

대형급 무인잠수정의 임무의 중요성에 따른 목표 경로점 선정 및 제어를 위한 T-S 퍼지모델 기반 강인 \mathcal{H}_∞ 제어기 설계

Allocations and Robust \mathcal{H}_∞ Fuzzy Control for Waypoints Tracking of Large Displacement Unmanned Underwater Vehicles

강형빈* · 이호재† · 김성훈** · 박호규**

(Hyoung Bin Kang · Ho Jae Lee · Sung Hoon Kim · Ho Gyu Park)

Abstract - This paper deals with a robust \mathcal{H}_∞ controller design problem for waypoints tracking of large displacement unmanned underwater vehicles (LDUUVs) in Takagi-Sugeno fuzzy form. The LDUUV model uses a rudder to control its horizontal motion. We determine the order of waypoints based on their priorities and consider only surge force. A fuzzy controller in state-feedback form is taken and its design condition of is represented in terms of linear matrix inequalities. A numerical simulation is included to show the effectiveness of the theoretical development.

Key Words : Large Displacement Unmanned Underwater Vehicles (LDUUVs), Waypoints tracking, Takagi-Sugeno fuzzy model, Robust \mathcal{H}_∞ control

1. 서론

무인잠수정은 각종 해양조사, 기뢰 탐지와 같이, 상업적, 군사적 등의 다양한 목적을 달성하고자 여러 분야에서 활용되고 있다. 무인잠수정은 유인잠수정에 비해 높은 수압, 거센 조류, 해류, 파도 등 사람이 접근하기 어려운 해양 환경에서도 사용가능한 장점이 있다. 하지만 운동학적, 동역학적인 비선형성으로 인하여 제어기 설계가 어렵다 [1].

강한 비선형성을 갖는 무인잠수정을 제어하기 위해 많은 연구가 진행되었다. 참고문헌 [2,3]은 PID, PD제어 기법을 이용하여 무인잠수정을 제어하였다. 하지만 무인잠수정의 무게중심, 총 질량, 부력 등 다양한 변화에 즉각적으로 대처할 수 없다. [4,5]는 선형모델 기반의 유도제어 기법을 이용하였지만 동작점 부근에서만 유도제어 성능이 보장되며 전역 안정도를 보장하지 못한다. [6,7]은 슬라이딩 모드 제어기법을, [8,9]는 적응 제어기법을 이용하여 전역 안정도를 보장하였지만, 실제 제어신호를 생성하기 위해서 많은 계산량을 요구하는 단점이 있다.

타카기-수게노(Takagi-Sugeno : T-S) 퍼지모델은 시스템의 국부적 선형입출력 관계로 표현되는 상태방정식들을 IF-THEN 규칙들의 비선형결합으로 비선형 시스템의 동특성을 나타내는 방

법이다. 따라서 선형 제어이론을 복잡한 비선형 시스템으로의 확장 및 적용이 용이하다는 장점이 있다 [10]. 또한, T-S 퍼지모델 기반 제어는 제어입력 구현에 필요한 계산량이 상대적으로 적다. 참고문헌 [11]에서 무인잠수정의 T-S 퍼지모델 기반 경로점 제어에 관한 연구가 진행되었지만, 조류와 같은 외란의 영향을 고려하지 않은 한계가 있다.

강인 \mathcal{H}_∞ 제어란 외란이 성능출력(performance output)에 미치는 영향의 정도의 상한을 보장하는 제어기법이다 [12]. 특히 선형행렬부등식(linear matrix inequality) 형태의 설계조건을 제시한 \mathcal{H}_∞ 제어기 합성기법이 많이 연구되었지만 무인잠수정 제어, 특히 T-S 퍼지모델 기반 제어에 관한 연구는 미진한 상황이다. 무인잠수정 제어 분야에서 경로추종 제어를 수행하는 연구가 많이 진행되었다. 무인잠수정의 목적에 따라 각각의 경로점에 대한 중요도가 다르고 이에따른 우선순위가 경로점마다 다르다. 하지만 많은 연구결과들이 참고문헌 [11,13,14]와 같이 순차적으로 경로점을 추종 제어하는 방법을 사용한다. 특히, 장기간 운용이 되는 대형급 무인잠수정(large displacement unmanned underwater vehicles: LDUUVs)의 경우 다양한 경로점을 임무 중요도에 따라 적절한 경로점판단을 수행하여 이동하는 것이 중요하다. 이에 본 논문에서는 경로점의 중요도와 경로점간의 거리를 고려하여 가중치 함수(priority function)을 선정하고, 이를 기반으로 다음 경로점을 탐색하여 이동하는 것을 목표로 한다.

본 논문은 대형급 무인잠수정의 수평면 제어를 위한 T-S 퍼지모델 기반 강인 \mathcal{H}_∞ 제어기 설계기법을 논한다. 비선형 무인잠수정 모델을 영역 비선형(sector nonlinearity) 기법을 이용하여 T-S 퍼지모델을 구성한다. 또한, 조류의 영향을 각각 x , y 방

† Corresponding Author : Dept. of Electronic Engineering, Inha University, Incheon, Korea.

E-mail: mylchi@inha.ac.kr

* Dept. of Electronic Engineering, Inha University, Incheon, Korea.

** Maritime R&D Center, LIG Nex1, Young-in, Korea.

Received : December 24, 2016; Accepted : January 3, 2017

항으로 나누고, 이를 외란으로 다룬다. 제어기 설계조건은 리아푸노프(Lyapunov) 안정도 이론을 기반으로 유도되며, 선형행렬부등식으로 표현된다.

표기의 간략함을 위하여 $\text{He}\{X\} := X + X^T$ 로 정의하고, *는 대칭행렬의 전치요소를 나타낸다.

2. 사전 지식

2.1 무인잠수정의 동역학

본 논문에서는 LIG Nex1에서 제공한 LDUUVs의 유체학적 특성을 활용한 무인잠수정 모델을 이용하였다.

무인잠수정의 수평면 동역학은 관성항

$$\begin{aligned} m[\ddot{u} - vr] &= \sum X_{ext} \\ m[\ddot{v} + ur] &= \sum Y_{ext} \\ I_{zz}\ddot{r} &= \sum N_{ext} \end{aligned}$$

과 외력항

$$\begin{aligned} \sum X_{ext} &= X_H + X_S + X_P + X_\delta \\ \sum Y_{ext} &= Y_H + Y_S + Y_\delta \\ \sum N_{ext} &= N_H + N_S + N_\delta \end{aligned}$$

으로 표현할 수 있다. 여기서 (u, v, r) 은 잠수정의 동체좌표계에서 전후(surge), 좌우(sway), 편향(yaw) 방향에서의 선속도이고, (X, Y, N) 은 각각 x, y , 편향성분을 나타내고, 아래첨자 H 는 동유체력, S 는 중력 및 정유체력, P 는 추력 및 토크, δ 는 핀 제어력을 나타낸다. 동유체력 H 는

$$\begin{aligned} X_H &= X_u \dot{u} + X_{uu}uu + X_{vv}v^2 + X_{rr}r^2 \\ Y_H &= Y_v \dot{v} + Y_r \dot{r} + Y_vv + Y_{v|v}|v| + Y_{rr}r + Y_{r|r}|r| \\ N_H &= N_v \dot{v} + N_r \dot{r} + N_vv + N_{v|v}|v| + N_{rr}r + N_{r|r}|r|, \end{aligned}$$

중력 및 정유체력 S 는

$$\begin{aligned} X_S &= -(W - B) \sin \theta \\ Y_S &= (W - B) \cos \theta \sin \phi \\ N_S &= (x_G W - x_B B) \cos \theta \phi + (y_G W - y_B B) \sin \theta, \end{aligned}$$

핀제어력 δ 는

$$\begin{aligned} X_\delta &= X_{uu\delta\delta}uu(\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \delta_4^2) \\ Y_\delta &= Y_{uu\delta_1}uu\delta_1 + Y_{uu\delta_2}uu\delta_2 + Y_{uu\delta_3}uu\delta_3 + Y_{uu\delta_4}uu\delta_4 \\ N_\delta &= N_{uu\delta_1}uu\delta_1 + N_{uu\delta_2}uu\delta_2 + N_{uu\delta_3}uu\delta_3 + N_{uu\delta_4}uu\delta_4, \end{aligned}$$

추진기 추력 P 는

$$X_P = (1 - t)\rho n^2 D_{prop}^4 K_r(J)$$

이다. 본 논문에서는 핀제어력 δ 를 이용하여 Y 방향 제어가 가능

하며 $W = B$, $x_G = x_B$, $y_G = y_B$ 로 설정하므로 S 항은 0이다. 핀제어력 및 추력에 대한 제어입력을

$$\begin{aligned} F_u &= X_{uu\delta\delta}(\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \delta_4^2) + (1 - t)\rho n^2 D_{prop}^4 K_r(J) \\ F_v &= Y_{uu\delta_1}uu\delta_1 + Y_{uu\delta_2}uu\delta_2 + Y_{uu\delta_3}uu\delta_3 + Y_{uu\delta_4}uu\delta_4 \\ F_r &= N_{uu\delta_1}uu\delta_1 + N_{uu\delta_2}uu\delta_2 + N_{uu\delta_3}uu\delta_3 + N_{uu\delta_4}uu\delta_4 \end{aligned}$$

로 선정하면 동역학은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} (m - X_{\dot{u}}) & 0 & 0 \\ 0 & (m - Y_{\dot{v}}) & -Y_{\dot{r}} \\ 0 & -N_{\dot{v}} & (I_{zz} - N_{\dot{r}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} X_{uu}u & X_{vv}v & X_{rr}r + mv \\ 0 & Y_v + Y_{v|v}|v| & Y_r + Y_{r|r}|r| + mu \\ 0 & N_v + N_{v|v}|v| & N_r + N_{r|r}|r| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ r \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} F_u \\ F_v \\ F_r \end{bmatrix} \\ &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & m_{23} \\ 0 & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \\ &\quad \times \left(\begin{bmatrix} X_{uu}u & X_{vv}v & X_{rr}r + mv \\ 0 & Y_v + Y_{v|v}|v| & Y_r + Y_{r|r}|r| + mu \\ 0 & N_v + N_{v|v}|v| & N_r + N_{r|r}|r| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_u \\ F_v \\ F_r \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \tag{1}$$

여기서

$$\begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & m_{23} \\ 0 & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (m - X_{\dot{u}}) & 0 & 0 \\ 0 & (m - Y_{\dot{v}}) & -Y_{\dot{r}} \\ 0 & -N_{\dot{v}} & (I_{zz} - N_{\dot{r}}) \end{bmatrix}^{-1}$$

이다.

2.2 무인잠수정의 운동학

조류를 고려한 무인잠수정 수평면 운동학은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \cos(\psi)u - \sin(\psi)v + v_{c_x} \\ \dot{y} &= \sin(\psi)u + \cos(\psi)v + v_{c_y} \\ \dot{\psi} &= r \end{aligned} \tag{2}$$

여기서 (x, y, ψ) 는 지구고정좌표계에서 잠수정의 위치 및 자세이고 v_{c_x}, v_{c_y} 는 각각 x, y 방향의 조류이다. 목표 경로점을 x_r, y_r 로 선정하면 오차동역학

$$\begin{aligned} e_x &= x - x_r \\ e_y &= y - y_r \end{aligned}$$

의 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= \cos(\psi)u - \sin(\psi)v + v_{c_x} \\ \dot{e}_y &= \sin(\psi)u + \cos(\psi)v + v_{c_y} \end{aligned}$$

경로점 제어를 안정화 문제로 다루기 위하여 다음의 변환을 이용

하자 [11].

$$\begin{aligned} s_1 &= \cos(\psi)e_x + \sin(\psi)e_y \\ s_2 &= -\sin(\psi)e_x + \cos(\psi)e_y \end{aligned} \quad (3)$$

변환식 (3)의 미분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= -\sin(\psi)\dot{\psi}e_x + \cos(\psi)\dot{e}_x + \cos(\psi)\dot{\psi}e_y + \sin(\psi)\dot{e}_y \\ \dot{s}_2 &= -\cos(\psi)\dot{\psi}e_x - \sin(\psi)\dot{e}_x - \sin(\psi)\dot{\psi}e_y + \cos(\psi)\dot{e}_y \end{aligned}$$

운동학 (2)는 $\sin^2(\psi) + \cos^2(\psi) = 1$, $\dot{e}_x = \dot{x}$, $\dot{e}_y = \dot{y}$ 를 이용하여 다음과 같이 s_1, s_2 에 관한 식으로 변환할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= u + r s_2 + v_{s_x} \\ \dot{s}_2 &= v - r s_1 + v_{s_y} \\ \dot{\psi} &= r \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $v_{s_x} = \cos(\psi)v_{c_x} + \sin(\psi)v_{c_y}$, $v_{s_y} = -\sin(\psi)v_{c_x} + \cos(\psi)v_{c_y}$ 이다.

2.3 T-S 퍼지 모델

다음의 T-S 퍼지모델을 고려하자.

$$\dot{\zeta} = \sum_{i=1}^r \theta_i(z)(A_i \zeta + B F_{uvr} + B_w v_s) \quad (5)$$

여기서 $x \in \mathbb{R}^n$ 는 상태; $F_{uvr} \in \mathbb{R}^m$ 는 제어입력; $v_s \in \mathbb{R}^p$ 는 외란이다. 전반부변수 $z = (z_1, \dots, z_q) \in \mathcal{Z} \subset \mathbb{R}^q$ 는 y 의 단사함수이다. i 번째 규칙의 발화도 θ_i 는

$$\theta_i(z) := \frac{\prod_{j=1}^q \Gamma_j^i(z_j)}{\sum_{i=1}^r \left(\prod_{j=1}^q \Gamma_j^i(z_j) \right)} \in \mathbb{R}_{[0,1]}$$

로 정의되며, $\sum_{i=1}^r \theta_i = 1$ 을 만족한다. 여기서 $\Gamma_j^i(z_j)$ 는 z_j 가 i 번째 규칙의 j 번째 퍼지집합 Γ_j^i 에 대한 소속도를 나타낸다.

다음의 상태궤환 제어기

$$F_{uvr} = \sum_{i=1}^r \theta_i(z) K_i \zeta \quad (6)$$

를 도입하자. 여기서 행렬 K_i 는 제어기이득을 나타낸다. 식 (5)와 (6)으로부터 폐루프시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\zeta} = \sum_{i=1}^r \theta_i(z)(A_i + B K_i) F_{uvr} + B_w v_s \quad (7)$$

3. 주요 결과

3.1 목표 경로점 선정

무인잠수정은 임무에 따라 목표 경로점들에 대한 중요도가 다르다. 따라서 본 논문에서는 순차적으로 다음 경로점으로 이동하

는 것이 아니라 경로점들에 대한 중요도와 경로점간의 거리를 고려한 가중치 함수를 선정하고 이에 따라 다음 경로점으로 이동하는 것을 목표로 한다.

n 개의 경로점들 $(x_r, y_r)_i, i \in \mathcal{I}_N := \{1, 2, \dots, n\}$ 에 대하여 중요도 $p_i \in \mathbb{R}_{(0,1)}$ 는 상대적으로 미리 설정된 값이며 그 값이 클수록 중요한 경로점임을 의미한다. 현재 위치에서 다음 경로점간의 거리를 $d_i \in \mathbb{R}_{>0}$ 으로 정의하고 가중치 함수를 다음과 같이 선정하자.

$$f(d_i) = \frac{p_i}{d_i} \quad (8)$$

여기서 $wp_1 = \arg \max_{i \in \mathcal{I}_N} f(d_i)$ 일 때 $(x_r, y_r)_{wp_1}$ 이 첫 번째 경로점으로 선정된다. 다음 경로점은

$$wp_1 = \arg \max_{i \in \mathcal{I}_N \setminus wp_1} f(d_i)$$

으로 선정된다. 즉, 경로점간의 거리가 가까울수록, 경로점의 중요도가 높을수록 다음 경로점으로 선정되고 이미 선정되었던 경로점으로 다시 돌아갈 수 없음을 의미한다.

3.2 강인 \mathcal{H}_∞ 제어기 설계

표기의 간략함을 위하여 상태변수를

$$\zeta = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \psi \\ u \\ v \\ r \end{bmatrix}, \quad v_s = \begin{bmatrix} v_{s_x} \\ v_{s_y} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

라 정의하면 (1)과 (4)는 다음과 같이 하나의 시스템으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{\zeta} = \begin{bmatrix} 0 & r & 0 & 1 & 0 \\ -r & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{11} X_{uu} u & m_{11} X_{vv} v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{pmatrix} m_{22}(Y_v + Y_{v|v|} v) \\ + m_{23}(N_v + N_{v|v|} v) \end{pmatrix} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{pmatrix} m_{32}(Y_r + Y_{r|r|} r) \\ + m_{33}(N_r + N_{r|r|} r) \end{pmatrix} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ m_{11} X_{rr} r + mv \\ \begin{pmatrix} m_{22}(Y_r + Y_{r|r|} r + mu) \\ + m_{23}(N_r + N_{r|r|} r) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} m_{32}(Y_r + Y_{r|r|} r + mu) \\ + m_{33}(N_r + N_{r|r|} r) \end{pmatrix} \end{bmatrix} \zeta$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & m_{23} \\ 0 & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_u \\ F_v \\ F_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} v_s$$

여기서 비선형 항인 u, v, r 은 적절한 영역들 $\mathcal{B}_u := \{u : \|u\| \leq \Delta_u\}$, $\mathcal{B}_v := \{v : \|v\| \leq \Delta_v\}$, $\mathcal{B}_r := \{r : \|r\| \leq \Delta_r\}$, $\Delta_u, \Delta_v, \Delta_r \in \mathbb{R}_{>0}$ 에 대하여 영역 비선형 기법 [10]을 이용하여 다음과 같이 모델링할 수 있다.

$$u = \sum_{i=1}^2 \theta_i \mu_i, \quad v = \sum_{i=1}^2 \vartheta_i \nu_i, \quad r = \sum_{i=1}^2 \eta_i \xi_i$$

여기서

$$\begin{cases} \theta_1 = \frac{u - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2}, & \begin{cases} \vartheta_1 = \frac{v - \nu_2}{\nu_1 - \nu_2} \\ \vartheta_2 = 1 - \vartheta_1 \end{cases}, & \begin{cases} \eta_1 = \frac{r - \xi_2}{\xi_1 - \xi_2} \\ \eta_2 = 1 - \eta_1 \end{cases} \\ \mu_1 = \inf_{u \in B_u}(u) & \nu_1 = \inf_{v \in B_v}(v) & \xi_1 = \inf_{r \in B_r}(r) \\ \mu_2 = \sup_{u \in B_u}(u) & \nu_2 = \sup_{v \in B_v}(v) & \xi_2 = \sup_{r \in B_r}(r) \end{cases}$$

이다. 따라서 무인잠수정 T-S 퍼지모델은 다음과 같다.

$$\dot{\zeta} = \sum_{i,j,k=1}^2 \theta_i(z)\vartheta_j(z)\eta_k(z)A_{ijk}\zeta + BF_{uvr} + B_w v_s \quad (9)$$

여기서

$$A_{ijk} = \begin{bmatrix} 0 & \xi_k & 0 & 1 & 0 \\ -\xi_k & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{11}X_{uu}\mu_i & m_{11}X_{vv}\nu_j \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{pmatrix} m_{22}(Y_v + Y_{v|v})\nu_j \\ +m_{23}(N_v + N_{v|v})\nu_j \end{pmatrix} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{pmatrix} m_{32}(Y_v + Y_{v|v})\nu_j \\ +m_{33}(N_v + N_{v|v})\nu_j \end{pmatrix} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_{11}X_{rr}\xi_k + m\nu_j & & & & \\ \begin{pmatrix} m_{22}(Y_r + Y_{r|r})\xi_k + m\mu_i \\ +m_{23}(N_r + N_{r|r})\xi_k \end{pmatrix} & & & & \\ \begin{pmatrix} m_{32}(Y_r + Y_{r|r})\xi_k + m\mu_i \\ +m_{33}(N_r + N_{r|r})\xi_k \end{pmatrix} & & & & \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & m_{23} \\ 0 & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}, \quad B_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

이다. (6)에 의한 페루프시스템 (7)은 다음과 같다.

$$\dot{\zeta} = \sum_{i,j,k=1}^2 \theta_i(z)\vartheta_j(z)\eta_k(z)(A_{ijk} + BK_{ijk})\zeta + B_w v_s \quad (10)$$

정의 1: 페루프시스템 (10)의 강제응답이 주어진 감쇠상수 $\gamma \in \mathbb{R}_{>0}$ 에 대하여 다음의 조건을 만족하면

$$\mathcal{P} := \frac{\int_0^{t_f} \zeta^T W \zeta \tau}{\int_0^{t_f} v_s^T H v_s \tau} < \gamma^2 \quad (11)$$

(10)은 강인 γ - \mathcal{H}_∞ 외란감쇠 성능을 보장한다. 여기서 $W = W^T > 0$ 와 $H = H^T > 0$ 는 가중(weighting) 행렬이다.

정리 1: 다음의 부등식을 만족하는 $K'_{ijk}, Q = Q^T > 0, W' = W'^T > 0, H' = H'^T > 0$ 가 존재하면 제어기 (6)은 조류를 고려한 무인잠수정 T-S 퍼지모델 (9)를 γ - \mathcal{H}_∞ 외란감쇠 안정화한다.

$$\begin{bmatrix} \text{He} \{ A_{ijk}Q + BK'_{ijk} \} + W' & * \\ QB_w^T & -\gamma^2 H' \end{bmatrix} < 0$$

$(i, j, k) \in \mathcal{I}_2 \times \mathcal{I}_2 \times \mathcal{I}_2$

증명: 간결한 논의를 전개하기 위하여, 표기법

$$A_K(z) := \sum_{i,j,k=1}^2 \theta_i(z)\vartheta_j(z)\eta_k(z)(A_{ijk} + BK_{ijk})$$

을 정의하면, (10)은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\zeta} = A_K(z)\zeta + B_w v_s$$

페루프시스템 (10)의 안정도를 증명하기 위하여 다음의 리아푸노프 함수후보를 선정하자.

$$V = \zeta^T P \zeta \quad (12)$$

여기서 $P = P^T > 0$ 인 양한정 행렬(positive definite matrix)이다.

리아푸노프 함수(12)이 (7)의 궤적을 따른 모든 (x, v_s) 에 대하여 해밀턴-자코비-벨만(Hamilton-Jacobi-Bellman) 부등식

$$\dot{V}(x) + \zeta^T W \zeta - \gamma^2 v_s^T H v_s < 0 \quad (13)$$

을 만족함을 가정하자. 양변에 시간구간 $[0, t_f]$ 에 대하여 적분을 취하면 다음과 같다.

$$\int_0^{t_f} \zeta^T W \zeta \tau - \gamma^2 \int_0^{t_f} v_s^T H v_s \tau < V(\zeta(0)) - V(\zeta(t_f)) \leq V(\zeta(0))$$

초기값 $x(0) = 0$ 에 대하여 다음은 자명하다.

$$\int_0^{t_f} \zeta^T W \zeta \tau - \gamma^2 \int_0^{t_f} v_s^T H v_s \tau < 0$$

이는 (11)과 같다. 이제 (13)는 다음과 같이 재구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \dot{V} + \zeta^T W \zeta - \gamma^2 v_s^T H v_s \\ &= \zeta^T P \dot{\zeta} + \zeta^T P \dot{\zeta} + \zeta^T W \zeta - \gamma^2 v_s^T H v_s \\ &= (A_K(z)\zeta + B_w v_s)^T P \zeta + \zeta^T P (A_K(z)\zeta + B_w v_s) \\ & \quad + \zeta^T W \zeta - \gamma^2 v_s^T H v_s \\ &= \begin{bmatrix} \zeta \\ v_s \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \text{He} \{ P A_K(z) \} + W & * \\ B_w^T P & -\gamma^2 H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ v_s \end{bmatrix} \\ &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \text{He} \{ P A_{ijk} + P B K_{ijk} \} + W & * \\ B_w^T P & -\gamma^2 H \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (14)$$

이제 (14)를 $\text{diag}\{P^{-1}, P^{-1}\}$ 로 합동변환하고, $P^{-1} = Q$, $K_{ijk}P^{-1} = K'_{ijk}$, $P^{-1}WP^{-1} = W'$, $P^{-1}HP^{-1} = H'$ 로 치환하면 (3.2)가 유도된다.

본 논문에서는 (4)의 변환을 이용하여 경로점 제어를 안정화 문제로 다루었다. 즉, 정리 1을 만족하면 $\zeta = (0, 0, 0, 0, 0, 0)$ 이 되어 무인잠수정이 목표 경로점 x_r, y_r 에 도달할 것임을 알 수 있다.

4. 모의실험

제안된 기법의 효용성을 검증하기 위하여 (1)-(2)에 대하여 다음의 경로점 제어 모의실험을 수행하자.

$$\begin{aligned}
 K_1 &= 10^6 \times \begin{bmatrix} -0.1048 & 0.1123 & -0.1197 & -0.0259 & 0.0034 & 5.4044 \\ -0.1796 & -0.1418 & 0.0003 & -0.0206 & -0.0332 & 0.0347 \\ 2.4086 & 0.0102 & -0.0508 & 1.3838 & 0.0108 & -0.1641 \end{bmatrix} \\
 K_2 &= 10^6 \times \begin{bmatrix} -0.1048 & -0.2323 & -0.1216 & -0.0259 & -0.0724 & 5.4898 \\ 0.2861 & -0.1419 & -0.0001 & 0.0819 & -0.0332 & 0.0550 \\ 2.4278 & 0.0157 & -0.0508 & 1.4015 & 0.0139 & 0.1136 \end{bmatrix} \\
 K_3 &= 10^6 \times \begin{bmatrix} -0.1048 & 0.2323 & 0.1216 & -0.0259 & 0.0724 & -5.4898 \\ -0.2861 & -0.1418 & 0.0000 & -0.0819 & -0.0326 & 0.0341 \\ -2.4278 & 0.0138 & -0.0508 & -1.4015 & 0.0115 & -0.1641 \end{bmatrix} \\
 K_4 &= 10^6 \times \begin{bmatrix} -0.1048 & -0.1123 & 0.1197 & -0.0259 & -0.0034 & -5.4044 \\ 0.1796 & -0.1419 & -0.0003 & 0.0206 & -0.0326 & 0.0544 \\ -2.4086 & 0.0193 & -0.0508 & -1.3837 & 0.0146 & 0.1136 \end{bmatrix} \\
 K_5 &= 10^6 \times \begin{bmatrix} -0.1048 & 0.1123 & -0.1197 & -0.0249 & 0.0034 & 5.4044 \\ -0.1796 & -0.1410 & 0.0047 & -0.0206 & -0.0328 & -0.0744 \\ 2.4086 & -0.0558 & -0.0510 & 1.3837 & -0.0272 & -0.1646 \end{bmatrix} \\
 K_6 &= 10^6 \times \begin{bmatrix} -0.1048 & -0.2323 & -0.1216 & -0.0249 & -0.0724 & 5.4898 \\ 0.2861 & -0.1411 & 0.0044 & 0.0819 & -0.0328 & -0.0540 \\ 2.4278 & -0.0503 & -0.0510 & 1.4015 & -0.0240 & 0.1132 \end{bmatrix} \\
 K_7 &= 10^6 \times \begin{bmatrix} -0.1048 & 0.2323 & 0.1216 & -0.0249 & 0.0724 & -5.4898 \\ -0.2861 & -0.1411 & 0.0045 & -0.0819 & -0.0321 & -0.0750 \\ -2.4278 & -0.0522 & -0.0510 & -1.4015 & -0.0265 & -0.1645 \end{bmatrix} \\
 K_8 &= 10^6 \times \begin{bmatrix} -0.1048 & -0.1123 & 0.1197 & -0.0249 & -0.0034 & -5.4044 \\ 0.1796 & -0.14181 & 0.0041 & 0.0206 & -0.0322 & -0.0547 \\ -2.4086 & -0.0467 & -0.0510 & -1.3837 & -0.0234 & 0.1132 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{15}$$

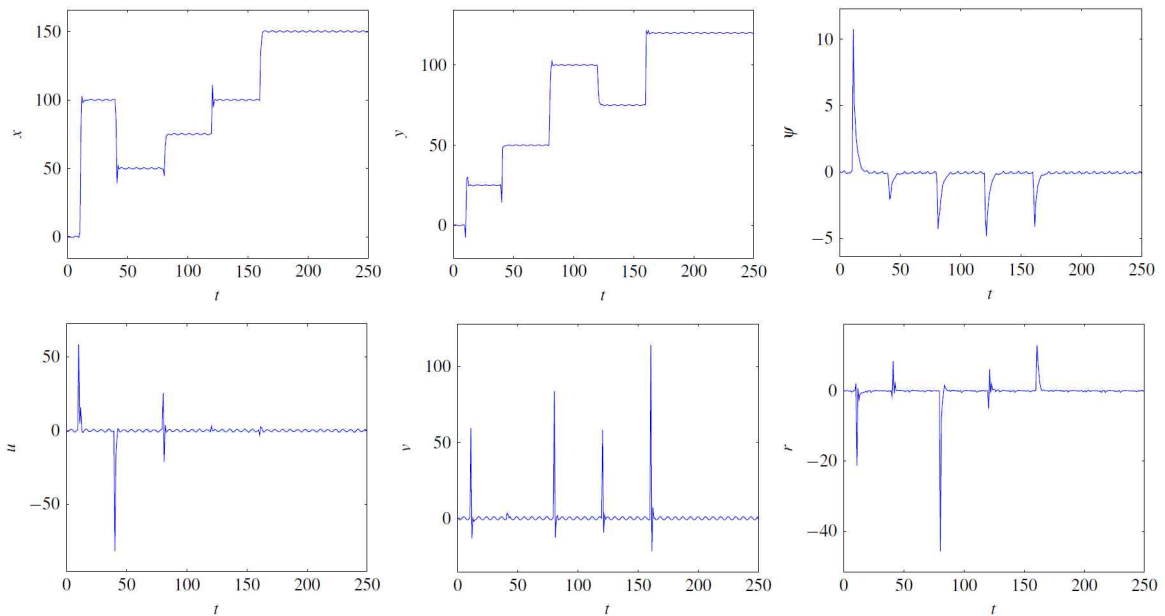


그림 1 (x, y, ψ, u, v, r)에 대한 시간응답.
 Fig. 1 Time response of (x, y, ψ, u, v, r).

- $(x_r, y_r)_1 = (50, 50), \text{ priority} : 0.5$
- $(x_r, y_r)_2 = (100, 75), \text{ priority} : 0.3$
- $(x_r, y_r)_3 = (75, 100), \text{ priority} : 0.7$
- $(x_r, y_r)_4 = (150, 120), \text{ priority} : 0.2$
- $(x_r, y_r)_5 = (100, 25), \text{ priority} : 1$

6. 부 록

부록 본논문에서는 LIG Nex1에서 제공한 대형급 무인잠수정 모델을 물성치 및 질량, 관성모멘트 값을 사용하였으며 다음과 같다.

$$L = 6.5 \text{ m}, \quad U = 3 \text{ knot}(= 1.54333 \text{ m/s})$$

$$\rho = 1025.87 \text{ kg/m}^3, \quad m = 7500 \text{ kg}$$

유체력 계수는 표 1과 같다.

모의실험에 사용된 파라미터는 부록에 명시되어 있다. $\mu_1 = -8, \mu_2 = 8, \nu_1 = -0.1, \nu_2 = 0.1, \xi_1 = -8, \xi_2 = 8$ 로 가정하고 $\gamma = 0.5, (v_{sx}, v_{sy}) = (\cos(t), \sin(t))$ 로 선정하자. 정리 1에 의하여 제어이득 값은 (16)과 같다. 초기값 $(x(0), y(0)) = (0, 0)$ 과 $\zeta(0) = (0, 0, 0, 0, 0, 0)$ 에 대한 시간응답은 그림 1과 같다. 그림 1에서 (8)에 의한 경로점 순서는 5, 1, 3, 2, 4임을 알 수 있고, 목표 경로점으로 제어된 것을 확인할 수 있다. 또한, 정리 1에 의해 무인잠수정 T-S 퍼지모델 (9)가 $\gamma\text{-}\mathcal{H}_\infty$ 외란감쇠 안정화된 것을 확인할 수 있다.

감사의 글

이 논문은 LIG Nex1의 지원과 2014년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. NRF-2014R1A2A2A01005664).

5. 결 론

본 논문은 무인잠수정의 수평면 경로점 제어를 위한 \mathcal{H}_∞ 제어기 설계기법을 논하였다. 비선형 무인잠수정 모델을 T-S 퍼지 모델로 모델링 하였으며, 변환식을 통해 경로점 제어문제를 안정화 문제로 다루었다. 목표 경로점 선정을 위한 가중치 함수를 선정하였으며, 리아푸노프 함수를 이용하여 조류를 외란으로 고려한 페루프시스템의 $\gamma\text{-}\mathcal{H}_\infty$ 외란감쇠 안정도 조건을 개발하였다. 모의실험을 통하여 제안된 기법의 효용성을 보였다.

References

표 1 유체력 계수

Table 1 Fluid force coefficient

무차원 계수	값	유차원 계수
X'_u	-1.1196E-3	$X_{\dot{u}} (= 0.5\rho L^3 X'_u)$
X'_{uu}	-2.8610E-3	$X_{uu} (= 0.5\rho L^2 X'_{uu})$
X'_{vv}	2.3793E-2	$X_{vv} (= 0.5\rho L^2 X'_{vv})$
X'_{rr}	-6.1454E-3	$X_{rr} (= 0.5\rho L^4 X'_{rr})$
Y'_v	-2.0312E-2	$Y_{\dot{v}} (= 0.5\rho L^3 Y'_v)$
Y'_r	4.5577E-4	$Y_{\dot{r}} (= 0.5\rho L^4 Y'_r)$
Y'_v	-4.5969E-2	$Y_v (= 0.5\rho L^2 U Y'_v)$
$Y'_{v v }$	-1.4705E-1	$Y_{v v } (= 0.5\rho L^2 Y'_{v v })$
Y'_r	6.6108E-2	$Y_r (= 0.5\rho L^3 U Y'_r)$
$Y'_{r r }$	-1.4481E-3	$Y_{r r } (= 0.5\rho L^4 Y'_{r r })$
N'_v	4.5577E-4	$N_{\dot{v}} (= 0.5\rho L^4 N'_v)$
N'_r	-1.5258E-3	$N_{\dot{r}} (= 0.5\rho L^5 N'_r)$
N'_v	-2.8122E-2	$N_v (= 0.5\rho L^3 U N'_v)$
$N'_{v v }$	4.9265E-2	$N_{v v } (= 0.5\rho L^3 N'_{v v })$
N'_r	-7.8085E-3	$N_r (= 0.5\rho L^4 U N'_r)$
$N'_{r r }$	-2.9160E-3	$N_{r r } (= 0.5\rho L^5 N'_{r r })$

- [1] T. Presterio, "Verification of a six-degree of freedom simulation model for the REMUS autonomous underwater vehicle," Massachusetts Inst. Technol./Woods Hole Ocean. Inst., 2001.
- [2] S. Miyamoto, T. Aoki, T. Maeda, K. Hirokawa, T. Ichikawa, T. Saitou, H. Kobayashi, E. Kobayashi, and S. Iwasaki, "Maneuvering control system design for autonomous underwater vehicle," MTS/IEEE Oceans 2001 Conf. proc., vol. 1, pp. 482-489, 2001.
- [3] S. K. Park, P. Y. Lee, S. W. Park, S. T. Kwon, H. S. Jung, and M. S. Park, "Design and field test of heading and depth control based on PD control of Torpedo type AUV, HW200," Journal of Institute of Control, Robotics and Systems, vol. 21, no. 10, pp. 951-957, 2015.
- [4] S. T. Kwon, W. K. Baek, I. P. Kang, H. S. Choi, and M. G. Joo, "A study on way-point tracking of AUV using state feedback," Journal of Institute of Control, Robotics and Systems, vol. 17, no. 12, pp. 1266-1272, 2011.
- [5] S. B. Bae, D. H. Shin, S. H. Park, and M. G. Joo, "A Study on an integral state feedback controller for way-point tracking of an AUV," Journal of Institute of Control, Robotics and Systems, vol. 19, no. 8, pp. 661-666, 2013.
- [6] L. Lapierre, "Robust diving control of an AUV," Ocean Eng., vol. 36, no. 1, pp. 92-104, 2009.
- [7] H. Joe, M. Kim, and S. cheol Yu, "Second-order sliding-mode controller for autonomous underwater vehicle in the presence of unknown disturbances," Nonlinear Dyn., vol. 78, no. 1, pp. 183-196, 2014.
- [8] J.-H. Li and P.-M. Lee, "Design of an adaptive nonlinear

controller for depth control of an autonomous underwater vehicle,” Ocean Eng., vol. 32, no. 17, pp. 2165-2181, 2005.

[9] B. K. Sahu and B. Subudhi, “Adaptive tracking control of an autonomous underwater vehicle,” Int. J. Autom. Comput., vol. 11, no. 3, pp. 299-307, 2014.

[10] K. Tanaka and H. O. Wang, Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach. New York: Wiley, 2001.

[11] D. W. Kim, H. J. Lee, and J. N. Sur, “T-S Fuzzy Model-based Waypoints-Tracking Control of Underwater vehicle”, Journal of Institute of Control, Robotics and Systems, vol. 17, no. 6, pp. 526-530, 2011.

[12] C.-S. Tseng, B.-S. Chen, and H.-J. Uang, “Fuzzy tracking control design for nonlinear dynamic systems via T-S fuzzy model,” IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 9, no. 3, pp. 381-392, 2001.

[13] J. Guo, F.-C. Chiu, and C.-C. Huang, “Design of a sliding mode fuzzy controller for the guidance and control of an autonomous underwater vehicle,” Ocean Eng., vol. 30, no. 16, pp. 2137-2155, 2003.

[14] J. Guo, “A waypoint-tracking controller for a biomimetic autonomous underwater vehicle,” Ocean Eng., vol. 33, no. 17, pp. 2369-2380, 2006.



김 성 훈 (Sung Hoon Kim)

2008년 서강대 기계공학과 졸업, 2010년 동 대학원 석사졸업, 2016년 현재 LIG넥스원 재직 중. 관심분야 : 수중유도무기 체계형상 설계



박 호 규 (Ho Gyu Park)

1987년 명지대 전기공학과 졸업. 1989년 동 대학원 석사. 1992년~현재 LIG넥스원 근무. 관심분야는 수중유도무기 체계. 무인잠수정 자율제어기술분야.

저 자 소 개



강 형 빈 (Hyoung Bin Kang)

2016년 인하대 전자공학과 졸업. 2016년~현재 동 대학원 석사. 관심분야는 특이섭동 시스템, 퍼지제어, 비선형 샘플치 제어



이 호 재 (Ho Jae Lee)

1998년 연세대 전기공학과 졸업. 2000년 동 대학원 석사. 2004년 동 대학원 박사. 2005년 University of Houston, Houston, Tx, USA 방문조교수. 2006년~현재 인하대학교 전자공학과 부교수. 관심분야는 비선형 샘플치 제어, 편대비행 제어, 디지털 재설계