

# 격자기반 적합 표면입자법을 이용한 자유표면유동 수치해석

신영섭  
한라대학교

## Numerical Analysis of Free Surface Flows Using Adaptable Surface Particle Method based on Grid System

Young-Seop Shin  
Halla University

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

In this study, the surface marker method, one of the particle tracking methods, used to track the free surface is extended to cover the more general cases easily including the collision and separation of the free surface. In surface particle method to redistribute particles effectively using the grid system, the free surface is composed of the sum of quadrilaterals having four curves where fixed markers are placed at ends of each curve. Fixed markers are used to know how curves are connected to each other. The position of fixed markers can move as the free surface deforms but all fixed markers cannot be deleted during all time of simulation to keep informations of curve connection. In the case of the collision or separation of the free surface where several curves can be intersected disorderly, severe difficulties can occur to define newly states of curve connection. In this study, the adaptable surface particle method without fixed markers is introduced. Intersection markers instead of the fixed markers are used to define quadrilaterals. The position of the intersection markers is defined to be the intersection point between the free surface and the edge of the grid and it can be added or deleted during the time of simulation to allow more flexibilities. To verify numerical schemes, two flow cases are simulated and the numerical results are compared with other's one and shown to be valid.

**Keywords** : Free surface(자유표면), Particle tracking method(입자 추적법), Surface marker method(표면 입자법)

### 1. 서론

자유표면 수치해석법은 VOF(Volume of Fraction) 및 LS(level set) 방법과 같은 오일러 관점에서의 자유표면 포착법(capturing method)과 MAC(marker and cell) 또는 SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)와 같은 라그랑제 관점에서의 자유표면 추적법(tracking method)으로 구분된다.

자유표면 포착법은 VOF에서는 체적비 LS에서는 자유표면에서의 거리와 같은 새로운 물리량을 도입하고 시간 진행에 따른 도입된 물리량의 변화 과정으로부터 새로운 자유표면을 찾는 방법이다. VOF에서는 인접한 격자(cell) 사이의 질량 이동(mass flux)으로 새로운 자유표면을 추적하므로 질량 보존이라는 관점에서 좋은 결과를 주는 것으로 알려져 있으나 질량 이동시 수치

안정화를 위한 상류 차분 방법에 따라 계산 영역 내에 비현실적인 작은 유체 방울(flotsam)이 발생하고 상호 결합하는 문제가 지적된 바 있다 (LaFaurie, et al., 1994). LS에서는 자유표면에서의 거리라는 물리량의 시간 진행에 따른 변화로부터 자유표면의 형상을 파악하는데 이 과정에 질량보존 조건이 적용되지 않으므로 이를 보완하기 위하여 고차의 ENO(Essentially Non Oscillatory) 방법을 이용하는 것이 일반적인 방법으로 알려져 있다 (Bryson & Levy, 2003). 한편 시간 진행에 따라 영역내 거리 함수를 유지하기 위하여 거리 초기화 과정을 하게 되는데 여기에서도 수치 감쇄(numerical diffusion)가 발생하고 이를 개선하려는 노력이 시도된 바 있다 (Peng, et al., 1999).

MAC (Harlow & Welch, 1965) 또는 SPH (Monaghan, 1994)와 같은 자유표면 추적법은 영역 내에 입자(particle)를 위치하고

입자의 시간 전진에 따른 위치 변화로 자유표면의 형상을 추적하는데 질량보존 및 급격한 형상 변화를 잘 추적할 수 있음을 보여준 바 있으나 입자 사이의 연결 정보를 이용하는 MAC 방식의 입자법에서는 유체의 충돌 같이 형상의 급격한 변화가 발생하는 경우에는 입자간 새로운 연결 방법에 대한 어려움이 발생하며 SPH 방법에서는 시간 진행에 따른 입자들의 확산 또는 집중으로 인한 입자의 재배치 문제가 발생한다. 한편 MPS(Moving Particle Semi-implicit)에서는 입자 밀도(particle number density)의 변화 및 체적의 변화량을 완화계수로 구성한 후 압력포아손 방정식의 강제항으로 사용하여 입자의 확산/집중을 개선 (Tanaka, et al., 2010)하였는데 압력의 고차 진동을 방지하기 위한 적절한 완화계수의 선정이 중요한 요소임을 보여준 바 있다.

최근 자유표면 포착법과 추적법을 동시에 사용하여 자유표면을 보다 정밀하게 추적하려는 시도가 발표된 바 있다. 입자추적법과 VOF 방법의 연결 (Aulisa, et al., 2003) 또는 LS 방법과의 연결 (Inaiello & Di Mascio, 2010)에서와 같이 각각의 장점을 살려 질량 보존 및 급격한 형상 변화를 보다 정밀하게 수치해석할 수 있음을 보여준 바 있다.

본 연구에서는 자유표면 추적법과 격자 구조를 이용하는 포착법의 장점을 살려 자유표면의 형상을 추적하고자 한다. 자유표면 추적법으로서 격자 구조를 이용하여 입자 재배치를 시도한 격자 기반 입자추적법 (Leung & Zhao, 2009) 및 개선된 입자 추적법 (Petras & Ruuth, 2016)에서와 같이 SPH를 이용하면서도 보다 적은 수의 입자로 자유표면의 형상 변화를 수치해석한 결과가 제시된 바 있으나 SPH에 비해 보다 작은 수의 입자를 사용하면서 입자와 격자계의 연결 (Aulisa, et al., 2004)을 시도한 SM(Surface Marker) 방법에 주목하였다. SM 방법에서는 자유표면을 4개의 곡선으로 이루어진 작은 사각형 조각들의 합으로 표현하였는데 각각의 사각형은 고정 입자(fixed marker)를 사각형의 절점으로 하였고 고정 입자 사이에 격자면(cell face)이 존재 시 곡선과 격자면과의 교차점인 교차점 입자(intersection marker)와 질량 보존을 위하여 추가시킨 면적 보존 입자(area conservation marker)를 배치하여 각각의 곡선을 표현하였다. 모든 입자는 시간 진행에 따라 라그랑제 방식으로 이동하게 되는데 고정 입자 사이에 위치한 교차점 입자와 면적 보존 입자는 자유표면 형상 변화에 따라 추가되거나 제거되는 재배치 방법을 이용하였다. 자유표면 형상의 변화에 따라 매시간 단계에서 격자 구조를 이용하여 입자를 재배치함으로써 입자의 확산, 집중을 방지한다는 점에서 매우 효율적인 방법이나 각각의 사각형 조각들은 고정 입자를 이용하여 상호 연결 상태를 정의함으로써 입자 추적법의 가장 큰 단점인 유체간 충돌 및 유체의 분리가 발생하는 급격한 유동이 발생하는 경우 새로운 연결 상태 설정에 어려움이 발생한다.

본 연구에서는 SM 방법에서와 같이 자유표면을 삼각형 또는 사각형 조각들의 합으로 표현하였는데 각각의 삼각형 및 사각형의 절점은 고정 입자가 아닌 자유표면 형상 변화에 따라 추가되거나 제거될 수 있는 교차점 입자로 처리하였다. 교차점 입자는 격자와 자유표면과의 교차점으로 정의되므로 각각의 조각들의

연결 상태에 대한 정보가 없어도 구할 수 있음을 의미하며 자유표면의 충돌 및 분리 과정시 새로운 연결 정보 설정이 불필요함을 의미한다. 본 연구에서 제시한 방법의 검증을 위하여 수치 결과 및 실험 결과가 알려져 있는 자유표면파 문제를 수치해석하였고 비교하였는데 자유표면 형상 변화를 잘 추적하고 있음을 확인할 수 있었다.

## 2. 지배방정식

비압축성 유동을 가정하면 무차원화된 연속방정식 및 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{R} \nabla^2 u \tag{2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{R} \nabla^2 v$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{R} \nabla^2 w + \frac{1}{F_n^2}$$

여기서, 속도 (u,v,w)는 특성속도 U로 (x,y,z)는 특성길이 L로 t는 L/U로 p는  $\rho U^2$ 로 무차원화 되었고, R은  $UL/\nu$ 로  $F_n$ 은  $U/(g L)^{1/2}$ 을 의미하며  $\nu$ 는 유체의 동점성계수 g는 중력가속도를 의미한다. 자유표면 상에는 대기압 조건을 사용하였고 이산화 과정에서 차분 방법은 FDM 및 FVM 방법을 혼용하여 사용하였으며 확산항은 중심 차분법을 대류항은 상류차분법을 이용하였다. 한편 시간 전진은 Runge-Kutta 방법을 사용하였다.

## 3. 적합 표면입자 추적법

SM 방법에서는 Fig. 1에서와 같이 자유표면을 2차원 경우에는 곡선 조각들의 합으로 3차원 경우에는 4개의 곡선으로 이루어진 사각형들의 집합으로 표현하였다. 각각의 곡선 및 사각형은 Fig. 1에서와 같이 □ 기호로 도시한 고정 입자를 곡선 및 사각형의 절점으로 구분하였다. Fig. 1에서와 같이 고정 입자 사이에 격자면(face of cell)이 존재하는 경우에는 격자면과의 교차점을 ▷ 기호로 도시한 교차점 입자를 곡선 내에 추가하였다. 한편 x 기호로 도시한 면적 보존 입자를 곡선 내에 배치함으로써 질량 보존을 만족시키는 자유표면 형상이 이루어지도록 하였다.

모든 입자는 시간 진행에 따라 입자의 속도를 이용하여 라그랑제 방식으로 새로운 위치로 이동하게 되는데 고정입자는 곡선 및 사각형들의 연결 상태를 파악하기 위하여 사용되는 입자로 시간 진행에 따라 새로이 추가되거나 제거되지 않는 입자이다. 고정 입자 사이에 위치하게 되는 교차점 입자와 면적 보존 입자는

시간 진행에 따라 변화하는 곡선에 따라 교차점의 위치 변화가 발생하거나 체적의 변화가 발생시 새로이 추가되거나 제거될 수 있는 입자를 의미한다. 시간 진행에 따른 자유표면 형상 변화에 따라 입자 재배치 과정에서 격자 구조를 이용함으로써 입자의 확산 및 집종을 격자 사이즈 정도로 유지한다는 점에서 매우 효율적인 방법이며 SPH에 비해 보다 작은 수의 입자를 사용하면서 자유표면 형상 변화를 추적할 수 있는 방법이다. 그러나 고정입자 방식의 입자추적법은 자유표면의 충돌 또는 분리 과정이 발생하는 경우 일반화된 알고리즘 개발이 매우 어렵다는 단점을 갖고 있다. Fig. 2에는 각각 □ 및 ◇ 기호로 표시한 고정입자로 구성된 2개의 자유표면이 충돌하는 경우를 도시하였는데 Fig. 2에서와 같이 자유표면의 충돌 이후에는 자유표면의 연결 방식이 2개의 자유표면이 상호 혼합된 형태로 새롭게 구성되어야 함을 알 수 있으며 3차원 경우에는 보다 복잡한 양상으로 나타나게 되어 자유표면을 구성하는 곡선 또는 사각형들의 상호 연결 상태를 구성하기가 매우 어렵게 된다.

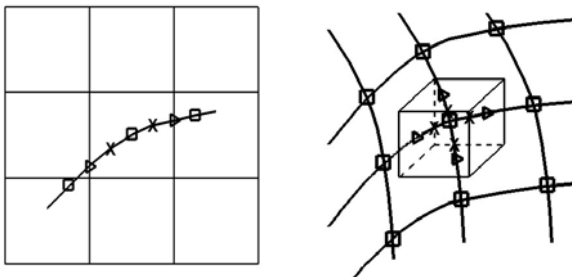


Fig. 1 Surface markers in 2D and 3D

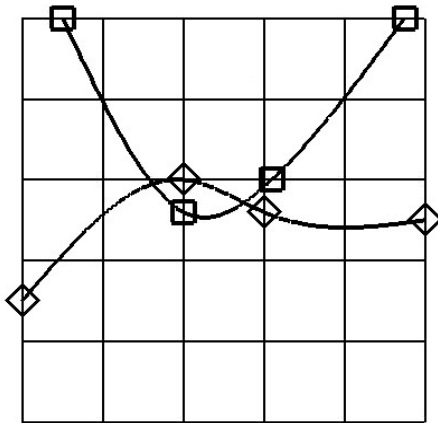


Fig. 2 Collision of surfaces in 2D

본 연구에서는 고정점 입자 방식의 입자추적법에서 발생하는 입자간 연결 상태 구성에서의 문제를 해결하고자 고정점 입자를 사용하지 않는 입자추적법을 시도하였다. 자유표면 구성은 SM 방법에서와 같이 격자 구조를 이용하여 2차원 경우에는 직선 3차원 경우에는 삼각형 또는 사각형 조각들의 합으로 표현하였는데 각각의 조각들의 절점은 고정 입자가 아닌 교차점 입자로 구성하였다. 즉 시간 진행에 따라 새로이 추가 또는 제거될 수 있

는 입자로 구성하였음을 의미한다. SM 방법에서는 3차원 경우 4개의 곡선으로 구성된 사각형을 고려하여 곡선과 격자면의 교차점을 교차점 입자로 정의하였으나 본 연구에서는 각각의 삼각형 또는 사각형 조각을 곡선의 연결이 아닌 표면(surface)으로 처리한 후 교차점은 삼각형 또는 사각형 표면과 격자선(edge of cell)의 교점으로 정의하였다. 따라서 생성된 모든 교차점 입자는 격자선 상에 존재하게 되며 각각의 조각들의 연결 상태는 고정점 입자 없이 격자선 상에 존재하는 교차점 입자로 판단할 수 있도록 하였다.

2차원인 경우 Fig. 3의 왼쪽에서와 같이 2개의 직선으로 구성된 자유표면이 주어진 경우 격자선 상에 위치한 교차점 입자를 ▷ 기호로 표시하여 오른쪽에 도시하였다. 3차원인 경우에는 Fig. 4의 왼쪽에서와 같이 2개의 사각형 조각이 주어진 경우 격자선 상에 존재하는 교차점 입자를 같은 방법으로 오른쪽에 도시하였다.

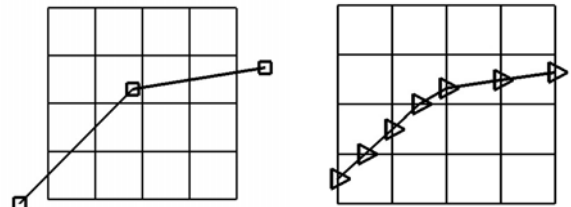


Fig. 3 Intersection markers on edge in 2D

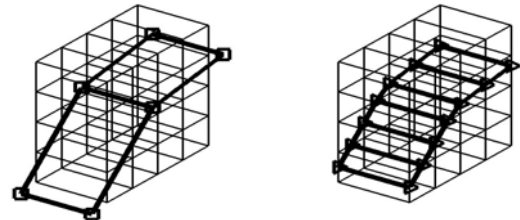


Fig. 4 Intersection markers on edge in 3D

2차원 경우 Fig. 3의 오른쪽에서와 같이 새로 구성된 자유표면은 격자선 상의 교점으로 이루어진 직선들의 집합으로 구성되며 자유표면 형상 변화에 따라 격자선 상의 교점은 매시간 단계에서 변화하게 되며 추가 또는 제거 될 수 있는 교차점 입자로 구성되어 있다. 한편 3차원 경우에는 Fig. 4의 오른쪽에서와 같이 교차점 입자를 각각의 격자내에서 시계방향 또는 반시계방향으로 연결하면 4개의 교차점 입자를 절점으로 하는 격자 내에 포함된 사각형 평면을 구성할 수 있으며 전체 자유표면은 이러한 각각의 격자 내에 포함된 사각형 평면들의 합으로 구성된다. 이러한 자유표면 구성 방법에 대해서는 4. 격자점 상태 및 교차점 입자에서 기술하였다.

Fig. 3 및 4에서와 같이 교차점으로 이루어진 자유표면 형상에 따라 전체 격자는 자유표면을 포함하는 경계셀 격자를 기준으로 공기영역과 유체영역 격자로 구분할 수 있다. 본 연구에서는 단상류로 처리하여 유체영역의 유동을 수치해석하였다. 경계셀 격자에 인접한 공기영역 격자에 압력 경계조건을 부여하였으며 경계셀 격자에 존재하는 자유표면 위치에서 대기압이 되도록 압

력값을 외삽하였다. 식 (1)의 연속방정식을 만족시키는 압력 포아손 방정식으로부터 압력을 구하게 되며 식 (2)로부터 다음 시간 단계의 속도를 구할 수 있다. 엇갈림격자(staggered grid)를 사용하여 격자면 중심에서의 속도가 계산되는데 교차점 및 공기 영역에서의 속도는 인접한 경계셀의 속도로부터 내삽 또는 외삽한 값을 사용하였다. 교차점에서의 속도로부터 다음 시간 단계에서의 교차점 위치는 식 (3)과 같이 n 시간 단계에서 교차점 입자의 속도를 이용하여 n + 1 시간 단계에서의 새로운 위치를 구하게 되고 새롭게 변화된 자유표면 형상으로부터 Fig. 3 및 4에서와 같이 새로운 교차점 격자를 구하여 n + 1 시간 단계에서의 자유표면 형상을 격자내 사각형의 집합으로 재구성하는 방법이다. 여기서 벡터  $x_F$ 는 교차점 입자의 위치  $V_F$ 는 교차점 입자의 속도를 의미한다.

$$\frac{dx_F}{dt} = \vec{V}_F \quad (3)$$

시간 경과에 따라 입자가 확산 또는 집중되는 것을 방지하기 위하여 입자 재배치시 SM 방법에서와 같이 격자 구조를 이용하면서 모든 입자는 자유표면 형상 변화에 따라 추가 또는 제거 될 수 있는 교차점 입자로 구성함으로써 2차원에서는 각각의 직선 3차원 경우에는 각각의 사각형 평면 조각들의 상호 연결 상태에 대한 정보 없이 독립적으로 생성 및 제거가 가능함을 의미한다. 고정점 입자 방식의 입자추적법에서 처리하기 어려운 자유표면의 충돌 또는 분리 과정을 보다 용이하게 수치해석할 수 있음을 의미한다.

### 4. 격자점 상태 및 교차점 입자

Fig. 5(a)와 같이 2개의 직선으로 구성된 자유표면이 주어진 경우 각 격자점에서의 상태(state of node)를 공기상태(state of air) 및 유체상태(state of fluid)로 정의하여 Fig. 5(b)에 각각 ○과 ● 기호로 도시하였다. 격자점의 상태  $\phi$ 는 LS 방법에서의 레벨 값과 같은 의미인데 식 (4)에서와 같이 격자점에서 자유표면까지의 수직거리로 정의하였고  $\phi$ 의 값이 양수인 경우 공기상태 음수인 경우 유체 상태로 정의하였다.

$$\phi = (\vec{x}_N - \vec{x}_F) \cdot \vec{n}_F \quad (4)$$

여기서 벡터  $x_N$ 은 격자점의 위치이며  $x_F$ 는 격자점에서 자유표면까지의 수직방향 교차점의 위치이고  $n_F$ 는 자유표면의 법선 벡터를 의미하는데 법선 벡터의 방향은 유체 영역에서 공기 영역으로의 방향을 택하였다. Fig. 5(c)에는 자유표면에서 격자점까지의 수직 거리를  $\phi$ 의 부호에 따라 벡터로 도시하였다. 결정된 격자점 상태에 따라 교차점 입자는 격자점의 상태가 바뀌는 격자선 상에 존재하는 것으로 정의하여 Fig. 5(d)에 ▷ 기호로 도시하였다. Fig. 5(d)에서와 같이 새로이 생성된 자유표면은 각각의 교

차점 격자를 절점으로 하는 직선들의 집합으로 이루어지며 각각의 직선은 교차점 입자로 구분되어 각각의 격자 내에 포함되는 것을 알 수 있다. 새롭게 생성된 교차점 입자를 이용하면 각각의 직선들의 법선 벡터를 구할 수 있으며 이를 Fig. 5(d)에 도시하였다. 이 과정에서 고정점 입자와 같은 자유표면을 구성하는 직선들의 연결 정보 없이 Fig. 5(d)와 같은 새로운 자유표면을 구성할 수 있음을 알 수 있다.

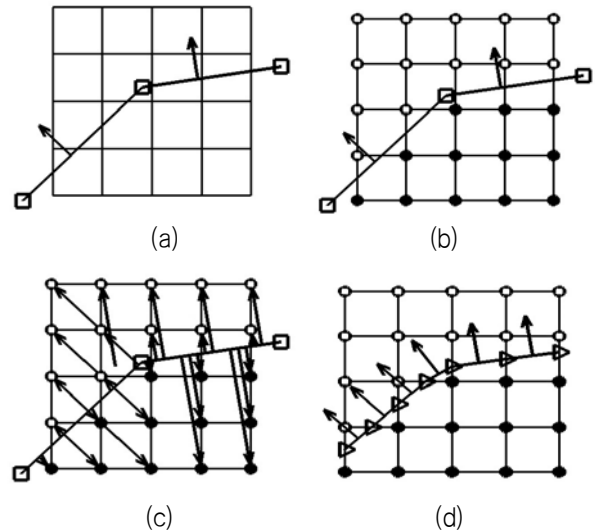


Fig. 5 State of nodes

식 (4)와 같이 격자점의 상태를 결정하는 방법은 먼저 격자점에서 가장 가까운 교차점 입자를 찾고 Fig. 6에서와 같이 입자를 포함하는 자유표면 조각들로부터 최적의 자유표면 조각을 선택한다. Fig. 6의 왼쪽에는 격자점을 + 기호로 도시하였고 가장 가까운 입자에 4개의 삼각형 조각이 연결된 형상을 도시하였다. 4개의 삼각형 조각을 평균 법선 벡터 방향으로 투영한 국부 좌표계에서 격자점과 4개의 자유표면 조각을 도시하면 Fig. 6의 오른쪽과 같으며 이로부터 격자점을 포함하는 최적의 자유표면 조각을 찾을 수 있다.

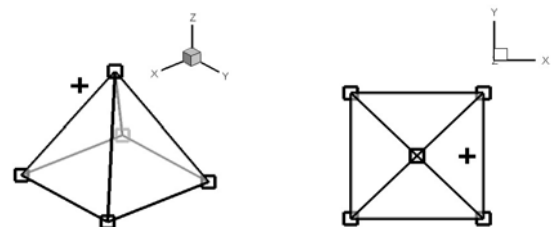


Fig. 6 Nearest intersection marker

3차원 격자인 경우 Fig. 7 왼쪽에 □ 기호로 도시한 사각형의 자유표면 조각이 주어진 경우 사면체 및 육면체 격자와의 교차점 입자를 ▷로 도시하였는데 격자선 상에 위치한 교차점 입자를 시계 방향 또는 반시계 방향으로 연결하면 격자 내에 삼각형 또는 사각형의 단면을 구성하게 된다. 3차원 경우 격자 및 자유표면의 형상에 따라 격자 내부에 삼각형 또는 사각형의 단면이 형성된다.

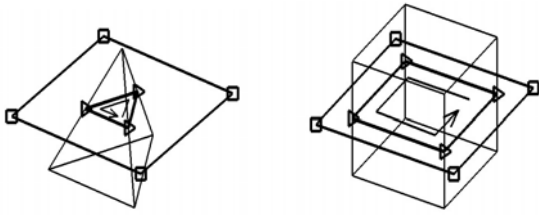


Fig. 7 Intersection markers in 3D

Fig. 8에는 3개의 직선으로 구성된 자유표면의 입자를 □ 기호로 도시하였고 주어진 자유표면으로부터 새롭게 구성된 교차점 입자를 ▷ 기호로 도시하였는데 Fig. 8의 왼쪽 그림에서와 같이 체적비(volume of fraction) 차이가 발생하고 있음을 알 수 있다. 격자 내부에 기울기의 변화가 있는 자유표면을 일정한 기울기의 직선으로 표현하는데 따른 차이임을 알 수 있는데 Fig. 8의 오른쪽에서와 같이 격자의 크기를 줄이면 즉 격자수를 증가하면 체적비 차이는 감소하게 됨을 알 수 있다. 한편 실선과 점선으로 표시한 벡터는 주어진 자유표면과 교차점 입자로부터 새로이 계산된 자유표면의 법선 벡터를 의미한다.

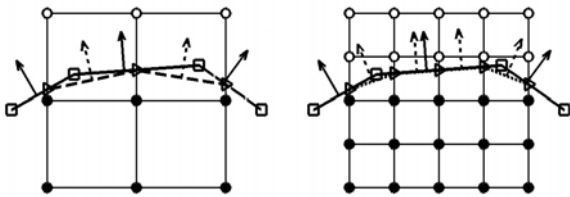


Fig. 8 Volume of fraction

Fig. 9의 왼쪽에는 2개의 자유표면이 충돌하는 경우를 도시하였고 오른쪽에는 교차점 입자로 새로이 구성된 자유표면을 도시하였는데 Fig. 9의 하단에서와 같이 격자수 증가에 따라 체적비 관점에서도 타당한 자유표면 형상을 구성하고 있음을 알 수 있다. 고정점 입자가 없는 교차점 입자로만 구성되어 자유표면의 충돌 경우에도 입자들의 연결 방법을 재구성 하지 않고 쉽게 모사할 수 있음을 알 수 있다.

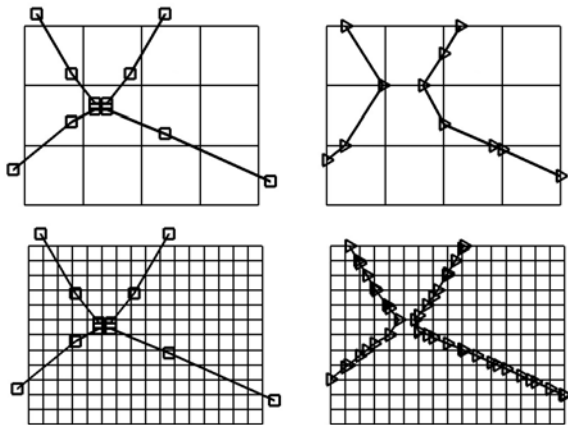


Fig. 9 Collision of free surface

Fig. 10에는 자유표면의 분리 과정을 삼각형 격자 구조하에서 Fig. 9와 같은 방법으로 도시하였는데 격자수 증가에 따라 체적비 관점에서도 비교적 타당한 자유표면 형상을 구성할 수 있음을 알 수 있으며 교차점 상태에 따라 교차점 입자를 구하는 방법이므로 비정렬 격자에서도 사용할 수 있음을 알 수 있다.

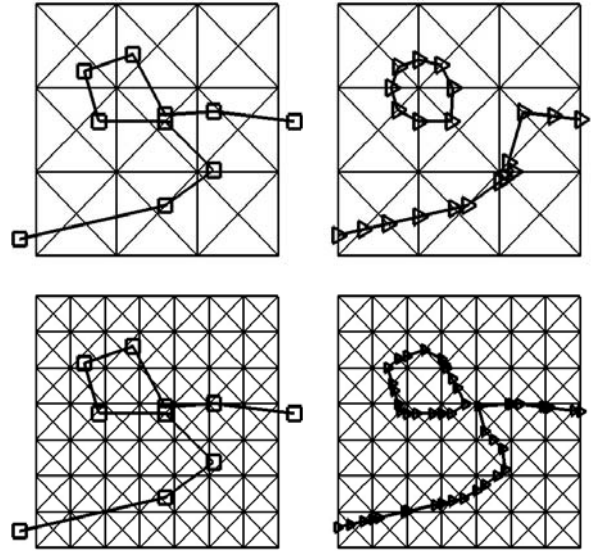


Fig. 10 Separation of free surface

한편 Fig. 2에서와 같이 2개의 자유표면이 충돌한 경우 격자점 상태는 각각의 자유표면에 따라 2개의 서로 다른 상태를 갖을 수 있다. 이러한 경우에는 각각의 자유표면에서의 격자점 상태를 먼저 파악한 후 유체상태로 결정되는 자유표면이 존재하는 경우에는 최종 유체상태로 정의함으로써 자유표면이 충돌하는 경우에도 격자점 상태를 결정할 수 있고 교차점을 구할 수 있다. 한편 각각의 자유표면은 전체적 연결 상태에 대한 정보 없이 최적의 자유표면 조각 주변의 자유표면 조각들이 교차점을 서로 공유하는가에 따라 서로 다른 2개의 자유표면으로 구분할 수 있다.

## 5. 자유표면 수치해석

이상의 방법을 검증하기 위하여 실험 결과가 알려져 있는 댐 붕괴 문제에 대하여 수치해석하였고 비교하였다. Fig. 11에서와 같이 초기 물이 채워진 높이  $D=1\text{ m}$  이고 폭은  $B=0.5\text{ m}$  이며 계산 영역은  $1.6\text{ m} \times 1.2\text{ m}$  로 선행 연구와 동일한 초기 조건과 계산 영역으로 수치해석하였다. 본 연구에서 시도한 알고리즘의 3차원에서의 확장성을 용이하게 하기 위하여 격자는 Fig. 11(a)에서와 같이 육면체로 이루어진 3차원 격자를 이용하였는데 2차원 유동을 모사하기 위하여  $y$  축 방향으로는 물리량 및 물리량의 미분이 일정하다는 조건으로 수치해석하였다. 한편 Fig. 11(a)에는 2개의 사각형으로 구성된 자유표면 형상이 초기 조건으로 주어진 경우 격자점에서의 상태 결정 및 교차점 입자 계산에 따라 새로이 구성된 자유표면 형상을 Fig. 11(b)에서와 같이 도시하였는데 새로이 구성된 자유표면은 여러 개의 사각형들의 집합으로 이루어져 있다.

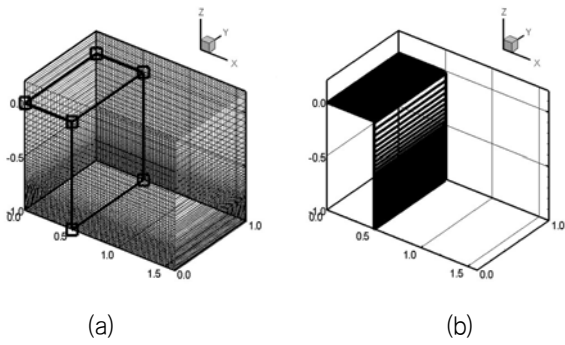


Fig. 11 Grid system and shape of initial free surface

보급형 중형 컴퓨터 Dell T7600을 이용하였으며 시간 간격  $\Delta t=0.001$  sec로 일정하게 하고 높이 방향 격자수  $N_z$ 와 길이 방향 격자수  $N_x$ 를 Table 1에서와 같이 변화시키면서 수치해석하였고 매 시간 단계에서 자유표면 처리 소요시간과 전체 소요시간을 나타내었는데 전체 소요시간의 15% 미만을 차지하고 있음을 알 수 있다. 격자수 변화에 따른 수치해석 결과를 Fig. 12에 실험 결과 (Ramaswamy, et al., 1987)와 함께 도시하였는데 격자수 증가에 따라 실험 결과에 근접해 가는 것을 확인할 수 있다. Fig. 13에는 격자수 120x160인 경우 시간 진행에 따른 자유표면 형상의 변화를 일정 시간 간격으로 도시하였다. 한편  $L$ 은 시간 진행에 따른 물의 흘러간 거리를 의미한다. Fig. 14에는 격자수 변화에 따라 시간 전진에 따른 체적 변화율을 도시하였는데 도시한 바와 같이 격자수 증가에 따라 변화율이 감소하고 있으며 120x160 경우 0.01% 정도임을 알 수 있고 매우 작은 체적 감소가 나타남을 알 수 있다. 한편 체적 감소가 누적되는 것을 방지하기 위하여 수치해석 과정에서는 일정 시간 간격으로 자유표면을 법선방향으로 미소 이동하는 방법으로 체적 변화에 대한 보정을 하여 수치해석하였다.

Table 1 Computing time per time step

$N_z \times N_x$	Computing time for freesurface analysis(s)	Total computing time(s)
30 x 40	0.4	2.6
60 x 80	1.1	9.0
120 x 160	3.4	31.7

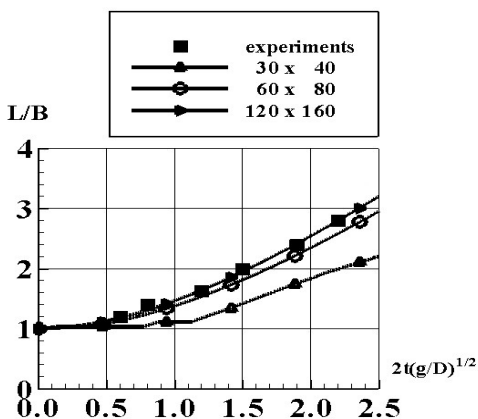


Fig. 12 Movement of front face

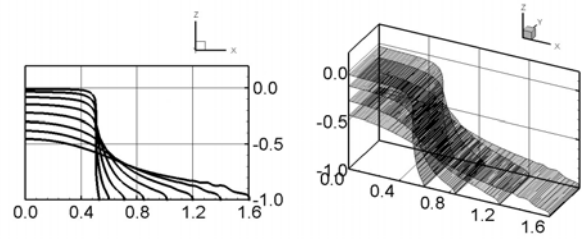


Fig. 13 Free surface deformations

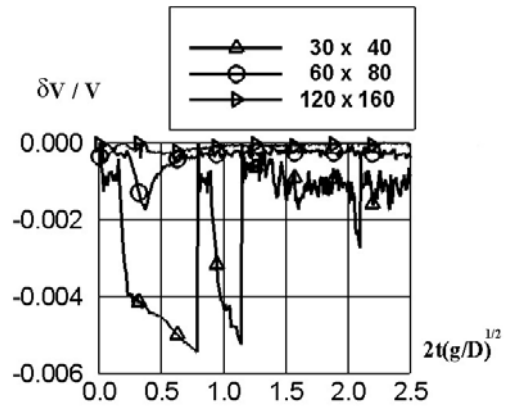


Fig. 14 Amount of volume variation

유체간 충돌과 같은 보다 급격한 유동에 대한 응용성 확인을 위하여 실험 결과 (Lobovsky, et al., 2014)가 알려져 있는 댐 붕괴 문제에 대하여 수치해석하였고 결과를 도시하였다. 초기 물이 채워진 높이  $D=0.3$  m 이고 폭은  $B=0.6$  m 이며 영역은  $1.61$  m  $\times$   $0.6$  m로 실험과 동일한 초기 조건과 계산 영역으로 격자는 수직 및 수평 방향으로 60 x 161로 등간격 분할하였고 시간 간격  $\Delta t=0.001$  sec로 하여 수치해석하였다. Fig. 15에는 시간 경과에 따라 좌측 벽면에서 유체가 벽면과의 충돌로 급격하게 상승하는 과정과 이후 상승된 유체가 하부의 유체와 다시 섞여지는 매우 복잡한 유동에 대한 실험 결과를 도시하였다. Fig. 16에는 같은 시간대의 수치해석 결과를 도시하였는데 좌측 벽면에 도달하면서 벽면과 충돌에 따른 급격한 유동 상승과 상승된 유체가 다시 하부의 유체와 섞여지는 전체적인 경향이 실험과 유사한 패턴을 보여주고 있으며 본 연구에서 시도한 격자기반 표면입자법이 유동의 충돌 과정에 응용할 수 있음을 확인할 수 있다. 그러나 국부적 모양은 다소 차이가 발생하고 있는데 자유표면의 급격한 기울기 변화가 발생하고 있는 좌측부에서 표면입자법에서의 자유표면 추적시 질량 보존에 오차가 더 발생할 수 있을 수 있어 앞으로 국부적 질량 보존을 위한 알고리즘 개선과 자유표면 경계조건 처리 기법에 대한 추가 연구가 필요한 것으로 판단된다.

Fig. 17에는 수치해석 결과가 알려져 있는 슬로싱 문제에 대하여 수치해석하였고 비교하였다. 비교에 사용된 탱크의 형상은 Fig. 17과 같이 탱크 폭은 0.9 물의 깊이는 0.6으로 선행 연구와 동일한 형상을 택하였으며 격자는 수직 및 수평 방향으로 100 x 70으로 분할하였는데 Fig. 17에서와 같이 탱크의 벽면에서는 수

평 방향 최소 길이를 0.003으로 자유표면 근처에서는 수직방향 최소 높이를 0.003으로 한 후 이외 영역에서는 일정 비율로 길이나 높이가 증가하도록 격자를 생성하였고 시간 간격  $\Delta t=0.01$  sec로 하였다. 탱크는  $x(t) = a_0 \sin(\omega t)$  의 주기적인 병진운동을 하는 경우이며  $a_0=0.002$ ,  $\omega=5.5$  rad/sec로 선행 연구와 동일한 조건을 사용하였다. 시간 경과에 따라 오른쪽 벽면에서의 자유표면 위치를 BEM 방법을 이용한 선행 결과 (Nakayama & Washizu, 1981)와 함께 도시하였는데 비교적 일치하고 있음을 확인할 수 있었다.

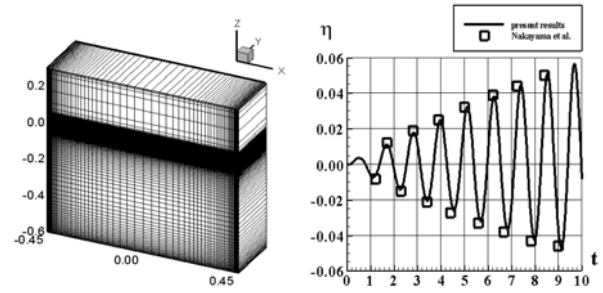


Fig. 17 Grid system and free surface elevation

## 6. 결론

본 연구에서는 자유표면의 계산이 쉽게 처리되는 장점을 갖고 있는 입자법을 이용하여 자유표면 유동을 수치해석하였는데 기존의 격자기반 입자법을 개선하여 입자들의 연결 정보 없이 자유표면 유동을 처리할 수 있도록 하였다. 한편 본 연구에서 제시한 방법을 LS 및 VOF와 같은 자유표면 포착법과 비교해 보면 연속 방정식을 만족시키는 압력장과 지배방정식으로부터 속도를 계산하는 방법은 동일하며 자유표면을 추적하는 방법을 4. 격자점 상태 및 교차점 입자에서 소개한 바와 같은 표면입자로 대체한 방법으로 요약할 수 있다. 개발된 알고리즘의 검증을 위하여 결과가 알려져 있는 예를 수치해석하여 비교하였는데 비교적 타당한 결과를 확인할 수 있었다. 본 연구에서 시도한 알고리즘은 격자기반 표면입자법이 자유표면의 충돌 및 분리 과정에도 쉽게 처리되도록 하였는데 앞으로 보다 급격한 자유표면 유동에 대한 수치해석과 결과 비교를 통하여 수치기법의 일반화 및 정밀화를 향상시키는 연구가 지속되어야 할 것으로 판단된다.

## References

- Aulisa, E. Manservigi, S. and Scardovelli, R., 2003. A mixed markers and volume of fluid method for the reconstruction and advection of interfaces in two phase and free boundary flows. *Journal of Computational Physics*, 188, pp.611-639.
- Aulisa, E. Manservigi, S. & Scardovelli, R., 2004. A surface marker algorithm coupled to an area-preserving redistribution method for 3D interface tracking. *Journal of Computational Physics*, 197, pp.555-584.
- Bryson, S. & Levy, D., 2003. High-order central WENO schemes for multidimensional Hamilton-Jacobi equations. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 41(4), pp.1339-1369.
- Harlow, F.H. & Welch, J.E., 1965. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with a free surface. *Physics of Fluids*, 8, pp.2182-2189.

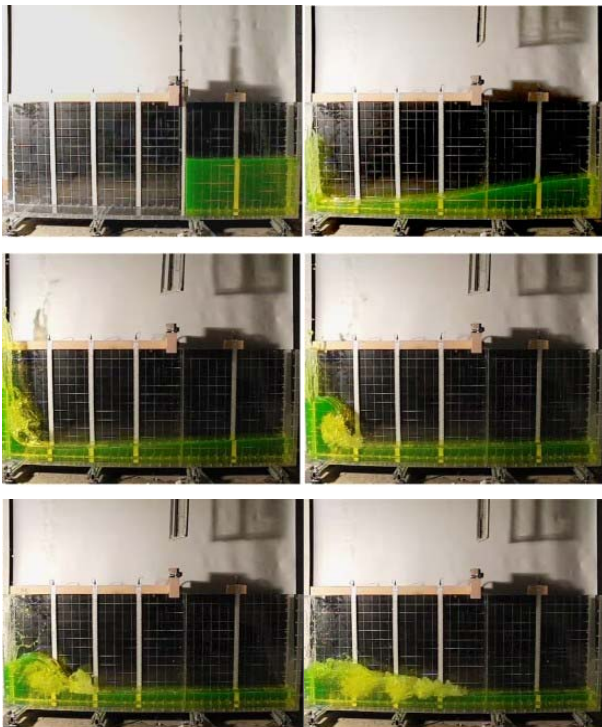


Fig. 15 Evolution of free surface profile at  $t=0., 0.573, 0.862, 1.023, 1.166, 1.320$

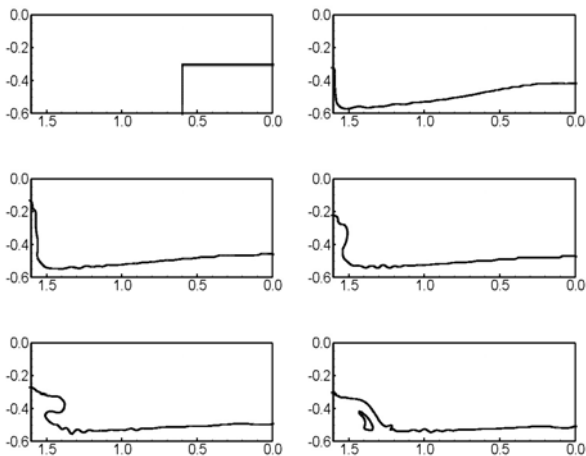


Fig. 16 Evolution of free surface profile at  $t=0.05, 0.60, 0.85, 1.00, 1.15, 1.30$

- Inaiello, S. & Di Mascio, A., 2010. A self-adaptive oriented particle level-set method for tracking interfaces. *Journal of Computational Physics*, 229, pp.1353–1380.
- Lafaurie, B. Zaleski, S. & Zanetti, G., 1994. Modelling merging and fragmentation in multiphase flows with SURFER. *Journal of Computational Physics*, 113, pp.134–147.
- Leung, S. & Zhao, H., 2009. A grid based particle method for evolution of open curves and surfaces. *Journal of Computational Physics*, 228, pp.7706–7728.
- Lobovsky, L. Botia-Bera, E. Castellanan, F. Mas-Soler, J. & Souto-Iglesias, A., 2014. Experimental investigation of dynamic pressure loads during dam break. *Journal of Fluids and Structures*, 48, pp.407–434.
- Monaghan, J.J., 1994. Simulating free surface flows with S.P.H. *Journal of Computational Physics*, 110, pp.399–406.
- Nakayama, T. & Washizu, K., 1981. The boundary element method applied to the analysis of Two-dimensional nonlinear sloshing problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 17, pp.1631–1646.
- Peng, D. Merriman, B. Osher, S. Zhao, H. & Kang, M., 1999. A PDE-based fast local level\_set method. *Journal of Computational Physics*, 155, pp.410–438.
- Petras, A. & Ruuth, S.J., 2016. PDEs on moving surfaces via the closest point method and a modified grid based particle method. *Journal of Computational Physics*, 312, pp.139–156.
- Ramaswamy, B. & Kawahara, M., 1987. Lagrangian finite element analysis applied to viscous free surface fluid flow. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 7, pp.935–984.
- Tanaka, M. & Masunaga, T., 2010. Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by quasi-compressibility. *Journal of Computational Physics*, 229, pp.4279–4290.



신영섭