

수정된 황금분할 탐색법을 이용한 사출성형 설계인자의 최적화

박종천*, 김경모**,#

*금오공과대학교 기계공학과, **금오공과대학교 산업공학부

Optimization of Design Variable for Injection Molding Using a Modified Golden Section Search Method

Jong-Cheon Park*, Kyung-Mo Kim**,#

*Department of Mechanical Engineering, KIT, **School of Industrial Engineering, KIT

(Received 20 October 2016; received in revised form 14 November 2016; accepted 28 November 2016)

ABSTRACT

The golden section search method is widely used to optimize a single design variable in many fields due to its superior advantages of search. In this paper, a new direct search method is proposed by modifying the search structure of the golden section search method; thus, it can be adapted in the optimization of a single design variable for the injection molding process. This proposed method is applied to determine an optimal gate position for the injection molding of a bezel of an automated teller machine for minimizing the injection pressure. Thus, an optimal gate position where the injection pressure is decreased by 4.5 MPa to that of the initial position was obtained with a small number of simulations. It is anticipated that the current proposed search method can be utilized as a practical tool for optimizing single variables for injection molding design.

Key Words : Injection Molding(사출성형), Gate Position(게이트 위치), Modified Golden Section Search Method(수정 황금분할 탐색법), Optimization(최적화)

1. 서 론

사출성형은 충전, 보압, 냉각 및 취출 과정으로 이루어진다. 사출품의 품질은 수지, 제품, 금형 및 성형조건에 속하는 다수의 설계인자들에 의해 결정된다. 이 설계인자들은 상호간에 비선형적인 관계가 강해서 품질특성을 최대화하기 위해서는 이들 설계인자들에 대한 최적화가 필요하다. 그러나 다수 설계인자들을 동시에 최적화하기 위해서는

필연적으로 많은 횟수의 실험이 요구된다. 따라서 설계시간이 제약되는 현실적인 설계단계에서는 특정한 품질특성을 지배하는 단일 설계인자에 대한 최적화도 필요하게 된다. 대표적인 단일 설계인자는 제품 형상, 공정조건, 게이트, 냉각에 속하는 특정한 변수가 될 수 있다.

최근까지 사출성형에서 단일 또는 다수 품질특성에 대한 설계 최적화를 위해 통계적 또는 수학적 이론에 기초한 엄밀한 최적화 방법들이 많이 사용되어 왔다¹⁻⁸⁾. 그러나 대부분의 최적화 방법들은 이론과 알고리즘 구현에 대한 지식이 필요하기 때문에 이에 대한 지식과 경험이 부족한 설계 엔지니어

Corresponding Author : kmkim@kumoh.ac.kr

Tel: +82-54-478-7653, Fax: +82-54-478-7679

어들이 더구나 제한된 설계시간 안에 실제 문제에 적용하는 것은 매우 어렵다.

황금분할 탐색법(Golden Section Search Method)은 널리 사용되는 단일 설계변수의 최적화 방법으로, 뛰어난 탐색 효율을 고려할 때 사출성형의 설계문제에도 실용적인 최적화 방법으로 사용될 수 있다. 그러나 품질특성과 설계인자의 함수관계를 고려할 때 사출성형 최적화 문제에 그대로 적용하기에는 적합하지 않은 탐색구조를 갖고 있다. 이 연구에서는 사출성형 최적화 문제에 적합하게 적용할 수 있도록 황금분할 탐색 알고리즘의 일부를 수정한 황금분할 탐색법(Modified Golden Section Search Method)을 제시한다. 또한 수정된 황금분할 탐색법을 ATM(Automatic Telling Machine)의 주요 구성품인 베젤에 대해 게이트 위치 최적화에 적용하여 사출압력을 최소화한다.

최적화를 수행한 결과, 적은 횟수의 시물레이션 실험으로 최적의 게이트 위치를 체계적이고 안정적으로 찾을 수 있었다. 또한 결정된 게이트 위치에서 최대사출압력이 초기 게이트 위치와 비교해서 크게 감소되는 것을 확인할 수 있었다.

2. 수정 황금분할 탐색법

2.1 황금분할 탐색법

황금분할 탐색법^[9-11]은 단봉(unimodal) 함수에 대해 황금비(golden ratio)를 사용하여 최소 또는 최대 값을 갖는 최적해를 효율적으로 탐색할 수 있다. Fig. 1에서 탐색구간 $[X_L, X_U]$ 안에서 $f(X)$ 가 최소가 되는 X^0 를 찾는 경우를 가정하자. 첫 번째 내부점 X_1 을 다음의 길이 비율을 만족하도록 선택한다.

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{a} \quad (1)$$

두 번째 내부점 X_2 도 a 구간 안에서 다음 식에 따라 선택한다.

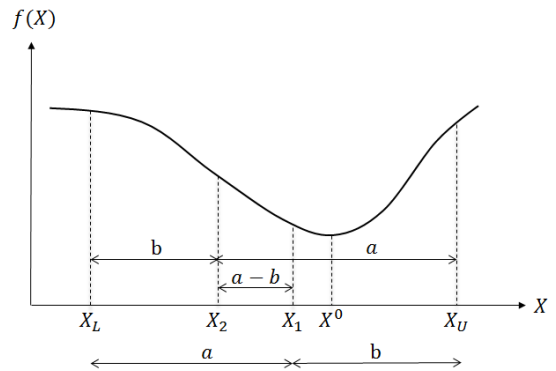


Fig. 1 Golden section search

$$\frac{b}{a} = \frac{a-b}{b} \quad (2)$$

식 (1)과 (2)의 길이 비율은 같다. 식 (1) 또는 (2)로부터 황금비($\phi = b/a$)는 다음과 같이 주어진다.

$$\phi = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 0.61803 \quad (3)$$

따라서 Fig. 1에 보인 두 내부점들을 각각 탐색구간의 경계에서 해당 내부점까지 거리가 황금비와 같게 되도록 선택한다. 두 내부점들이 선택되면 다음 탐색 iteration을 위한 새로운 탐색구간이 결정된다. 만약 $f(X_2) < f(X_1)$ 이면 다음 탐색구간을 $[X_L, X_2, X_1]$ 으로, $f(X_2) > f(X_1)$ 이면 $[X_2, X_1, X_U]$ 으로 결정하고, 하나의 새로운 내부점을 황금비로 계산하여 선택한다. 새로운 탐색구간과 두 내부점들이 선택되면 탐색종료 조건이 만족될 때까지 위 과정을 반복하고 최적해를 결정한다.

황금분할 탐색법은 사출성형 최적화 문제에 적용하는 경우에 뛰어난 실용적인 장점들이 있다. 첫째, 새로운 탐색구간에 대한 탐색 계산은 하나의 새로운 내부점에 대해서만 수행하면 되므로 전체 탐색 횟수를 최소화할 수 있다. 따라서 해석에 많은 계산 시간이 요구되는 최적설계에서 특히 유용하다. 둘째, 직접탐색법이어서 목적함수의 미분정보를 파악하기가 거의 불가능한 사출성형의 최적해 탐색에

적합하다. 셋째, 알고리즘 구조가 단순하고 구현이 용이해 현장 설계자도 쉽게 사용할 수 있다. 그러나 뛰어난 장점에도 불구하고 사출성형 최적화 문제에 그대로 적용하기에는 어려운 점이 있다.

2.2 수정 황금분할 탐색 알고리즘

일반적으로 사출성형 최적화 문제의 경우에 최적해 탐색구간에서 설계특성과 설계변수의 관계가 단봉함수의 형태를 갖지 않을 수 있다. 그러나 경험적 판단에 의하면 탐색구간을 최적해가 있을 것으로 판단되는 비교적 좁은 범위로 선정하는 경우에는 대체적으로 위로 볼록하거나 아래로 볼록한 함수 또는 단조 증가하거나 감소하는 함수 등과 같은 근사적인 단봉함수의 어느 한 형태로 가정할 수 있다. 또한 사출성형 최적화에서는 목적함수의 형태와 무관하게 설계특성의 성격에 따라 최소값 또는 최대값을 구해야 하는 경우도 있다. 가령 실제로는 설계특성과 변수가 아래로 볼록한 함수 형태이지만 설계특성이 최대가 되는 변수값을 찾거나 또는 그 반대의 경우이다. 이러한 경우에는 함수형태와 상관없이 최소값 또는 최대값이 탐색구간의 경계(하한, 상한)에 정확히 존재할 수 있다. 따라서 황금분할 탐색법은 탐색구간의 두 내부점의 함수값만을 사용해서 다음 탐색구간을 결정하므로 이러한 사출성형 최적화 문제에 그대로 적용한다면 탐색 초기에 다음 탐색구간을 잘못 결정할 소지가 있다. 설령 다음 탐색구간을 제대로 결정한다고 하더라도 탐색 구조상 경계에 놓인 최적해를 정확히 찾지는 못한다. 따라서 황금분할 탐색법을 사출성형 최적화 문제에 적용하기 위해서는 알고리즘의 탐색구간에 대한 부분적인 수정이 필요하다. 이러한 구조적 탐색문제를 해결하기 위한 방안으로 본 연구에서는 다음 탐색구간을 결정할 때 현재 탐색구간의 두 내부점의 함수값 뿐만 아니라 두 경계점(하한점, 상한점)의 함수값도 선택의 기준이 되도록 알고리즘을 수정한다. 탐색횟수의 측면에서는 수정 알고리즘은 시초 탐색구간에 대해서만 두 경계점에서 함수값을 추가로 계산하면 되므로 기존 알고리즘의 탐색 장점을 크게 훼손하지 않고 최적해를 체계적이고 빠르게 탐색할 수 있다.

다음은 수정한 황금분할법의 탐색 알고리즘이다.

Step 0. 탐색영역의 하한(X_L)과 상한(X_U) 및 탐색종료를 위한 $\epsilon(=X_U - X_L)$ 값을 지정한다.

Step 1. 두 내부점 X_1, X_2 를 아래 규칙을 따라 선택한다.

$$X_1 = X_L + \frac{\sqrt{5}-1}{2}(X_U - X_L)$$

$$X_2 = X_U - \frac{\sqrt{5}-1}{2}(X_U - X_L)$$

Step 2. $f(X_1), f(X_2)$ 와 $f(X_L), f(X_U)$ 를 계산한다.

Step 3. 후속 탐색영역의 경계와 두 내부점을 다시 선택한다.

(3-1) 만약 $f(X_2)$ 또는 $f(X_U)$ 이 가장 우수하다면 다음과 같이 대체하고 $f(X_2)$ 를 다시 계산한다.

$$X_L = X_2,$$

$$X_U = X_1,$$

$$X_1 = X_2,$$

$$X_2 = X_U - \frac{\sqrt{5}-1}{2}(X_U - X_L) .$$

(3-2) 만약 $f(X_1)$ 또는 $f(X_L)$ 이 가장 우수하다면 다음과 같이 대체하고 $f(X_1)$ 을 다시 계산한다.

$$X_L = X_2,$$

$$X_U = X_U,$$

$$X_2 = X_1,$$

$$X_1 = X_L + \frac{\sqrt{5}-1}{2}(X_U - X_L) .$$

Step 4. 종료 조건을 만족하는지 검토한다. 만약 $X_U - X_L < \epsilon$ 이면 $f(X_L), f(X_2), f(X_1), f(X_U)$ 중에서 가장 우수한 X 값을 최적해로 결정한다. 만약 $X_U - X_L \geq \epsilon$ 이면 Step 3으로 간다.

3. ATM 베젤의 게이트 위치 최적화

3.1 해석 모델 및 문제 정의

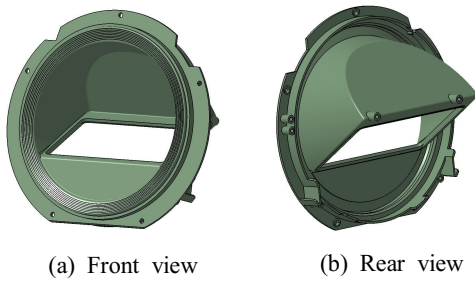


Fig. 2 CAD model of a ATM bezel

Fig. 2는 최적화의 대상인 ATM의 베젤 부품이다. 이 모델은 키패드 삽입부 등 다수의 특징형상들로 구성되어 기하학적으로 매우 복잡한 형상을 갖고 있다. 최소경계 상자(minimum bounding box)로 모델 치수를 대략 측정하면 길이가 217 mm, 높이 201 mm, 폭 132 mm, 두께 분포는 2~5 mm이다.

이 모델에 대한 설계목표는 사출압력을 최소화하는 게이트 위치를 결정하는 것이다. 사출압력은 형체결력과 충전 균형성을 평가하는 기준으로 간주된다^[4,5]. 일반적으로 사출압력이 커지면 평균 금형내압이 증가하여 큰 형체결력이 필요하게 된다. 또한 제품 캐비티의 충전과정에서 수지유동이 균형을 이루지 못하면 유동저항이 발생하여 사출압력이 커지게 된다. 충전 불균형은 불균일한 수지 압력분포를 초래하여 휨(warping)이 발생할 수 있다. 일반적으로 제품의 형상과 사용 수지가 결정되어 있는 경우에 사출압력에 가장 큰 영향을 미치는 설계변수는 게이트의 위치이다. 따라서 이 모델에 대한 최적설계 문제를 다음 식으로 정의한다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f(\mathbf{X}) \\ & \text{with } \mathbf{X} \in \Omega \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서 f 는 목적함수로서 함수값은 최대사출압력이다. \mathbf{X} 는 설계변수로서 게이트의 위치 좌표이고, Ω 는 3차원 유클리드 공간이다.

Fig. 3은 사출압력 해석을 위해 생성한 제품의 유한요소 모델이다. 유한요소는 이중-도메인 형식(dual-domain type)을 사용하여 총 49,594개의 삼각형 요소를 생성하였다.

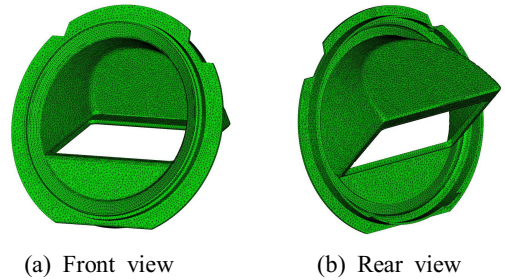


Fig. 3 FE model

시뮬레이션 소프트웨어로 Moldflow^[12]의 유동해석 모듈을 사용하였다. 사용된 수지는 LG Lupoy SC-1004A(PP)이고 유동해석 조건은 사출시간 1 sec, 수지온도 280℃, 금형온도 50℃, 보압전환 98%이다. 본 최적화 사례에서는 해석 문제를 단순화해서 수행하기 위해 최적화 과정에서 게이트와 러너의 3차원 모델링은 생략하였으며 게이트의 형상과 크기가 동일하다고 가정하고 게이트를 제품의 유한요소 모델상의 한 점(절점)으로 입력하는 해석조건을 적용하였다.

3.2 최적화 및 토의

이 모델에서는 Fig. 4(a)에서처럼 모델 전면의 외곽 원주 상에 3개의 게이트를 두되 그 위치를 최적화하는 것을 목표로 한다. 원주의 최상단에 하나의 게이트를 배치해서 고정시키고, 나머지 두 게이트는 좌우 대칭이 되게 배치한다. 게이트 위치의 탐색구간을 설계자의 의도를 반영하여 Fig. 4(b)와 같이 원주 상에 원호구간으로 지정하였다. Fig. 4에서 점 1은 탐색구간의 경계 하한(X_L)이며 공간좌표는 (543, -267.4, 138.9)(mm)이고, 점 2는 경계 상한(X_U)이며 공간좌표는 (199.8, -246.7, 213.3)(mm)이다. 게이트 위치 X 는 탐색구간의 경계 하한으로부터 게이트 위치까지 원호의 길이로 정의하였다. X 의 범위는 0 mm 에서 95 mm이다. 시초 탐색구간에 대해 선택된 두 내부점(X_1, X_2)과 두 경계점(X_L, X_U)에서 시뮬레이션 실험을 각각 실시하고, 각 점에서 측정된 최대사출압력으로부터 알고리즘에 의해 다음 탐색구간을 결정하였다.

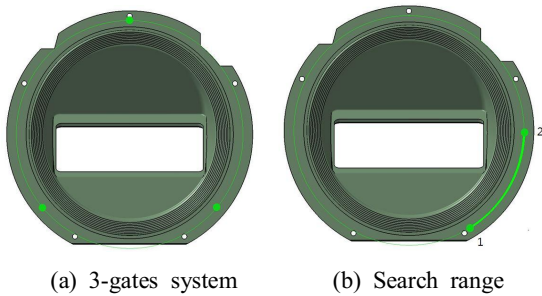


Fig. 4 Gate system and assignment of the gate search range

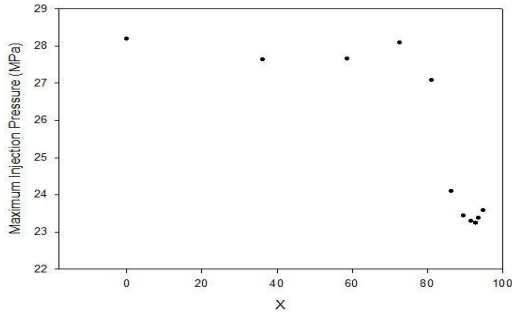


Fig. 5 Trajectory of points searched during iterations

탐색구간에서 원주 상의 한 점이 게이트 위치로 선택되면 그 점이 새로운 유한요소의 절점이 되도록 인접한 유한요소들을 분할한다. 최적해 탐색은 마지막 탐색구간 길이가 시초 탐색구간 길이의 5% 이하가 되면 탐색을 종료하는 것으로 정하였다. 이 모델에서는 총 8번의 탐색 iteration을 진행하였고, 최적해를 선택하기까지 수행한 시뮬레이션 실험의 횟수는 11회이다. Fig. 5는 전체 탐색 iteration에서 탐색된 경계점과 내부점들의 위치를 표시한 것이다. Fig. 6은 매 탐색 iteration에서 새로운 탐색구간의 두 내부점과 두 경계점에서 측정된 최대사출압력 분포의 평균과 변동폭(=2×표준편차)을 보인 것이다. Fig. 5와 Fig. 6으로부터 탐색 iteration이 진행됨에 따라 전체적으로 최적의 게이트 위치가 시초 탐색구간의 경계 상한 쪽으로 수렴되어 감을 알 수 있다.

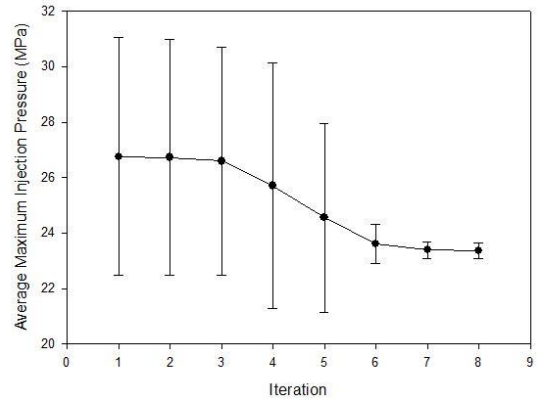


Fig. 6 Average maximum injection pressures and variations vs. iterations

Table 1 Search results vs. iterations

Iteration #		X_L	X_2	X_1	X_U
1	X (mm)	0.0	36.3	58.7	95.0
	P_{max} (MPa)	28.2	27.6	27.7	23.6
2	X	36.3	58.7	72.6	95.0
	P_{max}	27.6	27.7	28.1	23.6
3	X	58.7	72.6	81.1	95.0
	P_{max}	27.7	28.1	27.1	23.6
4	X	72.6	81.1	86.4	95.0
	P_{max}	28.1	27.1	24.1	23.6
5	X	81.1	86.4	89.7	95.0
	P_{max}	27.1	24.1	23.4	23.6
6	X	86.4	89.7	91.7	95.0
	P_{max}	24.1	23.4	23.3	23.6
7	X	89.7	91.7	93.0	95.0
	P_{max}	23.4	23.3	23.2	23.6
8	X	91.7	93.0	93.7	95.0
	P_{max}	23.3	23.2	23.4	23.6

Table 1은 탐색 iteration 별로 탐색구간의 경계점 및 내부점의 X 값과 각 점에서 얻은 최대사출압력이다. 탐색 종료조건에 따라서 마지막 탐색구간의 내부점과 경계점 중에서 목적함수값이 가장 작은 X_2 에 해당하는 설계해를 최적해로 선택하였다. 최적 게이트 위치의 X 값은 93.0 mm이고 최대사출압력은 23.2 MPa로 나타났다. 게이트가 초기 탐색

Table 2 A comparison between the initial design and the optimal design

Design	Gate position (mm)		Max. injection pressure(MPa)
	X	(<i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>)	
Initial	47.5	(87.9, -257.7, 173.9)	27.7
Optimal	93.0	(99.8, -246.7, 213.3)	23.2

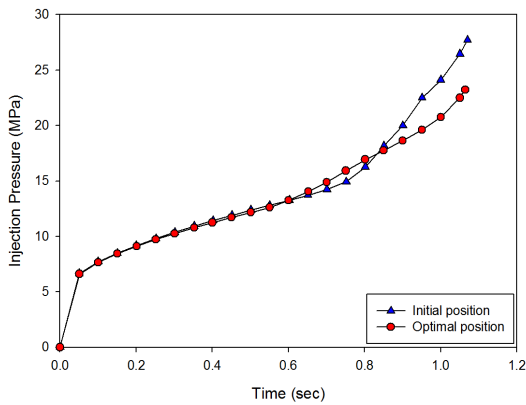


Fig. 7 Comparison of maximum injection pressures

구간의 경계 상한에 거의 근접한 지점에 위치하는 것으로 나타났다. Table 2는 선택한 최적해를 초기해와 비교한 결과이다. 여기에서 초기해는 설계자가 시초 탐색구간의 중간점($X = 47.5$)에 게이트 위치를 지정한 설계해이다. 사출압력을 비교한 결과 최적해가 초기해에 비해 최적해가 최대사출압력이 4.5 MPa 만큼 개선되는 것으로 나타났다(개선을 16.2%). Fig. 7은 최적해와 초기해에서 얻은 사출압력의 변화 그래프이다. Fig. 8은 최적해에서 충전 완료 시점에 제품 캐비티의 압력분포를 해석한 결과이다. 한편 이 문제에 대한 수정 황금분할 탐색법의 유용성을 비교 검토하기 위해 전통적인 황금분할 탐색법을 이 문제에 적용해 보았다. 수정 알고리즘을 적용한 경우와 동일한 탐색구간과 종료조건에서 총 8회의 탐색 iteration을 수행하였다. 이 경우에 최적해는 마지막 탐색구간에서 X 값은 36.3 mm이고 공간좌표가 (80.5, -260.8, 162.7)(mm)인 게이트 위치가 선택되었다. 이 설계해는 수정 황금분

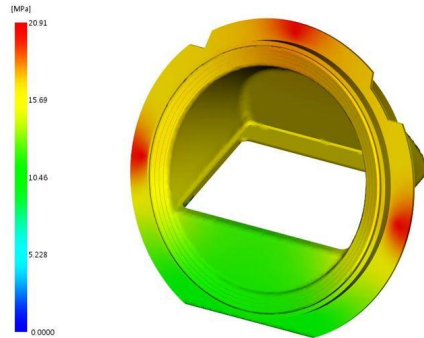


Fig. 8 The distribution of pressure in the part cavity when the filling ends

할 탐색법에 의한 최적해와는 상당히 동떨어진 시초 탐색구간의 좌측 영역에서 탐색되었고 최대사출압력도 27.6 MPa로 더 높게 나타났다. 이는 Fig. 5로부터 추측컨대 이 문제의 목적함수가 엄격한 단봉 형태가 아닌 경우여서 탐색 초기에 두 내부점의 함수값만으로 다음 탐색구간을 결정하는데 있어서 선택의 오류가 있었기 때문으로 판단된다. 따라서 제안하는 수정 알고리즘은 두 경계점을 다음 탐색구간의 선택기준으로 추가적으로 부여함으로써 이 사출성형 최적화 문제와 같이 목적함수가 명확한 단봉함수가 아닌 근사적 형태이거나 목적함수 형태와 최적화 목표(최대 또는 최소)가 상관성이 없는 경우에서도 더 적합하게 최적해를 탐색할 수 있음을 확인할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서 얻어진 결론은 다음과 같다.

1. 사출성형 설계 최적화 문제에 적용하기 위해 전통적 황금분할 탐색법의 탐색구조를 수정하여 탐색구간의 두 경계점에서의 목적함수값을 다음 탐색구간의 선택기준으로 포함시키는 수정된 황금분할 탐색법을 제시하였다.
2. 수정 황금분할 탐색법을 ATM 베젤 모델의 게이트 위치 최적화 문제에 적용하였다. 그 결과 총 11회의 시뮬레이션 실험을 통해 최대사출압력이 최소화되는 게이트 위치를 빠르고 안정적으로 찾을 수

있었다. 최적해에서 최대사출압력은 23.2 MPa 이었으며 초기해(27.7 MPa)에 비해 크게 감소하였으며 16.2%의 개선율을 보였다.

3. 제안하는 수정 황금분할 탐색법은 사출성형의 단일변수 최적화 문제에서 탐색구간을 비교적 좁게 설정한다면 황금분할 탐색법의 탐색 장점을 거의 훼손함이 없이 매우 쉽고 효과적으로 적용할 수 있다. 따라서 설계시간이 제약되는 현장 설계자에게 실용적인 최적화 도구로 활용될 수 있을 것이다.

4. 향후에는 복수 개의 설계변수가 존재하는 경우에 적용이 가능한 황금분할 탐색법에 기초한 새로운 탐색 알고리즘을 개발할 계획이다.

후 기

본 연구는 금오공과대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구된 논문입니다.

REFERENCES

1. Zhou, J. and Turng, L. S., "Adaptive Multi objective Optimization of Process Conditions for Injection Molding Using a Gaussian Process Approach," *Advances in Polymer Technology*, Vol. 26, No. 2, pp. 71-85, 2007.
2. Park, K. and Ahn, J. H., "Design of experiment considering two-way interactions and its application to injection molding processes with numerical analysis," *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 146, No. 2, pp. 221-227, 2004.
3. Mehat, N. M. and Kamaruddin, S., "Multi-Response Optimization of Injection Moulding Processing Parameters Using the Taguchi Method," *Polymer-Plastics Technology and Engineering*, Vol. 50, No. 15, pp. 1519-1526, 2011.
4. Lee, J. and Kim, J., "Micro Genetic Algorithm Based Optimal Gate Positioning in Injection Molding Design," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 21, No. 5, pp. 789-798, 2007.
5. Kim, K. H. and Park, J. C., "Robust Design of Gate Locations and Process Parameters for Minimizing Injection Pressure of an Automotive Dashboard," *Journal of the KSMPE*, Vol. 13, No. 6, pp. 73-81, 2014.
6. Shen, C. Y., Yu, X. R., Li, Q. and Li, H. M., "Gate location optimization in injection molding by using modified hill climbing algorithm," *Polymer Plastics Technology Engineering*, Vol. 43, No. 3, pp. 649-659, 2004.
7. Gao, Y. and Wang, X., "An effective warpage optimization method in injection molding based on the kriging model," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 37, No. 9, pp. 953-960, 2008.
8. Yin, F., Mao, H., Hua, L., Guo, W. and Shu, M., "Back propagation neural network modeling for warpage prediction and optimization of plastic products during injection molding," *Materials & Design*, Vol. 32, No. 4, pp. 1844-1850, 2011.
9. http://mathforcecollege.com/.../mws_gen_opt_txt_goldensearch.pdf
10. Antoniou, A. and Lu, W. S., *Practical Optimization*, Springer, pp. 92-95, 2007.
11. Jones, D. and Grisso, R. D., "Golden section search as an optimization tool for spreadsheets," *Computers and Electronics in Agriculture*, Vol. 7, No. 4, pp. 323-335, 1992.
12. Autodesk, *Moldflow ASMI Training Manual*, 2012.