

# 침상형 입자의 동적 거동 해석을 위한 강체 막대형 이산요소법 모델 개발

안성해\*, 박준영\*\*,#

\* (주) 유니크 만해기술연구소, \*\* 금오공과대학교 기계설계공학과

## A New Rigid Rod Model for the Discrete Element Method to Analyze the Dynamic Behavior of Needle-shaped Powder

Seong-Hae An\*, Junyoung Park\*\*,#

\*Manhae Research Inst., UNICK co., \*\*Dept. Mech. Dsgn. Eng., Kumoh Nat. Inst. Tech.

(Received 24 March 2017; received in revised form 8 April 2017; accepted 11 April 2017)

### ABSTRACT

Numerous studies of the dynamic behavior of powders have been performed by Discrete Element Method (DEM). The behavior of powders can be analyzed using the DEM assuming that the powder is composed of spherical particles. Moreover, the assumption of spherical particle reduces the computing time significantly. However, the biggest problem with this assumption is the real shape of the particles. Some types of particles, such as calcium carbonate and colloidal copper, are needle shaped. Thus, analysis based on spherical particles can produce errors because of the incorrect assumption. In this research, we developed a new model to simulate needle-shaped particles using the DEM. In the model, a series of particles are connected and regarded as a rod. There is no relative motion among the particles. Thus, the behavior of the rod is rigid motion. To validate the developed model, we carried out the drop-and-bounce test with different initial angles. The results showed negligible error of less than 2%.

**Key Words** : Powder(분체), Needle-Shaped Particle(침상형 입자), Discrete Element Method(이산요소법)

### 1. Introduction

일반적으로 다량의 입자들을 이용하는 가공에서는 주로 구형입자를 사용한다. 이는 각이 지거나 긴 세장비를 가지는 입자들이 모재의 표면에 영향을 주는 것을 방지하기 위함이다. 예를 들어 자기 연마가공에서는 연마입자와 자기입자를 혼합하여 사용하지만 대부분 구형입자를 사용한다<sup>[1-4]</sup>. 마찬가지로 다수의 입자를 다루는 분체공학 분야에서도

입자의 형상은 실험 및 해석결과에 큰 영향을 미친다. 대부분의 입자들의 형상은 구형이 아니라 다양한 형태를 가지고 있다. 하지만, 해석의 편의성을 위하여 임의의 형태의 입자를 구형입자로 가정한다. 예를 들어, 실제입자의 체적과 동일한 구의 지름에 해당하는 상당체적지름, 실제입자의 표면적과 동일한 구의 지름에 해당하는 상당표면적 지름 등이 이에 해당한다. 하지만, 이러한 단순화는 필연적으로 결과의 해석에서 문제를 발생하게 된다. 예를 들어, 실험에서 입자의 형태가 구형에서 침상형으로 바뀌게 되면 입자가 포함된 유동의 점도가 증가하고, 침상형 입자가 구형입자에 비해 낮은 유동성을 가지게 되어 편석이 증가한다. 전형적인 침상형

# Corresponding Author : pcello@kumoh.ac.kr

Tel: +82-54-478-7377, Fax: +82-54-478-7377



Fig. 1 The shape of diatomite

입자에는 규조토(Diatomite), 탄산칼슘(Calcium Carbonate), 미립자 구리 등이 해당되며, 이중 규조 토 입자의 분말을 Fig.1에 나타내었다.

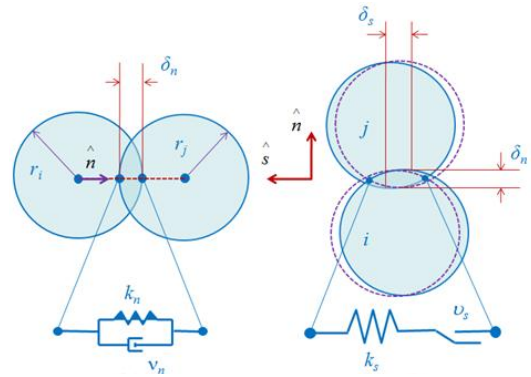
분체의 전산해석에 가장 광범위하게 쓰이는 이산 요소법(Discrete Element Methode)에서 이러한 문제는 동일하게 발생한다. 일반적인 이산요소법에서는 입자의 형상을 구로 가정하고 해석을 진행한다<sup>[5]</sup>. 다면체등을 이용하여 구가 아닌 입자의 형상의 입자를 구현할 수 있으나 계산에 소요되는 시간이 구에 비해 급격하게 증가하여, 실제 현상을 시뮬레이션하기는 거의 불가능하다.

하지만, 다면체요소가 아닌 구형 입자를 연결한 형태의 막대형 요소를 사용하면 계산시간의 증가의 폭은 최소화하고 침상형 입자의 동적거동을 해석하는 것이 가능하다. 따라서, 본 연구에서는 구형입자를 연결하여 강체 막대형 모델을 개발하고 이 모델을 검증하였다. 또한 검증된 모델을 호퍼의 유동에 적용하여 모델의 확장성을 확인하였다. 이를 위한 2차원 모델은 본 연구자에 의해 기개발되었다<sup>[6]</sup>.

## 2. Discrete Element Method

### 2.1 Conventional Model for DEM

일반적으로 이산요소법에서는 각각의 입자에 작용하는 힘을 이용하여 모든 계산을 진행한다. 이 힘은 크게 체적력과 표면력으로 구분되어지는데, 체적력은 중력, 표면력은 접촉력이 이에 해당한다. 접촉력은 입자간의 충돌시 입자의 표면에 작용하고 충돌의 법선방향으로 작용하는 법선력과 충돌의 접선방향으로 작용하는 접선력으로 구분된다. 이산요



(a) Normal spring (b) Tangential spring  
Fig. 2 Force model for particle-particle contact<sup>[6]</sup>

소법에서는 이러한 충돌시의 접촉력을 Spring-Mass system으로 간주해서 이를 표현한다. 이러한 스프링에 대한 개략도를 Fig. 2에 나타내었다.

이산요소법에서는 입자간의 충돌을 입자간의 중첩으로 치환하여 중첩된 깊이에 의해서 반발력이 결정된다. 입자 i에 작용하는 법선력에 대한 식은 아래와 같이 표현된다.

$$F_{normal,i} = (-k_n \delta_n + \nu_n \Delta v_{contact} \cdot \hat{n}) \cdot \hat{n} \quad (1)$$

여기서,  $\delta_n$ 은 법선방향 중첩깊이,  $k_n$ 은 법선방향의 스프링 상수,  $\nu_n$ 은 법선방향의 감쇄계수,  $\Delta v_{contact}$ 는 접촉점에서의 상대속도이다.

접선력은 접선방향의 반발력과 마찰력으로 구분되는데, 반발력과 마찰력 중에 더 적은 힘이 작용하게 된다. 따라서, 접선력을 수식으로 표현하면 아래와 같다.

$$F_{tangential,i} = \min \left\{ \begin{array}{l} k_s \delta_s + \nu_s \Delta v_{contact} \cdot \hat{s} \\ \mu_s |F_{normal,i}| \end{array} \right. \quad (2)$$

여기서,  $\delta_s$ 는 접선방향의 중첩깊이,  $k_s$ 는 접선방향 스프링 상수,  $\nu_s$ 는 접선방향의 감쇄계수,  $\mu_s$ 는 마찰계수이다. 접선방향의 감쇄계수는 본 연구에서는 0으로 설정하였다. 접선력은 법선력과 달리 입자의 회전을 발생시키는 모멘트를 필수적으로 동반하게 된다. 따라서, 접선력과 입자의 반지름을 이용하여 입자의 모멘트도 계산된다.

이렇게 계산되어진 힘과 모멘트들을 수치적분하

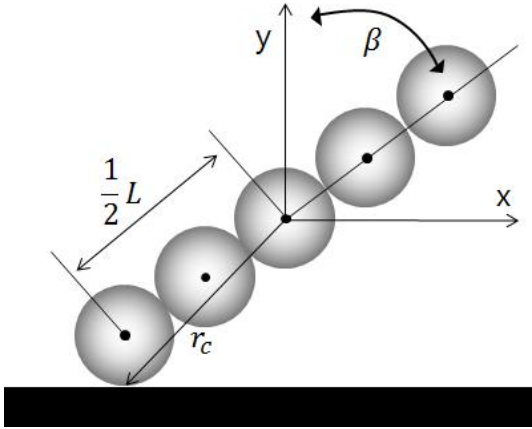


Fig. 3 Schematics of rigid rod model

여 병진속도와 각속도를 계산하고, 이전 스텝의 속도 및 각속도와의 벡터합과 수치적분을 통하여 다음 스텝에서의 위치 및 회전량을 계산하게 된다. 수치적분법은 Verlet법, Gear-Predict법, Runge-Kutta법 등이 가장 많이 사용되고 있으나, 본 연구에서는 가장 간단한 방법인 Verlet법을 사용하였다.

## 2.2 Rigid Rod Model for DEM

강체 막대 모델을 만들기 위해서 Fig. 3에 보이는 것처럼 여러 개의 입자를 일렬로 배열한 후 이 입자들 간의 상대운동을 구속하였다. 따라서 하나의 막대 모델 안에서 입자들은 상대적인 운동이나 변형을 가질 수 없다. 따라서 막대단위로 운동이 기술되어지고, 막대의 위치와 회전 각도에 의해서 구성 입자들의 상대위치가 기술되게 된다. 하지만, 막대에 작용하는 힘과 모멘트는 입자를 기반으로 계산된다. 즉, 입자를 기반으로 힘과 모멘트를 계산하여 그 합력과 합모멘트를 막대모델에 적용해주는 방식을 이용하였다. 힘과 모멘트를 계산하는 데는 식 (1)과 (2)에서 사용한 것과 동일한 식을 사용하였다.

## 3. Model Validation

개발되어진 모델의 유효성을 검증하기 위하여, 강체 막대 모델의 Drop-And-Bounce Test를 시행하

Table 1 Parameters used in the calculation

| Parameter                                     | Value                   |
|---|-------------------------|
| Mass of a particle, $m_p$ [kg]                | 0.000620465             |
| Number of particles, N                        | 5                       |
| Diameter of particle, $d$ [m]                 | 0.01                    |
| Mass of fiber, $m_f$ [kg]                     | 0.001861394             |
| Length of fiber, L [m]                        | 0.02                    |
| Resitution coefficient, $\epsilon$            | 0.8                     |
| Velocity before collision, $V_{y,CM}^+$ [m/s] | -2.0                    |
| Normal spring stiffness, $K_n$                | $2.0056 \times 10^{07}$ |
| Normal damping coefficient, $v_n$             | 15.807                  |

였다. 강체 막대 모델을 정해진 속도로 밑면으로 발사하여 충돌 후에 되튀어 올라오는 속도와 각속도를 이론값과 비교하는 방법이다.

강체 막대모델은 상당량의 회전을 동반하게 된다. 따라서, 회전의 계산을 위해서 질량 관성모멘트가 입자의 개수에 따라서 자동적으로 계산되도록 하였다. 따라서, 강체 막대모델의 질량 관성모멘트는<sup>[7]</sup>

$$I_{rod} = \sum_{n=1}^{n=N} \left[ \frac{1}{10} + (n-1) - \frac{1}{2}(N-1)^2 \right] M d^2 \quad (3)$$

로 표현된다. 여기서 N은 하나의 강체 막대모델을 구성하는 입자개수, M은 강체 막대모델의 질량, d는 입자의 지름을 의미한다.

충돌 후의 강체 막대모델의 각속도는 떨어뜨리는 초기 각도와 막대의 반발계수의 함수로서,

$$\dot{\theta}_z^+ = \frac{M \left( \frac{L}{2} \sin \beta \right) (1 + \epsilon)}{I_{fiber} + M \left( \frac{L}{2} \sin \beta \right)^2} \cdot V_{y,CM}^- \quad (4)$$

와 같이 표현된다. 여기서 L은 막대모델의 길이,  $\beta$ 는 초기 각도,  $\epsilon$ 는 반발계수,  $V_{y,CM}^-$ 은 충돌 전의 막대모델의 질량중심의 속도이다. 일반적으로 충돌 전의 막대모델의 속도는 정해지기 때문에 일정한 값이다. 충돌 후의 강체 막대모델의 속도는 반발계수와 충돌 후의 입자의 각속도의 함수로서,

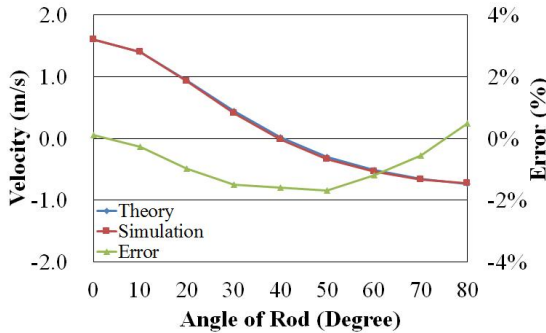


Fig. 4 Velocity after collision

$$V_{y,CM}^+ = -\epsilon V_{y,CM}^- + \left(\frac{L}{2} \sin\beta\right) \dot{\theta}_z^+ \quad (5)$$

로 표현된다. 따라서, 우선적으로 충돌후의 각속도를 계산하고 이 값을 바탕으로 충돌 후의 강체 막대모델의 질량중심에서의 속도를 계산한다. 계산 및 모델 검증에 사용된 파라미터 값들은 Table 1에 나타내었다.

충돌 후의 속도의 이론값과 이산요소법 시뮬레이션의 측정값을 Fig.4에 비교하였다. 속도의 계산 및 시뮬레이션은 초기 막대모델의 각도를 0도에서 80도까지 변화시켜가면서 밀면에 2m/s의 속도로 충돌시켜서 실시하였다. 따라서 충돌전의 속도는 2m/s이며 충돌후의 속도는 초기 각도에 따라 Fig.4와 같이 표현된다. 그림에서 보인 바와 같이 이론과 시뮬레이션의 오차는 2% 이하로서 상당히 유사한 결과를 보여주고 있다. 오차는 50도에서 최대의 오차를 가지고 수평과 수직에 가까울수록 작은 오차를 보여준다. 이는 수직과 수평이 되면 구형입자의 계산과 동일한 상황이 되기 때문으로 보인다. 50도에서 가장 큰 오차를 보여주는 원인에 대해서는 불분명하다. 아마도 회전속도나 타임스텝과의 연관성이 있을 것으로 추측되나 자세한 사항은 추후의 연구의 필요성이 있다.

충돌 후의 속도와 마찬가지로 충돌 후의 각속도의 이론값과 이산요소법 시뮬레이션의 측정값을 Fig.5에 비교하였다. 충돌후의 각속도도 속도와 마찬가지로 이론값과 시뮬레이션 결과가 약 2%정도만의 무시할만한 양의 에러를 포함하고 있다. 속도의 경우에서와 마찬가지로 에러는 50%에서 가장

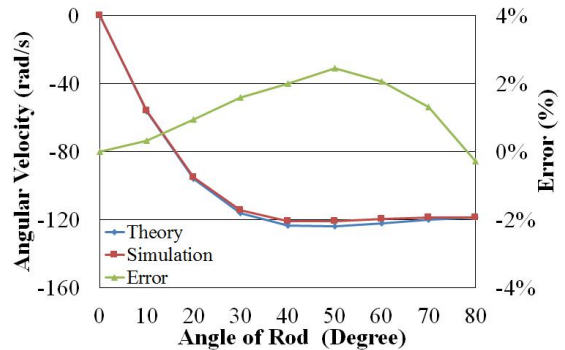


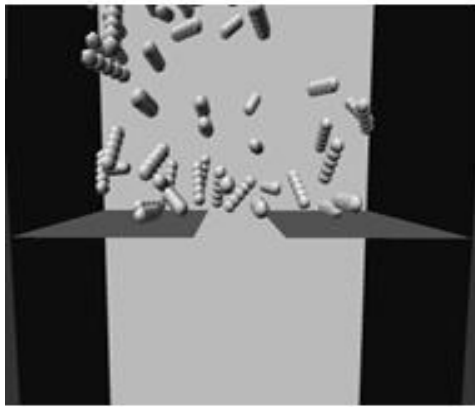
Fig. 5 Angular velocity after collision

큰 오차를 보여주고 있으며, 80도나 0도로 갈수록 오차가 줄어드는 양상을 보여준다. 각속도는 모든 오차가 양의 값으로서 이론값이 시뮬레이션 결과보다 크게 나오는 것을 의미한다. 속도와 각속도가 오차에서 양의 값과 음의 값을 가지고 달라지는 이유는 향후 연구의 필요성이 있다.

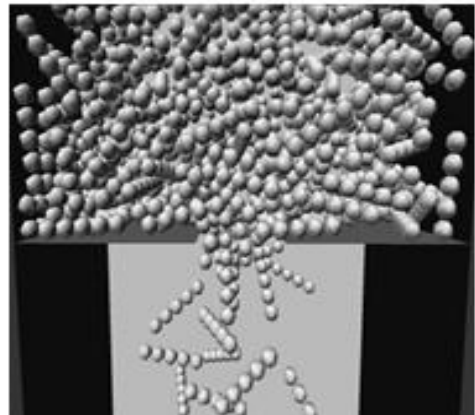
#### 4. Applications for Model

건식입자 유동이 가장 많이 사용되는 곳은 화학 공정이다. 화학공정에서는 필수적으로 입자의 단기 혹은 장기의 저장을 필요로 하고 이를 위해서 현장에 수많은 사일로(혹은 호퍼)를 가지고 있다. 이 사일로에서 저장되는 침상형 입자의 유동과 구형입자의 유동의 차이를 살펴보기 위하여 시뮬레이션을 진행하였다.

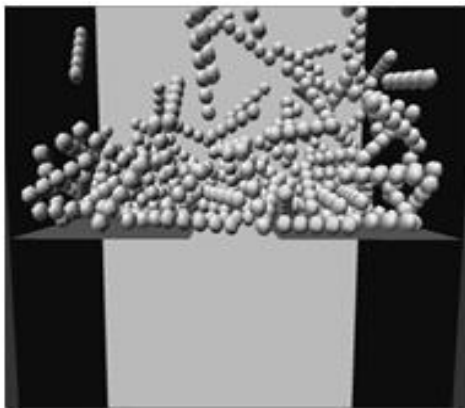
사일로에 침상형 입자가 적층되고, 이후 다시 밀의 출구가 열리면서 입자가 배출되는 과정을 시뮬레이션 하였다. 입자는 총 2초 동안 적층되고 안정화되는 과정을 거치고 이후 2초부터 배출되도록 시뮬레이션을 실행하였다. Fig. 5에 시뮬레이션의 몇몇 스텝에서의 스냅샷을 제시하였다. T=0.1sec에서는 입자들이 떨어져 사이로의 밀면에 적층되기 시작하고 있다. T=0.2sec는 아직 초기 상태로 몇몇 막대형 모델들이 적층되고 위쪽에서 계속 적층되고 있는 상태이다. T=1.5sec에서는 이미 상당량의 막대형 모델이 적층되었다. 그림에서 보이는 바와 같이 침상형 입자는 적층되는 동안의 적층 높이가 높게



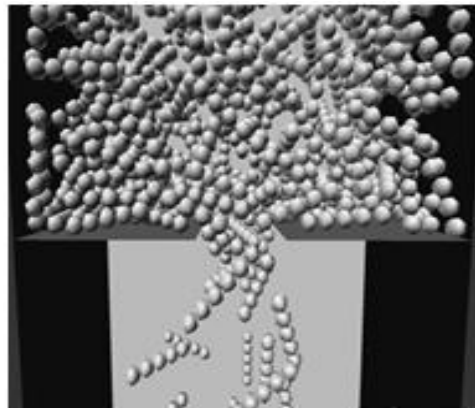
(a) T=0.1sec



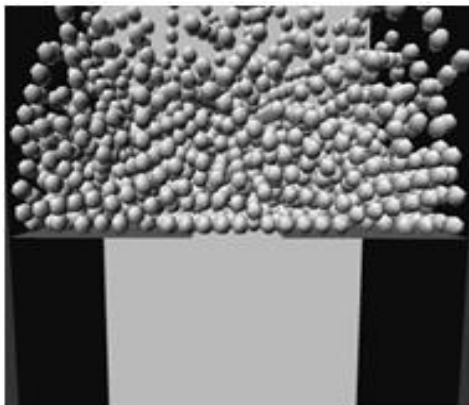
(d) T=2.1sec



(b) T=0.2sec



(e) T=2.5sec



(c) T=1.5sec

**Fig. 6 Snapshots from silo discharging**

형성되면서 구형입자와 대비하여 상당히 낮은 벌크 밀도를 형성하는 것을 볼 수 있다. T=2.1sec에서의 그림을 보면 입자들의 배출이 시작되었음을 볼 수 있고, 시뮬레이션에서는 T=2.0sec부터 배출이 시작되어 상당히 초기상태를 보여주고 있다. T=2.5sec에서는 이미 상당히 많은 막대형 모델들이 배출되었고, 배출구 근처의 적층 입자들은 이미 수밀도가 상당히 낮은 상태로 된 것을 볼 수 있다. 이는 구형입자와 비교하면 상당히 낮은 상태인 것을 볼 수 있다.

## 5. Conclusion

전통적인 이산요소법에서는 구형입자만을 사용하여 해석을 진행한다. 입자형상의 영향을 고려하기 위하여 다면체 요소를 사용한 이산요소법을 진행하기도 하지만 이는 계산시간이 크게 증가하는 문제점이 발생한다. 따라서, 본 연구에서는 구형입자를 연결하여 강체 막대형 모델을 개발하고 이를 통하여 침상형 입자의 유동의 해석을 시도하였다. 개발되어진 강체 막대형 모델을 Drop-And-Bounce Test를 통하여 검증하였고, 이 모델을 사일로 유동에 적용하여 모델의 확장성을 확인하였다.

## 후 기

“본 연구는 금오공과대학교학술연구비에 의하여 연구된 논문임.”

## REFERENCES

1. Lee, Y. C., Shin, G. H., Kwak, T. S., “Deburring Technology of Vacuum Plate for MLCC Lamination Using Magnetic Abrasive Polishing and ELID Process,” Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 14, No. 3, pp. 149-154, 2015.
2. Lee, Y. C., Kim, K. S., Kwak, T. S., Lee, J. R., “An Experimental Study on Magnetic Assisted Polishing of Polycarbonate Plate for Recycling,” Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 12, No. 3, pp. 1-6, 2013.
3. Son, C. B., Ryu, M. H., Kwak, J. S., “Determination of Curvature Radius of Magnetic Tool Using Weighted Magnetic Flux Density in Magnetic Abrasive Polishing,” Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 12, No. 3, pp. 69-75, 2013.
4. Kwak, T. S., Kwak, J. S., “Magnetic Abrasive Polishing Technology with Ceramic Particles,” Journal of the Korean Society for Precision Engineering, Vol. 30, No. 12, pp. 1253-1258, 2013.
5. Cundall, P. A., Strack, O. D. L., “A discrete numerical model for granular assemblies,” Geotechnique, Vol. 29, No. 1, pp. 47-65, 1979.
6. Park, J., “Modelling the Dynamics of Fabric in a Horizontal Drum,” Doctoral dissertation, Purdue University, U.S., 2003.
7. Park, J., Kang, N., “Applications of fiber models based on discrete element method to string vibration,” Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 23, pp. 372-380, 2009.