

이중점근 근사법을 이용한 조화가진 구조물의 방사소음 예측

Prediction of the Radiated Noise of a Structure Excited by Harmonic Force Using the Doubly Asymptotic Approximation

한 승 진[†] · 정 우 진^{*}
Seungjin Han and Woojin Jung

(Received October 13, 2016 ; Revised October 13, 2016 ; Accepted January 10, 2017)

Key Words : Radiated Noise(방사소음), Doubly Asymptotic Approximation(이중점근 근사법), Acoustic Transfer Matrix(음향전달행렬)

ABSTRACT

This paper presents an approach of predicting the radiated noise due to the structural vibration by internal harmonic forces using the doubly asymptotic approximation (DAA). Acoustic transfer vector is derived from the Helmholtz integral equation and the fluid-structure interaction relation of DAA. Numerical results and analytical results of radiated noise for a cylindrical shell were compared and showed that they were consistent in most of frequencies and radiation directions, but showed errors in some radiated directions in the mid-frequency region. Despite these errors, the prediction method will be suitable for practical radiated noise prediction.

1. 서 론

수중 운동체의 방사소음을 예측은 운동체의 피탐 지 성능 향상을 위한 중요한 수단이다. 유사 연구로써 운동체 표면 진동수준과 방사효율 측정을 통한 방사소음 예측방법에 대한 연구가 있었고⁽¹⁾, 표면 진동 수준 측정과 방사음파의 평면파 가정을 적용한 예측기법 연구가 있었다⁽²⁾. 전자는 잔향음장에서 방사효율을 측정하기 때문에 방사음압의 지향성은 예측하지 못하고 총 음향 방사파워 예측에 한정되며, 후자는 저주파수 영역에서의 오차가 크다. 이 연구에서는 방사소음의 지향성 예측과 더불어 저주파수 영역에서의 오차를 개선하고자 이중점근 근사법을 도입하였다.

일반적으로 수중 방사소음은 헬름홀츠 적분 방정

식(Helmholtz integral equation)으로부터 계산할 수 있다. 헬름홀츠 적분 방정식은 원음장에서는 식 (1), 구조물 표면에서는 식 (2)와 같다. 식 (2)는 구조물 표면에서의 진동속도와 음압과의 상호작용 관계를 나타내며 식 (2)로부터 구조물 표면 음압 및 속도 분포를 계산하면 식 (1)에 대입하여 방사음장을 계산할 수 있다^(3,4).

$$p(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_L} \left[p(Q) \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial p(Q)}{\partial n} \right] dS \tag{1}$$

$$p(P) = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_L} \left[p(Q) \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial p(Q)}{\partial n} \right] dS \tag{2}$$

식 (2)를 수치적으로 계산할 때 비유일해(non-

[†] Corresponding Author; Member, Agency for Defense Development
E-mail : sjhan@add.re.kr

^{*} Member, Agency for Defense Development

[‡] Recommended by Editor Hyung Jo Jung

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

uniqueness)와 같은 수치해석 문제가 발생하고 수치 해석의 복잡도와 연산량을 증가시킨다⁽³⁾. Huang은 이러한 문제를 해결하기 위해서 식 (2)를 대체할 수 있는 이차 이중점근 근사법(doubly asymptotic approximation 2nd order, DAA2)을 이용한 구조 표면 진동속도와 음압과의 관계식을 도입하여 구형 셀에 대한 방사음압을 계산하고 이론해와 비교함으로써 제안된 기법이 타당함을 보였다⁽³⁾. DAA2를 적용하여 유체-구조표면 속도 및 음압분포를 계산할 경우 식 (2)를 경계요소법으로 해석하는 경우보다 수치계산 방법이 비교적 간단하며, 주요 계수 행렬이 형상에 의존적이고 주파수와 무관하므로 계산 효율을 높일 수 있다. 그러나 공진주파수 부근에서는 오차가 발생한다고 알려져 있다^(3,6).

이 연구에서는 수중 운동체의 대표적 형상인 원통형 구조물이 내부의 점 가진력으로 가진될 경우, DAA2를 적용하여 구조물 표면의 진동 수준과 방사음압 수준과의 음향전달행렬을 유도하였다. 구조물의 방사소음을 산출하고 이론해와 비교하여 방사소음 예측방법에 대한 적합성을 살펴보았다.

2. 음향전달행렬

2차 이중점근 근사법은 식 (3)과 같이 표현된다⁽⁵⁾.

$$M_f \ddot{p} + \rho c A_f \dot{p} + \rho c \Omega_f A_f p = \rho c (M_f \ddot{u} + \Omega_f M_f \dot{u}) \quad (3)$$

M_f : 유체 질량 행렬

A_f : 요소 표면 면적으로 이루어진 대각 행렬

u : 유체-구조 표면에서 유체 속도의 구조물 표면 수직성분 벡터

p : 구조 표면에서의 음압 벡터

Ω_f : $\Omega_f = \eta \rho c A_f M_f^{-1}$

조화 가진력(harmonic force) 및 정상상태(steady state)로 가정하면 식 (3)은 식 (4)와 같이 표현된다.

$$p = P_0 e^{i\omega t}, \quad u = U_0 e^{i\omega t} \\ (-\omega^2 M_f - i\omega \rho c A_f + \rho c \Omega_f A_f) p = i \rho c \omega (i\omega M_f - \Omega_f M_f) u \quad (4)$$

유체-구조 경계면에서 구조물 표면의 수직방향 속

도 성분(\dot{u})은 유체 입자 속도의 수직 방향속도(u)와 같으므로

$$(-\omega^2 M_f - i\omega \rho c A_f + \rho c \Omega_f A_f) p = i \rho c \omega (i\omega M_f - \Omega_f M_f) \dot{u} \quad (5)$$

이다. 구조물 표면의 음압 임피던스 행렬(Z)를 이용하여 식 (5)를 다시 쓰면 식 (6)과 같다.

$$T p = R \dot{u}, \\ p = Z \dot{u} \quad (Z = T^{-1} R) \quad (6)$$

구조물 표면을 N 개의 요소로 분할하면 Z 는 $N \times N$ 행렬이고 \dot{u} 는 $N \times 1$ 행렬이다. M_f, A_f 는 구조물 형상 및 유체 물성치의 함수이고 주파수에는 무관하다. 유체질량행렬 M_f 는 라플라스 방정식의 해로부터 구할 수 있으며 이산화된 경계요소 적분법을 이용하여 식 (7)과 같이 계산된다⁽⁴⁾.

$$M_f = \frac{1}{2} \rho [E(P) + E^T(P)] \\ E(P) = A_f B(P) C^{-1}(P) \\ b_{ij}(p_i) = \int_{S_j} \frac{dS(q_j)}{r(p_i, q_j)} \\ c_{ij}(p_i) = \int_{S_j} \frac{\cos \psi(p_i, q_j)}{r^2(p_i, q_j)} dS(q_j) \quad (7)$$

여기서, p_i, q_i 는 구조 표면 S 위의 점, $r(p_i, q_i)$ 는 p_i 에서 q_j 까지의 거리, $\psi(p_i, q_j)$ 는 $\vec{r}(p_i, q_i)$ 와 $\vec{n}(p_i)$ 의 사잇각이다. 원음장 점 $P_j (j=1, 2, \dots, M)$ 에서의 음압은 헬름홀츠 적분방정식에 원거리 가정⁽²⁾(식 (8)) 및 구조-유체 경계면에서의 경계조건(식 (9))을 적용하여 이산화된 방정식으로 표현하면 식 (10)과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} \approx \frac{ik}{r} e^{ikr} \frac{\partial r}{\partial n} = -ik \frac{e^{ikr}}{r} \cos \beta \quad (8)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = i\omega \rho \dot{u} = ik \rho c \dot{u} \quad (9)$$

$$p(P_j) = \frac{-ik}{4\pi} \sum_{i=1}^N [p_i \cos \beta_{ij} + \rho c \dot{u}_i] \frac{e^{ikr_{ij}}}{r_{ij}} \Delta S_i \quad (10)$$

표면 음압분포 식 (6)을 식 (10)에 대입하면 식 (11)이다. 총 M 개의 원음장 지점에 대해서 식 (11)을

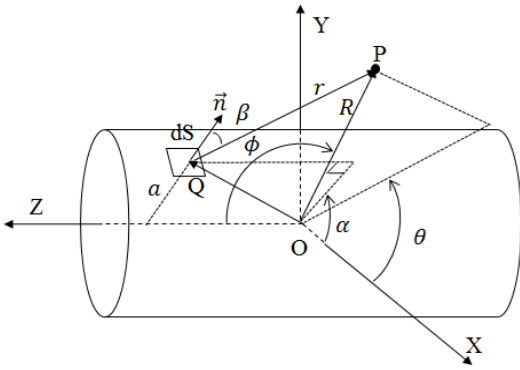


Fig. 1 Circular cylinder & coordinates

정리하면 원음장 음압은 구조물 표면의 진동 속도 행렬 $[\dot{w}_q]$ 과 음향전달행렬 $[\gamma_{jq}]$ 의 곱으로 계산된다. 이때 음향전달행렬은 식 (12), (13)과 같다.

$$[p_j]_{M \times 1} = [\gamma_{jq}]_{M \times N} [\dot{w}_q]_{N \times 1} \quad (j = 1 \sim M, q = 1 \sim N) \quad (12)$$

$$\gamma_{jq} = \frac{-ik}{4\pi} \sum_{i=1}^N (z_{iq} \cos \beta_{ij} + \delta_{iq} \rho c) \frac{e^{ikr_{ij}}}{r_{ij}} \Delta S_i \quad (13)$$

3. 원통형 구조물 방사소음

3.1 원통형 셀 음향 응답 이론해

양단 단순 지지된 원통형 셀 운동방정식의 일반 해는 원주방향으로 n 개의 노드라인을 갖는 정현파와 축방향으로 진행되는 파수 k_m 의 파동식으로 나타낼 수 있으며 원통형 운동방정식에 대입하면 분산

방정식의 해로부터 길이방향, 원주방향, 반경방향의 변위는 각각 식 (14)와 같다^(4,7).

$$\begin{aligned} u &= G1_{mni} W_{mni} \cos k_m x \cos n \theta e^{j\omega t} \\ v &= G2_{mni} W_{mni} \sin k_m z \sin n \theta e^{j\omega t} \\ w &= W_{mni} \sin k_m z \cos n \theta e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서, $k_m = m\pi/L$. $G1_{mni} = U_{mni}/W_{mni}$, $G2_{mni} = V_{mni}/W_{mni}$ 이다. 반경 a , 두께 h , 길이 L 인 원통형의 표면 θ^* , z^* 위치에 크기 F 의 가진력이 수직방향으로 작용할 경우 조화 가진력 f 는 식 (15)와 같고, 이때 원통형의 반경방향 변위는 참여 모드들의 중첩으로 표현할 수 있으므로 식 (16)과 같다⁽⁷⁾. ζ_{mni} 는 모달 감쇠계수이다.

$$f = \frac{F}{a} \delta(\theta - \theta^*) \delta(z - z^*) e^{j\omega t} \quad (15)$$

$$w = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F \sin k_m z^* \cos n \theta^* \sin k_m z \cos n \theta}{\rho h N_{mni} \Omega(\omega)} \sin \omega t \quad (16)$$

$$N_{mni} = (G1_{mni}^2 + G2_{mni}^2 + 1) \frac{La\pi}{2}, \quad n \neq 0$$

$$N_{mni} = (G1_{mni}^2 + 1) La\pi, \quad n = 0$$

$$\Omega(\omega) = \omega_{mni}^2 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{mni}}\right)^2\right]^2 + 4\zeta_{mni}^2 \left(\frac{\omega}{\omega_{mni}}\right)^2}$$

유한 길이의 원통형 셀 양 끝단이 무한한 원통형

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{-ik} p(P_j) &= \left[\left(z_{11} \cos \beta_{1j} + \rho c \right) \frac{e^{ikr_{1j}}}{r_{1j}} \Delta S_1 + z_{21} \cos \beta_{2j} \frac{e^{ikr_{2j}}}{r_{2j}} \Delta S_2 \right. \\ &\quad \left. + \dots + z_{M1} \cos \beta_{Nj} \frac{e^{ikr_{Nj}}}{r_{Nj}} \Delta S_N \right] \dot{w}_1 \\ &+ \left[z_{12} \cos \beta_{1j} \frac{e^{ikr_{1j}}}{r_{1j}} \Delta S_1 + \left(z_{22} \cos \beta_{2j} + \rho c \right) \frac{e^{ikr_{2j}}}{r_{2j}} \Delta S_2 \right. \\ &\quad \left. + \dots + z_{N2} \cos \beta_{Nj} \frac{e^{ikr_{Nj}}}{r_{Nj}} \Delta S_N \right] \dot{w}_2 \\ &+ \dots + \left[z_{1N} \cos \beta_{1j} \frac{e^{ikr_{1j}}}{r_{1j}} \Delta S_1 + z_{2N} \cos \beta_{2j} \frac{e^{ikr_{2j}}}{r_{2j}} \Delta S_2 \right. \\ &\quad \left. + \dots + \left(z_{NN} \cos \beta_{Nj} + \rho c \right) \frac{e^{ikr_{Nj}}}{r_{Nj}} \Delta S_N \right] \dot{w}_N \end{aligned} \quad (11)$$

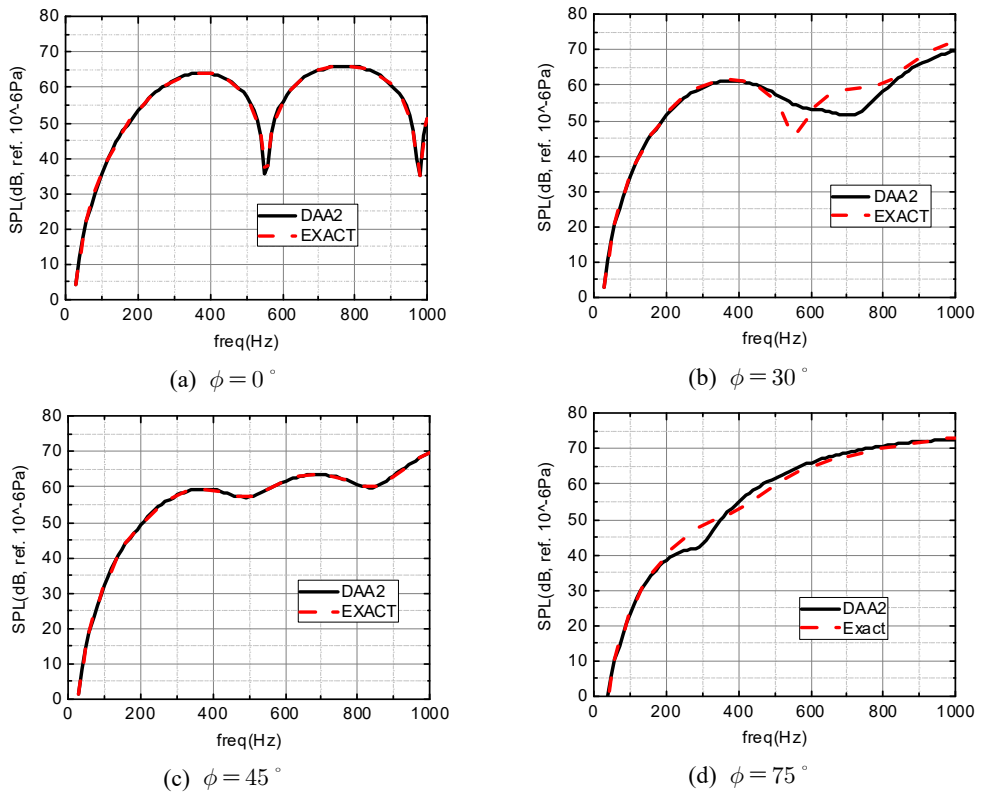


Fig. 2 Far field SPL vs. frequency

배플이라 가정하면 원통형 셀 반경방향 가속도가 $\ddot{W} = \ddot{W}(z) \cos n\theta$ 과 같이 표현될 경우, 원통형 좌표계에서의 헬름홀츠 방정식을 z -방향으로 푸리에 변환(Fourier transform)하고 변환된 방정식의 음압해를 다시 푸리에 역변환(inverse Fourier transform)하여 고정 위상 근사법(stationary phase approximation)을 적용하면 원음장 음압은 식 (17)과 같다⁽⁴⁾.

$$P_f(R, \theta, \phi) = \frac{\rho_0 e^{jkR}}{\pi k R \sin \phi} \frac{\ddot{W} \tilde{Z}(z) (-j)^{n+1}}{H_n^2(ka \sin \phi)} \cos n\theta \quad (17)$$

k 는 음향 파수, $\tilde{Z}(z)$ 는 z 방향 가속도 분포의 푸리에 변환이다.

3.2 방사소음 계산 결과

길이 $L = 3$ m, $a = 0.75$ m, $h = 0.004$ m인 스틸 원통셀의 $\theta^* = \pi/2, z^* = 0$ 인 지점에 단위 힘을 가한 경우에 대하여 방사소음을 계산하였다. 식 (16)의 표

면 속도 계산결과를 식 (12) 및 (17)에 대입하면 DAA2를 이용한 방사소음 수치계산 결과와 이론적으로 계산한 결과가 각각 얻어진다. 원통셀 표면은 길이방향으로 12개, 원주방향으로 20개 총 240개의 요소로 분할하였다. 원음장 계산지점은 XZ-평면에서 거리 1 km, 5° 간격으로 총 72개를 설정하였다 (0°는 원통 길이 방향). Fig. 2에 네 개의 원음장 지점(0°, 30°, 45°, 75°)에서 주파수에 따른 음압 계산 결과를 나타내었다. 200 Hz 이하의 낮은 주파수 영역에서는 DAA2의 결과와 이론해의 결과가 모두 잘 일치한다. 높은 주파수 영역에서도 0°, 45°에서 이론해와 일치한다. 반면 30°, 75°에서는 일부 중주파수 영역에서 이론해와 차이를 보이고 고주파수 영역에서는 다시 오차가 줄어든다. Fig. 3과 같이 방사소음 지향성 예측도 이론해와 잘 일치한다. 다만 709 Hz의 30°부근에서 오차가 비교적 크다. DAA2의 경우에는 내부 공진주파수(internal resonance frequency) 부근에서의 기법 자체의 오차로 인해 이론해와 차이가 발생한다^(3,6).

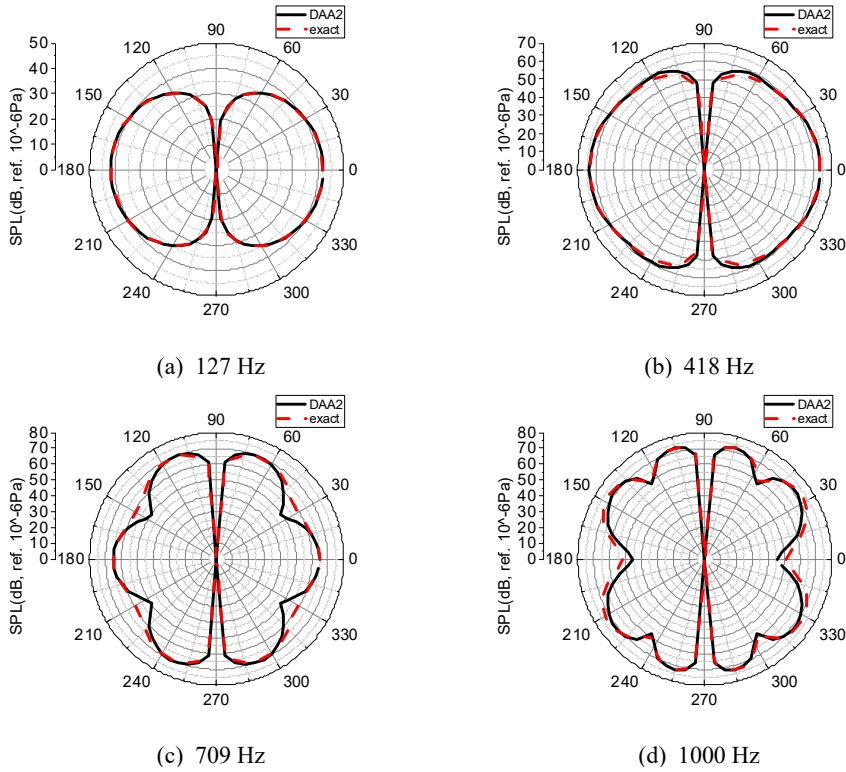


Fig. 3 Far field SPL vs. bearing

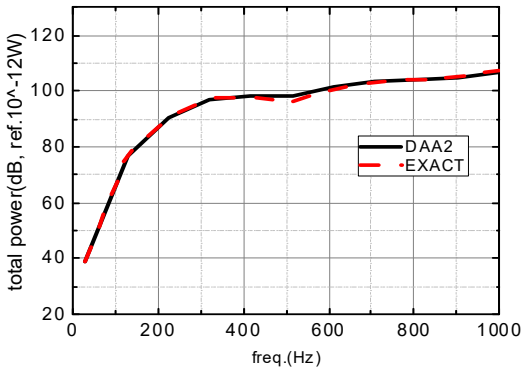


Fig. 4 Total radiation power

Fig. 4에는 총 음향방사 파워를 이론해와 비교하여 나타내었다. 일부 방향별, 주파수별 오차에도 불구하고 총 음향방사파워는 이론해와 잘 일치한다.

DAA2의 계산 결과는 일부 중주파수 영역 및 지향 방위에서의 오차가 있지만 수중 운동체 설계 시 방사소음 수준의 개략 예측 같은 실제적인 공학문제 적용 관점에서 보면, 여전히 주파수에 따른 방사소

음 경향 및 음향 방사의 지향 특성을 잘 예측하고 있다. 총 방사파워의 경우에는 일부 영역의 오차 수준이 무시될 만큼 모든 주파수 영역에서 이론해와 잘 일치한다.

4. 결론

이중점근 근사법을 적용하여 구조물의 진동에 의한 방사소음의 음향전달행렬을 유도하였다. 점 조화 가진력에 의한 원통형 셸 가진 시 방사소음 계산 결과, 일부 방위각 및 주파수에서는 다소의 오차가 발생하였다. 그러나 대부분의 주파수 영역 및 방위별 방사소음 계산결과가 이론해와 잘 일치하였으며 수중 운동체 설계 등과 같은 실제적인 방사소음 예측 문제에 효율적으로 적용 가능할 것으로 판단된다.

References

(1) Han, S. J., Kang, M. H. and Lee, J. J., 2015,

Measurement of Acoustic Radiation Efficiency of the Submerged Circular Cylindrical Structure in Water Tank, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 25 No. 11, pp. 747~752.

(2) Han, S. J., Lee, J. J. and Kang, M. H., 2014, Prediction of Total Acoustic Radiation Power of the Submerged Circular Cylindrical Structures, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 24, No. 11, pp. 876~882.

(3) Huang, H. and Wang, Y. F., 1984, Asymptotic Fluid-structure Interaction Theories for Acoustic Radiation Prediction, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 77, No. 4, pp. 1389~1394.

(4) Junger, M. C., 1993, Sound, Structures and Their Interaction, American Institute of Physics.

(5) Geers, T. L., 1978, Doubly Asymptotic Approximation for Transient Motions of Submerged Structures, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 64, No. 5, pp.

1500~1508.

(6) Deruntz, J. A. and Geers, T. L., 1978, Added Mass Computation by the Boundary Integral Method, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 12, No. 3, pp. 531~550.

(7) Soedel, W., 2004, Vibrations of Shells and Plates 3rd Edition, Marcel Dekker, Inc.



Seungjin Han received his B.S. and M.S. degree in aerospace engineering from KAIST in 1999 and 2001 respectively. He is currently a senior researcher in Agency for Defense Development. His research interests include naval ship stealth technologies and operation research.