Journal of the KIMST, Vol. 20, No. 1, pp. 25-32, 2017
ISSN 1598-9127
DOI http://dx.doi.org/10.9766/KIMST.2017.20.1.025

Research Paper 센서 · 신호처리 부문

시간지연을 고려한 간접 되먹임 구조 칼만필터의 수치안정성 향상 기법

남성호*,1) · 성창기1) · 김태원1)

1) 국방과학연구소 제3기술연구본부

Numerical Stability Improvement Technique for Indirect Feedback Kalman Filter in Delayed-Measurement Systems

Seongho Nam*,1) · Changky Sung1) · Taewon Kim1)

1) *The 3rd Research and Development Institute, Agency for Defense Development, Korea*

(Received 25 July 2016 / Revised 13 October 2016 / Accepted 6 January 2017)

ABSTRACT

Most of weapon systems use aided navigation system which integrates inertial navigation and aiding sensors to compensate the INS errors increasing with the passage of time. Various aid sensors can be applied such as Global Navigation Satellite System (GNSS), radar, barometer, etc., but there might exist time delay caused by signal processing or transferring aid information. This time delay leads out-of-sequence measurements (OOSM) systems. Previously, optimal and suboptimal measurment update method for OOSM systems, where the time delay length are known, are proposed. However, previous algorithm does not guarantee the positive definite property of covariance matrix. In order to improve numerical stability for aided navigation using delayed-measurement, this paper proposes a new measurement covariance update algorithm be similar to Joseph-form in Kalman filter. Futhermore, we propose how to implement it in indirect feedback Kalman filter structure, which is commonly used in aided navigation systems, for time-delayed measurement systems. Simulation and vehicle test results show effectiveness of a proposed algorithm.

Key Words : Aided Navigation(보정 항법), Kalman Filter(칼만 필터), Delayed Measurement(시간지연 측정치), Out-of-Sequence-Measurement(OOSM), Indirect Feedback(간접 되먹임)

1. 서 론

관성항법장치는 자이로스코프 및 가속도계의 출력인 각속도와 가속도를 이용하여 위치, 속도, 자세를 제공하는 장치이다. 관성항법장치는 다른 외부 영향없이 각속도와 가속도를 적분하여 위치, 속도, 자세를 계산

* Corresponding author, E-mail: shnam@add.re.kr
Copyright ⓒ The Korea Institute of Military Science and Technology

하는데, 시간이 지남에 따라 센서 오차 누적에 의해 항법오차가 증가한다. 때문에 관성항법장치는 GNSS, 레이더추적시스템, 영상센서 등의 보조센서를 이용하여 보정항법을 수행한다[1,2].

기존의 연구들은 대부분 측정치의 생성 시점과 칼만필터의 업데이트 시점의 동기가 맞다는 가정하에 연구가 되었다. 하지만, 실제 환경에서는 신호처리 및 데이터 전송 등에 의해 동기가 맞지 않아 시간지연된 측정치를 수신하게 된다. 특히 측정치 생성 시스템과 보정시스템이 분산되어 있는 경우, 보정정보의 생성 및 정보의 전송에 의해 칼만필터 등에 기반한 보정필터 측면에서 측정치에 매우 긴 시간 지연이 존재할 수 있다. 이러한 시간지연을 고려하지 않는 경우 보정필터의 성능이 저하될 수 있으며, 특히 측정치의 정밀도가 높은 경우 보정필터가 발산할 가능성이 존재한다.

Bar-Shalom은 분산환경에서 시간지연을 고려한 최적 추정 알고리즘을 제시하였다[3]. 여기서 분산 시스템 간에 시각동기를 통해 시간지연은 알고 있다고 가정하였다. 이와 함께 작은 잉여치 또는 작은 시스템 잡음 등을 고려한 준최적 추정 알고리즘 등도 같이 제안하였다. Zhang은 여러 분산환경에 대해 시간지연 고려한 추정 알고리즘 및 이에 필요한 최소 정보 저장량을 제안하였다[4]. 그러나 이러한 알고리즘들은 공분산 갱신 식이 두 양의 한정 행렬의 차 연산임에 의해 수치적으로 불안정 할 수 있는 가능성이 있다. 특히 측정치가 정밀한 경우 시간지연이 길어짐에 따라 추정필터의 발산가능성이 매우 높다.

이에 본 논문에서는 Bar-Shalom이 제시한 공분산 갱신 식이 수치적으로 보다 안정적인 Joseph 형과 유사한 형태로 다시 기술될 수 있음을 보인다. 또한 기존 연구 결과는 직접 앞먹임 구조에 대한 문제를 주로 다룬 반면 본 논문에서는 항법시스템에서 일반적으로 사용하는 간접 되먹임 구조에서 시간지연을 고려한 칼만필터의 적용방법을 제안한다.

제안한 새로운 공분산 갱신 식의 유효성을 보이기 위한 시뮬레이션 결과에 대해서 기술하며, 제안 알고리즘을 실제 구현하여 차량탑재 시험을 수행하여 제안 알고리즘의 유효성을 보인다.

본 논몬의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 시스템 모델과 시간지연을 고려한 칼만필터에 대해 기술하며, 3절에서 수치적으로 안정적인 공분산 갱신식을 유도한다. 4절에서는 간접 되먹임 필터 구조에서 시간지연을 고려한 칼만필터의 적용방법을 제시하며, 5절에서 시뮬레이션 결과 및 시험 결과를 기술한 후, 6절에서 결론을 맺는다.

2. 시간지연 측정치 고려한 추정 알고리즘

2.1 시스템 모델

시스템 모델과 측정치 모델을 다음과 같이 정의한다.

$$x(k) = F(k,k-1)x(k-1) + v(k,k-1) \tag{1}$$

$$z(k) = H(k)x(k) + w(k) \tag{2}$$

여기서 k(또는 $k-1$)은 시간 t_k에 대한 이산 인덱스를 의미하고, $F(k,k-1)$은 시간 t_{k-1}에서 t_k로의 상태천이행렬이다. 또한, $v(k,k-1)$은 시간 t_{k-1}에서 t_k까지 시스템잡음이며, $w(k)$는 측정잡음이다. $v(k,k-1)$와 $w(k)$는 서로 상관관계가 없는 백색 잡음이고 공분산은 각각 $E[v(k,j)v(k,j)'] = Q(k,j)$, $E[w(k)w(k)'] = R(k)$이라 가정한다.

식 (1), (2)로 주어진 모델에 대한 기존 칼만필터의 시간 전파식은 다음과 같다.

$$\hat{x}(k|k-1) = F(k,k-1)\hat{x}(k|k-1) \tag{3}$$

$$P(k|k-1) = F(k,k-1)\hat{x}(k-1|k-1)F(k,k-1)' + Q(k,k-1) \tag{4}$$

t_k시점 측정치에 대한, 측정치 갱신 식은 다음과 같다.

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + W(k)(z(k) - H(k)\hat{x}(k|k-1)) \tag{5}$$

$$P(k|k) = (I - W(k)H(k))P(k|k-1) \tag{6}$$

여기서 칼만필터 이득 $W(k)$는 다음과 같다.

$$W(k) = P(k|k-1)H(k)' \times (H(k)P(k|k-1)H(k)' + R(k))^{-1} \tag{7}$$

참고로, 식 (6)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다[5].

$$P(k|k) = (I - W(k)H(k))P(k|k-1)(I - W(k)H(k)) + W(k)R(k)W(k)' \tag{8}$$

식 (8)은 공분산 갱신 식의 Joseph stabilized version 이라고도 부른다. 이론적으로 식 (6)과 식 (8)은 동일하다. 식 (6)이 더 간단하나 공분산 행렬의 대칭성이나 양의 한정(positive definite) 조건을 보장하지 않는 반면, 식 (8)은 대칭성과 양의 한정 조건을 보장하기 때문에 수치적으로 안정하다[6,7].

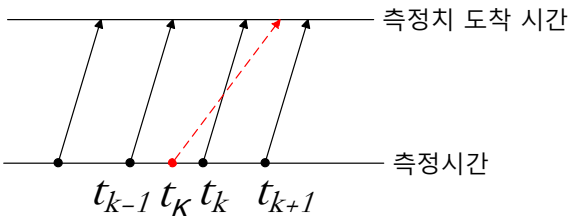

Fig. 1. Delayed measurement system

일반적인 칼만필터는 측정치가 측정된 시점과 업데이트 시점의 시간동기가 항상 맞다는 가정에서 연구가 진행되었다. 하지만, Fig. 1과 같이 실제 환경에서 측정치는 데이터 전송 또는 신호처리 등에 의한 이유로 임의의 시간지연을 가지게 될 수 있고, 이로 인하여 측정치들이 순차적으로 수신되지 않을 수 있다. 즉, t_k 시점의 측정치를 업데이트 한 이후에 시간지연으로 인해 t_k보다 이전 시간인 t_κ시점에 측정된 측정치가 수신되어 현재 필터의 상태보다 이전 상태의 측정치를 이용하여 업데이트를 적용해야 하는 상황이 발생 할 수 있다.

본 논문에서는 측정치가 시간지연을 갖는 시스템을 다루며, 해당 시스템은 임의의 시간지연이 발생하지만, 측정치가 수신될 때 정확한 Time Tag와 함께 수신되어 시간 지연 여부를 알 수 있는 시스템이라 가정한다. 즉, 시간지연된 측정치가 생성된 시점인 t_κ를 알 수 있다고 가정한다. 2.2절과 2.3절에서는 시간지연 시스템에서 칼만필터를 어떻게 업데이트 할 것인지 기존에 연구된 방법을 기술한다[3,4].

2.2 최적의 시간지연을 고려한 칼만필터 업데이트

식 (1)의 시스템 모델은 $k-1$시간 대신 $\kappa < k$인 시간에 대해 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$x(k) = F(k,\kappa)x(\kappa) + v(k,\kappa) \tag{9}$$

$$x(\kappa) = F(\kappa,k)\left[x(k) - v(k,\kappa)\right] \tag{10}$$

여기서 $F(k,\kappa)$는 시간 t_κ로부터 시간 t_k로의 상태천이행렬, $F(\kappa,k)$는 $F(\kappa,k) = F(k,\kappa)^{-1}$인 역방향 상태천이형렬을 의미한다.

시간 $t = t_k$에서 추정치 $\hat{x}(k|k) \equiv E[x(k)|Z^k]$와 공분산 $P(k|k) \equiv cov[x(k)|Z^k]$가 가용하다고 하자. 시간지연 측정치를 고려한 추정문제는 여기에 추가적으로 $t = t_\kappa (\kappa < k)$ 시점의 측정치 $z(\kappa)$가 가용한 경우 $z(\kappa)$에 현재 시점의 추정치 $\hat{x}(k|k)$로부터 시간지연된 측정치 $z(\kappa)$를 이용하여 어떻게 $\hat{x}(k|k,\kappa)$를 구할 것인가 문제이다.

Bar-Shalom이 제안한 시간지연측정치를 고려한 측정치 갱신 과정은 다음과 같다.

먼저 현재 시간 t_k시점의 $\hat{x}(k|k)$를 시간 지연된 시점인 t_κ시점으로 추리한다.

$$\begin{aligned}\hat{x}(\kappa|k) = {} & F(\kappa,k)[\hat{x}(k|k) \\ & - Q(k,\kappa)H(k)'S(k)^{-1}\nu(k)]\end{aligned} \tag{11}$$

여기서, $S(k) \equiv cov[z(k)|Z^{k-1}]$으로 다음과 같다.

$$S(k) = H(k)P(k|k-1)H(k)' + R(k) \tag{12}$$

다음으로, 추리한 상태의 시스템잡음의 공분산 $P_{vv}(k,\kappa|k) \equiv cov[v(k,\kappa)|Z^k]$, 시스템잡음과 추리한 상태변수의 교차 공분산 $P_{xv}(k,\kappa|k) \equiv cov[x(k),v(k,\kappa)|Z^k]$, 추리한 상태변수의 공분산 $P(\kappa|k) \equiv cov[x(\kappa)|Z^k]$은 각각 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}P_{vv}(k,\kappa|k) = {} & Q(k,\kappa) - Q(k,\kappa)H(k)' \\ & \times S(k)^{-1}H(k)Q(k,\kappa)\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}P_{xv}(k,\kappa|k) = {} & Q(k,\kappa) - P(k|k-1)H(k)' \\ & \times S(k)^{-1}H(k)Q(k,\kappa)\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}P(\kappa|k) = {} & F(\kappa,k)[P(k|k) + P_{vv}(k,\kappa|k) - P_{xv}(k,\kappa|k) \\ & - P_{xv}(k,\kappa|k)']F(\kappa|k)'\end{aligned} \tag{15}$$

t_κ 측정치에 대한 공분산은 다음과 같다.

$$S(\kappa) = H(\kappa)P(\kappa|k)H(\kappa)' + R(\kappa) \tag{16}$$

t_k시점의 상태변수와 시간지연된 측정치 $z(\kappa)$간의

공분산은 다음과 같다.

$$P_{xz}(k,\kappa|k) = [P(k|k) - P_{xv}(k,\kappa|k)]F(\kappa,k)'H(\kappa)' \quad (17)$$

칼만필터의 이득 $W(k,\kappa)$은 다음과 같다.

$$W(k,\kappa) = P_{xz}(k,\kappa|k)S(\kappa)^{-1} \quad (18)$$

최종적으로 상태변수 및 공분산 업데이트 식은 다음과 같다.

$$\hat{x}(k|\kappa) = \hat{x}(k|k) + W(k,\kappa)[z(\kappa) - H(\kappa)\hat{x}(\kappa|k)] \quad (19)$$

$$P(k|\kappa) = P(k|k) - W(k,\kappa)S(\kappa)\,W(k,\kappa)' \quad (20)$$

2.3 준 최적의 시간지연을 고려한 칼만필터 업데이트 식

2.2절의 최적 측정치 갱신 식은 계산 과정이 매우 복잡한 추리한 시스템 잡음의 공분산에 해당하는 $Q(k,\kappa)$ 항이 포함되어 있다. 이를 간략화 하기 위해 Bar-Shalom은 $Q(k,\kappa) \simeq 0$임을 가정하여 준최적 측정치갱신 식을 제안하였고, 이는 최적 측정치 갱신 식과 성능 면에서 유사하다는 것이 입증되었다[3]. Bar-Shalom이 제시한 준 최적 측정치 갱신 식은 다음과 같다.

먼저 $\hat{x}(k|k)$와 $P(k|k)$를 상태천이행렬 $F(\kappa,k)$를 통해 추리한 $\hat{x}(\kappa|k)$와 $P(\kappa|k)$를 계산한다. $Q(k,\kappa) = 0$이라고 가정하였으므로, 식 (13), (14)는 모두 0가 되며, 식 (11), (15)는 다음과 같이 간략화 될 수 있다.

$$\hat{x}(\kappa|k) = F(\kappa,k)\hat{x}(k|k) \quad (21)$$

$$P(\kappa|k) = F(\kappa,k)P(k|k)F(\kappa,k)' \quad (22)$$

식 (14)의 $P_{xv}(k,\kappa|k)$가 0이므로, 식 (17)은 다음과 같이 간략화 될 수 있다.

$$P_{xz}(k,\kappa|k) = P(k|k)F(\kappa,k)'H(\kappa)' \quad (23)$$

이를 이용하여, 칼만필터 이득을, 식 (18)를 이용해 계산할 수 있으며, 식 (19), (20)을 통해 상태변수 및 공분산 측정치를 갱신할 수 있다.

준최적 알고리즘은 최적 알고리즘 대비 $P(\kappa|k)$가 0이라 가정한 $Q(k,\kappa)$만큼 큰 값을 가지기 때문에, 칼만이득이 보다 작은 값을 가지게 된다. 이는 특히 초기 과도상태에서 응답특성을 저하시킬 수 있으나, 정상상태에서는 그 영향이 작을 것으로 판단된다.

3. Joseph 형태의 공분산 업데이트 식

2절에서 Bar-Shalom이 제시한 준 최적의 시간지연을 고려한 칼만필터 업데이트 식 (20)을 통해 계산되는 $P(k|\kappa)$는 이론적으로 양의 한정이다. 그러나 유효 비트수가 충분하지 않은 실수연산의 수치적 계산에 의해 공분산에 대한 양의 한정 조건이 깨질 수 있다. 이는 필터의 성능 저하 또는 오동작을 초래할 수 있다. 이를 방지하기 위해, 본 논문에서는 수치 안정성 향상을 위한 공분산 업데이트식을 유도한다.

먼저, 식 (20)은 식 (18)의 칼만이득을 대입하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P(k|\kappa) = P(k|k) - P_{xz}(k,\kappa|k)S(\kappa)^{-1}P_{xz}(k,\kappa|k)' \quad (24)$$

식 (24)에 식 (23)의 P_{xz}항을 대입하여 정리하면 식 (20)은 칼만이득 $W(k,\kappa)$의 함수로 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$P(k|\kappa) = [I - W(k,\kappa)H(\kappa)'F(\kappa,k)']P(k|k) \quad (25)$$

식 (25)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} P(k|\kappa) &= P(k|k) - W(k,\kappa)H(\kappa)F(\kappa,k)P(k|k) \\ &= P(k|k) - W(k,\kappa)H(\kappa)F(\kappa,k)P(k|k) \\ &\quad - P(k|k)F(\kappa,k)'H(\kappa)'\,W(k,\kappa)' \\ &\quad + P(k|k)F(\kappa,k)'H(\kappa)'\,W(k,\kappa)' \end{aligned} \quad (26)$$

식 (26)의 마지막 항은 $H(\kappa)'$와 $W(k,\kappa)'$ 사이에 $z(\kappa)$의 잉여치 공분산인 $S(\kappa)$와 $S(\kappa)^{-1}$를 추가하여 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} &P(k|k)F(\kappa,k)'H(\kappa)'\,W(k,\kappa)' \\ &\quad = P(k|k)F(\kappa,k)'H(\kappa)'S(\kappa)^{-1}S(\kappa)\,W(k,\kappa)' \end{aligned} \quad (27)$$

식 (27)의 앞 4개 항은 다시 $W(k,\kappa)$이고, $S(\kappa)$에 식 (22)와 (16)을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&P(k|k)F(\kappa,k)'H(\kappa)'W(k,\kappa)' \\
&\quad = W(k,\kappa)[H(\kappa)F(\kappa,k)P(k|k)F(\kappa,k)'H(\kappa)' \\
&\qquad + R(\kappa)]W(k,\kappa)' \\
&\quad = W(k,\kappa)H(\kappa)F(\kappa,k)P(k|k)F(\kappa,k)'H(\kappa)'W(k,\kappa)' \\
&\qquad + W(k,\kappa)R(\kappa)W(k,\kappa)'
\end{aligned} \tag{28}
$$

식 (28)를 식 (26)에 대입한 후, 식 (26)의 첫 세 개 항과 식 (28)의 첫 번째 항을 묶어 정리하면, 측정치 공분산 갱신식은 최종적으로 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
P(k|\kappa) = &[I - W(k,\kappa)H(\kappa)F(\kappa,k)] \\
&\times P(k|k)[I - W(k,\kappa)H(\kappa)F(\kappa,k)]' \\
&+ W(k,\kappa)R(\kappa)W(k,\kappa)'
\end{aligned} \tag{29}
$$

식 (29)는 식 (8)의 칼만필터의 Joseph 형과 유사하며, 단지 $F(\kappa,k)$항이 추가된 형태임을 알 수 있다. 식 (29)는 식 (20)과 달리 두 양의 한정 행렬의 합 연산 형태이기 때문에 Bar-Shalom이 제시한 식 (20) 대비 수치적 연산에 보다 강건하다.

4. 간접 되먹임 구조에서의 시간지연을 고려한 칼만필터

본 절에서는 저급 성능 또는 장시간 운용 관성항법장치의 보정항법 알고리즘 등에 일반적으로 적용되는 간접 되먹임 구조에서 시간지연을 고려한 칼만필터 업데이트 식을 유도하며, 실질적으로 어떻게 적용하여 구현할 것인지를 기술한다.

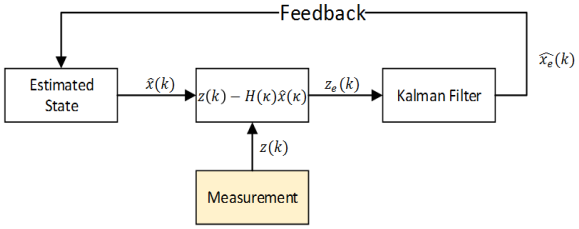

Fig. 2. Block diagram for indirect feedback kalman filter

간접 칼만필터는 추정하고자 하는 변수를 상태변수로 그대로 사용하는 것이 아닌, 추정오차를 상태변수로 설정하는 것을 뜻한다. 즉, 예를 들어, 직접 칼만필터 구조에서 상태변수가 위치, 속도, 자세라면 간접 되먹임 구조 칼만필터에서 상태변수는 위치오차, 속도오차, 자세오차가 된다. 필터에서 추정된 오차는 실 모델에 되먹임하여 실 모델의 오차를 직접 보상한다. 간접 되먹임 구조의 칼만필터에서 필터의 상태변수를 x_e라 하자. 이러한 구조에서는 상태변수가 추정오차이기 때문에 필터의 측정치도 오차형태가 된다. 즉, 간접 되먹임 구조 칼만필터의 측정치는 $z_e(k) = z(k) - H(k)\hat{x}(k)$ 이다. 간접 되먹임 칼만필터의 구조는 Fig. 2와 같다. 간접 되먹임 구조에서는 상태변수를 오차로 설정하고, 칼만필터의 업데이트가 이루어질 때마다 필터에서 추정한 상태변수 오차를 되먹임하여 보정한다.

따라서 칼만필터의 상태변수의 값이 존재하지 않아 상태변수에 대한 시간전파를 할 필요는 없으며, 공분산에 대한 시간전파만 수행하면 된다. 간접 되먹임 구조에서 칼만필터 업데이트 식은 다음과 같이 간략화 된다.

$$
\hat{x}_e(k|k) = W(k)z_e(k) \tag{30}
$$

공분산 시간전파 및 업데이트 식은 기존 칼만필터와 동일하다.

시간지연을 고려한 시스템에서 간접 되먹임 구조의 칼만필터 업데이트 식은 상태변수 업데이트 식만 식 (30)과 유사하게 다음과 같이 변형하면 된다.

$$
\hat{x}_e(k|\kappa) = W(k,\kappa)z_e(\kappa) \tag{31}
$$

Bar-shalom이 제시한 시간지연을 고려한 필터의 업데이트에서 가장 중요한 것은 상태변수와 공분산을 시간지연된 시점으로 추리한 뒤에 이득을 계산하여 업데이트를 하는 것이다. 하지만, 간접 되먹임구조의 칼만필터에서는 상태변수의 값이 존재하지 않기 때문에 추리할 수가 없다. 본 논문에서는 간접 되먹임 구조에서 버퍼를 이용한 시간지연을 고려한 필터를 제안한다. 본 논문에서 제안하는 칼만 필터 구조는 Fig. 3과 같다.

제안하는 알고리즘에서는 m개의 데이터를 저장할 수 있는 버퍼를 설계하여 t_k부터 t_{k-m}까지의 추정치, 시간전파행렬 데이터를 저장한다. t_k시점의 추정치 버퍼는 $\Omega_{\hat{x}} = \{\hat{x}(k),\cdots,\hat{x}(k-m)\}$, 시간전파행렬 버퍼는 $\Omega_F = \{F(k,k-1),\cdots,F(k-m,k-m-1)\}$이라 표현할

수 있다. 이 때, m은 운용 환경의 최대 시간지연을 고려하여 $t_\kappa > t_m$을 만족하도록 적절히 설계한다.

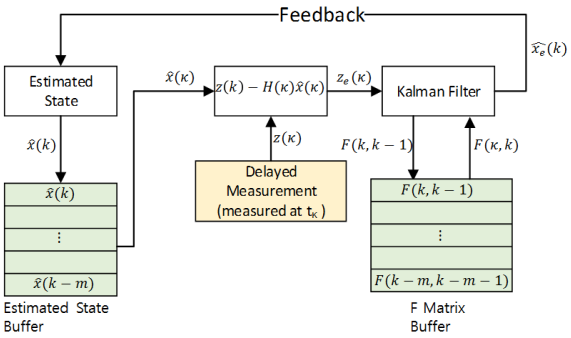

Fig. 3. Block diagram for indirect feedback kalman filter with delayed measurement

제안하는 알고리즘에서는 시간전파를 수행할 때 마다 각 버퍼에 현재 데이터를 저장한다. 시간지연 되지 않은 일반 측정치가 수신될 경우, 기존과 동일하게 식 (30)과 식 (6)을 이용해 업데이트를 한다. t_κ에 측정된 시간지연 측정치가 수신될 경우 우선 시간지연된 양을 다음과 같이 계산하여,

$$t_d = t_k - t_\kappa \tag{32}$$

추정치 버퍼로부터 t_κ시점의 측정치를 가져온다. 이 때, t_κ시점의 측정치는 $\hat{x}(\kappa) = \hat{x}(k-d)$이며, $\hat{x}(k-d)$는 추정치 버퍼의 원소이다 ($\hat{x}(k-d) \in \Omega_{\hat{x}}$).

그리고, 시간전파행렬 버퍼로부터 $F(\kappa,k)$를 다음과 같이 계산한다.

$$F(\kappa,k) = \prod_{j=d}^{k} F(k-j,k-j-1) \tag{33}$$

그리고, 간접 되먹임 필터의 측정치를 다음과 같이 계산하고, 식 (31), (29)를 이용하여 업데이트를 수행한다.

$$z_e(\kappa) = H(\kappa)\hat{x}(\kappa) - z(\kappa) \tag{34}$$

업데이트를 마친 후, 필터에서 추정된 추정오차를 추정치 버퍼의 모든 원소에 보상한다. 이 과정은 곧 간접되먹임 구조에서 추정치 버퍼 보상 과정은 t_κ 시점의 추정치 $\hat{x}(\kappa|k)$를 추리하여 계산하는 과정을 대체한다.

본 논문에서 제안하는 간접 되먹임 구조의 시간지연을 고려한 칼만필터의 상세한 알고리즘을 요약하면 Table 1과 같다.

Table 1. Procedure of proposed algorithm

시간전파

1) 식 (4)를 이용해 공분산 시간전파한다.
2) 추정치, 시간전파행렬을 각각 버퍼에 저장한다.

$$\hat{x}(k) \rightarrow \Omega_{\hat{x}}, F(k,k-1) \rightarrow \Omega_F$$

업데이트

1) 시간지연(t_d)을 식 (32)와 같이 계산한다.
2) 추정치 버퍼로부터 t_κ시점의 측정치를 가져온다.
3) 시간전파 행렬 버퍼로부터 식 (33)과 같이 $F(\kappa,k)$를 계산한다.
4) 간접 되먹임 필터의 측정치를 식 (34)와 같이 계산한다.
5) 식 (29), (31)를 이용해 업데이트를 수행한다.
6) 추정오차를 버퍼에 보상한다.

$$\hat{x} = \hat{x} - \hat{x_e} \qquad \forall \hat{x} \in \Omega_{\hat{x}}$$

5. 시험 결과

제안하는 알고리즘의 효용성을 입증하기 위해 두 가지 시험을 수행하였다. 먼저 2차원 평면상의 위치를 추정하는 비교적 간단한 문제에서 시간지연으로 인한 수치적 불안정성이 발생하는 가상의 환경을 구성한 후, 본 논문에서 제안한 공분산 갱신 식이 기존 제시된 식보다 수치안정성이 높은 것을 확인하기 위한 시뮬레이션을 수행하였다. 다음으로 1~2초 시간지연이 실제로 존재할 수 있는 정밀레이더/관성항법장치 간접 되먹임 구조 보정필터에서 시간지연을 고려한 칼만필터 알고리즘을 탑재하여 차량시험을 수행하였다.

5.1 시뮬레이션 결과

먼저, 제시된 새로운 공분산 갱신 알고리즘의 효용성을 입증하기 위해 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레

이션 모델은 2차원 평면상의 위치와 속도, 가속도를 상태변수(6차)로 하며, X축과 Y축 위치를 측정치로 하였다. 보정주기는 10 Hz이며, 시간지연은 5초, 측정잡음은 0.1 m, 시스템잡음은 1 Nm/hr급 관성항법장치에 해당하는 오차 수준으로 가정하였다. 수치적 불안정성을 보다 효과적으로 확인하기 위해 모든 연산은 32 bit 단정밀도 실수연산으로 수행하였다. 시뮬레이션 상의 참 궤적은 반경 110 m 동심원으로 설정하였다.

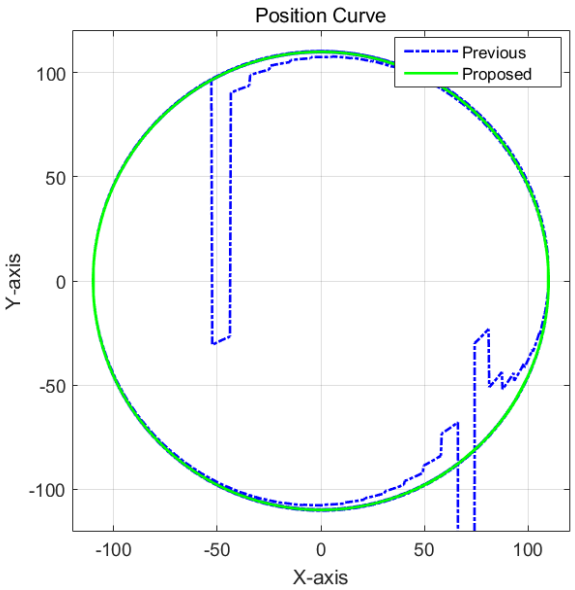

Fig. 4. Trajectory of estimated position by previous algorithm and proposed algorithm

Fig. 4는 기존 알고리즘[3]과 제안한 공분산 갱신 알고리즘을 통해 추정한 위치의 궤적이다. 초기에는 정상적으로 두 알고리즘 모두 참 궤적인 동심원을 그리다가, 기존의 Bar-Shalom 알고리즘은 수치적 불안정성을 보이며 필터가 비정상적으로 동작하여 발산한 반면, 제시된 알고리즘은 안정적으로 동작하였다. 필터가 비정상적으로 동작한 약 1890초 시점의 Bar-Shalom 알고리즘과 제안 알고리즘의 공분산의 고유값은 Table 2와 같다. 정확한 비교를 위하여 64 bit 배정밀도 실수연산으로 수행하였을 때 값도 추가하였다.

Table 2를 보면 알 수 있다시피 Bar-Shalom 알고리즘의 공분산 행렬의 3,4,6번째 고유값이 음수인 것을 확인 할 수 있다. 즉, 공분산 행렬이 양의 한정을 만족하지 않는다는 의미이다. 반면 제안 알고리즘은 양의 한정을 만족한다. 또한, 단정밀도 연산으로 계산한 제안 알고리즘의 고유값이 배정밀도 연산으로 계산한 기존 방식의 고유값과 일치하는 것을 확인 할 수 있다. 이를 통해, 이론적으로는 기존 식과 제안한 식이 같으나 기존의 식은 수치적 불안정성이 존재하여 양의 한정 조건이 깨지는 반면, 제안된 식은 수치적으로 안정한 것을 확인할 수 있다.

Table 2. Comparison for eigenvalue of covariance matrix of state

	Bar-Shalom 알고리즘 (64 bit)	Bar-Shalom 알고리즘 (32 bit)	제안 알고리즘 (32 bit)
1st	3.94e-09	1.48e-05	2.90e-05
2nd	5.31e-14	7.99e-09	6.95e-14
3rd	2.89e-05	-2.33e-10	3.94e-09
4th	2.89e-05	-2.74e-03	2.90e-05
5th	3.94e-09	-3.22e-08	3.94e-09
6th	5.31e-14	5.33e-14	5.33e-14

5.2 차량탑재시험 결과

추가적으로, 본 알고리즘의 성능을 확인하기 위해 시뮬레이션 이외의 차량탑재 시험을 수행하였다. 사용한 관성항법장치는 1 Nm/hr급의 항법장치를 사용하였으며, 측정치는 레이더 측위정보를 이용하여 1초 이상 시간 지연을 갖도록 생성하였다. 레이더 측위정보는 실시간으로 SBAS 보정한 GPS 위치를 이용해 모사를 하였다. 즉, GPS의 출력인 위도, 경도, 고도를 레이더 측위정보인 거리, 방위각, 고각 정보로 변환하여 보정항법을 수행하였다. 관성항법장치에 탑재된 칼만필터는 간접 되먹임 구조로 칼만필터를 구현하였고, 일반 칼만필터와 시간지연을 고려한 칼만필터를 각각 시험을 수행하였다. 차량시험 궤적 및 레이더 지상국 위치는 Fig. 5와 같다. 편도 6 km 거리를 왕복하였으며, 차량의 속도는 약 100 km/hr로 이동하였다. 레이더 지상국 위치가 출발지점가 가까워 시간이 지나 멀어질수록 측정치인 레이더 측위정보의 정확도는 점점 떨어지게 된다.

Fig. 6은 일반 칼만필터와 시간지연 측정치를 고려한 칼만필터의 고도오차 결과이다. 결과를 보면 알 수 있다시피 초기에 기존 칼만필터는 보정항법 고도가 크게

진동하였고, 시간지연을 고려한 칼만필터는 정상적으로 동작하는 것을 확인 할 수 있다.

Fig. 5. Trajectory of vehicle test

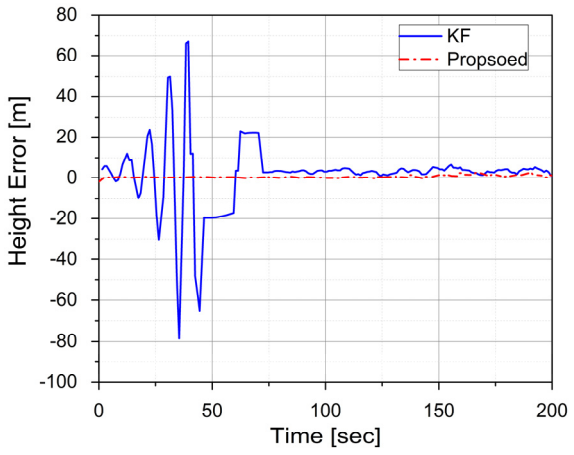

Fig. 6. Height error of normal kalman filter and proposed algorithm

6. 결 론

본 논문에서는 시간지연이 존재하는 시스템에서 칼만필터 측정치 갱신 방법에 대해 연구를 진행하였다. 먼저, 기존에 제시된 측정치 갱신식 보다 수치적 안정성이 보장되는 공분산 갱신 식을 제안하였다. 또한 간접 되먹임 구조에서 시간지연을 고려한 칼만필터 구현 알고리즘을 제안하였다. 시뮬레이션 및 차량탑재시험을 통해 제안 알고리즘의 효용성을 입증하였다.

References

[1] Paul D. Groves, “Principles of GNSS, Inertial, And Multisensor Intergrated Navigation Systems,” Artech House, 2013.

[2] Robert M. Rogers, “Applied Mathematics in Intergrated Navigation Systems,” AIAA Education Series, 2003.

[3] Yaakov Bar-Shalom, “Update with Out-of-Sequence Measurements in Tracking: Exact Solution,” IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, Vol. 38, No. 3, 2002.

[4] Keshu Zhang, X. Rong Li, Yunmin Zhu, “Optimal Update With Out-of-Sequence Measurements,” IEEE Trans. Signal Processing, Vol. 53, No. 6, 2005.

[5] Dan Simon, “Optimal State Estimation, John Wiley & Sons,” 2006.

[6] John L. Crassidis, John L. Junkins, “Optimal Estimation of Dynamidc Systems,” CRC Press, 2004.

[7] Richard S. Bucy, Peter D. Joseph, “Filtering for Stochastic Processe with Applications to Guidance,” John Wiley & Sons, 1968.