

# 가상질량과 저주파통과필터에 의한 햅틱 시스템의 안정성 영역에 관한 연구

이 경 노\*

한국교통대학교 기계자동차항공공학부

## A Study for the Effect of a Virtual Mass with a Low-Pass Filter on a Stability of a Haptic System

Kyungno Lee\*

*School of Mechanical, Automotive and Aeronautical Engineering, Korea National University of Transportation,  
50 Daehak-ro, Geomdan-ri, Daesowon-myeon, Chungju-si, Chungbuk 27469, Korea*

*(Received 2017.11.06 / Accepted 2017.11.20)*

**Abstract** : This paper presents the effects of a virtual mass with a low-pass filter on the stability boundary of a virtual spring in the haptic system. In general, a haptic system consists of a haptic device, a sampler, a virtual impedance model and zero-order-hold. The virtual impedance is modeled as a virtual spring and a virtual mass. However the high-frequency noise due to the sampling time and the quantization error of sampled data may be generated when an acceleration is measured to compute the inertia force of the virtual mass. So a low-pass filter is needed to prevent the unstable behavior due to the high-frequency noise. A finite impulse response (FIR) filter is added to the measurement process of the acceleration and the effects on the haptic stability are simulated. According to the virtual mass with the FIR filter and the sampling time, the stability boundary of the virtual spring is analyzed through the simulation. The maximum available stiffness to guarantee the stable behavior is reduced, but simulation results still show that the stability boundary of the haptic system with the virtual mass is larger than that of the haptic system without the virtual mass.

**Key words** : Haptic system (햅틱시스템), stability boundary (안정성 영역), virtual mass (가상질량), low-pass filter (저주파통과필터), virtual impedance model (가상임피던스모델)

### 1. 서 론

가상환경과의 역감적인 상호작용을 위해서 햅틱시스템이 이용된다. 이 시스템은 사용자에게 반력을 전달해주는 장치이기 때문에 과도한 반력의 전달은 사용자에게 위험할 뿐만아니라, 시스템을 불안정하게 만드는 요인이 된다. 따라서 햅틱시스템의 안정성을 유지하기 위해서 사용자에게 전달할 수 있는 반력의 영역을 분석하거나 구성 요소들 사이의 상호관계를

해석하여 이를 가상환경 모델의 임피던스 설계에 반영한다. Colgate<sup>1)</sup>는 햅틱장치의 댐핑상수, 샘플링주기, 가상스프링상수 사이의 관계를 유도했으며, Gil<sup>2)</sup>은 가상댐퍼 추가에 따른 시스템 안정성 조건의 변화를 연구하였다. 그리고 일차홀드를 도입하여 샘플링주기, 햅틱장치의 질량과 댐핑상수, 그리고 가상스프링상수 사이의 관계를 분석하였다.<sup>3-4)</sup> Colonnese<sup>5)</sup>는 가상스프링이 포함되지 않고 가상질량과 저주파통과필터를 포함한 햅틱시스템의 안정성 영역을 분석하였고, Lee<sup>6)</sup>는 가상질량 변화에 따른 가상스프링상수의 안정성 영역 변화에 대한 관계를 시뮬레이션을 통해

\*Corresponding author, E-mail: klee@ut.ac.kr

분석하였다. 그리고 가상 임피던스 모델에 가상 질량을 포함시킴으로써 가상 스프링의 안정성 영역을 매우 크게 향상시킬 수 있음을 보였다.<sup>6)</sup> 그런데 가상질량에 의해 발생하는 반력을 계산하는 과정에는 가속도를 계산하기 위해 측정된 변위 값을 2회 연속 미분해야하는 과정이 필요하다. 그래서 샘플링 시간이 매우 짧으면 샘플링 또는 아날로그-디지털 변환기에 의한 양자화에 의해 변위 값의 변화가 매우 작더라도 매우 큰 반력이 계산될 수 있다. 이는 고주파 잡음의 형태로 발생하며, 시스템을 불안정하게 만드는 요인으로 작용한다. 따라서 저주파통과필터를 변위 값을 미분한 후에 추가하는 것이 필요하다.

본 연구에서는 가상질량이 가상 임피던스에 포함될 때, 이를 실제적으로 구현하기 위해 추가된 저주파통과필터(LPF; LowPass Filter)가 시스템의 안정성 영역에 미치는 영향을 살펴보고자 한다.

## 2. 가상질량과 저주파통과필터가 포함된 햅틱 시스템

가상 임피던스 모델은 Fig. 1과 같이 가상질량(Mw)과 가상스프링(Kw)으로 구성된다고 가정한다. 사용자에 의해 변화된 변위(x)와 측정된 가속도( $\ddot{x}$ )에 의해 사용자에게 전달되는 반력의 크기는 식 (1)과 같다.

$$\text{Reflective force model: } f_r = M_w \ddot{x} + K_w x \quad (1)^{(6)}$$

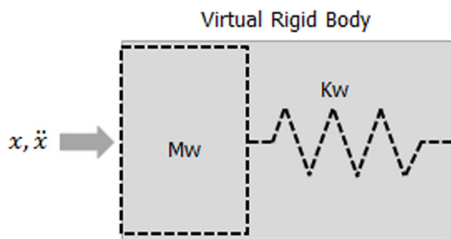


Fig. 1 A virtual rigid body model with a virtual spring and a virtual mass.<sup>(6)</sup>

햅틱장치의 동역학적 모델은 햅틱장치의 질량(Md)와 햅틱장치의 댐핑상수(Bd)를 이용하여 2차 미분방정식으로 모델화된다. 그리고 샘플-홀드 방식은 영차홀드(ZOH)을 이용하며, 그 관련식은 (2)와 같다. 저주파통과필터(LPF: lowpass filter)는 매우 다양한 방식으로 설계될 수 있으며, 설계된 저주파통과필터

의 필터 특성에 따라 가상스프링의 안정성 영역은 달라질 것이다. 그래서 본 논문에서는 가장 간단하고 대표적인 저주파통과의 성격을 갖는 유한임펄스응답필터(FIR; Finite Impulse Response Filter)를 사용하며, 그 관련 식은 (3)과 같다. 식 (3)은 2개 측정값의 이동평균을 이용한 디지털 필터모델이다.

유한임펄스응답필터의 특성을 살펴보기 위한 시뮬레이션 환경 모델은 Fig. 2와 같다. 여기서 Md는 햅틱 장치의 질량, Bd는 햅틱장치의 댐핑상수, Mw는 가상 질량, ZOH는 영차홀드, LPF는 저주파통과필터,  $f_h(t)$ 는 사용자의 작용힘,  $f(t)$ 는 가상환경모델로터 전달되는 반력,  $x(t)$ 는 햅틱장치의 변위, T는 샘플링주기이다. 유한임펄스응답필터(FIR)의 특성을 살펴보기 위해서 Fig. 3(a)와 같이 시뮬레이션 환경을 구성하고, 이 모델에 Fig. 3(b)와 같이 25Hz sine 파형을 입력하고, 100Hz로 샘플링(T)하여 유한임펄스응답필터를 통한 시킨 결과가 Fig. 3(c)이다. 입력주파수가 샘플링주파수의 0.25배 관계일 때는 출력신호가 입력신호 진폭의 0.5 배로 필터링된다.

$$\text{ZOH model: } G_{h0}(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \quad (2)^{(6)}$$

$$\text{Lowpass FIR digital filter: } H_0(z) = \frac{1 + z^{-1}}{2} \quad (3)$$

본 논문에서는 햅틱장치의 물성치인 질량을 0.5kg으로, 댐핑상수를 1.0 Ns/m로 고정하고, 샘플링 주기(T)와 가상질량(Mw) 변화에 따른 가상스프링상수(Kw)의 안정성 영역을 시뮬레이션을 통해 분석한다. 시뮬레이션 과정에서 측정 변위(x)의 값이 시간이 흐름에 따라 더 이상 증가하지 않을 때를 햅틱 시스템이 안정한 상태로 정의하며, 이 조건에서 가장 큰 가상스

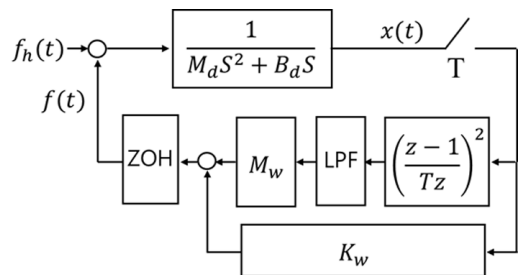


Fig. 2 Block diagram of haptic system including a virtual mass (Mw) with a low-pass filter (LPF) and a virtual spring (Kw).

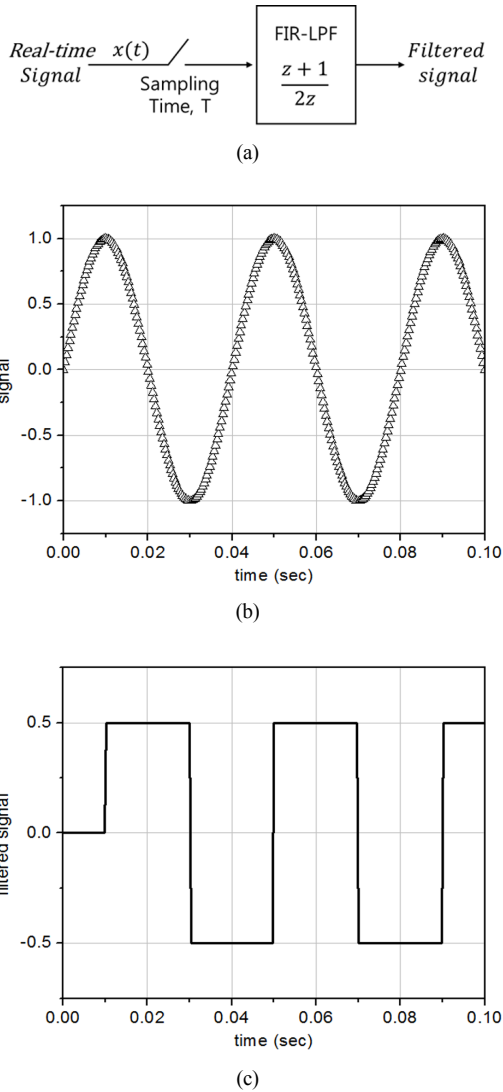


Fig. 3 An example of the effect of FIR Low-pass filter. The amplitude of output signal is reduced as half as that of Input signal.

프링 상수 (Kw) 값이 안정적인 가상 스프링 영역의 최대값이 된다.

### 3. 저주파통과필터가 포함된 가상질량과 샘플링 주기 변화에 따른 가상 스프링의 안정성 영역 분석

샘플링 주기 1ms를 기준으로 가상 임피던스의 가상질량 크기변화에 따른 가상스프링 상수의 안정성

영역 변화를 시뮬레이션을 통해 분석하였고, 그 결과가 Table 1과 Fig. 4이다. Fig. 4는 햅틱 장치의 물성치과 시뮬레이션 환경이 동일한 상태에서 필터가 없는 경우<sup>(6)</sup>와 유한임펄스응답-저주파통과필터가 포함된

Table 1 Max. stiffness of a virtual spring (Kw) according to a virtual mass with FIR low-pass filter when sampling time(Ts)=1 ms, Md=0.5 kg, Bd=1.0 Ns/m and ZOH.

Sampling time (sec)	Mw (kg)	Kw (N/m)	Ratio
0.001	0	2000	1
	0.01	2170	1.09
	0.02	2362	1.18
	0.03	2583	1.29
	0.04	2838	1.42
	0.05	3136	1.57
	0.06	3489	1.74
	0.07	3914	1.96
	0.08	4435	2.22
	0.09	5088	2.54
	0.1	5931	2.97
	0.2	198616	99.31
	0.3	463612	231.81
	0.4	535004	267.50
	0.5	518092	259.05
	0.6	454104	227.05
	0.7	362199	181.10
	0.8	252501	126.25
	0.9	130860	65.43
	1	889	0.44
1.0006	1	-	

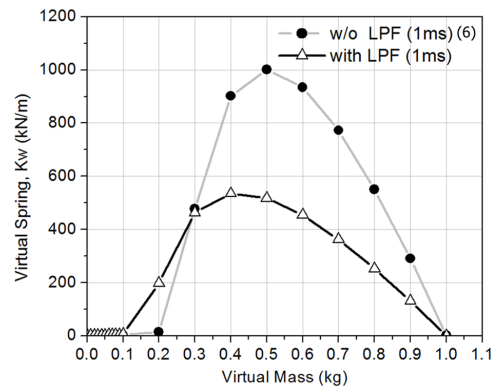


Fig. 4 Max. available stiffness of the virtual spring (Kw) according to the virtual mass, where Ts=1 ms, Md=0.5 kg, Bd=1.0 Ns/m, data hold type=ZOH.

경우에 대한 안정적인 가상 스프링 상수의 영역 변화를 비교한 결과이다.

가상질량 ( $M_w$ )가 커짐에 따라 안정적인 가상스프링 상수 ( $K_w$ )의 최대값도 점차 커지는 것을 알 수 있다. 가상 질량이 '0'인 경우를 기준으로 가상질량이 커짐에 따라 안정성 영역의 증가 비율을 살펴보면, 가상질량이 0.4일 때 최대 260배정도 커진다. 유한임펄스 응답 (FIR) 필터가 없는 경우에는 가상질량이 0.5일 때 최대값 1001335 N/m를 갖는다.<sup>(6)</sup> 이와 비교하면 가상 스프링의 안정성 영역이 최대가 되는 가상질량의 값이 0.5kg에서 0.4kg으로 변화였으며, 최대값 기준으로 약 0.53배 감소하였다.

샘플링주기 변화에 따른 안정성 영역 변화를 살펴 보기 위해서 샘플링 주기를 5ms, 10ms로 증가시킨 후, 가상질량 변화에 따른 가상스프링 상수의 안정성 영역을 시뮬레이션을 통해 분석한 것이 각각 Table 2와 Fig. 5, 그리고 Table 3와 Fig. 6이다. 이때 햅틱장치의

Table 2 Max. stiffness of a virtual spring ( $K_w$ ) according to a virtual mass with FIR low-pass filter when sampling time( $T_s$ )=5 ms,  $M_d$ =0.5 kg,  $B_d$ =1.0 Ns/m and ZOH.

Sampling time (sec)	$M_w$ (kg)	$K_w$ (N/m)	Ratio
0.005	0	400	1.00
	0.01	434	1.09
	0.02	471	1.18
	0.03	514	1.29
	0.04	564	1.41
	0.05	622	1.56
	0.06	689	1.72
	0.07	770	1.93
	0.08	867	2.17
	0.09	986	2.47
	0.1	1136	2.84
	0.2	9281	23.20
	0.3	18864	47.16
	0.4	21570	53.93
	0.5	20854	52.14
	0.6	18284	45.71
	0.7	14609	36.52
0.8	10227	25.57	
0.9	5369	13.42	
1	178	0.45	
1.003	1	-	

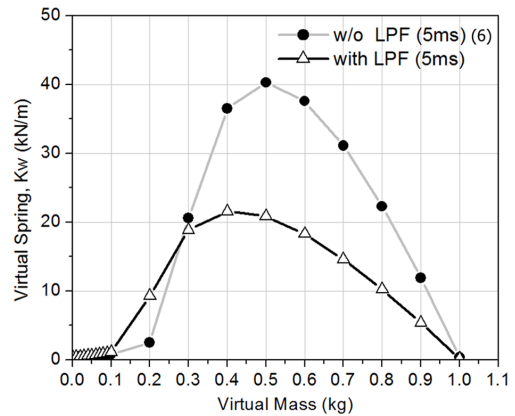


Fig. 5 Max. available stiffness of the virtual spring ( $K_w$ ) according to the virtual mass, where  $T_s$ =5 ms,  $M_d$ =0.5 kg,  $B_d$ =1.0 Ns/m, data hold type=ZOH.

물성치는 Table 1과 Fig. 4의 시뮬레이션 환경과 동일하다.

Table 3 Max. stiffness of a virtual spring ( $K_w$ ) according to a virtual mass with FIR low-pass filter when sampling time( $T_s$ )=10 ms,  $M_d$ =0.5 kg,  $B_d$ =1.0 Ns/m and ZOH.

Sampling time (sec)	$M_w$ (kg)	$K_w$ (N/m)	Ratio
0.01	0	200	1
	0.01	217	1.09
	0.02	235	1.18
	0.03	256	1.28
	0.04	280	1.40
	0.05	307	1.54
	0.06	340	1.70
	0.07	377	1.89
	0.08	422	2.11
	0.09	476	2.38
	0.1	542	2.71
	0.2	2633	13.17
	0.3	4812	24.06
	0.4	5445	27.23
	0.5	5254	26.27
	0.6	4609	23.05
	0.7	3690	18.45
0.8	2597	12.99	
0.9	1384	6.92	
1	89	0.45	
1.006	1	-	

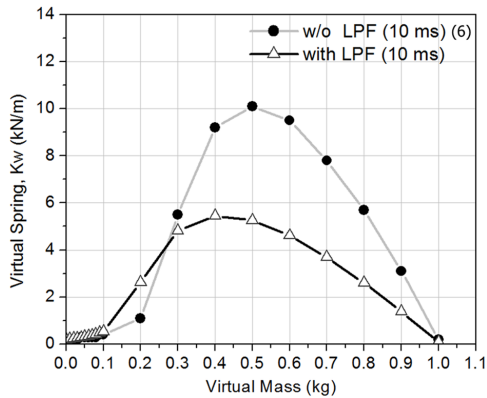


Fig. 6 Max. available stiffness of the virtual spring (Kw) according to the virtual mass, where Ts=10 ms, Md=0.5 kg, Bd=1.0 Ns/m, data hold type=ZOH.

샘플링주기가 5ms, 10ms로 증가한 경우에도 가상 질량이 0.4kg일 때 햅틱 시스템의 안정성 영역이 최대가 되었으나, 그 값의 크기는 샘플링주기가 1ms인 경

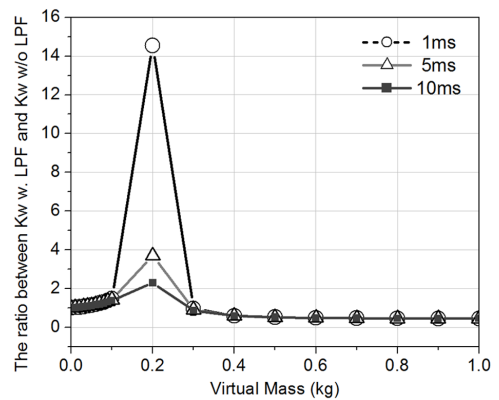


Fig. 7 The ratio between max. available stiffness of the virtual spring (Kw) with LPF and that of the virtual spring without LPF, where Md=0.5 kg, Bd=1.0 Ns/m, data hold type=ZOH.

Table 4 Relative ratio of Max. virtual spring (Kw) to the max. stable boundary of the virtual spring without the virtual mass, according to the sampling time and the virtual mass.

Mw (kg)	$\frac{Kw_{FIRFilter}}{Kw_{NoFilter}}$ @Ts=1ms	$\frac{Kw_{FIRFilter}}{Kw_{NoFilter}}$ @Ts=5ms	$\frac{Kw_{FIRFilter}}{Kw_{NoFilter}}$ @Ts=10ms
0.0	1.00	1.00	1.00
0.01	1.02	1.02	1.02
0.02	1.04	1.04	1.04
0.03	1.07	1.07	1.07
0.04	1.10	1.10	1.09
0.05	1.14	1.14	1.12
0.06	1.18	1.17	1.16
0.07	1.24	1.22	1.20
0.08	1.30	1.28	1.25
0.09	1.38	1.35	1.31
0.1	1.49	1.43	1.38
0.2	14.54	3.70	2.30
0.3	0.97	0.92	0.87
0.4	0.59	0.59	0.59
0.5	0.52	0.52	0.52
0.6	0.49	0.49	0.49
0.7	0.47	0.47	0.47
0.8	0.46	0.46	0.46
0.9	0.45	0.45	0.45
1.0	0.45	0.45	0.46

우에 비해 약 0.04배, 약 0.01배 각각 감소하였다. 샘플링주기가 5ms일 때에는 가상질량이 '0'인 경우를 기준으로 약 54배 커질 수 있으며, 샘플링주기가 10ms일 때에는 가상질량이 '0'인 경우를 기준으로 약 28배 커질 수 있다.

저주파통과필터가 없는 경우와 유한임펄스응답 (FIR) 저주파통과필터가 포함된 경우에 대하여 동일한 가상질량(Mw)에 대한 샘플링주기별 비율을 나타낸 것이 Table 4와 Fig. 7이다.

Table 4와 Fig. 7을 살펴보면, 샘플링주기에 관계없이 가상질량의 증가에 따라 유사한 비율로 가상 스프링의 안정성 영역이 변한다. 유한임펄스응답-저주파통과필터를 추가한 경우의 안정성 영역은, 가상질량이 0.1kg 이하의 영역에서는 필터가 없는 경우와 비슷하거나 증가하였지만, 가상질량이 0.2kg 이상의 영역에서는 필터가 없는 경우보다 점차 감소되는 추세를 보였다.

#### 4. 결론

기존 연구에서 가상질량이 포함된 가상 임피던스에서 햅틱 시스템의 안정성 영역을 확장할 수 있음을 제시했다.<sup>(6)</sup> 그러나 가상질량에 의한 반력을 계산하는 이중 미분의 과정에서 고주파성분의 잡음이 발생할 수 있으며, 이는 시스템의 불안정을 초래한다. 따라서 유한임펄스응답-저주파통과 필터가 추가되었으며, 이에 따른 햅틱 시스템의 안정성 영역 변화에 대해 분

석하였다.

가상 질량이 포함되지 않은 경우보다 샘플링주기가 1ms인 경우에는 약 270배, 샘플링주기가 5ms인 경우에는 약 54배, 샘플링주기가 10ms인 경우에는 약 28배 햅틱 시스템의 안정성영역이 확대되었다. 그렇지만 저주파통과필터가 없는 경우보다 최대값의 크기는 샘플링주기에 관계없이 약 0.54배 감소되었다. 그리고 샘플링주기에 상관없이 가상 스프링의 안정성 영역이 유사한 경향으로 변화됨을 확인하였다. 이 결과는 가상 임피던스의 강성을 안정적으로 더 크게 구현할 수 있음을 의미한다. 그리고 향후에는 보다 실제적인 활용을 위하여 햅틱 시스템의 안정성 영역과 저주파통과필터 모델과의 상관 관계에 대한 연구를 진행할 것이다.

### Acknowledgement

2017년 한국교통대학교 지원을 받아 수행하였음.

This was supported by Korea National University of Transportation in 2017.

### References

- 1) J. E. Colgate and G. Schenkel, "Passivity of a class of sampled-data systems: Application to Haptic Interfaces," *Journal of Robotic Systems*, vol.14, no. 1, pp.37-47, 1997.
- 2) J. J. Gil, E. Sanchez, T. Hulin, C. Preusche, and G. Hirzinger, "Stability boundary for haptic rendering: influence of damping and delay," *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Roma, Italy, 10-14 April, 2007, pp.124-129.
- 3) K. Lee, "Stability of haptic system with consideration for sample-and-hold methods and properties of haptic device," *Journal of the Korea Academic Industrial cooperation Society*, vol. 14, no. 11, pp. 5338-5343, 2013.
- 4) K. Lee, "Stability analysis of a haptic system with a first-order-hold method," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, vol. 20, no. 4, pp. 389-394, 2014.
- 5) N. Colonnese and A. Okamura, "M-Width: Stability and Accuracy of Haptic Rendering of Virtual Mass," *Robotics: Science and Systems*. Sydney, Australia, July 9-13, 2012.
- 6) K. Lee, "A study on the stability boundary of a virtual spring model with a virtual mass," *Journal of Institute of Convergence Technology*, vol. 20, no. 4, pp. 389-394, 2016.