한국학교수학회논문집 제 20 권, 제 4 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 20, Number 4, 387-404, December 2017

수학과 중등임용 확률과 통계학 기출문항 분석

김창일[1) · 전영주[2)

본 연구에서는 최근 4개년(2014~2017학년도)의 수학교과내용학 기출문항 가운데 확률과 통계학 문항을 분석 대상 문항으로 분류하고, 수학과 임용시험 문항 분석틀을 기반으로 분류된 문항을 분석하였다. 그 결과 첫째, 확률과 통계학 교육과정의 정상화를 유도하기 위하여 4개 평가영역이 고르게 출제되어야 한다. 둘째, 통합적 사고, 종합·분석적인 사고 평가가 이루어져야 한다. 셋째, 수학적 사고력과 논리적 역량을 측정할 수 있는 문항 발문이 사용되어야 한다. 넷째, 문항 수에 의한 출제 비율은 7.7%~10.0%이고, 배점에 따른 비율은 이 보다 낮은 5.0%~7.5% 사이로 출제되었다. 다섯째, 적정난이도 안정화 정책을 유지하고 있다. 여섯째, 확률과 통계학은 귀납적 관점의 문제해결력 측정을 해야 한다는 결론과 시사점을 얻었다.

주요용어 : 중등임용, 확률과 통계

Ⅰ. 서론

교육부(2015)는 지식기반사회에서 요구되는 창의융합형 인재 양성을 목표로 학교교육 전 과정에서 학생들에게 길러주고자 하는 핵심역량을 설정한 2015 개정 교육과정을 확정·발표하였다. 이러한 국가교육의 기본 방향이 제대로 실행되고 정착되기 위해서는 인재를 교육시킬 수 있는 좋은 교사를 양성·선발하고 지속적인 재교육을 통하여 교사의 전문성을 신장시키는 교원정책이 뒷받침 되어야 한다. 그 대표적인 예가 1990년부터 실시되어 오고 있는 공립학교 중등 임용후보자 선정경쟁시험(이하 중등임용시험)이다. 중등임용시험은 교원양성기관에서 소정의 교육과정 이수와 교사 자격증 취득자를 대상으로 매년 일정 인원의 적격자를 선발하고 있다.

초기 중등임용시험은 선다형 문항 유형의 문제점과 대학수준의 성취도 결과를 적절히 측정하지 못한다는 비판(한국교육과정평가원, 2008a)에 따라 2009학년도부터 면접과 수업실기능력의 평가 비중을 강조하고 2단계 전형을 3단계로 평가 체제로 확대하는 시험이 시행되었다. 그러나 변화된 시험체제로도 우수한 교사가 갖추고 있어야 할 전문적 지식과 소양 측정에 곤란을 겪었다. 그것은 여전히 선다형 문항 유형의 유지와 방대한 출제범위, 지엽적인 문항 출제, 학원 의존 심화 등의 문제점을 안고 있었기 때문이었다(교육과학기술부, 2012). 이

---

* MSC2010분류 : 97B50

1) 단국대학교 (kci206@dankook.ac.kr)

2) 전북대학교 (jyj@jbnu.ac.kr), 교신저자

후 2014학년도부터는 객관식 시험을 전면 폐지하고, 교육학(논술)과 전공(서답형) 시험, 수업실연과 심층면접 등 2단계 평가로 전형 단계를 다시 간소화 하였다. 이러한 중등임용시험 체제 개편은 학교교육의 질 제고와 교육경쟁력 강화를 위한 노력으로 학문에 대한 높은 전문성과 다양한 소양을 겸비한 교사를 어떻게 선발할 것인가에 대한 고민의 흔적이라 할 수 있다(전영주, 2014). 이처럼 여러 차례 평가 체제의 수정·보완을 통해 정립된 중등임용시험의 전공과목은 교과내용학과 교과교육학 양축으로 완비되어 있다. 수학과의 경우, 교과내용학은 추상대수학, 선형대수학, 정수론, 해석학, 복소해석학, 위상수학, 미분기하학, 확률과 통계학, 이산수학 등 8개 과목, 교과교육학은 수학교육론 1개 과목을 기본이수과목(한국교육과정평가원, 2008b)으로 구성되어 있다.

그렇지만 어떠한 직업보다도 창의적인 사고, 풍부한 감성, 그리고 다양한 실생활 경험을 지니도록 요구해야 할 예비교사들에게 본질적인 한계가 있는 지필고사(한국교육과정평가원, 2008a)로만 1차 선발해야 하기에 해결해야 할 과제가 분명히 있다. 그것은 9개 과목에 예비수학교사의 교직능력을 올바르게 측정할 수 있도록 각 문항에 예비교사가 갖추어야 할 수학내용학 지식과 수학교육학 지식을 담아내는 것이다. 우선 이러한 준비 작업으로 중등임용시험 기출 문항에서 예비수학교사에게 요구된 교수역량과 지식·능력이 무엇이었는지를 분석해보는 것은 그 의의가 있다고 할 수 있다. 뿐만 아니라 출제 문항의 특성들을 분석한 내용들이 임용 문항 제작에 활용된다면 향후 출제에 도움이 될 수 있을 것이다. 그렇지만 최근까지의 수학과 중등임용시험 기출문항을 분석한 학술논문으로는 전영주(2014)의「중등교사 임용시험 수학교과교육학 기출 문항 분석」과 변지수·최병옥(2012)의「중등교사 임용시험 수학교과 내용학 문항의 출제 경향 분석」단 두 편에 불과하다. 다만, 석사학위 논문으로는 조민정(2014)의「최근 6년간 중등교원임용시험 수학내용학 출제 문항 분석」, 김동욱(2012)의「수학과 중등교사 신규임용후보자 선정 경쟁 1차 시험 문항분석에 관한 연구」, 서보람(2012)의「중등 수학 임용후보자 선정 경쟁시험 분석」등이 있으나 중등임용시험의 출제 체제가 바뀐 2014학년도 이후로는 조민정(2014)의 학위논문이 유일하다는 것이 아쉽다.

우리는 지금 고도로 정보화된 정보의 홍수(Flood of information) 속에 갤브레이스(J. K. Galbraith)의 말처럼 모든 것을 확신할 수 없는 불확실성의 시대(The Age of Uncerntainty)를 살아가고 있다. 그래서 정보(information)와 자료(data)를 수집하여 확실하지 않은 어떠한 사실에 대해서 과학적인 판단을 할 수 있는 방법을 터득해야만 한다. 이것은 학교교육에서도 관련 교육이 그만큼 절실하다는 것을 의미한다. 바로, 창의융합(creative fusion)과 정보처리능력(information literacy)이며, 이를 배양하는 과목인 확률과 통계학이다. 확률과 통계는 교과서에 갇힌 생명력을 잃은 지식이 아니라 교과서 밖으로 나와 일상과 유기적으로 연계되기에 가장 적합한 학교수학의 주제(교육부, 2016)로, 거대하게 움직이는 현대사회의 여러 현상을 이해하고 분석하는 도구가 될 수 있다. 하지만 최근 학업성취도 국제비교 연구 결과에서, 우리나라 학생들은 수학 내용 영역 중에서 확률과 통계에 대한 소양이 상대적으로 낮은 것으로 나타났는데, 이는 확률과 통계 교육과정에 대한 점검(교육부, 2016)과 예비수학교사들에게도 확률과 통계 교육을 살펴보도록 하는 계기 마련이 필요하다는 것을 시사한다. 이런 점에서 특히, 확률과 통계학을 세밀하게 다룬 임용관련 연구가 많지 않음에 주목하게 된다.

이에, 본 연구에서는 전공분야가 서답형으로 출제 체제가 완비된 최근 4개년(2014~2017학년도)의 수학교과내용학 기본이수과목 가운데 확률과 통계학 기출 문항을 분석 대상 문항으로 분류하고, 수학과 중등임용시험 문항 분석틀에 근거하여 분류된 문항을 분석하고자 한

다. 그리고 문항 분류 과정과 분석 결과를 토대로 중등임용시험에서의 확률과 통계학 출제와 관련한 시사점을 도출하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 확률과 통계학

궁금한 자료들을 수집하고 모은 자료를 필요로 하는 목적에 따라 분류·분석하는 과정을 다루는 확률과 통계(probability and statistics)는 정보를 이용하여 미래의 어떤 일을 예측하여 의사 결정에 도움을 주며 수학의 실용성을 깨닫게 해준다. 그리고 지식정보화의 현대 사회에서는 이러한 확률과 통계의 중요성이 더욱 커질 것이 확실시 된다. 그러므로 모든 졸업생들은 학교교육을 통해 여러 사람들에 의해 제공되는 데이터의 가치를 합리적이고 이성적으로 판단할 수 있도록 데이터의 생산 과정에 대한 충분한 이해를 바탕으로 데이터의 지적 소비자가 되어야 한다는 Scheaffer 외(1998)의 주장은 같은 맥락에서 이해된다. 그들은 또 유치원부터 12학년까지의 수학과 교육과정 안에 이 같은 교육 관점이 구비되어야 한다고 주장하고 있다. 이런 점에서 지식기반사회에서의 수학교사는 수학교과의 모든 지식을 잘 알아야 하겠지만 그 중에서도 특히 확률과 통계의 지식을 강화할 필요가 있다(김원경, 2006).

교육부는 2018학년도 중학교 1학년과 고등학교 1학년에게 적용할 2015 개정 교육과정을 고시(교육부 고시 제2015-74호)하였다. 여기서 확률과 통계과목은 세계화·정보화가 가속화되는 미래 사회의 구성원인 학생들에게 필수적인 수학교과 역량을 제공하여 수학 문제뿐만 아니라 실생활과 다른 교과의 문제를 창의적으로 해결할 수 있는 창의융합형 인재양성을 목표로 초·중학교 수학과 고등학교 일반선택 과목으로 제시하였다. 학교급으로 나누어 살펴보면, 초등학교는 확률개념을 삭제하면서 '확률과 통계'를 '자료와 가능성'으로 영역명을 변경하였으나 여기서는 연구 범주를 넘어 구체적인 내용은 생략하였다. 중학교와 고등학교에서의 확률과 통계 내용체계는 <표Ⅱ-1>과 같다.

<표 Ⅱ-1> 중·고등학교 확률과 통계 영역 내용 체계

<table>
<tr><th>영역</th><th>학교급</th><th colspan="3">내용</th><th>비고</th></tr>
<tr><td rowspan="6">확률과 통계</td><td rowspan="2">중학교</td><td colspan="2">확률</td><td>◦확률과 그 기본성질</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">통계</td><td>◦자료의 정리와 해석
◦대푯값과 산포도
◦상관관계</td><td>•실생활맥락의 통계교육 강화
•빅데이터 시대상 반영</td></tr>
<tr><td rowspan="4">고등학교</td><td rowspan="2">경우의 수</td><td>공통과목</td><td>◦경우의 수
◦순열과 조합</td><td>•중학교 내용과 연계</td></tr>
<tr><td>일반선택</td><td>◦순열과 조합
◦이항정리</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">확률</td><td>◦확률의 뜻과 활용
◦조건부확률</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">통계</td><td>◦확률분포
◦통계적추정</td><td>•미디어 등 활용도 높음</td></tr>
</table>

2015 개정 수학과 교육과정의 <확률과 통계> 내용 체계를 <표Ⅱ-1>을 중심으로 살펴보면, 중학교 내용에서 대푯값과 산포도를 구할 때 공학적 도구를 이용할 수 있도록 하였는바, 이는 실생활맥락의 통계교육 강화를 염두에 둔 것이다. 또한 빅데이터의 시대상을 반영하여 산점도와 상관관계 내용을 추가하였다. 고등학교 내용에서, 2009 개정 교육과정 <확률과 통계>의 경우의 수, 순열과 조합은 2015 개정 교육과정에서는 고등학교 공통과목의 <수학>으로 하향 이동하여 중학교 내용과 연계되도록 하였다. 그리고 통계적 추정에서 미디어 등을 활용한 실제적인 예를 통하여 표본조사의 필요성을 알게 하고, 통계의 유용성과 가치 인식 제고에 도움을 주고자 하였다.

외국의 경우에도 확률과 통계교육에 대해 그 중요성과 필요성을 인식하고 학교수학에서 그 내용을 다룰 것을 주장하였다. 특히, 계산으로서의 통계보다는 실제적인 자료를 수집, 표현, 처리 경험을 통해 통계의 기본 원리와 자료에 대한 추론 능력을 개발(Freudenthal, 1973)하고, 실세계의 관련 응용문제를 다루는 기회를 학생들에게 제공하여 실생활과 관련된 증거를 확인할 수 있는 교육과정을 설계(Lajoie, Jacobs, & Lavigne, 1995)해야 한다는 생각을 지니고 있었다. 이러한 생각은 NCTM(2000)에서도 찾아볼 수 있는데 6-12학년[3]의 데이터 분석과 확률(data analysis and probability) 내용 영역: (1) 데이터에 대하여 설명될 수 있는 질문들을 공식화하기와 그들에 대한 대답을 하기 위한 관련 데이터 모으기, 조직하기, 묘사하기, (2) 데이터 분석을 위한 적절한 통계적 방법 선택하고 사용하기, (3) 데이터를 기초로 한 추론들과 예측들을 개발, 평가하기, (4) 확률의 기본 개념에 대한 이해와 응용하기에 잘 나타나있다. 그리고 CCSSM(Common Core State Standards for Mathematics)에서도 마찬가지이다. <표Ⅱ-2>는 CCSSM(2010)에서 제시한 중등과정의 확률과 통계 교육과정이다.

<표 Ⅱ-2> CCSSM에 제시된 확률과 통계 내용

학년	교육과정 내용
6	• 통계적 다양성에 대한 이해 도모 • 정리(summarize)와 분포 설명
7	• 모집단 추론을 위한 임의추출 • 두 집단에 대한 비형식적 비교 추론 • 가능성 조사와 확률 모델의 개발, 사용, 평가
8	• 이변량 데이터에서 상관도(patterns of association) 조사
9-12	• 범주형 및 양적 자료(data) 해석 • 추론하기 및 결론 정당화하기 • 조건부 확률과 확률의 정리(rules) • 확률을 이용하여 의사결정하기

2. 확률과 통계학 평가영역 및 내용 요소

한국교육과정평가원(2008b)이 『표시과목「수학」의 교사 자격 기준 개발과 평가영역 상세화 및 수업 능력 평가 연구』에서 제시한 확률과 통계학의 평가영역별 평가 내용 요소는 <표 Ⅱ-3>과 같다. 이 평가 내용 요소는 전국 각 사범대학 수학교육과에 설문 조사를 의뢰

3) NCTM(2000)이 제시한 (중등)통계교육에 관한 내용은 큰 범주 (1)~(4)는 6-12학년이 같으나 하위 각론 부분에서는 6-8학년과 9-12학년으로 구분하여 제시하였다. 초등내용은 연구범주를 벗어나 생략하였다.

하고 설문에서 모아진 교과 내용인 표본공간, 확률, 조건부확률, 확률변수, 확률분포, 평균과 분산, 중심극한정리, 대수의 법칙, 이차원분포, 카이제곱분포, 감마분포, t-분포, 통계적 추정, 신뢰구간, 가설검정, 대립가설의 종류, 오차의 종류, 정규분포의 평균 및 분산의 비교, 카이제곱검정, 분산분석, 상관분석 등 각 대학에서 다루는 공통 내용을 기초로 하여 그 내용의 범주를 선정하였다.

<표 Ⅱ-3> 확률과 통계학 평가영역 및 내용 요소

평가영역	평가 내용 요소
자료의 정리	모집단과 표본, 자료의 해석과 그래프, 대푯값과 산포도
확률분포	표본공간, 확률의 계산, 조건부확률, 확률변수와 확률분포, 평균과 분산, 중심극한정리와 대수의 법칙, 이항분포, 정규분포, 포아송분포, 카이제곱분포, 감마분포, t-분포, 이차원분포
추정	통계적 추정, 신뢰구간, 점추정, 구간추정, 모평균, 모비율, 모분산의 추정
검정	모평균, 모비율, 모분산의 검정, 오류의 종류

확률과 통계학은 크게 확률의 기본원리, 조건부 확률, 이산확률분포, 연속확률분포, 결합확률분포, 극한정리의 내용으로 이루어져 있으며, 이와 관련된 내용을 중심으로 상당수의 사범대학 수학교육과(약 81.58%)에서 3-6학점[4]으로 관련 과목 강의가 개설되어 운영되고 있다(<표 Ⅱ-4> 참조).

<표 Ⅱ-4> 확률과 통계학 학교별 개설 학점 수

학점 수	대학교	학교 수	비율
12학점	충남대	1	2.63
9학점	경북대, 목포대, 상명대, 안동대, 조선대	5	13.16
8학점	한국교원대,	1	2.63
6학점	공주대, 경남대, 경상대, 부산대, 서울대, 성균관대, 세한대, 순천대, 이화여대, 인천대, 제주대, 전남대, 전북대, 청주대, 충북대, 홍익대,	16	42.11
5학점	한남대,	1	2.63
4학점	단국대,	1	2.63
3학점	강원대, 고려대, 건국대, 동국대, 목원대, 서원대, 신라대, 우석대, 원광대, 인하대, 전주대, 카톨릭관동대, 한양대,	13	34.21

3. 선행연구 고찰

중등임용시험 수학교과내용학 기출 문항을 분석한 연구들을 고찰해 보고자 한다. 먼저 변지수·최병옥(2012)의 연구는 2009학년도부터 2012학년도까지 출제된 수학교과내용학 105문항을 수집하여 9개 기본 이수과목 간 평가영역 및 평가 내용 요소에 따라 출제 비율을 분석한 후, 출제 비중이나 평가영역 및 평가 내용 요소의 재조정에 대한 필요성을 논하였다. 김

4) 전공 선택 강좌가 포함되어 있어 실제 개설 강좌로는 6학점 미만의 학교 수가 늘어날 수 있음.

동욱(2012)의 연구는 2012학년도까지 4년간 출제된 선다형 문항을 중심으로 과목별, 평가영역별, 3가지 문항 유형별(유형1. 계산하여 값을 구하는 유형, 유형2. 옳은 것을 (모두) 찾는 유형, 유형3. 옳지 않은 것을 찾는 유형)로 분류하고 대학의 교육과정과 연계하여 분석하였다. 그리고 조민정(2014)은 2009학년도부터 2014학년도까지 6년간의 위상수학과 미분기하학 과목 중심으로 출제 경향과 빈도수를 분석하였다. 그러면서 비중 있는 내용 요소의 출제 추세가 크게 변하지 않겠지만 편향된 출제를 지양해야 함을 강조하였다. 한편, 서보람(2012)의 연구는 기출 문항 분석 이외에 2007학년도부터 2011학년도까지의 수학과 중등임용시험 선발제도를 비교·분석하고 수학교육과 교육과정과 관련하여 몇 가지 개선 방안을 제시하였다. 이와 같은 선행 연구를 통해, 대다수의 연구가 한국교육과정평가원(2008b)이 제시한 평가영역 및 평가 내용 요소에 기반을 두고 문항 분석이 이루어졌다는 것, 출제 체제가 개선된 2014학년도 이후의 기출 문항에 대한 연구가 미흡하다는 점, 그리고 확률과 통계학에 관한 세밀한 문항 분석 연구가 이루어지지 않았음을 알 수 있다.

Ⅲ. 연구방법

1. 분석 대상

본 연구에서는 최근 4개년(2014~2017학년도)의 중등임용시험 수학교과내용학 기출문항 가운데 확률과 통계학 8개 문항을 분석 대상으로 한다. 2014학년도를 기준으로 전공시험에서 객관식 문항이 폐지되고 모든 문항이 서답형으로 출제되는 평가 체제의 개편으로 확률과 통계학의 문항 수가 예년에 비해 문항 수가 줄어 매년 2문항이 출제되고 있다. 분석 대상 자료는 한국교육과정평가원의 중등교사 임용시험 기출문제 자료실에서 수집하였다.

2. 도구 및 방법

본 연구를 위한 연구 도구 및 방법은 다음과 같다.

첫째, 한국교육과정평가원(2008b)의 중등학교교사 표시과목 수학에서의 평가영역 및 평가 내용 요소에 근거하여 확률과 통계학 기출 문항을 분류한다.

둘째, 2014학년도부터 2017학년도까지의 기출 문항의 평가영역별 평가 내용 요소를 중등학교 교육과정과 연계하여 살펴보고자 한다. 또한 문항 유형, 출제 비율 등의 추이도 알아본다.

셋째, 기출 문항, 기출 문항의 개념과 원리, 문항의 확대·축소, 문항의 자료와 상황을 활용한 변형 문항을 확률·통계학을 이수한 전북의 C 대학 3학년 예비 교사들에게 적용하고 그 문제해결과정에서 나타난 문항 접근 방식, 문항의 특성, 문항의 수준과 난이도를 알아본다.

Ⅳ. 연구결과 및 분석

1. 분석 대상 분류 및 분석

한국교육과정평가원에서는 중등임용시험을 준비하는 예비교사들에게 도움을 주고자 해마다 기출 문제를 웹사이트(http://www.kice.re.kr)에 공개하고 있다. 공개된 2014학년도~2017학년도 문항 가운데 확률과 통계학 8개 문항을 한국교육과정평가원(2008b)의 평가영역 및 내용요소로 분류하여 제시하면 <표 Ⅳ-1>, <표 Ⅳ-2>와 같다.

<표 Ⅳ-1> 평가영역 및 내용 요소의 학년도별 출제 문항 수

평가영역	평가 내용 요소	2014	2015	2016	2017	계
자료의 정리	모집단과 표본					-
	자료의 해석과 그래프					-
	대푯값과 산포도					-
확률분포	표본공간					-
	확률의 계산		1		1	2
	조건부확률			1		1
	확률변수와 확률분포	1		1		2
	평균과 분산				1*	1
	중심극한정리와 대수의 법칙					-
	이항분포	1				1
	정규분포		1			1
	포아송분포					-
	카이제곱분포					-
	감마분포					-
	t-분포					-
	이차원분포					-
추정	통계적 추정					-
	신뢰구간					-
	점추정					-
	구간추정					-
	모평균					-
	모비율					-
	모분산의 추정					-
검정	모평균					-
	모비율					-
	모분산의 검정					-
	오류의 종류					-

2017학년도 출제문항 표기(1)는 문항 내용에 확률밀도함수를 포함하고 있으나 평균으로만 표기한 것임

<표 Ⅳ-2> 평가영역 및 내용 요소의 학년도별 출제 문항 내용 및 문항 유형

평가영역	출제 문항 내용	문항 유형
자료의 정리	-	-
확률분포	◦(14-기)이항분포의 정규근사/(14-서) Y의 주변확률밀도함수와 X의 조건부확률밀도함수와 기댓값 ◦(15-기)정규분포/(15-기)이변수함수 확률 ◦(16-기)조건부확률/(16-기)이변수함수 확률밀도함수 ◦(17-기)이변수함수 확률/이변수함수의 확률밀도함수와 평균	기입형(2014)/서술형(2014) 기입형(2015)/기입형(2015) 기입형(2016)/기입형(2016) 기입형(2017)/서술형(2017)
추정	-	-
검정	-	-

*출제 내용의 출제년도 표기(예, 2014학년도-14), 문항유형 표기(기입형-기, 서술형-서)
*2016-2017학년도는 기입형, 서술형, 논술형으로 구분하여 출제하지 않았으나 2014-2015학년도 문항을 참고하여 문항유형을 분류하였다.

<표 Ⅳ-1>은 확률과 통계학의 평가영역 및 내용 요소의 학년도별 출제 문항 수를 나타낸 것으로 매년 2문항씩 출제되었음을 알 수 있다. 세부적으로 살펴보면, 평가 내용 요소 가운데 확률의 계산, 확률변수와 확률분포가 각각 2문항이 출제되어 전체 8문항 중 4문항의 비중을 차지하였다. 그리고 조건부확률, 평균과 분산, 이항분포, 정규분포에서 각 1문항이 출제되었다. 그렇지만 자료의 정리, 추정, 검정과 확률분포에서도 표본공간, 확률의 계산, 포아송분포, 카이제곱분포, 감마분포, t-분포, 이차원분포 등의 평가 내용 요소에서는 2014학년도 이후 단 한 번도 출제되지 않았다.

<표 Ⅳ-2>는 확률과 통계학의 평가영역 및 내용 요소의 학년도별 출제 문항 내용 및 문항 유형을 나타낸 것이다. 먼저, 2014학년도의 경우, 이항분포의 정규근사, Y의 주변확률밀도함수 $f_Y(y)$를 구하고 이를 이용하여 X의 조건부확률밀도함수와 조건부기댓값 구하기, 2015학년도는 주어진 확률변수 $Y=\frac{2}{5}X+\alpha$에서 $\mathrm{E}(Y)$, $\mathrm{V}(Y)$를 구하고, 이를 이용하여 정규분포로 표현하기, 가우스 기호 $\left[\frac{X}{Y}\right]$를 부등식으로 변환하여 이변수함수 확률구하기, 2016학년도는 조건부확률 $\mathrm{P}(A=1|A+B=2)$ 구하기와 확률변수 $Z=X+2Y$의 이변수함수의 확률밀도함수 $g(z)$구하기, 그리고 2017학년도는 이변수함수의 확률구하기, 확률변수 $Z=X+Y$의 확률밀도함수 $f_Z(z)$와 평균 $\mathrm{E}(Z)$ 구하기가 출제되었다. 또한 문항 유형은 2014학년도와 2017학년도는 기입형 1문항과 서술형 1문항으로, 2015학년도와 2016학년도는 기입형 2문항으로 출제되었다.

이 문항들이 2015 개정 수학과 교육과정과 연계된 부분(예, 교과목-핵심요소-내용요소-학습요소)을 살펴보면 이항분포의 정규근사는 확률과 통계-통계-확률분포-이항분포/정규분포, 주변확률밀도함수, 조건부확률밀도함수와 조건부기댓값은 확률과 통계-통계-확률분포-확률밀도함수/기댓값, 확률변수 $Y=aX+b$의 기댓값과 분산은 확률과 통계-통계-확률분포-이산확률변수의 기댓값과 표준편차/정규분포, 그리고 이변수함수의 확률은 확률과 통계-통계-확률분포-확률분포와 관련된다. 또, 조건부확률은 확률과 통계-확률-조건부확률-조건부확률, 이변수함수의 확률밀도함수는 확률과 통계-통계-확률분포-확률밀도함수에, 그리고 이변수함

수의 확률구하기는 확률과 통계-통계-확률분포-확률분포, 확률밀도함수 $f_Z(z)$와 평균 $\mathrm{E}(Z)$는 확률과 통계-통계-확률분포-확률밀도함수/기댓값의 내용 요소와 관련된다.

다음은 출제 비율을 문항 수로 살펴보고자 한다. 2014학년도는 1차 시험 15문항(기입형), 6문항(서술형), 2차 시험 3문항(서술형), 논술형(2문항) 전체 26문항 가운데 2문항(기입형, 서술형 각 1문항) 7.7%가 출제되었다. 2015학년도는 1차 시험 10문항(기입형), 4문항(서술형), 2차 시험 4문항(서술형), 논술형(2문항) 전체 20문항 가운데 2문항(기입형) 10.0%가 출제되었다. 2016~2017학년도에는 1차 시험 14문항(기입형·서술형), 2차 시험 8문항(서술형·논술형) 전체 22문항 가운데 2016학년도 2문항(기입형), 2017학년도 역시 2문항(기입형, 서술형 각 1문항)인 9.1%가 출제되었다. 이러한 출제비율은 확률과 통계학의 출제 희망 비율 조사에서 8%~13%로 응답한 한국교육과정평가원(2008b)의 연구 결과와 일치한다. 한편, 배점에 따른 비율로는 2014학년도는 총점 80점 중 5점(6.3%), 2015학년도는 총점 80점 중 4점(5.0%), 2016학년도는 총점 80점 중 4점(5.0%), 2017학년도는 총점 80점 중 6점(7.5%)로 출제되었다. 이상을 다음과 같이 세 가지 내용으로 요약 정리할 수 있다.

첫째, 확률과 통계학의 4개 평가영역과 27개의 내용 요소 가운데 오직 확률분포 1개 평가영역과 확률의 계산, 조건부확률, 확률변수와 확률분포, 평균과 분산, 이항분포, 정규분포 등 6개의 내용 요소에서 집중 출제되었다.

둘째, 2015 개정 수학과 교육과정의 확률과 통계 내용 영역 중 이항분포, 정규분포, 확률밀도함수, 기댓값, 표준편차, 확률분포, 조건부확률처럼 중등학생들이 반드시 익히고 성취해야 할 교육과정 성취기준, 평가준거 성취기준에 부합한 출제를 함으로써 예비 수학교사들에게 확률과 통계 교육과정의 핵심 개념을 확인토록 하는 메시지를 전한 것으로 보인다.

셋째, 출제 문항 유형은 분석 대상 전체 8문항 가운데 기입형 6문항, 서술형 2문항으로 출제되었으며, <표 Ⅳ-3>과 같이 문항 수에 의한 출제 비율은 전체 대비 7.7%~10.0% 사이로 출제되었다. 하지만 배점에 따른 출제 비율의 경우에는 5.0%~7.5% 사이로 문항 수에 따른 비율보다 낮은 수준에서 출제되었다.

<표 Ⅳ-3> 학년도별 문항 수와 배점에 따른 출제 비율

구분	2014학년도	2015학년도	2016학년도	2017학년도
문항 수(비율)	2/26(7.7%)	2/20(10.0%)	2/22(9.1%)	2/22(9.1%)
배점(비율)	5/80(6.3%)	4/80(5.0%)	4/80(5.0%)	6/80(7.5%)

*문항수(비율)은 출제문항수/전체문항수, 배점(비율)은 출제배점/전체배점으로 표기한 것임.

2. 문항 특성

<표 Ⅳ-2>의 8문항(①이항분포의 정규근사(2014), ②주변확률밀도함수, 조건부확률밀도함수와 기댓값(2014), ③정규분포(2015), ④이변수함수의 확률(2015), ⑤조건부확률(2016), ⑥이변수함수 확률밀도함수와 평균(2016), ⑦이변수함수 확률(2017), ⑧이변수함수의 확률밀도함수와 평균(2017))에서 원형문항 또는 문항의 개념과 원리, 문항의 확대·축소, 문항의 자료와 상황 등을 활용하여 변형한 문항을 예비 수학교사에게 적용한 후, 문제해결과정에서 나타난 문항 접근 방식, 문항의 특성, 문항의 수준과 난이도를 알아본다. 8개의 문항은 확률과 통계

학 3학점을 이수한 21명의 예비 교사에게 적용하였으며, 문항 변형 후의 난도를 고려하여 배점을 정하였다. 그 결과는 <표 Ⅳ-4>와 같다.

<표 Ⅳ-4> 예비 수학교사 적용 문항 결과

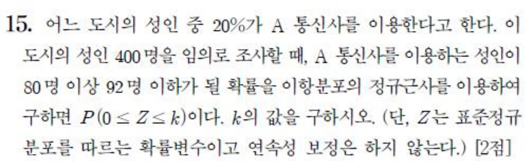
문항	배점	평균	표준편차	문항 변형 내용
①	4점	2.5238	1.6509	◦문항의 상황 활용
②	4점	3.0952	1.6302	◦문항의 축소와 상황 활용
③	4점	3.5714	1.0034	◦문항의 자료 활용
④	5점	2.0476	1.7314	◦문항의 개념과 원리 활용
⑤	5점	3.6190	2.0850	◦문항의 축소와 자료 활용
⑥	5점	2.0476	2.0119	◦문항 변형 없음
⑦	5점	3.4286	2.0952	◦문항의 자료 활용
⑧	5점	2.0952	1.9495	◦문항의 자료 활용

<표 Ⅳ-4>에서와 같이 문항 ③의 평균이 3.5714(4점 만점)으로 상대적으로 가장 높고, 문항 ④와 ⑥의 평균이 2.0476으로 낮게 나타났다. 표준편차는 문항 ③이 1.0034로 8개의 문항 중 가장 작게 나타났으며, 표준편차가 큰 문항은 문항 ⑦이었다.

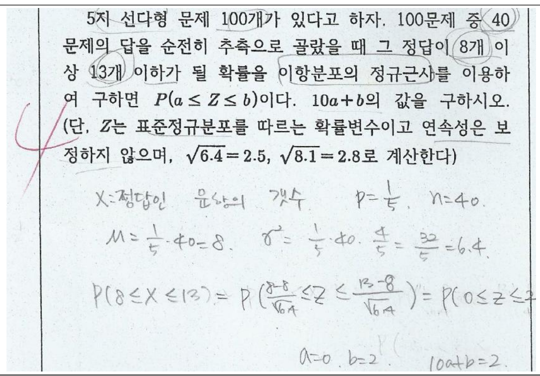
다음은 ①~⑧번 문항의 문항별 특성 분석을 기술한 것이다.

문항 ①은 이항분포의 정규근사를 이용하여 $\mathrm{P}(a \le Z \le b)$를 구할 수 있는지를 묻는 문항으로 평가 목표에 적합하고 교육과정을 성실하게 이행하였다면 쉽게 해결 할 수 있는 중하 수준의 문항이다. 다만, 일부 예비 교사는 이산형 분포를 연속형 분포로 더 적합하게 근사시키기 위해 보정하는 연속성 보정(continuity correction)을 하지 않는다는 발문을 확인하지 않고 문제를 풀기도 하였다. [그림 Ⅳ-1]은 기출 문항의 상황을 활용한 예시로 문항 ①에 대한 예비 교사들의 문제해결방법을 볼 수 있다.

기출문항(2014학년도 기입형 15번)


15. 어느 도시의 성인 중 20%가 A 통신사를 이용한다고 한다. 이 도시의 성인 400명을 임의로 조사할 때, A 통신사를 이용하는 성인이 80명 이상 92명 이하가 될 확률을 이항분포의 정규근사를 이용하여 구하면 $P(0 \le Z \le k)$이다. k의 값을 구하시오. (단, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이고 연속성 보정은 하지 않는다.) [2점]

문항 ①


5지 선다형 문제 100개가 있다고 하자. 100문제 중 40문제의 답을 순전히 추측으로 골랐을 때 그 정답이 8개 이상 13개 이하가 될 확률을 이항분포의 정규근사를 이용하여 구하면 $P(a \le Z \le b)$이다. $10a+b$의 값을 구하시오. (단, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이고 연속성은 보정하지 않으며, $\sqrt{6.4}=2.5$, $\sqrt{8.1}=2.8$로 계산한다)

X:정답인 문항의 갯수 $p=\frac{1}{5}$, $n=40$.

$m=\frac{1}{5}\cdot 40=8$. $\sigma^2=\frac{1}{5}\cdot 40\cdot\frac{4}{5}=\frac{32}{5}=6.4$.

$P(8 \le X \le 13)=P\left(\frac{8-8}{\sqrt{6.4}} \le Z \le \frac{13-8}{\sqrt{6.4}}\right)=P(0 \le Z \le 2$

$a=0$. $b=2$. $10a+b=2$.

[그림 Ⅳ-1] 문항 ①의 상황 활용 예시

문항 ②는 두 연속확률변수 X와 Y의 결합확률밀도함수(joint probability density function) $f(x,y)$에서 Y의 주변확률밀도함수 $f_Y(y)$를 구하고 이를 이용하여 X의 조건부 확률밀도함수와 조건부기댓값을 구하는 문항으로 상당히 정형화된 형태의 문항이다. 따라서

조건부 확률분포의 기본적인 내용을 이해하고 있다면 무난히 해결할 수 있는 문항으로 난도가 낮다고 할 수 있다. [그림 Ⅳ-2]는 기출 문항의 상황을 활용하면서 동시에 문항을 축소한 예시로 문항 ②에 대한 예비 교사의 반응을 살펴볼 수 있다.

기출문항(2014학년도 서술형 5번)	문항 ②
5. 두 연속확률변수 X와 Y의 결합확률밀도함수(joint probability density function) $f(x,\ y)$를 $$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{5}xy(1-x+y), & 0<x<1,\ 1<y<3\\ 0, & \text{그 외의 경우}\end{cases}$$ 라 하자. Y의 주변확률밀도함수(marginal probability density function) $f_Y(y)$를 구하고, 이를 이용하여 $Y=2$가 주어졌다는 가정 하에 X의 조건부확률밀도함수(conditional probability density function) $f_{X\|Y}(x\|2)$와 X의 조건부기댓값(conditional expectation) $E[X\|Y=2]$를 구하시오. [3점]	결합확률분포가 $$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x(1+3y^2)}{4}, & 0<x<2,\ 0<y<1\\ 0, & \text{그 외의 경우}\end{cases}$$ 로 주어질 때, $P(\frac{1}{4}<X<\frac{1}{2}\|Y=\frac{1}{3})$의 값을 구하시오. $f(x\|y)=\frac{f(x,y)}{h(y)}$ (∵ 범위 이외에는 0 이므로) $h(y)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)dx=\int_0^2 \frac{x(1+3y^2)}{4}dx=\frac{1}{8}[x^2(1+3y^2)]_0^2$ $=\frac{1}{2}(1+3y^2)$ $f(x\|y)=\frac{\frac{1}{4}x(1+3y^2)}{\frac{1}{2}(1+3y^2)}=\frac{x}{2}$ $\therefore P(\frac{1}{4}<X<\frac{1}{2}\|Y=\frac{1}{3})=\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}\frac{x}{2}dx$ $=\frac{1}{4}[x^2]_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{4}(\frac{1}{4}-\frac{1}{16})$ $=\frac{3}{64}$

[그림 Ⅳ-2] 문항 ②의 축소와 상황 활용 예시

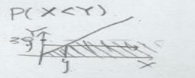
문항 ③은 두 확률변수 V_1, V_2가 각각의 정규분포를 따르고 서로 독립일 때, 두 확률변수의 일차결합으로 이루어진 새로운 확률변수 $Y=aV_1+V_2$에서 $E(Y)$, $V(Y)$를 구한 값과 정규분포를 이용하여 확률 $\mathrm{P}(Y>y)$를 구하는 문항이다. 예비 교사들은 기댓값과 분산의 선형성 $\mathrm{E}(aX+b)=a\mathrm{E}(X)+b$, $\mathrm{V}(aX+b)=a^2\mathrm{V}(X)$를 활용하는데 매우 익숙하다. 따라서 대부분 해결할 수 있는 낮은 수준의 문항이다. [그림 Ⅳ-3]은 기출 문항의 자료를 활용한 예시로 문항 ③에 대한 예비 교사의 반응을 살펴볼 수 있다.

기출문항(2015학년도 기입형 5번)	문항 ③
5. 모집단 A는 어떤 지역의 20세 남자들로 이루어져 있다. 모집단 A에 속하는 남자의 키는 평균 175 cm, 표준편차 5 cm인 정규분포를 따른다고 한다. 모집단 A에서 임의로 뽑은 남자의 키(cm)와 몸무게(kg)를 각각 확률변수 X, Y라 할 때, $Y=\frac{2}{5}X+\alpha$가 성립한다고 하자. 여기서, α는 평균 0, 표준편차 $2\sqrt{3}$인 정규분포를 따르는 확률변수이고, X와 α는 독립이다. 확률 $\mathrm{P}(Y>72)=\mathrm{P}(Z>k)$일 때, k의 값을 구하시오. (단, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [2점]	모집단 A에는 어떤 지역의 20세 남자들로 이루어져 있다. 모집단 A에 속하는 남자의 키는 평균 175cm, 표준편차 5cm인 정규분포를 따른다고 한다. 모집단 A에서 임의로 뽑은 남자의 키(cm)와 몸무게(kg)를 각각 확률변수 X, Y라 할 때, $Y=\frac{1}{5}X+\alpha$가 성립한다고 하자. 여기서, α는 평균 35, 표준편차 $\sqrt{15}$인 정규분포를 따르는 확률변수이고, X와 α는 독립이다. 확률 $\mathrm{P}(Y>72)=\mathrm{P}(Z>k)$일 때, k의 값을 구하시오. (단, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) $X\sim N(175,25)$, $\alpha\sim N(35,15)$ $E(\frac{1}{5}X+\alpha)=\frac{1}{5}E(X)+E(\alpha)=\frac{1}{5}(175)+35=70$ $V(\frac{1}{5}X+\alpha)=\frac{1}{25}V(X)+V(\alpha)=\frac{1}{25}(25)+15=16$ $P(Y>72)=P(Z>\frac{72-70}{4})$ $=P(Z>0.5)$ $\therefore k=0.5$

[그림 Ⅳ-3] 문항 ③의 자료 활용 예시

문항 ④는 두 연속확률변수 X와 Y가 결합확률분포 $f(x,\ y)$, 주변분포 $f_X(x), f_Y(y)$를 가진다고 할 때, 모든 $(x,\ y)$에 대해 $f(x,\ y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)$가 성립하면 확률변수 X와 Y는

통계적으로 독립이라는 정의를 활용하는 문항으로 난도는 중수준이다. 그렇지만 일부 예비 교사는 통계적으로 독립이라는 사실을 적분 구간의 독립으로 오상(誤想)하여 올바르게 문제를 해결하지 못하였다. [그림 Ⅳ-4] 는 기출 문항의 개념과 원리를 활용한 예시로 문항 ④에 대한 예비 교사의 문제해결전략을 엿볼 수 있다.

기출문항(2015학년도 기입형 6번)	문항 ④
6. 두 연속확률변수 X와 Y는 독립이고, X와 Y의 확률밀도함수 (probability density function)를 각각 $f_X(x)=2x\ (0<x<1)$, $f_Y(y)=1\ (0<y<1)$이라고 하자. $M=\left[\frac{X}{Y}\right]$라 할 때, 확률 $\mathrm{P}(M=2)$를 구하시오. (단, $[a]$는 a보다 크지 않은 최대정수이다.) [2점]	남자와 여자가 오후 12시 10분경에 어떤 장소에서 만나기로 약속했다. 남자는 12시에서 12시 30분 사이에 균일하게 분포된 시간에 도착하고, 여자는 남자와 독립적으로 12시 이후 도착까지 걸리는 시간(단위: 분)이 기댓값이 10인 지수분포를 따른다고 한다. 남자가 먼저 도착할 확률을 구하시오. P(X<Y)  남 $Y \sim Uinf(0,30)$ 여 $X \sim exp(\frac{1}{10})$ $f(x,y) = f_Y(y)\cdot f_X(x)$ $= \frac{1}{30}\cdot\frac{1}{10}\cdot e^{-\frac{x}{10}} = \frac{1}{300}e^{-\frac{x}{10}}$ $P(Y<X) = \int_0^{30}\int_y^{\infty}\frac{1}{300}e^{-\frac{x}{10}}dx\,dy$ $=\int_0^{30}\frac{1}{30}\int_y^{\infty}\frac{1}{10}e^{-\frac{x}{10}}dx\,dy$ $=\int_0^{30}\frac{1}{30}\left[-e^{-\frac{x}{10}}\right]_y^{\infty}dy$ $=\int_0^{30}\frac{1}{30}e^{-\frac{y}{10}}dy$ $=\frac{1}{3}\left[-e^{-\frac{y}{10}}\right]_0^{30}=\frac{1}{3}(1-e^{-3})$

[그림 Ⅳ-4] 문항 ④의 개념과 원리 활용 예시

문항 ⑤는 이항분포를 이용하여 조건부확률 $\mathrm{P}(A=1 \vert A+B=2)=\dfrac{\mathrm{P}(A=1\cap A+B=2)}{\mathrm{P}(A+B=2)}$를 구하는 문항으로 학교수학과 관련성이 깊은 내용 요소이며 어렵지 않게 해결할 수 있는 중하 수준의 문항이다. [그림 Ⅳ-5]는 문항의 축소와 자료를 활용한 예시로 문항 ⑤에 대한 예비 교사의 문제해결방법을 볼 수 있다.

기출문항(2016학년도 제1차 시험 7번)	문항 ⑤
7. 앞면이 나올 확률이 $p(0<p<1)$인 동전을 학생 A가 n번 던지고, 학생 B가 $2n$번 던진다. 학생 A가 던져서 앞면이 나온 횟수와 학생 B가 던져서 앞면이 나온 횟수의 합이 2일 때, 학생 A가 던져서 앞면이 나온 횟수가 1일 확률이 $\frac{6}{13}$이다. n의 값을 구하시오. [2점]	앞면이 나올 확률이 $p(0<p<1)$인 동전을 학생 A가 2번 던지고, 학생 B가 n번 던진다. 학생 A가 던져서 앞면이 나온 횟수와 학생 B가 던져서 앞면이 나온 횟수의 합이 2일 때, 학생 A가 던져서 앞면이 나온 횟수가 1일 확률이 $\frac{2}{3}$이다. n의 값을 구하시오. (단, $n>1$이다.) A B 2 0 1 1 0 2 E : 횟수의 합이 2인 사건. A_i : A의 앞면 횟수가 i인 사건. (i= $P(A_1\vert E) = \frac{P(A_1\cap E)}{P(E)} = \frac{P(A_1\cap E)}{P(A_0\cap E)+P(A_1\cap E)+P(A_2\cap E)}$ $= \frac{\binom{2}{1}p(1-p)\times\binom{n}{1}p(1-p)^{n-1}}{\binom{2}{0}(1-p)^2\times\binom{n}{2}p^2(1-p)^{n-2}+\binom{2}{1}p(1-p)\times\binom{n}{1}p(1-p)^{n-1}+\binom{2}{2}p^2(}$ $= \frac{2np^2}{{}_nC_2\cdot p^2+2n\cdot p^2+p^2} = \frac{2n}{\frac{n(n-1)}{2}+2n+1}$ $= \frac{4n}{n^2+3n+2} = \frac{2}{3}$ $\Rightarrow 12n = 2n^2+6n+4$ $\Rightarrow 2n^2-6n+4=0$ $n^2-3n+2=0$ $(n-2)(n-1)=0$ $n>1$이므로 $n=2$.

[그림 Ⅳ-5] 문항 ⑤의 문항의 축소와 자료 활용 예시

문항 ⑥은 확률변수 X와 Y가 서로 독립이고, 확률밀도함수가 각각 $f_X(x), f_Y(y)$라 할

때, $Z=X+Y$의 확률밀도함수는 $f_Z(z)=\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)f_Y(z-x)\,dx$라는 합성곱(convolution) 정리를 활용하는 문항으로 $Z=X+2Y$로 주어져 일부 예비 교사에게는 체감 난도가 높았을 것으로 생각된다. 그렇지만 독립확률변수들의 합의 분포는 교육과정에서 충실히 다루어지는 내용이므로 전체적인 난도는 중수준이다. 한편, $Z=2Y$로 치환하여 $F_Z(z)$와 $f_Z(z)$를 얻은 후 $U=X+Z$의 확률밀도함수를 구하는 과정으로 해결을 시도하는 예비 교사도 있었다. [그림 Ⅳ-6]은 원형 문항을 활용한 예시로 예비 교사의 문제해결방법을 볼 수 있다.

기출문항(2016학년도 제1차 시험 8번)	문항 ⑥
8. 두 연속확률변수 X, Y가 서로 독립이고, 확률밀도함수(probability density function)가 각각 $f_X(x)=\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}\ (x>0)$, $f_Y(y)=e^{-y}\quad (y>0)$ 이다. 확률변수 $Z=X+2Y$의 확률밀도함수 $g(z)$를 구하시오. [2점]	두 연속확률변수 X, Y가 서로 독립이고, 확률밀도함수가 $f_X(x)=\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}\quad (x>0)$ $f_Y(y)=e^{-y}\quad (y>0)$ 이다. 확률변수 $U=X+2Y$의 확률밀도함수 $f_U(u)$를 구하시오. $f(x,y)=\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}\cdot e^{-y}$ $F_U(u)=P(U<u)=P(X+2Y<u),\ u>0$ $=\int_0^{\frac{u}{2}}\int_0^{u-2y}\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}\cdot e^{-y}\,dx\,dy,\ u>0$ $=\int_0^{\frac{u}{2}}e^{-y}\int_0^{u-2y}\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}\,dx\,dy$ $=\int_0^{\frac{u}{2}}e^{-y}(1-e^{-\frac{u}{2}+y})\,dy$ $=\int_0^{\frac{u}{2}}e^{-y}-e^{-\frac{u}{2}}\,dy$ $=1-e^{-\frac{u}{2}}-e^{-\frac{u}{2}}\cdot\frac{u}{2}$ $f_U(u)=F_U'(u)=\frac{1}{2}e^{-\frac{u}{2}}+\frac{u}{4}e^{-\frac{u}{2}}-\frac{1}{2}e^{-\frac{u}{2}}=\frac{u}{4}e^{-\frac{u}{2}}$ $\therefore f_U(u)=\frac{u}{4}e^{-\frac{u}{2}},\ u>0$

[그림 Ⅳ-6] 문항 ⑥의 원형 문항 활용 예시

문항 ⑦은 서로 독립인 2개의 확률변수 X_1, X_2에 대하여 주어진 조건 $\min\{X_1, X_2\}$ 또는 $\max\{X_1, X_2\}$을 이용, X_1, X_2의 영역에 해당되는 이변수함수의 확률을 구하면 된다. 이러한 유형은 $Y=\min\{X_1, X_2\}$일 때 $\mathrm{P}=(Y>a)$, $Y=\min\{X_1, X_2\}$일 때 $\mathrm{P}=(Y<a)$를 구하도록 하거나 $Y=\max\{X_1, X_2\}$일 때 $\mathrm{P}=(Y>a), Y=\max\{X_1, X_2\}$일 때 $\mathrm{P}=(Y<a)$를 구하도록 하는 4가지 유형의 정형화된 문항으로 난도는 중수준이다. 주어진 문항 ⑦의 경우, 여사건의 확률 $\mathrm{P}\left(Y>\frac{5}{2}\right)=1-\mathrm{P}\left(Y\le\frac{5}{2}\right)$, 그리고 확률변수 X_1, X_2이 서로 독립이라는 조건을 통해 $\mathrm{P}\left(Y\le\frac{5}{2}\right)=\mathrm{P}\left(X_1\le\frac{5}{2}\right)^2$로 나타낼 수 있는지의 여부를 파악할 수 있는 적절한 문항이다. [그림 Ⅳ-7]은 기출 문항의 자료를 활용한 예시로 문항 ⑦에 대한 예비 교사의 반응을 살펴볼 수 있다.

<table>
<tr><th>기출문항(2017학년도 제1차 시험 7번)</th><th>문항 ⑦</th></tr>
<tr><td>7. 연속확률변수 X의 확률밀도함수(probability density function) $f_X(x)$는
$$f_X(x)=\frac{2}{9}x-\frac{2}{9}\quad(1<x<4)$$
이다. X와 같은 분포를 따르고 서로 독립인 2개의 연속확률변수 $X_1,\ X_2$에 대하여 $Y=\min\{X_1,\ X_2\}$일 때, 확률 $\mathrm{P}\left(Y<\frac{5}{2}\right)$를 구하시오. (단, $\min\{a,\ b\}$는 a와 b 중 크지 않은 수이다.) [2점]</td><td>연속확률변수 X의 확률밀도함수(probability density function) $f_X(x)$는
$$f_X(x)=\frac{2}{9}x-\frac{2}{9}\ (1<x<4)$$
이다. X와 같은 분포를 따르고 서로 독립인 2개의 연속확률변수 X_1, X_2에 대하여 $Y=\max\{X_1, X_2\}$일 때, 확률 $P\left(Y>\frac{5}{2}\right)$를 구하시오. (단, $\max\{a, b\}$는 a와 b중 작지 않은 수 이다.)
$P(Y>\frac{5}{2})=1-P(Y\le\frac{5}{2})$
$=1-P(\max\{X_1, X_2\}\le\frac{5}{2})$
$=1-P(X_1\le\frac{5}{2})P(X_2\le\frac{5}{2})$
$=1-\left\{\int_1^{\frac{5}{2}}(\frac{2}{9}x-\frac{2}{9})dx\right\}^2$
$=\cancel{1-\left(\left[\frac{1}{9}x^2-\frac{2}{9}x\right]_1^{\frac{5}{2}}\right)^2}$
$=1-\left\{\frac{2}{9}\cdot\int_1^{\frac{5}{2}}(x-1)dx\right\}^2$
$=1-\left\{\frac{2}{9}\cdot\left[\frac{1}{2}x^2-x\right]_1^{\frac{5}{2}}\right\}^2$
$=\frac{15}{16}$ □</td></tr>
</table>

[그림 Ⅳ-7] 문항 ⑦의 자료 활용 예시

문항 ⑧은 이변수함수의 확률밀도함수와 기댓값을 구하는 문항으로 문항 ⑥과 마찬가지로 $f_Z(z)=\int_{-\infty}^{\infty}f_X(x)f_Y(z-x)\,dx$의 합성곱(convolution)을 활용하면 된다. 적분 구간은 $0<z\le 1,\ 1<z<2$로 나누어 적분해야 하지만 일부 예비 교사는 적분 구간을 나누어 확률밀도함수를 구해야 한다는 사실을 이해하지 못해 문제해결 전략을 수립하지 못한 채 난항을 겪기도 하였다. 반면, 다른 예비 교사는 누적분포함수 $F_Z(z)=\mathrm{P}(X+Y\le z)$를 이용하여 $F_Z(z)=\frac{1}{2}z^2\,(0<z\le 1),\ F_Z(z)=1-\frac{1}{2}(2-z)^2\,(1<z<2)$를 구한 다음 이를 미분하여 변수 Z의 확률밀도함수 $f_Z(z)$를 구하는 방법을 선택하였다. 이 문항은 독립확률변수들의 합의 분포에 대한 개념과 원리를 묻고 있으며 중상 수준의 난도이다. [그림 Ⅳ-8]은 기출 문항의 자료를 활용한 예시로 문항 ⑧에 대한 예비 교사의 반응을 살펴볼 수 있다.

<table>
<tr><th>기출문항(2017학년도 제1차 시험 14번)</th><th>문항 ⑧</th></tr>
<tr><td>14. 두 연속확률변수 $X,\ Y$는 서로 독립이고 각각 구간 $(0,\ 2)$에서 균등분포(uniform distribution)를 따른다. 확률변수 $Z=X+Y$의 확률밀도함수(probability density function) $f_Z(z)$와 평균 $\mathrm{E}[Z]$를 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]</td><td>두 연속확률변수 X, Y는 서로 독립이고 각각 구간 $(0, 1)$에서 균등분포(uniform distribution)를 따른다. 확률변수 $Z=X+Y$의 확률밀도함수(probability density function) $f_Z(z)$와 평균 $E(Z)$를 구하시오.
$f_Z(z)=\int_{-\infty}^{\infty}f_X(x)f_Y(z-x)dx$
$0<x<1,\ 0<z-x<1\ (0<z-x<1\Rightarrow 0<z-1<x,\ x<z<1$
$\max(0,\ z-1)<x<\min(1,\ z)$
따라서,
$f_Z(z)=\begin{cases}\int_0^z dx=z & (0<z\le 1)\\ \int_{z-1}^1 dx=[x]_{z-1}^1 & (1<z<2)\end{cases}$
$=1-(z-1)$
$=2-z$
한편 $E(Z)=\int_0^1 z^2dz+\int_1^2 z(2-z)dz$
$=\left[\frac{z^3}{3}\right]_0^1+\left[z^2-\frac{z^3}{3}\right]_1^2$
$=\frac{1}{3}+\left[(4-\frac{8}{3})-(1-\frac{1}{3})\right]$
$=\frac{1}{3}+\left[\frac{4}{3}-\frac{2}{3}\right]$</td></tr>
</table>

[그림 Ⅳ-8] 문항 ⑧의 자료 활용 예시

Ⅴ. 결론 및 제언

2014학년도~2017학년도 수학과 중등임용시험에서 출제된 확률과 통계학 문항을 한국교육과정평가원(2008b)에서 제시한 확률과 통계학 평가영역 및 평가 내용 요소에 준거하여 문항을 분류하고 분석한 결과, 다음과 같은 결론과 시사점을 얻었다.

첫째, 특정 평가영역 및 평가 내용 요소가 집중 출제됨으로써 그동안 출제되지 않은 평가영역 및 평가 내용 요소를 예비교사들이 상대적으로 낮은 중요도로 왜곡 판단하는 현상을 미연에 방지하고, 확률과 통계학 교육과정의 정상화를 유도하기 위하여 4개 평가영역이 고르게 출제되어야 한다. 특히, 최근 4년간 단 한 번도 출제되지 않은 추정과 검정 평가영역의 출제 필요성이 제기된다. 이는 자료정리 기법과 자료의 특성을 다루는 전통적인 기술통계학(descriptive statistics)에서 제4차 산업혁명 시대에 중요한 자리를 차지하고 있는 빅데이터 처리 문제를 취급할 수 있는 추론통계학(inferential statistics)으로의 평가전환으로써 확률과 통계학의 이해와 안목을 길러줄 수 있다.

둘째, 단편적 지식을 묻는 기입형 6문항, 절차적 지식(procedural knowledge)을 묻는 서술형 2문항만이 출제되면서 확률과 통계학 학습을 통해 예비수학교사들이 습득하였을 통합적 사고와 종합·분석적인 사고를 제대로 평가하지 못하는 제한된 출제가 이루어졌다. 확률과 통계학은 여러 수학 교과 과목의 학습 토대가 되며, 자연과학·사회과학·인문학 등의 학습 기초와 기반을 제공한다. 따라서 대학수학을 토대로 학교수학의 교육적 견해에 관한 평가, 예비교사로서 갖추어야 할 확률과 통계학의 기초소양과 역량을 측정하는 개념적 지식(conceptive knowledge) 평가가 포함되어야 한다.

셋째, 기입형 문항의 발문은 '~일 때, ~구하시오', '~이다. ~구하시오'로, 서술형 문항의 발문은 '~를 구하고, 이를 이용하여 ~구하시오', '~이다. ~풀이 과정과 함께 쓰시오'로 구성되었다. 발문을 들여다보면, 기입형은 자료와 조건을 제시하고 이를 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있는가의 지적 기능을 묻고 있다. 그리고 서술형은 하위 세부 문항을 두고 서로 유기적으로 연결하여 해결하는 셋트형 형태의 발문과 예비수학교사의 전공지식 이해 능력을 측정하는 발문이 사용되었다. 결과적으로 이러한 발문은 답안 작성에 대한 안내는 구체적으로 제시할 수 있으나 추정화, 조직화, 정당화 등 수학적 사고력과 논리적인 역량을 측정할 수 있는 발문은 아니다. 발문은 문항 구성에서 문제해결의 절차 안내 이외에도 문항의 적합성과 출제의도에 중요한 작용을 한다. 따라서 좋은 수학교사가 갖추어야 전문지식을 제대로 평가하고 그 지식을 학생의 발달 특성 등을 고려하여 교육 목표를 달성하는데 적용할 수 있는 실천 능력을 평가하는 발문이 사용되어야 한다.

넷째, 교육과정상의 중요도와 대학에서 개설한 학점을 감안한 출제 비중이라 할지라도 확률과 통계학의 출제 비중은 절대적으로 낮은 편이다. 출제된 비율을 살펴보면, 문항 수에 의한 비율은 전체 대비 7.7%~10.0%이었으며, 배점에 따른 비율은 이보다 다소 낮은 5.0%~7.5%이었다. 한국교육과정평가원(2008b)의 연구에 따르면, 추상대수학의 출제 희망 비율은 10-20%, 선형대수학 10%, 정수론 5-10%, 복소해석학 10%, 해석학 25-35%, 이산수학 5-9%, 통계학 8-13% 등으로 조사되었다. 여기서 제시된 수치(8-13%)와 비교해도 다소 낮은 출제 비중임을 알 수 있다. 향후 문항의 출제 비중을 논할 때, 학문으로서의 전공수학의 중요성과 학교수학과의 연계성이 최우선으로 고려되어야 하며 각 출제 과목의 문항 수 비율, 배점 비율의 적정성과 그 근거를 명확히 마련할 필요가 있다.

다섯째, 기출문항의 난도는 중 수준을 유지하고 있다. 그러면서 모든 문항이 평가 목표에 적합하고 확률과 통계학 교육과정을 성실하게 이행한 예비수학교사라면 무난하게 해결 할 수 있는 적정한 난이도로 출제되었다. 뿐만 아니라 대학 교육과정의 정상적인 운영을 해치고 사교육을 유발하는 평가를 지양하는 확률과 통계학의 출제 방향은 매우 고무적이다. 중등임용시험은 '좋은 교사'를 선발하는데 그 목적이 있다. 그러므로 이에 필요한 공정하고 객관적이며 신뢰할 수 있는 평가는 필수적 요소이다. 그 첫걸음이 적정 난이도 유지라는 점에서 이와 같은 난이도 안정화 정책은 매우 바람직하다고 판단된다.

여섯째, 수학교과내용학 전공별 지식의 차이에 따른 평가 방안의 논의가 요구된다. 확률과 통계학은 일반 수학과는 접근 방식에 차이가 있다. 수학이 연역적인 사고방법이라면 확률과 통계학은 귀납적으로 사고하는 과학적 사고방법이다(김응환, 2004). 이 때문에 수학의 연역적인 내용과 확률과 통계학의 귀납적 추론의 지식은 평가방법이 분명 달라야 한다. 그래서 확률과 통계학은 지금과는 다른 귀납적 관점의 문제해결력 측정에 초점을 맞춘 평가로 바뀌어야 한다.

21세기에 들어와 과학과 컴퓨터의 혁신적인 발전으로 많은 사람들이 방대한 자료에 접근할 수 있게 되었다. 그리고 그 자료들로부터 정보를 분석하고 과거와 미래의 반성과 예측을 통해 우리가 사는 세계를 이해할 때 확률과 통계를 사용하게 된다(김응환, 2004). 그리고 이러한 자료를 적절히 가공하여 새로운 가치 창출의 길로 이끄는 것도 확률과 통계학이기도 하다. 또한 수학의 실용성을 강조하고 전파하는데 효과적이며, 수학적 모델을 찾는데 적합한 소재이기도 하다. 그래서 본 졸고를 통해 학교수학과 대학수학에서 하나의 중요한 테마인 확률과 통계학의 교육과정과 교수환경을 살펴보는 계기가 되었으면 하는 바람이다.

참고 문헌

교육과학기술부 (2012). 교사신규채용제도 개선. 2012.2.15. 보도자료.

교육부 (2015). 2015 개정 교육과정 총론 및 각론 확정·발표. 2015.9.23. 보도자료.

교육부 (2016). **2015 개정 교육과정 교수·학습자료**. 교육부.

김동욱 (2012). **수학과 중등교사 신규임용후보자 선정 경쟁 1차 시험 문항분석에 관한 연구**. 석사학위논문. 국민대학교 대학원, 서울.

김원경, 문소영, 변지영 (2006). 수학교사의 확률과 통계에 대한 지식과 신념. **수학교육, 45**(4), 381-406.

김응환 (2004). 학교수학에서 통계교육의 개산방향. **한국학교수학회논문집, 17**(2), 51-65.

변지수, 최병옥 (2012). 중등교사 임용시험 수학교과 내용학 문항의 출제 경향 분석. **한국수학사학회지, 25**(3), 119-140.

서보람 (2012). **중등 수학 임용후보자 선정 경쟁시험 분석**. 석사학위논문. 경희대학교 교육대학원, 서울.

전영주 (2014). 중등교사 임용시험 수학교과교육학 기출 문항 분석. **한국수학사학회지, 27**(5), 347-364.

조민정 (2014). **최근 6년간 중등교원임용시험 수학내용학 출제 문항 분석** : 위상수학, 미분기하학을 중심으로. 석사학위논문. 경성대학교 대학원, 부산.

한국교육과정평가원 (2008a). **2009학년도 개편 중등교사신규임용후보자선정경쟁시험의 출제·채점 체제 연구**. 한국교육과정평가원 연구보고 CRE 2008-9-1.

한국교육과정평가원 (2008b). **2009학년도 개편 중등교사임용후보자선정경쟁시험 표시과목「수학」의 교사 자격 기준 개발과 평가영역 상세화 및 수업 능력 평가 연구**. 한국교육과정평가원 연구보고 CRE 2008-6-2.

Common Core State Standards Initiative (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Common Core State Standards Initiative (Mathematics K–12 Learning Standards). http://www.k12.wa.us/Mathematics/Standards.aspx

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. D. Reidel Publishing Company.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *The principles and standards for school mathematic*, Reston, VA: Author.

Lajoie, S. P., Jacobs, V. R., & Lavigne, N. C. (1995). Empowering childern in the use of statistics, *Journal of Mathematical Behavior, 14*(4), 401-425.

Scheaffer, R. L., Watkins, A. E. & Landwehr, J. M. (1998). *Reflection on Statistic*s, edited by Susanne p. Lajoie: What every high-school graduate should know about statistics, 3-31.

An Analysis on the Past Items of Probability and statistics in Secondary School Mathematics Teacher Certification Examination

Kim Changil[5) ・ Jeon Youngju[6)

Abstract

In this paper, in the last 4 years(2014~2017 school year), we classified the probability and statistical items based on the evaluation scope of the mathematics subject content knowledge which were presented by the Korea Institute for Curriculum and Evaluation, and the classified items were analyzed. As a result, First, in order to induce normalization of the probability and statistical curriculum, four assessment field should be evenly distributed. Second, integrated thinking and comprehensive analytical thinking assessment is required. Third, item an epilogue should be used to measure mathematical thinking and logical competence. Fourth, the ratio of the number of items in probability and statistics to the number of that was 7.7%~10.0%, and the ratio according to the item weighting was 5.0%~7.5%. Fifth, it maintains the policy of stabilizing a good the level of difficulty of the items. Finally, probability and statistical assessment should focus on measuring problem solving ability from an inductive point of view.

Key Words : Secondary school mathematics teacher certification examination, Probability and statistics

Received October 26, 2017
Accepted November 10, 2017

---

* 2010 Mathematics Subject Classification : 97B50

5) DanKook University (kci206@dankook.ac.kr)
6) Chonbuk National University (jyj@jbnu.ac.kr), Corresponding Author