

# 초소형 유도탄 구동날개 시스템의 플러터 예측에 관한 연구

이성현<sup>\*1)</sup> · 조영기<sup>2)</sup> · 조한진<sup>2)</sup> · 방효충<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> 한국과학기술원 항공우주공학과

<sup>2)</sup> LIG넥스원(주) 핵심기술 연구센터

## Study on the Flutter Prediction of the Miniature Guided-bullet Control Surface System

Seongheon Lee<sup>\*1)</sup> · Youngki Cho<sup>2)</sup> · Hanjin Cho<sup>2)</sup> · Hyochoong Bang<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Department of Aerospace Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Korea

<sup>2)</sup> Core Tech R&D Lab, LIG Nex1, Korea

(Received 9 August 2016 / Revised 13 October 2016 / Accepted 6 January 2017)

### ABSTRACT

Miniature guided-bullet is an advanced military technology of developing guided missile which is designed to hit a target precisely while having easily carriable miniature size. A key issue of developing such system involves size reduction of the original guided missile system, and this in turn arouses stiffness issue regarding small and thin sized control surface. In this study, procedures on how to calculate the critical flutter speed of special type of control surface with the change of its dimension or material property is arranged. During this procedure, design parameters related to critical flutter speed are abridged to help preliminary design of similar structure even faster than time-consuming, and cumbersome computer analysis.

Key Words : Miniature Guided-bullet(초소형 유도탄), Flutter(플러터), Piezoelectric Actuator(압전 구동기)

### 1. 서론

미소전자기계시스템(MEMS : Micro Electro Mechanical Systems)의 발달로 인한 각종 센서들의 소형화에 힘입어 초소형 유도탄에 대한 개념설계가 차츰 진행되고 있는 반면, 탄도제어를 위해 사용되어 온 기존의 기계

식 구동장치는 수 밀리미터 내로 소형화하는데 한계가 있기 때문에 지능재료를 이용한 구동장치로 이를 대체하는 방안들이 모색되고 있다<sup>1)</sup>. 이들 지능재료는 대체로 높은 구동력과 구동주파수를 바탕으로 우수한 제어성을 갖고 있지만 구동변위가 작아 충분한 성능을 얻기 위해서는 구동기를 특수한 형태로 구성할 필요성이 있다<sup>2)</sup>. 특히 압전소재를 이용하여 구동날개를 제작하는 경우, 구동기가 충분한 변위를 발생시킬 수 있도록 두께가 얇으면서 길이가 긴 형상이

<sup>\*</sup> Corresponding author, E-mail: skynspace@kaist.ac.kr  
Copyright © The Korea Institute of Military Science and Technology

갖추어지게 되며, 강성이 약화됨에 따라 플러터로 인한 구동기의 성능 저하 여부를 예측할 필요성이 대두되었다.

플러터는 구조물이 주위의 유동으로부터 에너지를 얻어 지속적으로 진동하면서, 구조물이나 시스템의 안정성을 해치고 심하게는 파괴를 일으키는 동적 불안정 현상을 나타낸다. 고전적으로는 단순한 날개의 피치와 플랩 모드에 대한 모델(binary flutter model)에서 시작하여 오늘날에는 날개와 타면, 날개와 엔진 등 여러 구조물 사이의 상호작용들을 고려하여 둘 이상의 모드에서 발생하는 플러터를 예측하기 위한 수학적 모델들이 산업 전반에 걸쳐 사용되고 있다<sup>[3]</sup>. 플러터의 해석에는 V-g, p-k와 같은 선형 플러터 해석 및 근궤적법(root-locus method) 등의 분석적 방법과 MSC/NASTRAN, ANSYS FSI(Fluid Structure Interaction)를 이용한 유체 구조간 상호작용 해석, FLUENT와 ABAQUS의 연계해석 등 상용 전산해석 프로그램들을 이용한 방법들이 적용되고 있다<sup>[4]</sup>. 이들 해석 방법은 설계된 구조물의 안정성을 정확하게 분석하고 시스템의 운용 가능 범위를 설정하는데 용이하게 사용될 수 있으나, 예비설계 단계에서부터 이를 적용하기에는 구조물에 대한 정보가 불확실한 경우가 많고, 해석 과정이 번거롭거나 많은 시간이 소요되어 설계에 변동이 발생하거나 결함이 발견되는 경우 즉각적으로 대응하기 어렵다는 문제점을 갖는다.

따라서 본 연구에서는 초소형 유도탄 제작을 위해 특수하게 고안된 가로세로비가 작은 외팔보 형태의 직사각형 구동날개의 개념설계를 진행함에 있어, 플러터 발생 가능성을 빠르게 예측하는 방안을 모색하고자 하였다. 구동날개가 두께가 얇고 길이가 긴 특수한 형상을 가짐에 따라, Paidoussis 및 Guo<sup>[8]</sup>와 Eloy<sup>[9]</sup> 등과 같이 평판의 운동 방정식으로는 오일러-베르누이보 이론을 사용하였고, 외력으로써 비점성 및 비압축성 유동을 가정한 압력의 섭동항을 적용하였다. 운동 방정식에서 등장하는 편미분 방정식의 해석에는 갤러킨 방법(Galerkin method)이 적용되어 평판의 변위를 진동에 대한 고유함수로 근사하였고<sup>[7]</sup>, 평판에 작용하는 압력 성분 정리를 위한 특이 적분의 계산을 위하여 수치해석적 방법을 사용하였다. 이를 통해 설계와 관련된 파라미터 조정에 따른 임계 플러터 속도의 변화를 정리·요약하여, 유사한 구조물의 디자인에 있어 복잡한 해석 과정을 생략함으로써 설계 소요시간을 단축하는 방안을 마련하는 연구를 진행하였다.

이어지는 두 번째 장에서는 설계하고자 하는 초소형 유도탄의 제원과 구동기의 특성을 제시하여 일반적인 항공기 날개의 플러터 모델을 적용하기에는 어려움이 있음을 제시하였다. 3장에서는 [7~9]의 연구에 따라 외팔지지 평판을 무차원수로 정의한 내용과, 갤러킨방법이나 르장드르-가우스 구적법과 같은 수치해적 기법을 통하여 V-g 및 V-f 선도를 도출하는 방법을 정리하였다. 4장에서는 설계 치수 변화에 빠르게 대응하기 위하여 3장에서 설명한 모델의 결과를 구동날개의 플러터 예측에 적합하도록 정리하고 설계평면을 도출하는 방안을 설명하였다. 끝으로 5장의 결과에서는 실제 치수를 바탕으로 설계하고자하는 구동날개가 플러터에 대해 안정성을 갖는 범위를 찾아보았으며, 예측된 플러터 임계 속도를 상용툴인 NASTRAN의 결과와도 비교해 보았다.

## 2. 초소형 유도탄 구동날개

본 연구에서는 초소형 유도탄의 구동날개로서 적용하기에 현실성 있는 방안으로 채택된 압전 구동기<sup>[2]</sup>를 중심으로 플러터에 대한 해석을 수행하였다. 초소형 유도탄의 개형은 Fig. 1과 같으며, 길이는 수백 밀리미터, 폭은 수십 밀리미터 이내로 제작된다. Fig. 2는 이중 구동장치부분만을 확대하여 나타낸 모습으로, 구동장치가 몸체에 부착되는 Anchor 부분과, 실제 구동날개에 해당하는 Piezoelectric actuator(압전 구동기) 부분으로 나누어 볼 수 있다.

압전벤더 구동기는 전압을 인가하면 면에 수직한 방향으로 굽힘이 발생하는 원리를 이용한다. 본 구동기는 높은 대역폭과 구동력을 가지는 장점이 있는 반면

Table 1. Specification of miniature bullet

| 제 원    | 값                            |
|--------|------------------------------|
| 전장     | ○○○ mm                       |
| 전폭     | ○○ mm                        |
| 최고속도   | < M 0.6                      |
| 구동기 특성 | 단결정 압전소재 혹은 MFC              |
| 구동기 두께 | 단결정소재 : ○ mm<br>MFC : ○○○ μm |

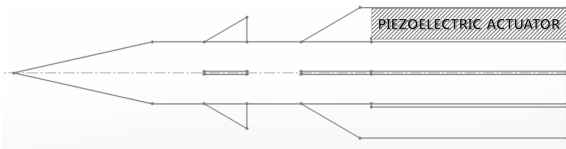


Fig. 1. Conceptual design of miniature guided-bullet

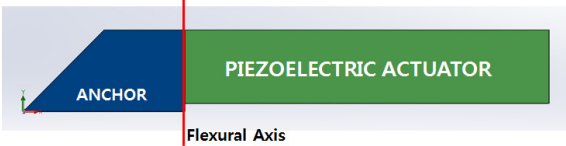


Fig. 2. Conceptual design of control surface



Fig. 3. Example of piezoelectric bender<sup>[14]</sup>



Fig. 4. Example of MFC piezoelectric actuator<sup>[15]</sup>

변위가 크지 않기 때문에, 충분한 구동 변위 확보를 위해 전체적인 길이를 늘이고 얇은 두께를 가지는 설계를 하게되는 것이 일반적이다. 따라서 상대적으로 구조적 강성이 취약하고 공기력에 가장 많이 노출되는 Piezoelectric actuator부분을 위주로 플러터 발생 여부를 진단할 필요가 있다.

더욱이 일반적인 항공기 날개 플러터 모델의 경우

날개의 시위방향을 따라 유동이 흐르고 이에 수직 방향으로 보가 뺏어나가는 형상에 대한 해석<sup>[3]</sup>이 주를 이루는 반면, 본 구동날개의 경우 보의 길이방향이 유동의 방향과 동일하여 가로세로비가 매우 작아짐은 물론 날개의 뿌리부분이 아닌 앞전이 고정된 형태가 되어 해당 모델을 사용할 수 없게 된다. 따라서 항공기 날개 모델 보다는 구동기의 형상과 유사한 형태를 가지는 깃발의 플러터 모델을 적용하였고, Flexural axis를 고정단으로 하는 외팔보 형상을 기준으로 해석을 진행하게 되었다.

### 3. 구동날개의 플러터 모델

#### 3.1 구동날개의 운동방정식

##### 3.1.1 운동방정식

구동날개의 움직임을 이차원으로 한정하면, Fig. 5와 같이  $x$  축과 평행한 방향으로 유동(밀도:  $\rho_a$ , 속력:  $U$ )이 진입할 때  $z$  축을 따라 고정된 구동날개(길이:  $L$ , 폭:  $H$ , 두께:  $T$ )의 운동방정식은 오일러-베르누이 보 이론으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho_p T \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \Delta p \quad (1)$$

여기서  $D = ET^3/[12(1-\nu^2)]$ 는 구동기의 휨강성을 나타내며  $E$ 와  $\nu$ 는 각각 탄성계수와 포아송비,  $\rho_p$ 는 구동기의 밀도,  $y \equiv y(x, t)$ 는 보의 횡방향으로의 처짐,  $\Delta p \equiv p(x, t)$ 는 구동기 변형에 따라 발생하는 위아래의 단위면적당 섭동력을 의미한다.

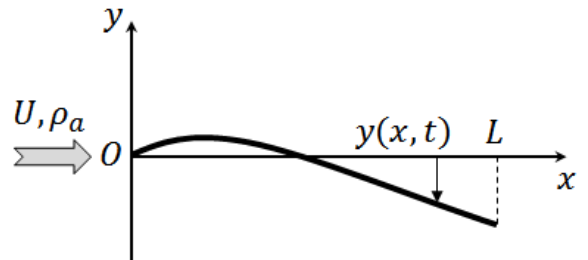


Fig. 5. Schematics of a cantilevered beam

주어진 운동방정식의 용이한 해석 및 분석을 위하여 다음과 같이 길이에 대한 무차원수,

$$\tilde{x} = \frac{x}{L}, \tilde{y} = \frac{y}{L}, \tilde{z} = \frac{z}{L} \quad (2)$$

시간, 속도 및 압력에 대한 무차원수,

$$\tilde{t} = \frac{tU}{L}, \tilde{U} = \sqrt{\frac{\rho_p T}{D}} LU, \tilde{p} = \frac{\Delta p}{\rho_a U^2} \quad (3)$$

가로세로비 및 질량비,

$$\tilde{H} = \frac{H}{L}, \tilde{M} = \frac{\rho_a L}{\rho_p T} \quad (4)$$

각진동수  $\Omega$ 에 대한 무차원수,

$$\omega = \frac{\Omega L}{H} \quad (5)$$

를 도입하여 사용한다. 이에 따라 식 (1)은 다음과 같이 무차원화하여 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{U^2} \frac{\partial^4 \tilde{y}}{\partial \tilde{x}^4} + \frac{\partial^2 \tilde{y}}{\partial \tilde{t}^2} = \tilde{M} \tilde{p} \quad (6)$$

### 3.1.2 갤러킨 방법(Galerkin method)

갤러킨방법은 미분방정식에 대한 근사해를 설정하고(7) 이것을 미분방정식에 대입하였을 때 발생하는 잔차  $\mathcal{E} [y_N]$ 를 최소화 하는 근사해의 미정계수들을 결정하는 가중잔차법(weighted residual method)의 일종으로, 식 (8)과 같이 해석구간 ( $\mathbb{D}$ )내에서 잔차와 가중함수가 서로 직교하는 성질을 이용한다<sup>[7]</sup>.

$$y(x,t) \simeq y_N(x,t) = \sum_{n=1}^N y_n(x) q_n(t) \quad (7)$$

$$\int_{\mathbb{D}} \mathcal{E} [y_N] \cdot y_m(x) d\mathbb{D} = 0, \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

식 (6)의 해석의 경우 다음과 같이 근사해 및 가중함수으로써 경계조건을 만족하면서 해석적인 해가 존재하는 외팔보의 횡진동에 대한 고유함수(9)를 활용할 수 있다.

$$\tilde{y}_n = \cos \beta_n \tilde{x} - \cosh \beta_n \tilde{x} + \sigma_n (\sin \beta_n \tilde{x} - \sinh \beta_n \tilde{x}) \quad (9)$$

여기서  $\beta_n$ 은

$$\cos \beta_n \cosh \beta_n = -1 \quad (10)$$

과 같은 식의 해를 오름차순으로 정리한 파수(wave numbers)로써, 식 (11)과 같은 형태로 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 1.87510407, \beta_2 = 4.69409113, \dots, \\ \beta_n &= \frac{(2n-1)\pi}{2} \quad (n > 5) \\ \sigma_n &= \frac{\sin \beta_n - \sinh \beta_n}{\cos \beta_n + \cosh \beta_n} \end{aligned} \quad (11)$$

이상의 내용을 바탕으로 Paidoussis<sup>[8]</sup>와 Eloy 등<sup>[9]</sup>은 평판에 작용하는 압력차  $\tilde{p}$ 가  $\tilde{y}$ 에 대한 선형함수임을 가정하여 식 (12)와 같은 형태의 근사해를 제시하였다.

$$\tilde{y}_N = \sum_{n=1}^N a_n \tilde{y}_n(\tilde{x}) e^{i\omega t} + c.c. \quad (12)$$

여기서,  $c.c.$ 는 켈레복소수를 의미하며,  $N$ 은 갤러킨 전개에 따른 절단수(truncation number)를 나타낸다.

이에 따라 운동방정식 (6)은 식 (12)를 대입하고 가중함수  $\tilde{y}_m$ 을 곱함으로써  $N$ 개의 미지수  $a_n$ 을 가지는  $N$ 개의 선형방정식을 해석하는 문제로 바꾸어 볼 수 있고, 식 (13)과 같은 가해조건에서 각각의 플러터 모드에 상응하는  $2N$ 개의 해를 찾은 뒤( $\omega_i$ 가 해인 경우  $-\omega_i$  또한 해로 나타남), 이를 진동수  $Re(w_i)$ 와 성장률  $\sigma_i = -Im(w_i)$ 로 나타내는 방법으로 문제를 정리할 수 있다.

$$\det \left( -w^2 \mathbf{I} + \frac{1}{U^2} \mathbf{Q} - \tilde{M} \mathbf{P} \right) = 0 \quad (13)$$

여기서,  $\det$ 는 판별식,  $\mathbf{I}$ 는  $N \times N$  단위행렬,  $\mathbf{Q}$ 는 주 대각원소가  $\beta_1^4, \beta_2^4, \dots, \beta_N^4$ 인 대각선행렬,  $\mathbf{P}$ 는 압력에 대한 행렬을 나타내며,  $\mathbf{P}$ 행렬에 대한 계산 방법은 다음 절에 설명하였다.

3.2 공력에 의한 섭동항

비점성, 비회전성 유동을 가정하면 Paidoussis<sup>[8]</sup>와 Eloy 등<sup>[9]</sup>의 정리에 따라 구동기 주변의 압력분포는 다음과 같이 속도퍼텐셜  $\phi_n(x,y,z)$ 에 대한 베르누이 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\tilde{p}_n = 2 \left( \frac{\partial \phi_n}{\partial \tilde{x}} + iw \phi_n \right)_{\tilde{y}=0} \quad (14)$$

속도퍼텐셜은 라플라스 방정식을 만족시키며, 다음과 같은 경계조건—far-field, 불투과(impermeability) 조건과 압력의 정의역—을 갖는다.

$$\phi_n|_{\tilde{x} \rightarrow \pm\infty} = \phi_n|_{\tilde{y} \rightarrow \pm\infty} = \phi_n|_{\tilde{z} \rightarrow \pm\infty} = 0, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \phi_n}{\partial \tilde{y}} \Big|_{\tilde{y}=0} = iw \tilde{y}_n + \frac{d\tilde{y}_n}{d\tilde{x}} \quad (0 \leq \tilde{x} \leq 1), \quad (16)$$

$$\tilde{p}_n = 2 \left( \frac{\partial \phi_n}{\partial \tilde{x}} + iw \phi_n \right)_{\tilde{y}=0} = 0 \quad (\tilde{x} < 0, \text{ and } \tilde{x} > 1) \quad (17)$$

이들 식 (14~17)을 정리하여 푸리에공간에서 해석하면 구동기의 길이방향에 대한 압력분포를 특이적분식의 형태로 얻을 수 있으며<sup>[9]</sup>, 이를 풀기위한 수치해적 방법을 정리하면 다음과 같다.

아래와 같은 두개의 스칼라 곱을 정의하면,

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx \quad (18)$$

$$\ll f, g \gg = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 f(x)g(x) \sqrt{1-x^2} dx \quad (19)$$

압력에 대한 행렬은  $\mathbf{P}_{mm}(\omega) = \langle \tilde{y}_m, \tilde{p}_n \rangle$  과 같이 나타낼 수 있으며, 여기서 공력에 의한 섭동항  $\tilde{p}_n$ 은  $\omega$ 에 대한 함수로써 Eloy 등<sup>[9]</sup>의 정리에 따라 식 (20)을 적분하여  $\tilde{x} = (\hat{x}+1)/2$  ( $\hat{x} \in [-1, 1]$ )에 대해 정리함으로써 얻어낼 수 있다. ( $\hat{x}$ 으로의 치환은 후에 이루어질 수치적분을 용이하게 하기 위함이다.)

$$\tilde{p}_n'(\hat{x}) = \sum_{i=1}^M A_i(\omega) \frac{T_i(\hat{x})}{\sqrt{1-\hat{x}^2}} \quad (20)$$

여기서  $T_i$ 는 제 1종 체비셰프(Chebyshev) 다항식으로

$$\begin{aligned} T_{n+1}(x) &= 2xT_n(x) - T_{n-1}(x) \\ T_0(x) &= 1, \quad T_1(x) = x, \quad T_2(x) = 2x^2 - 1, \dots, \end{aligned} \quad (21)$$

과 같은 점화식으로부터 구해지며,  $A_i(\omega)$ 는 식 (22)와 같은  $M$ 개(체비셰프 전개에 따른 절단수)의 선형 방정식의 해로부터 얻어낼 수 있다.

$$\sum_{i=1}^M \mathbf{C}_{ij}(\tilde{H}) A_i = F_j \quad (22)$$

식 (22)의 선형방정식에서  $\mathbf{C}_{ij} = \ll U_{j-1}, V_i \gg$  과 같은 방법으로 구할 수 있으며, 여기서  $U_{j-1}$ 은 제 2종 체비셰프 다항식으로

$$\begin{aligned} U_{n+1}(x) &= 2xU_n(x) - U_{n-1}(x) \\ U_0(x) &= 1, \quad U_1(x) = 2x, \quad U_2(x) = 4x^2 - 1, \dots, \end{aligned} \quad (23)$$

과 같은 점화식으로부터 구해지고,

$$V_i \equiv V_i(\hat{x}, \tilde{H}) = \quad (24)$$

$$-\frac{1}{4\pi} \int_{-1}^1 \frac{T_i(x)}{\sqrt{1-x^2}} \left( \frac{4}{\hat{x}-x} + \frac{8sgn(\hat{x}-x)}{\tilde{H}} + \frac{(\pi-8)sgn(\hat{x}-x)}{\tilde{H}+|\hat{x}-x|} \right) dx$$

끝으로  $F_q = \ll U_{q-1}, F \gg$ 와 같이 계산된다. 여기서,

$$F = -\omega^2 \tilde{y}_n + 2iw \frac{\partial \tilde{y}_n}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial^2 \tilde{y}_n}{\partial \tilde{x}^2} \quad (25)$$

이상의 식에서 등장하는 적분들을 해석적으로 구하기에는 어려움이 있으므로, 식 (26)과 같은 가중치 기반의 수치해적 방법인 르장드르-가우스 구적법(Legendre-Gauss quadrature)을 사용하도록 한다.

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2} \sum_{i=1}^n w_i f\left(\frac{b-a}{2}x_i + \frac{b+a}{2}\right) \quad (26)$$

여기서, 절삭 위치  $x_i$ 는 르장드르 다항식 (27)의 해로부터 얻어지며,

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n \pi i} \oint (1-2tx+r^2)^{-1/2} t^{-n-1} dt \quad (27)$$

상용되는 가중치는 식 (28)과 같다.

$$w_i = -\frac{2}{(1-x_i^2)[P'_n(x_i)]^2} \quad (28)$$

또한 식 (24)나 (19)와 같은 특이적분의 해법으로는 식 (29)와 같은 형태나 식 (30)과 같은 형태의 체비셰프-가우스 구적법(Chebyshev-Gauss quadrature)을 활용 가능하다.

$$\int_{-1}^{+1} \frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx \approx \sum_{i=1}^n w_i f(x_i) \quad (29)$$

$$x_i = \cos\left(\frac{2i-1}{2n}\pi\right), \quad w_i = \frac{\pi}{n}$$

$$\int_{-1}^{+1} \sqrt{1-x^2} f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n w_i f(x_i) \quad (30)$$

$$x_i = \cos\left(\frac{i}{n+1}\pi\right), \quad w_i = \frac{\pi}{n+1} \sin^2\left(\frac{i}{n+1}\pi\right)$$

#### 4. 설계평면을 이용한 플러터 예측 기법

##### 4.1 예비설계를 위한 설계 파라미터 정리

Argentina 등<sup>[12]</sup>의 연구에서는 평판의 진동을  $\theta$ 의 각을 가지고 진동하는 판의 관성( $\rho_p T \Omega^2 L \theta$ )과 이때 작용하는 공력( $\rho_a U^2 \theta$ )이 일정 비율을 가지고 균형을 잡는 상태로 설명한다. 이를 수식으로 정리하면  $\rho_p T \Omega^2 L \theta \sim \rho_a U^2 \theta$ 의 관계로부터  $\Omega$ 를 비례상수  $k$ 에 대하여

$$\Omega = k \sqrt{\frac{\rho_a U^2}{\rho_p T L}} \quad (31)$$

과 같은 형태로 정리할 수 있다.

이 진동수가 판의 고유진동수와 같을 때 시스템이 불안정해지고 플러터가 발생한다고 볼 수 있으므로, 오일러-베르누이 보 이론에서 잘 알려진 고유진동수

$$\Omega_n^2 = \frac{EI}{\rho_p A} \frac{n^4 \pi^4}{L^4} = \frac{E \cdot HT^3}{12 \rho_p \cdot HT} \frac{n^4 \pi^4}{L^4} = \frac{En^4 \pi^4}{12 \rho_p} \frac{T^2}{L^4} \quad (32)$$

를 식 (31)의 좌변에 대입하고 이를  $U$ 에 대해 정리함

으로써, 임계 플러터 속도  $U_C$ 를 다음과 같은 형태로 요약할 수 있다.

$$U_C = \frac{1}{k} \Omega_n \sqrt{\frac{\rho_p T L}{\rho_a}} = k_n \cdot \left(\frac{T}{L}\right)^{3/2} = \hat{k}_n \cdot \tilde{M}^{-3/2} \quad (33)$$

식 (33)을 무차원수에 대해 정리하는 경우 식 (3)과 판의 휨강성  $D = ET^3/[12(1-\nu^2)]$ 의 관계로부터 다음과 같이 간단한 비례식을 도출할 수 있다.

$$\tilde{U}_C = \tilde{K}_n \cdot \tilde{M}^{-1/2} \quad (34)$$

여기서  $k_n$ ,  $\hat{k}_n$ ,  $\tilde{K}_n$ 은 관성력과 공력사이의 균형비  $k$ , 물성치  $\rho_a$ ,  $\rho_p$ ,  $E$ 를 플러터가 발생하는 모드수  $n$ 에 따라 묶은 비례상수를 나타낸다.

##### 4.2 예비설계를 위한 설계평면 도출 순서

앞서 정리된 관계를 바탕으로 구동날개의 예비설계 단계에서 플러터 발생 여부를 빠르게 진단하고, 치수 등의 설계 변경을 용이하게 하기 위하여 다음의 순서에 따라 설계평면을 도출 한다.

<Step 1> 사용할 재료와 설계상 허용되는 치수 범위를 설정하고 질량비( $\tilde{M}$ )와 가로세로비( $\tilde{H}$ )를 계산한다.

<Step 2> 적정 수준으로 질량비와 가로세로비를 나누어 Table 2~4와 같은 형태로 임계속도를 산출한다. 예비설계 진행을 위해 표와 그래프에 기입되는 속도는 MIL 스펙 문서<sup>[13]</sup>에 따라 산출 속도에서 15 %의 마진을 둔 값이며, 사용자에 따라 이보다 더 높은 여유값을 설정할 수 있다.

<Step 3> 각각의 가로세로비와 질량비에 대하여 플러터를 유발하는 모드 및 임계속도를 3.1~2의 방법에 따라 계산하고, 질량비에 따른 임계 플러터 속도를 도시한 뒤, 최소사중법으로 비례상수  $\tilde{K}_n$ 을 산출한다(Fig. 6).

<Step 4> 보수적인 설계가 될 수 있도록 15 %의 추가 마진을 두어 설계평면을 완성한다(Fig. 7). 산출된 그래프를 바탕으로 해당 치수와 운용하는 유속의 범위가 임계 플러터 속도보다 낮은 구간 내에서 예비설계를 확정한다.

5. 해석 결과 및 토의

5.1 가로세로비와 질량비에 따른 임계속도

공기중( $\rho_a = 1.225 \text{ kg/m}^3$ )에 놓인  $T = 1 \text{ mm}$ 의 알루미늄판( $\rho_p = 2700 \text{ kg/m}^3$ ,  $E = 68.9 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.33$ )을 예로 설계가 진행되는 경우, 가로세로비  $\tilde{H} = 0.1, 0.2, 0.5$ 의 변화와 질량비  $\tilde{M} = 0.1, 0.2, \dots, 1.0$ 에 따른 판의 치수와 임계 플러터 속도는 Table 2-4와 같이 계산할 수 있다.

Table 2. Critical flutter speed of  $\tilde{H} = 0.1$

| $\tilde{M}$ | $\tilde{U}_C$ | $T(\text{mm})$ | $L(\text{m})$ | $H(\text{m})$ | $U_C(\text{m/s})$ |
|-------------|---------------|----------------|---------------|---------------|-------------------|
| 1           | 14.20         | 1              | 2.20          | 0.220         | 9.95              |
| 0.9         | 14.83         | 1              | 1.98          | 0.198         | 11.55             |
| 0.8         | 15.60         | 1              | 1.76          | 0.176         | 13.67             |
| 0.7         | 16.53         | 1              | 1.54          | 0.154         | 16.55             |
| 0.6         | 17.70         | 1              | 1.32          | 0.132         | 20.67             |
| 0.5         | 19.22         | 1              | 1.10          | 0.110         | 26.94             |
| 0.4         | 21.30         | 1              | 0.88          | 0.088         | 37.31             |
| 0.3         | 24.37         | 1              | 0.66          | 0.066         | 56.94             |
| 0.2         | 29.59         | 1              | 0.44          | 0.044         | 103.7             |
| 0.1         | 41.48         | 1              | 0.22          | 0.022         | 290.7             |

Table 3. Critical flutter speed of  $\tilde{H} = 0.2$

| $\tilde{M}$ | $\tilde{U}_C$ | $T(\text{mm})$ | $L(\text{m})$ | $H(\text{m})$ | $U_C(\text{m/s})$ |
|-------------|---------------|----------------|---------------|---------------|-------------------|
| 1           | 11.00         | 1              | 2.20          | 0.441         | 7.71              |
| 0.9         | 11.38         | 1              | 1.98          | 0.397         | 8.86              |
| 0.8         | 11.86         | 1              | 1.76          | 0.353         | 10.39             |
| 0.7         | 12.45         | 1              | 1.54          | 0.309         | 12.47             |
| 0.6         | 13.21         | 1              | 1.32          | 0.264         | 15.43             |
| 0.5         | 14.21         | 1              | 1.10          | 0.220         | 19.92             |
| 0.4         | 15.60         | 1              | 0.88          | 0.176         | 27.33             |
| 0.3         | 17.70         | 1              | 0.66          | 0.132         | 41.34             |
| 0.2         | 21.30         | 1              | 0.44          | 0.088         | 74.63             |
| 0.1         | 29.59         | 1              | 0.22          | 0.044         | 207.4             |

이들 표를 Fig. 6과 같은 그래프로 정리하면  $\tilde{H} = 0.1, 0.2, 0.5$ 에 대해  $\tilde{K}_2 = 13.4, 9.78, 6.89$ 와 같은 비례상수를 최소자승법으로 도출할 수 있다. ( $\tilde{K}_2$ 는 두 번째 모드에 의한 플러터 임계속도 비례상수를 의미하며,  $\tilde{M}$  및  $\tilde{H}$ 의 구간에 따라 최초로 플러터를 야기하는 모드가 변하므로  $\tilde{K}_n$ 은 구간에 따라 불연속적인 값을 가진다.)

Table 4. Critical flutter speed of  $\tilde{H} = 0.5$

| $\tilde{M}$ | $\tilde{U}_C$ | $T(\text{mm})$ | $L(\text{m})$ | $H(\text{m})$ | $U_C(\text{m/s})$ |
|-------------|---------------|----------------|---------------|---------------|-------------------|
| 1           | 9.51          | 1              | 2.20          | 1.10          | 6.67              |
| 0.9         | 9.39          | 1              | 1.98          | 0.99          | 7.31              |
| 0.8         | 9.43          | 1              | 1.76          | 0.88          | 8.26              |
| 0.7         | 9.58          | 1              | 1.54          | 0.77          | 9.59              |
| 0.6         | 9.86          | 1              | 1.32          | 0.66          | 11.52             |
| 0.5         | 10.99         | 1              | 1.10          | 0.55          | 15.41             |
| 0.4         | 10.99         | 1              | 0.88          | 0.44          | 19.26             |
| 0.3         | 12.13         | 1              | 0.66          | 0.33          | 28.34             |
| 0.2         | 14.20         | 1              | 0.44          | 0.22          | 49.76             |
| 0.1         | 19.22         | 1              | 0.22          | 0.11          | 134.7             |

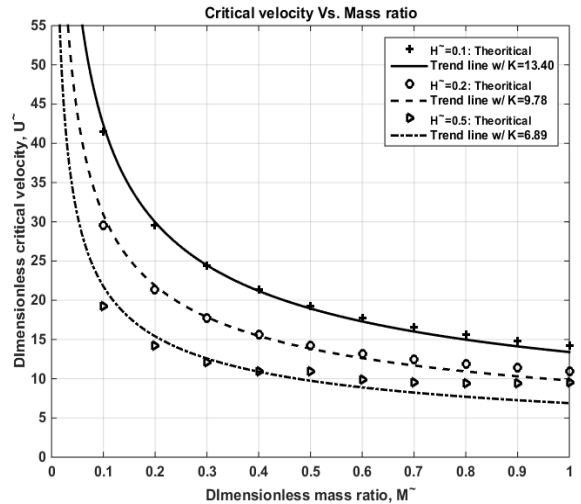


Fig. 6. Critical velocity vs. mass ratio with different aspect ratio

5.2 예비설계를 위한 설계평면( $\tilde{H} = 0.2$ )

가로세로비가  $\tilde{H} = 0.2$ 이면서, 구동기의 길이를  $200 \text{ mm} < L < 300 \text{ mm}$ , 두께를  $0.5 \text{ mm} < T < 2 \text{ mm}$  사이에서 설계하고 싶은 경우를 예로 들면, 질량비는  $0.0454 < \tilde{M} < 0.2722$ 사이의 값을 가지게 되며 이는 Fig. 7의 설계평면상에서 회색점선사이에 놓이게 된다. 또 다른 설계 요인으로, 유도탄의 최고 비행속도가  $160 \text{ m/s}$ 라고 하면, Fig. 7에서 빗금으로 표시된 영역은 플러터로 인한 불안정성이 예측되므로, 가능한 범위 내에서 구동기의 두께를 충분히 확보하고 길이를 줄임으로써 질량비를 감소시키고, 최고 비행속도를 낮추는 방법으로 해당 영역을 피하여 설계를 진행하는 것이 권장된다.

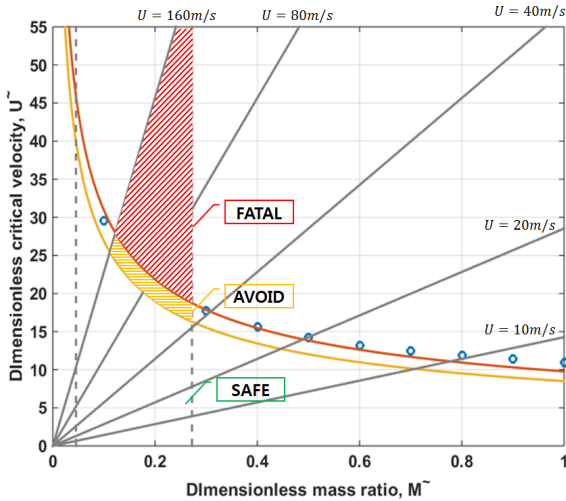


Fig. 7. Actuator preliminary design plane

5.3 상용 해석툴과의 오차수준 비교( $\tilde{H} = 0.2$ )

이론의 검증에 위하여 MSC.NASTRAN의 p-k method를 이용한 플러터 해석을 진행하였고, 가로세로비가 각각  $\tilde{H} = 0.2$ ,  $\tilde{M} = 0.1$ 일 때, 두께가  $T = 1 \text{ mm}$ 인 외팔보를 예제로 사용하였다. 유도탄의 비행속도가 아음속이므로, 공기력의 계산에는 DLM(Doublet Lattice Method)를 적용하였고, 구조물의 격자와 메시 및 공력패널은 Fig. 8과 같은 형태로 배치하였다. 이에 대한 해석 결과는 Fig. 9 및 10과 같은 V-g, V-f 선도로 정리할 수 있으며, 이 경우 두 번째 모드의 감쇠비가 양수가 되는  $200 \text{ m/s}$  인근에서 구조물의 불안정성이 예측되고, 해당 진동수는  $79 \text{ Hz}$ 로 예측되었다.

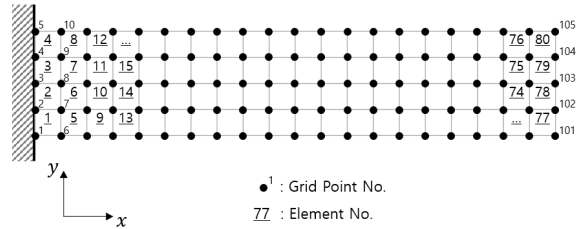


Fig. 8. Structural grid points and QUAD4 elements in NASTRAN

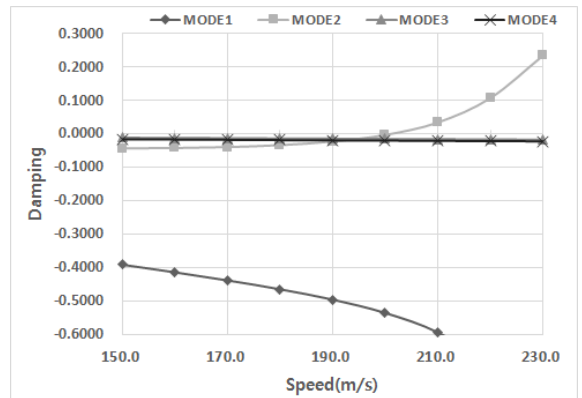


Fig. 9. V-g curve for  $\tilde{H} = 0.2$ ,  $\tilde{M} = 0.1$ , and  $T = 1 \text{ mm}(L = 220 \text{ mm}, H = 44 \text{ mm})$

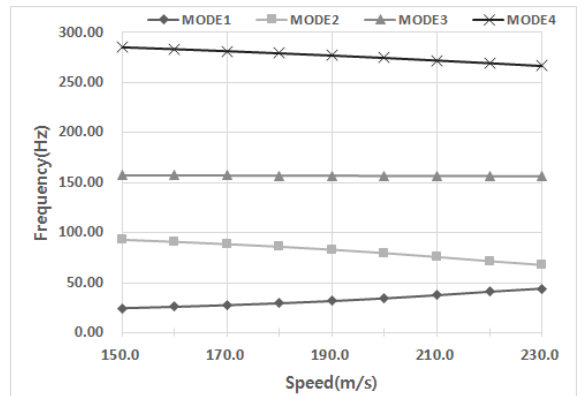


Fig. 10. V-f curve for  $\tilde{H} = 0.2$ ,  $\tilde{M} = 0.1$ , and  $T = 1 \text{ mm}(L = 220 \text{ mm}, H = 44 \text{ mm})$

구동기의 폭을  $H = 44 \text{ mm}$ 로 동일하게 유지하면서 길이(질량비)를 변화시켜가며 동일한 해석을 반복한 결과는 Table 5와 같이 정리할 수 있고, 이론값이 해석값을 기준으로 최대 7%의 오차를 가짐을 확인할 수



있다. 이는 비점성 및 비압축성 유동, 평판을 오일러-베르누이 빔으로 두는 등 이론 도출에 사용된 가정들과 부적절한 절삭속의 사용으로 인한 수치해의 부정확성으로 인한 문제, NASTRAN을 이용한 임계속도 산출에서 10 m/s단위로 V-g, V-f 선도를 구한 뒤 내삽을 이용하여 임계속도를 결정한 데에서 오차 원인을 찾아볼 수 있다.

Table 5. Critical flutter speed of  $\tilde{H} = 0.2$

| $\tilde{M}$ | Critical speed by theory (m/s) | Critical speed by NASTRAN (m/s) | ERROR (%) |
|-------------|--------------------------------|---------------------------------|-----------|
| 0.1         | 207.4                          | 200.7                           | 3.34      |
| 0.2         | 74.6                           | 71.3                            | 4.63      |
| 0.3         | 41.3                           | 40.1                            | 2.99      |
| 0.4         | 27.3                           | 26.6                            | 2.63      |
| 0.5         | 19.9                           | 18.6                            | 6.99      |
| 0.6         | 15.4                           | 14.7                            | 4.76      |
| 0.7         | 12.5                           | 12.2                            | 2.46      |
| 0.8         | 10.4                           | 10.2                            | 1.96      |
| 0.9         | 8.9                            | 8.61                            | 3.37      |
| 1           | 7.7                            | 7.44                            | 3.49      |

## 6. 결론

이상에서 초소형 유도탄 제작을 위해 특수하게 고안된 가로세로비가 작고 날개의 앞전이 고정된 외팔보형상의 구동날개 시스템에 대한 플러터 예측 방법을 정리하였다. 시스템의 설계 변화가 빈번하게 일어나는 예비설계단계에서부터 높은 정확도를 가지는 상용 전산해석프로그램들을 사용하기에는 해석 과정이 번거롭고 시간소요가 많아 설계 변동에 즉각적으로 대응하기 어려운 점이 있다.

따라서 자주 사용하는 재료와 설계 치수 영역에 대해 Table 2~4와 같은 형태로 데이터시트를 작성하고 Fig. 6과 같이 파라미터 변화에 따른 비례계수( $\tilde{K}_n$ )를 수집해 두면 Fig. 7과 같이 플러터에 대해 안전한 설계 영역을 한 눈에 확인할 수 있어, 예비설계단계에서 번

거로운 해석 과정을 거치지 않고서도 유사한 구조물의 안정성을 빠르게 진단하고 개략적인 치수를 결정하는데 도움이 될 것으로 사려 된다.

그러나 이론에 사용된 가정에 따라 예측된 임계 플러터속도는 실제값과 차이를 나타낼 수 있다. 따라서 본 방법을 이용하여 후보군들을 결정하고 추후 개념설계단계에서 상용 해석툴과 실험을 통한 데이터 수집으로부터 다시 한 번 설계의 타당성을 확인할 필요성이 있으며, 예비설계단계에서도 이러한 사실들을 반영할 수 있도록 간단하면서 더욱 정교한 설계 가이드라인을 제시하는 것이 차후 과제가 될 것이다.

## 후 기

본 연구는 산학협력과제의 일환으로 LIG넥스원의 지원으로 수행되었으며, 지원에 감사드립니다.

## References

- [1] Lee, S. K., Choi, S. H., Kim, J. G., Chae, J. W., Choe, E. J., "A Piezoelectric Bender-type Control Fin of Portable Miniaturized," Proceedings of the KIMST Annual Conference Proceedings, Jeju, Korea, p. 378, June, 2014.
- [2] Lee, S. H., Cho, H. J., Cho, Y. K., Bang, H. C., "Recent Status on Miniature Smart-bullet Techniques," J. of Korea Society for Aeronautical & Space Sciences, Vol. 43, No. 3, pp. 272-281, 2015.
- [3] Wright, J. R., Cooper, J. E., Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads, WILEY, pp. 153-199, 2007.
- [4] Bae, J. S., "Aeroelastic Characteristics and Flutter Suppression Considering Structural Nonlinearity," Ph. D. Thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology, 2002
- [5] Bae, J. S., Kim, J. Y., Yang, S. M., Lee, I., "Subsonic Flutter Experiment and Analysis of Flat Plate Wing," J. of Korea Society for Aeronautical & Space Sciences, Vol. 30, No. 5, pp. 56-61, 2002.
- [6] Lee, K. D., Lee, Y. S., Lee, D. Y., Lee, I. W., "Fluid-Structure Interaction Analysis of High Aspect

- Ratio Wing for the Prediction of Aero-elasticity,” J. of Korea Society for Aeronautical & Space Sciences, Vol. 38, No. 6, pp. 547-556, 2010.
- [7] Paidoussis, M. P., Fluid-Structure Interactions, Vol. 1, Elsevier Academic Press, pp. 6-58, 1998.
- [8] Paidoussis, M. P., Fluid-Structure Interactions, Vol. 2, Elsevier Academic Press, pp. 1137-1220, 1998.
- [9] Eloy, C., Souilliez, C., Schouveiler, L., “Flutter of a Rectangular Plate,” Journal of Fluids and Structures, Vol. 23, Issue 6, pp. 904-919, 2007.
- [10] Atkinson, K. E., Shampine, L. F., “Solving Fredholm Integral Equations of the Second Kind in MATLAB,” ACM Transactions on Mathematical Software(TOMS), Vol. 34, Issue 4, pp. 1-20, July 2008.
- [11] Lemaitre, C., He´mon, P., Langre, E., “Instability of a Long Ribbon Hanging in Axial Air Flow,” Journal of Fluids and Structures, Vol. 20, pp. 913-925, 2005.
- [12] Argentina, M., Mahadevan, L., “Fluid-flow-induced Flutter of a Flag,” Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America Vol. 102, No. 6, pp. 1829-1834, 2004.
- [13] Military Specification (MIL)-A-8870C, Airplane Strength and Rigidity Vibration, Flutter, and Divergence, 25, March, 1993.
- [14] Piezoelectric bender,  
[http://www.pi-usa.us/pztactuators/1\\_30a.html](http://www.pi-usa.us/pztactuators/1_30a.html)
- [15] Macro-Fiber Composite (MFC),  
[https://spinoff.nasa.gov/Spinoff2007/ip\\_9.html](https://spinoff.nasa.gov/Spinoff2007/ip_9.html)