유값은 스냅샷 데이터의 개수만큼 생성되며 각각의 고유값의 크기는 유동 해석 데이터 재구성 시에 고유 벡터의 중요도를 나타낸다. 또한 고유값이 클수록 해석 데이터 재구성 시에 고유벡터의 특성이 크게 반영된다. 이 때 대부분의 고유값은 주요한 크기를 갖는 고유값에 비해 매우 작으며 유동 현상의 복잡도가 작을수록 주요한 크기를 갖는 고유값의 개수는 줄어든다. 즉 유동 문제가 단순할수록 고유값의 Redundancy가 증가하며 적은 수의 스냅샷 데이터를 이용하여 ROM을 구성하더라도 그 정확도가 크게 저해되지 않게 된다.

본 연구에서는 이러한 고유값의 특성에 착안하여 다음의 스냅샷 데이터 선택 기준을 제안하고자 한다. 우선 유동을 정상 및 비정상 상태로 분류하였다. 이후 각각의 유동 해석 문제에 대해서 스냅샷 데이터를 구성한 후 특이치 분해를 수행하여 고유값의 계산을 수행한다. 이를 토대로 각각의 경우에 대해 고유값의 최대값과 최소값을 구하고 이를 이용하여 두 값의 오더 차 $O(R)$ 을 식 (5)와 같이 구한다.

$$O(R) = \frac{Eigen_{max}}{Eigen_{min}} \quad (5)$$

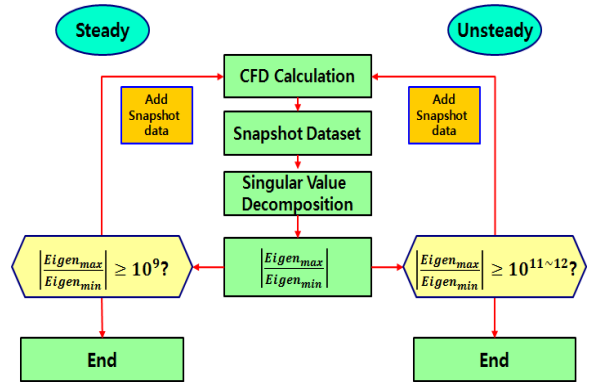


Fig. 1 Overall procedure of determining the snapshot datasets

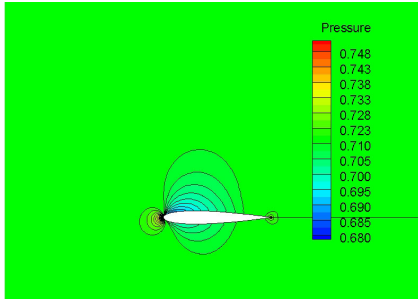
정상상태의 경우 $O(R)$ 값의 오더가 10^9 보다 작을 경우 스냅샷 데이터의 개수가 축소모델을 구성하기에 불충분하다고 판단하여 스냅샷 데이터를 추가하여 반대의 경우에는 축소모델 구성을 종료한다. 비정상 상태의 경우 유동 해석의 복잡도가 일반적으로 정상상태 유동 해석보다 증가하므로 $10^{11} \sim 12$ 기준으로 $O(R)$ 값의 오더 판정을 수행하였다. 전체적인 스냅샷 데이터세트 선택 과정을 Fig. 1에 도시하였다. 이 때 고유값의 최소값은 문제에 따라서는 매우 작은 값으로 계산되어 수치기법으로 인한 Error나 컴퓨터의 Round-off Error에 영향을 받을 수도 있다. 따라서 POD 구성 시에 고유값의 최소값이 10^{-16} 정도로 매우 작은 경우에는 POD 구성을 종료하도록 한다.

4. 해석 결과

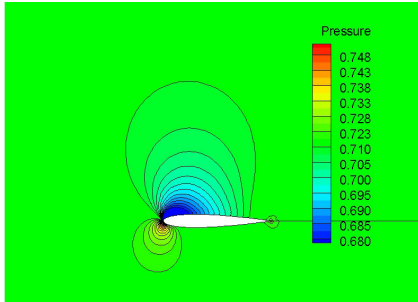
제시한 POD의 스냅샷 데이터세트 선정과 관련한 가이드라인의 검증에 위해 본 연구에서는 POD 기법 및 데이터세트 선정 기준을 NACA0012 익형의 정상/비정상 유동 해석 문제, Stationary/Moving Vortex의 유동 해석 문제에 적용하였다.

4.1 NACA0012 정상/비정상 유동 해석

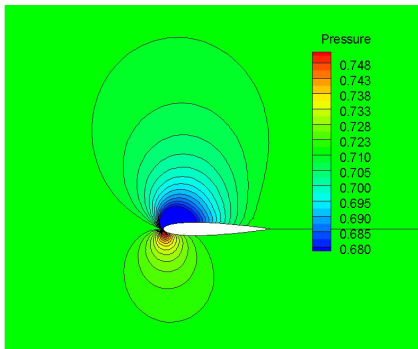
NACA0012 익형의 정상 상태 유동 해석의 경우 격자수는 159×50 으로 하였으며 Euler 유동 해석을 진행하였다. 또한 마하수는 0.3으로, 입력값은 받음각으로 하였다. 따라서 스냅샷 데이터세트 구성 시에 1도에서 9도까지의 범위 내에서 데이터의 개수에 맞춰서 등간격이 되도록 받음각을 정하였다. 비정상 해석 시에는 격자수를 159×50 으로 하여 Navier-Stokes 유동 해석을 진행하였다. 또한 정상 상태 유동 해석과 동일하게 마하수 0.3으로, 받음각은 $AOA = 5 \sin(\pi t / 50)$ 로 강제조화 진동하는 문제를 정의하였다. 이 때 입력값은 시간으로 하였



(a) AOA = 1°



(b) AOA = 5°



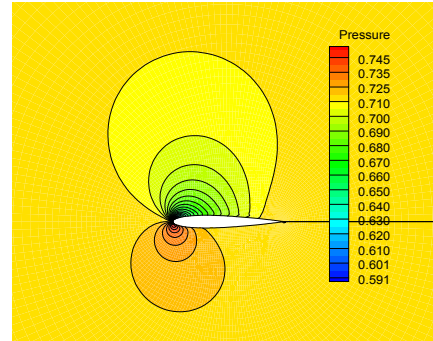
(c) AOA = 9°

Fig. 2 Pressure contours according to angle of attack

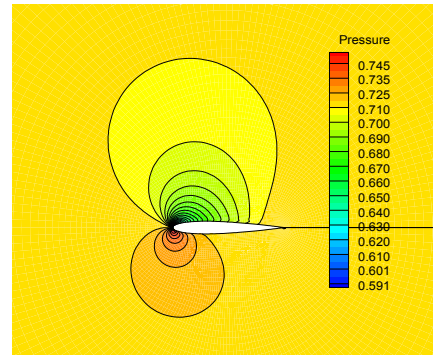
으며 스냅샷 구성 시에 한 주기 100 s의 시간을 데이터 개수에 맞춰서 등간격이 되도록 시간을 정하였다. 각각의 유동 해석 문제에서 입력값과 스냅샷 데이터의 수를 Table 1에 정리하였다. 또한 POD를 통하여 재구성된 유동값의 정확도 확인을 위해 스냅샷 데이터에서 가장 먼 지점을 선택하였다. 따라서 정상 상태 해석의 경우 받음각 8.125도에 대해서, 비정상 해석의 경우 무차원시간 11.25 s에서의 결과값을 비교하였다.

Table 1 Number of snapshot dataset in NACA0012 airfoil cases

	Input Variable	Number of Snapshot dataset
Steady	Angle of Attack	3, 5, 9, 17, 33
Unsteady	Time	6, 11, 21, 41



(a) Result of an original CFD solver



(b) Result of POD(Snapshot = 5)

Fig. 3 Comparison of pressure contour of steady case

정상 상태 유동 해석 시 받음각 변화에 따른 압력장의 변화에 대해 받음각 1°, 5°, 그리고 9°의 결과를 Fig. 2에 도시하였다. 그림에서 받음각 변화에 따라 압력 변동이 원본 해석 코드에서 잘 계산됨을 알 수 있다. 이러한 데이터를 이용하여 스냅샷 데이터 수에 따른 고유값의 최대 및 최소값, $O(R)$, 원본 해석 결과 및 POD 결과와의 L_2 error, 각각의 양력 계수 $C_{L, Ori}$, $C_{L, POD}$, 그리고 두 양력 계수의 차이를 계산하였으며 이를 Table 2에 정리하였다. Table 2에서 고유값의 최대치는 스냅샷 데이터의 개수가 변하더라도 크기가 거의 일정하지만 최소값은 데이터 개수가 많아질수록 그 크기가 작아지면서 고유값의 Redundancy가 증가함을 알 수 있다. 그에 따라 받음각 8.125도에서 비교한 두 해석 결과의 L_2 error 값이 10^{-6}

Table 2 Eigen values and $O(R)$ in steady cases

N_s	Eigen Value			L_2 Error	$C_{L, Ori}$	$C_{L, POD}$	Differ. (%)
	Max	Min	$O(R)$				
3	1.23E+04	3.61E-03	3.41E+06	1.69E-06	0.7398	0.7252	1.97
5	1.23E+04	4.94E-06	2.49E+09	7.84E-07		0.7343	0.74
9	1.23E+04	8.98E-08	1.37E+11	3.13E-07		0.7357	0.55
17	1.23E+04	2.55E-09	4.82E+12	2.25E-07		0.7365	0.45
33	1.23E+04	2.30E-10	5.34E+13	1.60E-07		0.7374	0.32

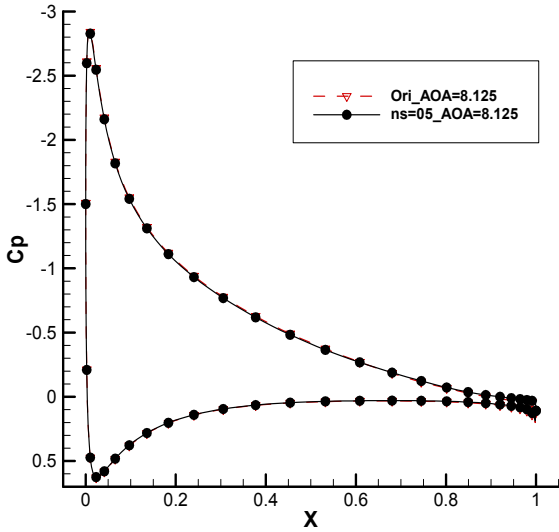


Fig. 4 Comparison of Cp distribution of steady case

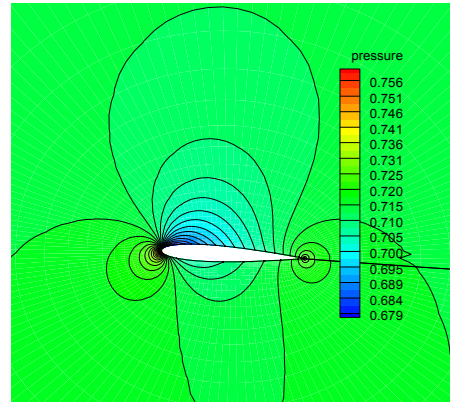
이하로 떨어짐을 확인하였다. 따라서 $O(R)$ 값을 기준으로 고유값의 Redundancy를 조정하게 되면 정확도를 유지하면서도 계산 효율을 보장할 수 있도록 하는 적절한 개수의 스냅샷 데이터를 구성할 수 있다. 또한 $O(R)$ 의 오더가 9승 정도가 되는, 스냅샷 데이터 5개 이상의 경우부터는 Original CFD Solver 해석값과의 양력 계수 차이가 1% 이내로 계산되어 데이터가 매우 정확하게 재구성되었음을 알 수 있다.

받음각 8.125도에서의 Original CFD Solver 및 스냅샷 데이터 5개를 사용한 재구성 데이터의 압력 분포 및 익형 주위에서의 Cp 분포를 각각 Fig. 3와 4에 도시하였다. Fig. 3에서 익형 주위에서의 Cp 분포에서 압력의 최고, 최저점의 위치 및 주요한 패턴이 거의 일치함을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 4를 통하여 압력 패턴도 익형 및 그 주변 유동장에서 거의 동일하게 분포하고 있음을 확인할 수 있다.

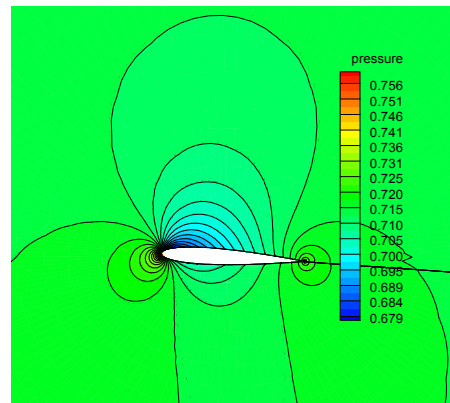
비정상 유동 해석 시 스냅샷 데이터의 수에 따른 결과를 Table 3에 정리하였다. 정상 상태 해석 결과와 유사하게 고유값의 최대치는 스냅샷 데이터의 개수가 변하더라도 크기가 변하지 않으며 최소값은 데이터의 개수가 많아질수록 그 크기가 작아진다. 스냅샷 데이터 11개 이상부터 $O(R)$ 의 오더

Table 3 Eigen values and $O(R)$ in unsteady cases

N_s	Eigen Value Pressure			L_2 Error	$C_{l_{ori}}$	$C_{l_{pod}}$	Differ. (%)
	Max	Min	$O(R)$				
6	3.57E+03	4.60E-05	7.76E+07	2.55E-05	0.2777	0.2552	8.09
11	3.56E+03	1.25E-08	2.84E+11	4.87E-06		0.2677	3.61
21	3.56E+03	6.43E-09	5.55E+11	2.16E-06		0.2725	1.87
41	3.56E+03	3.72E-09	9.58E+11	1.51E-06		0.2771	0.2



(a) Result of an original solver



(b) Result of POD(Snapshot = 11)

Fig. 5 Comparison of pressure contour of unsteady case

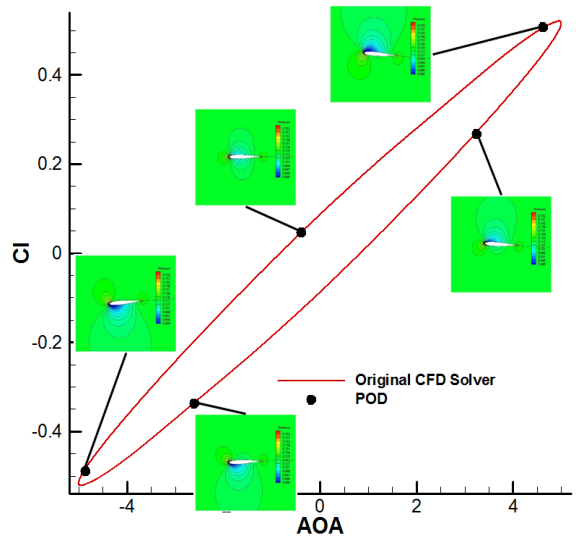


Fig. 6 Comparison of C_l according to AOA

가 11승이 되면서 양력 계수의 오차가 5% 이내로, 41개 이상에서는 12승이 되면서 1% 이내로 계산됨을 알 수 있다.

무차원 시간 11.25 s에서 원본 해석 결과 및 스냅샷 데이터 11개를 이용하여 재구성한 유동값에 대해 압력 분포, 1주기 동안의 Hysteresis loop 및 그에 따른 각 지점에서의 압력장 변화를 각각 Fig. 5와 6에 도시하였다. Fig. 5에서 익형 주위에서의 주요한 압력 분포 패턴이 거의 일치함을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 6에서 스냅샷 11개를 사용한 POD를 통해 재구성된 데이터가 강제조화진동하는 익형의 Hysteresis loop 특성을 거의 정확하게 묘사하고 있음을 알 수 있다.

4.2 Stationary/Moving Vortex 유동 해석

Vortex 유동 해석의 경우 제자리에 정지해 있는 Stationary vortex와 대각선 방향으로 이동하는 Moving vortex에 대해 해석을 진행하였다. 격자수는 두 경우 동일하게 481×481 격자를 사용하였으며 Euler 유동 해석을 진행하였다. 이 때 Stationary vortex의 경우 시간에 따른 유동 변화가 없으므로 이론적으로는 하나의 고유값만 존재하게 될 것이다. 그러나 일반적으로는 수치 점성으로 인한 확산 현상이 포함되어 CFD가 수행되므로 본 연구에서는 이를 정상상태 유동으로 분류하였으며 입력값을 시간으로 하여 스냅샷 데이터셋트를 구성하였다. 또한 데이터 구성 시에 0 s에서 16 s까지의 무차원 시간 범위 내에서 데이터 개수에 맞춰서 등간격이 되도록 시간을 정하였다. 각각의 유동 해석 문제에서 입력값과 스냅샷 데이터의 수를 Table 4에 정리하였다. 이 때 스냅샷 데이터셋 상 중간 지점이 아닌 치우쳐져 있는 곳에서도 데이터가 정확하게 재구성되는지 확인하기 위해 무차원시간 12.6 s를 선택하여 결과값 비교를 수행하였다.

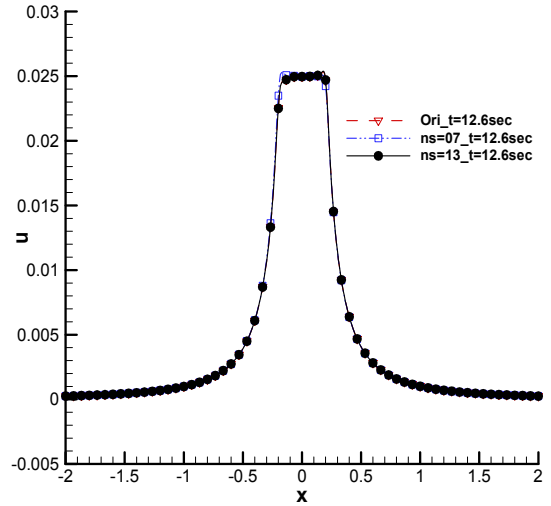
Stationary vortex 유동 해석 시 스냅샷 데이터의 수에 따른 고유값의 최대/최소치, $O(R)$, 그리고 원본 해석 결과 및 POD로 재구성된 결과와의 L_2 error를 Table 5에 정리하였다. NACA0012 익형 해석 결과와 동일하게 고유값의 최대치는 그

Table 4 Number of snapshot dataset in vortex flow cases

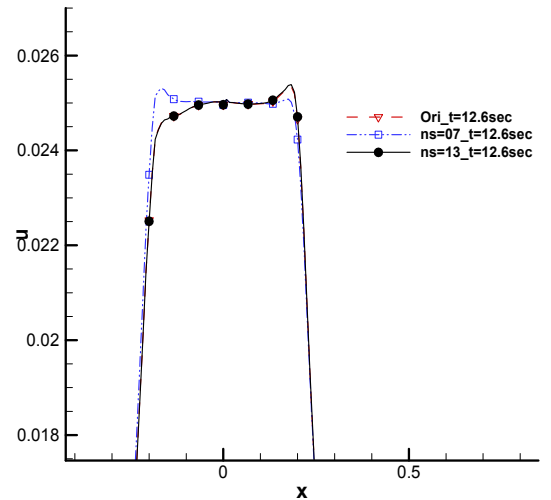
	Input Variable	Number of Snapshot dataset
Stationary	Time	7, 13, 25, 49
Moving	Time	13, 25, 49, 97

Table 5 Eigen values and $O(R)$ in stationary vortex

N_s	Eigen Value			L_2 Error
	U Velocity			
	Max	Min	$O(R)$	
7	7.71E+02	4.62E-06	1.67E+08	1.71E-07
13	7.71E+02	1.41E-07	5.47E+09	1.00E-08
25	7.71E+02	1.86E-08	4.15E+10	7.00E-09
49	7.71E+02	5.37E-10	1.44E+12	1.50E-08



(a) Comparison of U velocity



(b) U velocity at vortex core region

Fig. 7 U velocity distribution according to centerline

크기가 변하지 않으며 최소값은 데이터의 개수가 많아질수록 그 크기가 작아진다. 그에 따라 무차원시간 12.6 s에서 비교한 두 해석 결과의 L_2 error 값이 스냅샷 데이터가 7개인 경우를 제외하고는 10^{-7} 이하로 작음을 알 수 있다.

스냅샷 데이터 7개 및 13개를 사용하였을 때 Vortex core에서의 U 속도 분포를 Fig. 7에 도시하였다. 데이터 13개의 경우 분포가 원본 CFD 해석 결과와 일치하지만 7개인 경우 그 오차가 커짐을 알 수 있다. 따라서 Stationary vortex 유동 해석 문제의 경우에도 데이터의 개수가 13개 이상일 때 $O(R)$ 의 오더가 10^9 이상이 되면서 재구성된 유동값이 원본 해석

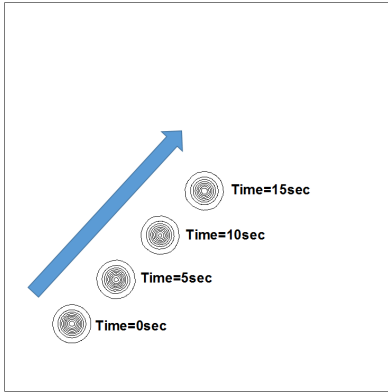
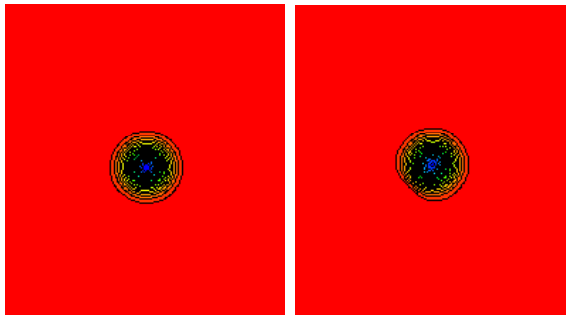


Fig. 8 Vortex position according to time



(a) Result of an original solver (b) Result of POD (Snapshot = 97)

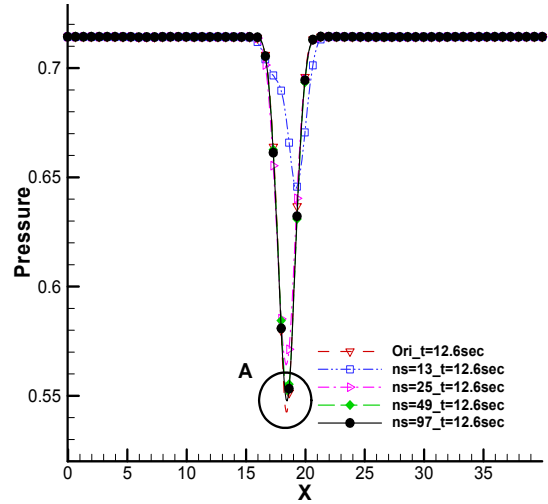
Fig. 9 Comparison of pressure contour of unsteady case

결과의 특성을 거의 정확하게 모사함을 알 수 있다.

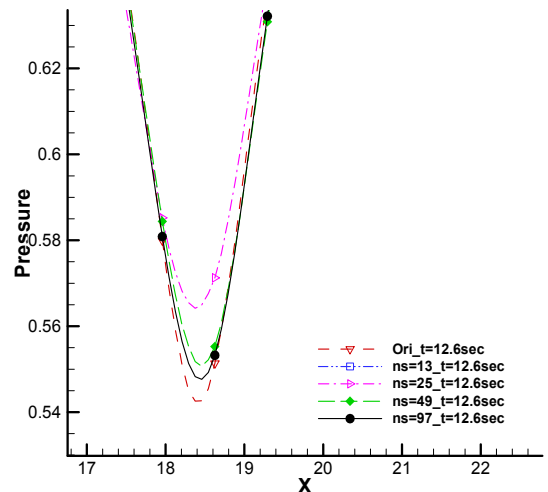
대각선 방향으로 Vortex가 움직이는 Moving vortex 문제에서 시간에 대한 Vortex의 위치는 Fig. 8과 같으며 스냅샷 데이터의 수에 따른 결과를 Table 6에 정리하였다. 다른 결과들과 유사하게 고유값의 최대치는 변하지 않으며 최소값은 데이터의 개수가 많아질수록 그 크기가 작아진다. 그에 따라 스냅샷 데이터가 49개 이상인 경우에서 10^{-6} 이하로 작음을 알 수 있다. 무차원시간 12.5 s에서의 Original CFD Solver 및 스냅샷 데이터 97개를 사용한 재구성 데이터의 압력 Contour를 Fig. 9에 도시하였다. 그림에서 POD로 재구성한 결과에서의 Vortex

Table 6 Eigen values and $O(R)$ in moving vortex

N_s	Eigen Value			L_2 Error
	Pressure			
	Max	Min	$O(R)$	
13	1.18E+05	1.08E-01	1.09E+06	9.11E-06
25	1.18E+05	3.34E-04	3.53E+08	1.90E-06
49	1.18E+05	4.13E-06	2.85E+10	6.99E-07
97	1.18E+05	1.17E-06	1.01E+11	7.61E-07



(a) Comparison of Pressure



(b) Pressure at vortex core region

Fig. 10 Pressure distribution according to N_s

형상이 진행방향에서만 약간 달라짐을 제외하고는 Vortex의 중심이 일치하며 그 크기도 같음을 확인할 수 있다.

보다 명확한 비교를 위해 스냅샷 데이터의 개수에 따른 Vortex core에서의 압력 분포를 Fig. 10에, 데이터 13개 및 97로 재구성한 결과와 원본 해석 데이터와의 압력 차이를 Fig. 11에 도시하였다. Fig. 10에서 데이터의 개수가 늘어날수록 Vortex core에서의 압력 분포가 원본 해석 결과를 따르며 97개에서 거의 일치함을 알 수 있다. 또한 Fig. 11에서는 Vortex의 진행방향을 따라 원본 데이터와 재구성된 데이터 간에 압력값이 차이가 발생함을 보여주고 있다. 특히 스냅샷 데이터가 13개인 경우 그 차이가 Vortex core에서 매우 크지만 97개인 경우 이 차이가 큰 폭으로 개선된다. 따라서 $O(R)$ 의 오

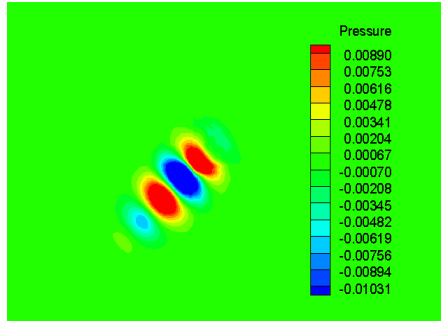
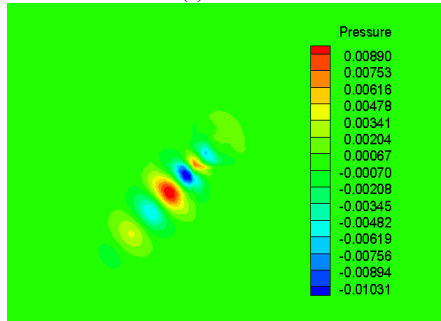
(a) $N_s = 13$ (a) $N_s = 97$

Fig. 11 Pressure difference distribution

더가 10^{11} 이상이 되면서, 재구성된 유동값이 원본 해석 결과의 특성을 거의 정확하게 모사함을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 POD를 적용하여 CFD 해석 결과의 ROM을 구성하는 경우 적합한 N_s 를 정하기 위해 고유값에 대한 분석을 수행하였으며, 정상 상태 유동 해석 시에는 $O(R)$ 이 10^9 정도가 되도록, 비정상 유동 해석 시에는 $10^{11} \sim 10^{12}$ 이 되도록 N_s 를 정하는 가이드라인을 제안하였다. 이러한 N_s 의 선정 기법을 NACA0012 정상 상태 유동 해석 문제 및 강제조화진동문제, 2차원의 Stationary/Moving Vortex 문제에 적용함으로써 제안된 N_s 선정 방식에 대한 평가를 수행하였다. 그 결과 N_s 가 적합하게 선정되어 $O(R)$ 의 오더가 제안된 조건을 만족할 경우 ROM으로부터 얻어진 데이터에서 원본 데이터와 거의 동일하게 해석 데이터의 주요 특징들이 재구성됨을 확인하였다. 추후 형상 변화에 대한 문제와 보다 실제적인 3차원 유동 해석 문제에 제안된 N_s 선정 기법을 적용함으로써 그 유효성을 평가할 예정이다.

후 기

본 연구는 2016년도 동양미래대학교 학술연구지원사업의 지원을 받아 수행된 연구과제입니다. 또한 본 연구는 2016년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(NRF-2014R1A2A1A10054537)의 일부를 받았습니다.

Note

This paper is a revised version of a paper presented at the KSAS 2016 Fall Annual meeting, Jeju, November 16-18, 2016.

References

- [1] 2004, Lucia, D.J., Beran, P.S. and Silva, W.A., "Reduced-Order Modeling: New Approaches for Computational Physics," *Progress in Aerospace Science*, Vol.40, No.1, pp.51-117.
- [2] 2009, Jung, S., Duc, N., Yang, Y., Cho, T. and Myong, R., "Efficient Analysis of the Aerodynamic Characteristics of Rotor Blade Using a Reduced Order Model Based on Proper Orthogonal Decomposition Method," *Korean Society for Aeronautical and Space Science*, Vol.37, No.11, pp.1073-1079.
- [3] 2010, Lee, K. and Lee, E., "Examples of Reduced Order Modeling for a 3D Backward Facing Step Flow using POD Technique," *Proc. of Spring Conference, Korean Society of Computational Fluid Engineering*, pp.40-42, May.
- [4] 2010, Jun, S., Park, K., Kang, H., Lee, D. and Cho, M., "Reduced Order Model of Three Dimensional Euler Equations Using Proper Orthogonal Decomposition Basis," *Journal of Mechanical Science Technology*, Vol.24, No.2, pp.601-608.
- [5] 2013, Park, K., Jun, S., Baek, S., Cho, M., Yee, K. and Lee, D., "Reduced-order model with an artificial neural network for aerostructural design optimization," *Journal of Aircraft*, Vol.50, No.4, pp.1106-1116.
- [6] 2015, Koo, B., Han, J., Jo, T., Park, K. and Lee, D., "MRA and POD application for aerodynamic design optimization," *Korean Society of Computational Fluid Engineering*, Vol.20, No.2, pp.7-15.