

푸리에 기술자를 이용한 점성토의 변형률 응답 곡선의 형상 변이 분석

Showing Morphological Evolution of the Strain Response Envelope of Clay with Fourier Descriptor Analysis

김 태 식¹⁾ · 정 영 훈[†]

Taesik Kim · Young-Hoon Jung

Received: January 25th, 2017; Revised: February 1st, 2017; Accepted: February 25th, 2017

ABSTRACT : This paper introduces a novel method to quantify the morphological evolution of the strain response envelope. The strain response envelope is defined as an image in strain increment space corresponding to the unit stress input in stress space. Based on the shape of strain response envelopes, the deformation characteristics of soils can be described using the framework of elastic-plastic theory. Fourier descriptor analysis was used to investigate the morphological characteristics of strain response envelopes. The numerical results show that when the stress input remains in the initial yield surface the Fourier descriptors remain constant. Once the stress input crosses the initial yield surface, every descriptors deals in this study change. Numerical and experimental results of this study show that clear yielding response is only found in natural block samples. Among the Fourier descriptors, the descriptor called as asymmetry is the best for detecting the yield and is minimally sensitive to the number of input stress paths.

Keywords : Strain response envelope, Fourier descriptor, Fourier transform, Morphology

요 지 : 본 논문에서는 변형률 응답 곡선의 형상을 정량적으로 분석하는 새로운 기법을 소개하였다. 변형률 응답 곡선은 응력 공간에서 단위 응력을 입력하였을 때의 발생한 변형률을 변형률 공간에 작성한 이미지이다. 변형률 응답 곡선의 형상 변화 특성을 푸리에 기술자를 이용하여 분석하였으며, 탄소성 모델 기반으로 그 의미를 해석하였다. 전산해석결과 응력 경로가 항복면 내부에 머물러 탄성 변형만 존재할 경우, 푸리에 기술자는 일정하게 그 값을 유지하였으나 응력 경로가 항복면에 도달하여 소성변형이 발생하는 순간 푸리에 기술자는 변화하였다. 불교란 자연 시료와 재생형 시료에 대해 실시한 응력 경로 시험 결과, 자연 시료에 대해서만 응력 경로가 항복면에 도달하였을 때 명확한 변형률 응답 곡선의 형태 변화가 발견되었으며, 푸리에 기술자 값도 명확하게 변화하였다. 푸리에 기술자 중, 비대칭성과 관련 있는 푸리에 기술자 값이 항복 및 점성토 구조변화의 지표로 활용할 수 있는 것을 확인하였다.

주요어 : 변형률 응답 곡선, 푸리에 기술자, 푸리에 변환, 형상

1. 서 론

변형률 응답 곡선(Strain response envelope, SRE)은 응력 공간(Stress space)에서의 단위 응력 입력(Stress input, R)에 대해 발생한 전단변형률(Shear strain, ϵ_s)과 체적변형률(Volumetric strain, ϵ_v)을 변형률 증가 공간(Strain increment space)에 나타낸 형상(Image)을 의미한다. SRE는 같은 크기의 응력조건이 가해졌을 때 응력 재하 방향에 따른 흙의 비선형적 변형률 반응을 보여준다.

많은 연구자들이 흙의 변형과 관련되어있는 특성을 연구하는데 SRE를 이용하였다(Masin et al., 2006; Gudehus & Masin, 2009). SRE의 형상을 정량적으로 분석하기 위해 SRE를 타원형으로 간주하고, 응력증가에 따른 이 타원의 형상

변화를 연성 매트릭스(Compliance matrix)의 특잇값 분해(Singular value decomposition)를 통해 분석하기도 하였다(Jung & Cho, 2010; Kim & Jung, 2015). 그러나 이 연구는 SRE의 형상을 직접적으로 분석하는 것이 아니라, 타원형으로 단순화시킨 후 연구를 진행하여 복잡한 형태의 변형률 응답 곡선을 해석하기에는 한계가 있었다.

본 논문에서는 복잡하고 비정형인 SRE의 형상을 효율적이고 새로운 방법으로 분석하는 방법에 대해 연구하였다. 이를 위해 푸리에 기술자(Fourier descriptor)를 도입하여 SRE의 형상을 분석하였다. 시카고 지역에서 채취한 불교란 자연 점성토 시료와 재생형 점성토에 대해 실시한 응력 경로 시험 결과를 이용하여 SRE를 작성하고, 푸리에 기술자 분석을 통해 두 시료의 점성토 구조의 변화(Structural evolution)를 비교하였다.

1) Department of Civil Engineering, Hongik University

† Department of Civil Engineering, Kyung Hee University (Corresponding Author : jyounghoon@khu.ac.kr)

2. 푸리에 기술자 분석

변형률 응답 곡선의 좌표를 푸리에 급수(Fourier series)를 이용하여 형상 분석을 실시하였다. 이 방법은 SRE의 좌푯값들을 극좌표계로 표현하고, 극좌표계의 각도와 이에 대응되는 반지름값을 \cos 과 \sin 의 합으로 표현한다. 이는 Eq. (1)로 표현된다.

$$r(\theta) = a_0 + \sum_{n=1}^N (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad (1)$$

여기서, r 은 각도 θ 에서의 반지름, N 은 전체 좌표의 개수, a_n, b_n 은 푸리에 계수, n 은 하모닉 차수(Harmonic order)를 나타낸다. 각각의 항의 계수로부터 형상의 정보를 추출하여 분석이 가능하다.

실수 평면(R^2 plane)에서의 SRE를 작성하여 푸리에 급수를 사용하여 형상을 분석할 경우, 특정방향에 대해 소성변형이 과하게 발생하는 경우 변형률 응답 곡선의 형상이 오목해질 수 있다. 이 경우 하나의 각도(θ)값에 대해 두 개의 반지름(R)값이 대응되어 함수의 요건이 갖추어지지 않는다. 이런 문제점은 복소평면(Complex plane)을 사용할 경우 극복이 가능하다. Eq. (2)는 SRE의 y 좌푯값에 복소수 i 를 활용한 경우를 나타낸다.

$$u(l) = x(l) + iy(l) \quad (2)$$

여기서, l 은 SRE의 둘레를 따라 생성되는 호의 길이를 의미한다. 이를 푸리에 급수형태로 표현하면 Eq. (3)과 같다.

$$u(l) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \exp\left(i \frac{2\pi n}{L} l\right) \quad (3)$$

여기서, L 은 SRE의 둘레길이이며, a_n 은 계수로 이 값의 분석을 통해 입자의 형상을 분석할 수 있다. a_n 은 Eq. (4)와 같이 표현된다.

$$a_n = \frac{1}{L} \int_0^L u(l) \exp\left(-i \frac{2\pi n}{L} l\right) dl \quad (4)$$

이 a_n 값은 a_0 를 제외하고 좌표 이동(translation)에 대해 불변하는(invariant) 값으로, 기하학적 형상을 분석하는 데 적합한 계수로 인지된다(Hundal et al., 1997).

SRE의 형상 자체를 분석하기 위해서는 a_n 의 값을 정규화

(normalize)할 필요가 있다. a_0 는 입자의 등가반경의 의미를 지니는 값으로 나머지 기술자 값들을 a_0 로 정규화를 실시하면 변형률 응답 곡선의 크기와 관계없이 형상 자체만을 평가할 수 있게 된다(Rösler et al., 1987). Bowman et al.(2001)에 따르면 푸리에 기술자별로 기하학적인 의미가 있다. n 의 값이 +1, -1, -2, -3일 때, 각각 비대칭성(asymmetry), 신장(elongation), 삼각형태(triangularity), 정사각형태(squareness)의 의미를 지닌다. Fig. 1은 기본적인 다각형 및 비정형 모형을 위해 푸리에 분석을 실시한 결과를 나타낸다.

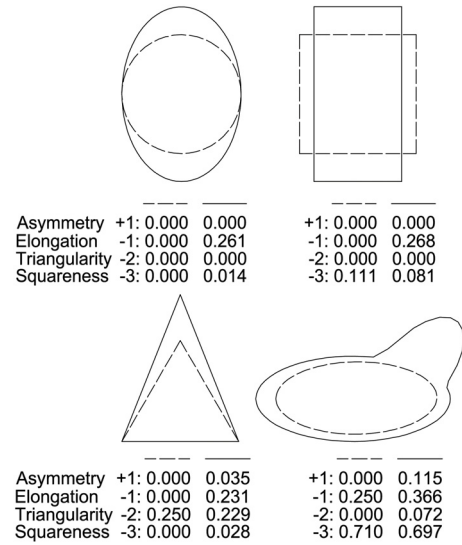


Fig. 1. Various values of descriptors

3. 탄성 거동 분석

Fig. 2는 탄성 이방성의 변화와 관련된 SRE의 형상 변이를 나타낸다. 수평에 대한 수직방향 탄성계수의 이방성(α)

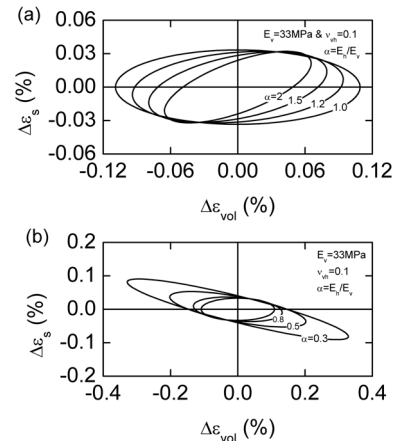


Fig. 2. Evolution of SREs: (a) for α greater than 1.0; (b) for α smaller than 1.0

$=E_h/E_v$)의 변화에 따라 SRE가 회전하고 그 크기가 변하는 것을 확인할 수 있으나, 타원형의 형체가 변하지는 않았다.

탄성 이방성의 변화에 따른 SRE의 변화에 대해 푸리에 기술허를 이용하여 분석하였다. Fig. 3에 나타난 바와 같이,

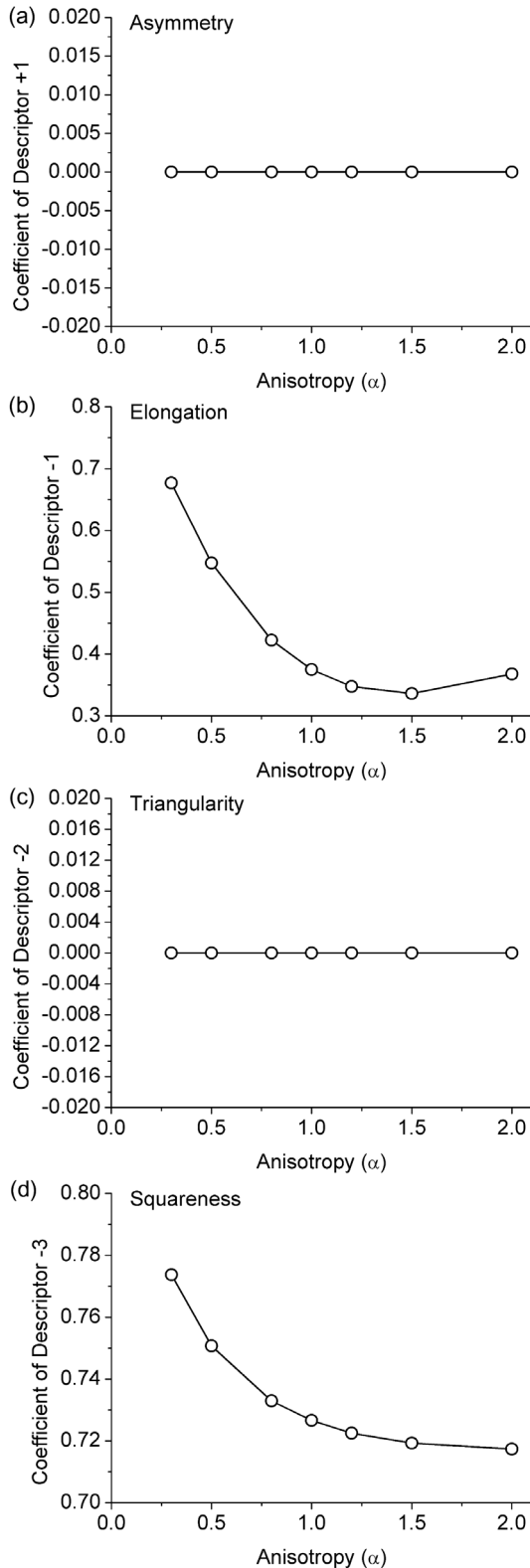


Fig. 3. Changes in Fourier descriptors: (a) Asymmetry, (b) Elongation, (c) Triangularity, (d) Squareness

신장과 정사각형태의 값은 탄성 이방성이 증가함에 따라 그 값이 감소함을 알 수 있었으나, 비대칭성과 삼각형태와 관련한 푸리에 기술허는 0의 값을 유지하는 것을 알 수 있다. 즉, SRE의 형상계수 중 삼각형태나 비대칭성에 관한 값이 변한다면 이는 탄성 이방성의 변화에 의한 것은 아님을 의미하게 된다.

4. 탄소성 거동 분석

유한요소해석 프로그램인 ABAQUS를 사용하여 SRE의 형상분석을 실시하였다. Modified Cam Clay(MCC) 모델을 사용하였으며, 방사형 응력경로 64개에 대하여 응력 입력 값 (R)을 1kPa씩 증가시키면서 전단변형률과 체적변형률을 추출하여 SRE를 구성하였다. MCC 모델의 재료물성치로 초기간극비 $e_0=0.8$, 평균유효주응력(p')-전단응력(q) 응력공간 상에서 파괴선의 기울기 $M=1.1$, 간극비-평균유효주응력(p') 곡선에서 정규압밀에 대한 기울기 $\lambda=0.130$, 과압밀에 대한 기울기 $\kappa=0.022$ 가 사용되었다.

SRE를 구성할 때, 응력 경로 개수가 SRE 형상분석에 미치는 영향을 분석하기 위하여, 10, 16, 32, 64개의 응력경로를 사용하여 SRE를 각각 구성하여 푸리에 기술허 분석을 실시하였다. Fig. 4(a)에 표시되어있는 10개의 응력경로는 자연

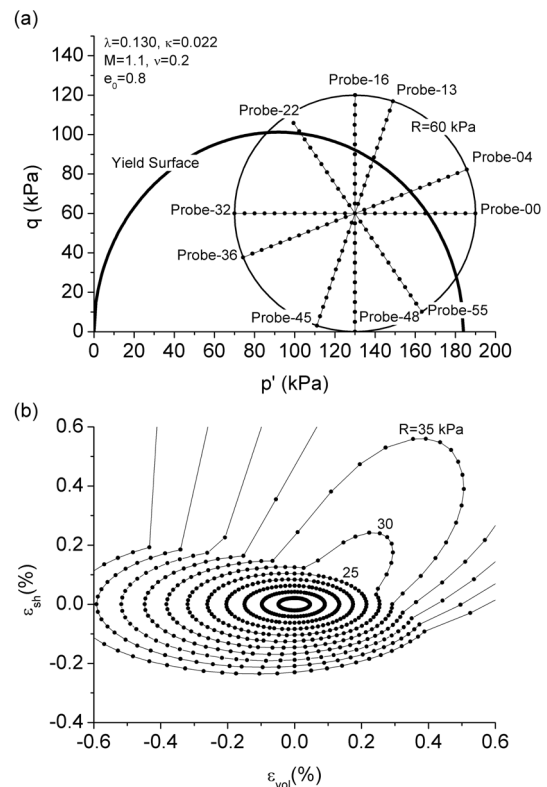


Fig. 4. (a) Yield surface of the MCC model with 10 stress probes; (b) SREs

시료를 이용하여 삼축 시험을 수행한 응력경로를 나타내며, 16, 32, 64개의 응력경로에 대해서는 등각도 간격의 응력경로를 선택하여 변형률 값들을 추출하였다. Fig. 4(b)는 64개의

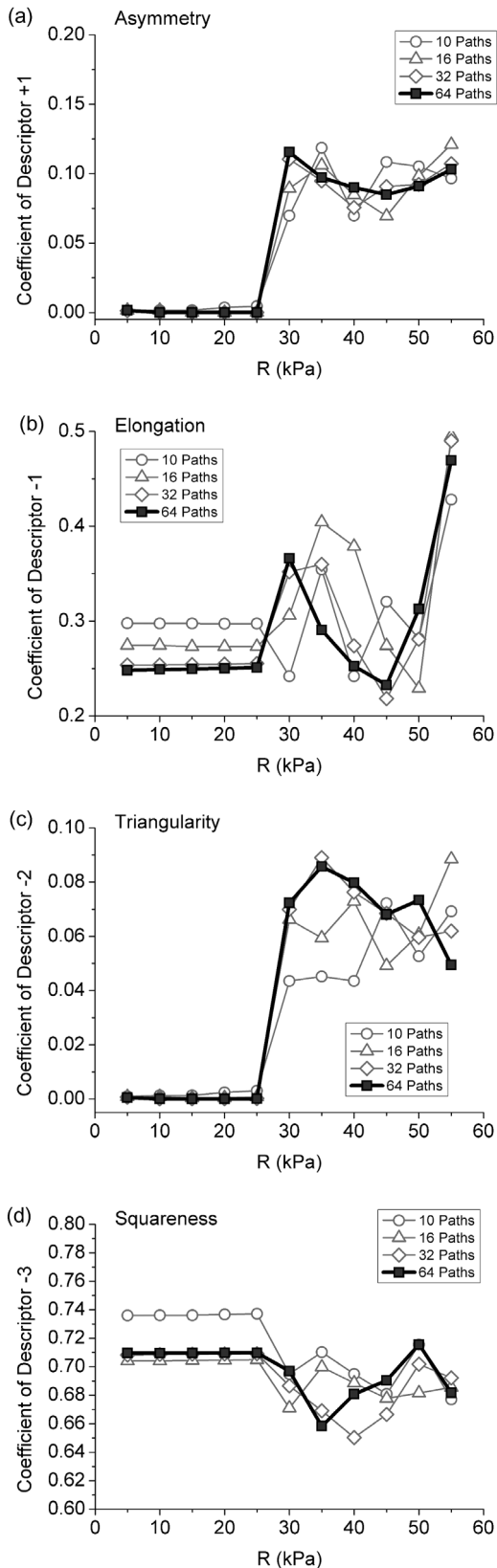


Fig. 5. Changes in Fourier descriptors: (a) Asymmetry, (b) Elongation, (c) Triangularity, (d) Squareness

응력경로로 작성한 SRE의 R 값에 따른 변화를 나타낸다. Fig. 4(a)에 나타난 바와 같이 초기 응력은 항복면(Yield surface) 내부에 위치하며, 응력경로들이 항복면에 도달하는 거리는 일정하지 않다. 따라서 하나의 주어진 R 값이라도 응력경로의 방향에 따라 탄성거동 또는 탄소성 거동을 보이게 된다.

Fig. 5는 Fig. 4(b)에 나타난 SRE의 퓨리에 기술자 분석 결과를 나타낸다. 퓨리에 기술자 값들은 $R=25$ kPa에 이를 때까지 변화가 없다가 그 이후에 변화가 발생하였다. 이는 Fig. 4에 나타난 바와 같이 $R=30$ kPa에서 일부 응력경로가 항복면을 넘어서기 시작하면서 탄성 변형뿐 아니라 소성 변형도 발생하여, SRE의 형태가 타원형을 벗어나 비정형으로 변형이 발생하기 때문이다. 퓨리에 기술자 중 삼각형태와 비대칭과 관련 있는 기술자의 경우 모든 응력 경로가 항복면 내부에 머물러 있는 경우는 0의 값을 나타내다가, 일부 응력경로가 항복면에 도달하는 순간 기술자 값들이 크게 변하는 것을 확인할 수 있다. 특히 비대칭과 관계된 퓨리에 기술자의 경우 SRE를 구성하는 데 사용된 응력경로의 개수에 영향을 덜 받는 것으로 나타났다. 즉, 비대칭성의 퓨리에 기술자가 SRE의 형상분석을 통해 항복면 통과 여부를 평가하는데 적당한 표지자(Indicator)인 것으로 나타났다.

5. 시험 결과 분석

Fig. 6은 과거 불교란 자연 시료와 재성형 시료로 수행한 응력 경로 시험 결과로 작성한 SRE를 나타낸다. 사용된 점토 시료는 전형적인 시카고 점토(Chicago clay)이며 이에 대한 자세한 재료물성치 및 응력경로에 대한 설명은 Jung et al.(2007), Cho(2007), Kim & Finno(2012)에 기술되어 있다. Ford block(FB)은 시카고 지역에 위치한 Ford 굴착 현장에서 채취한 자연 시료를, Ford reconstituted(FR)는 Ford block

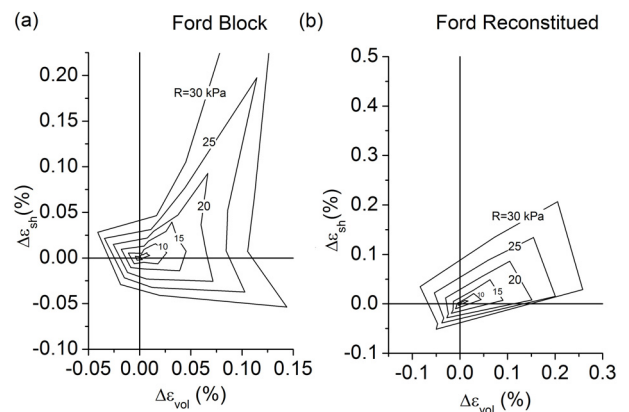


Fig. 6. SREs obtained from past stress probe experiments: (a) Ford block, (b) Ford reconstituted block

시료를 가지고 만든 Ford 굴착현장의 현장응력조건으로 재성형한 시료를 의미한다.

Fig. 7은 FB와 FR 시료의 SRE의 변화 양상을 푸리에 기

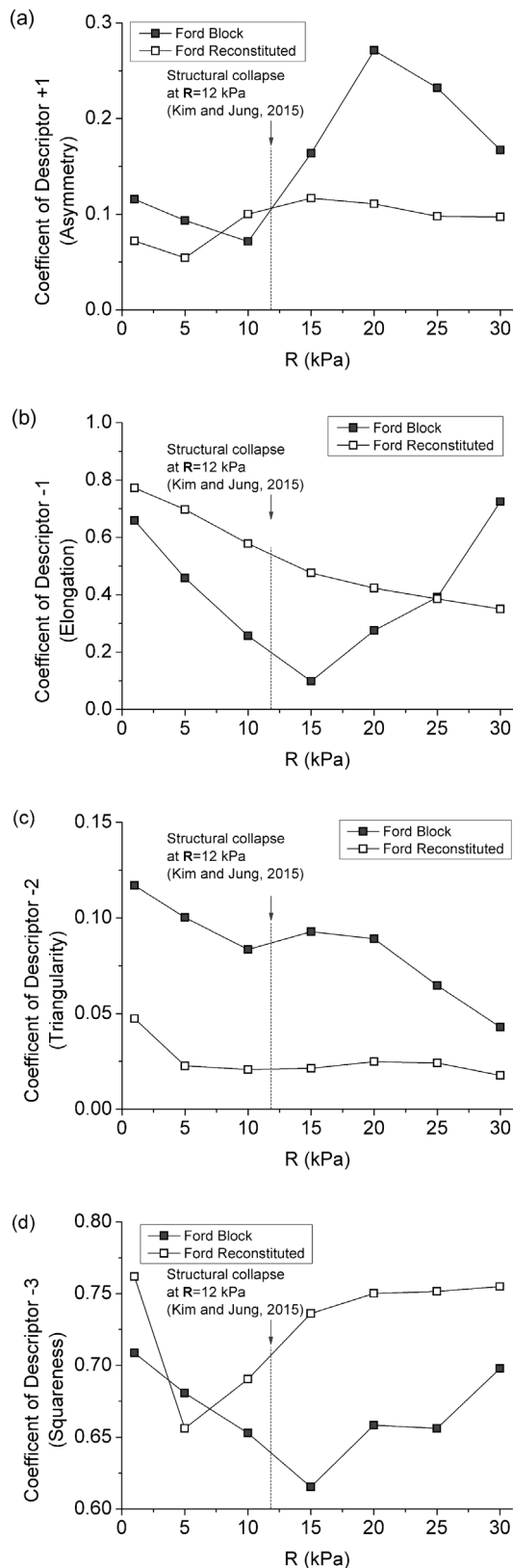


Fig. 7. Variations of Fourier descriptor values: (a) Asymmetry, (b) Elongation, (c) Triangularity, (d) Squareness

술자를 이용하여 분석한 결과를 나타낸다. FB 점성토의 구조 파괴(Structural collapse)는 R=12kPa에서 발생하는 것으로 보고되었다(Kim & Jung, 2015). 푸리에 기술자 중 신장과 비대칭성의 경우 점성토의 구조가 변하는 R=12kPa에서 자연 시료의 푸리에 기술자 값이 변하는 양상이 뚜렷이 나타났다. 그러나 정사각형성과 삼각형성은 뚜렷한 양상의 변화가 나타나지 않았다.

앞서 MCC를 이용한 전산해석 결과에서 보인 바와 같이, 응력경로가 항복면을 통과하는 순간 소성변형이 발생하면서 SRE의 형상에 급작스러운 변화가 발생하였고, 이는 비대칭성과 신장의 푸리에 기술자에 반영이 되었다. FB 점성토의 시험결과에서도 이런 양상이 반영되어, 점성토가 항복에 도달하는 순간 소성변형이 발생하여 SRE의 양상이 급작스럽게 변하는 것으로 판단된다. 푸리에 기술자들의 급작스러운 변화는 자연 시료에서만 발견이 되는데, 이는 점성토의 구조와 관련이 되어있는 것으로 재성형 시료의 경우 자연 시료와 달리 구조(Structure)가 없거나 약하게 형성되어 뚜렷한 푸리에 기술자의 변화가 나타나지 않는 것으로 판단된다. 자연 점성토와 재성형 점성토 간의 구조 차이에 대한 자세한 내용은 Kim & Jung(2015)에 기술되어 있다.

MCC를 이용한 전산해석 결과 푸리에 기술자 중 비대칭성이 SRE를 작성하는 데 이용된 응력경로의 개수에 가장 덜 민감한 것으로 나타났다. 이 사실을 고려해볼 때, 푸리에 기술자 중 비대칭성이 항복에 따른 점성토의 구조변화를 추적하는데 적절한 인자(Indicator)로 사용할 수 있을 것으로 판단한다.

6. 결론 및 요약

다양한 방향의 응력경로 시험결과로부터 추출한 전단 변형률과 체적 변형률을 이용하여 변형률 응답곡선을 작성하였다. 응답곡선의 형상 변이 양상을 푸리에 기술자 분석을 실시하여 점성토의 응력-변형률 관계를 분석해 보았다. 응력 경로가 항복면 내부에 머무를 경우는 탄성 거동을 보여 변형률 응답곡선의 형상 변화가 급작스럽게 나타나지 않았다. 그러나 일부 응력경로가 항복면에 먼저 도달하여 소성 변형률이 발생하는 순간, 변형률 응답곡선의 형태는 비대칭적으로 변하기 시작하였다. 이런 형상의 변화를 비대칭, 신장, 삼각형성, 정사각형성의 푸리에 기술자를 사용하여 분석하였을 때, 삼각형성과 정사각형성에서는 큰 의미 있는 변화를 발견하지 못하였다. 그러나 신장과 비대칭의 푸리에 기술자는 일부 응력경로가 항복면에 도달하였을 때, 급작스럽게 변화하는 것으로 나타났다. 특히 비대칭성의 경우 변

형률 응답 곡선을 작성하는 데 이용된 응력경로의 개수에 덜 민감한 것으로 나타나 점성토의 항복 거동을 분석하는데 적합한 인자로 판단되었다. 불교란 자연 시료와 재성형 시료에 대해 실시한 응력경로 시험 결과 자연 시료에 대해서만 명확한 변형률 응답 곡선의 형태 변화가 발견되었으며, 푸리에 기술자 값도 명확하게 변화하였다.

감사의 글

이 논문은 2016년도 미래창조과학부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업입니다(NRF-2014R1A1A1003402).

References

1. Bowman, E. T., Soga, K. and Drummond, W. (2001), Particle shape characterisation using fourier descriptor analysis, *Géotechnique*, Vol. 51, No. 6, pp. 545~554.
2. Cho, W. (2007), Recent stress effects on compressible Chicago glacial clay, Ph.D thesis, Northwestern University.
3. Gudehus, G. and Masin, D. (2009), Graphical representation of constitutive equations. *Géotechnique*, Vol. 59, No. 2, pp. 147~151.
4. Hundal, H. S., Rohani, S., Wood, H. C. and Pons, M. N. (1997), Particle shape characterization using image analysis and neural networks, *Powder Technology*, Vol. 91, No. 3, pp. 217~227.
5. Jung, Y. H. and Cho, W. (2010), Singular value decomposition of the compliance response matrix for the triaxial stress condition, *Computers and Geotechnics*, Vol. 37, No. 4, pp. 565~572.
6. Jung, Y. H., Cho, W. and Finno, R. J. (2007), Defining yield from bender element measurements in triaxial stress-probe experiment, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Vol. 133, No. 7, pp. 841~849.
7. Kim, T. and Finno, R. J. (2012), Anisotropy evolution and irrecoverable deformation in triaxial stress probes, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Vol. 138, No. 2, pp. 155~165.
8. Kim, T. and Jung, Y. H. (2015), Detecting structural collapse of structured natural clays using singular value decomposition of the strain response envelope, *Soils and foundations*, Vol. 55, No. 5, pp. 964~974.
9. Masin, D., Tamagnini, C., Viggiani, G. and Costanzo, D. (2006), Directional response of a reconstituted fine-grained soil - Part II: Performance of different constitutive models, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 30, No. 13, pp. 1303~1336.
10. Rösler, R., Schneider, H. A. and Schuberth, R. (1987), Relation between particle shape and profile fourier coefficients, *Powder Technology*, Vol. 49, No. 3, pp. 255~260.