ISSN 1975-8359(Print) / ISSN 2287-4364(Online)
The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers Vol. 66, No. 1, pp. 165~170, 2017
http://doi.org/10.5370/KIEE.2017.66.1.165

입력제한 조건을 가지는 순항 제어 시스템을 위한 이벤트-트리거 MPC

Event-triggered MPC for Adaptive Cruise Control System with Input Constraints

이 상 문*
(Sangmoon Lee)

Abstract - This paper presents an event-triggered model predictive controller for adaptive cruise control system with sampled and quantized-data. Unlike existing works, a longitudinal continuous-time model is used for the predictive control of the system. To efficiently utilize network resources, event-trigger scheme is employed, which allows limited sensor and actuator signal satisfying the condition that the measurement of errors is over the ratio of a trigger level. The proposed control gain is obtained by solving a convex problem satisfying several linear matrix inequalities at every sampling times. Simulation results are given to show the effectiveness of the proposed design method.

Key Words : Event-triggered MPC, Cruise Control, Sampled-data control

1. 서 론

운전자 지원 시스템 연구는 차량용 전자에서 가장 빠르게 성장하고 있는 분야이다. 순항 제어는 자동적으로 앞차와의 간격을 일정하게 유지하면서 따라가는 자율 주행 시스템의 중요한 기능이다. 안전한 거리를 유지하기 위해 순항 제어시스템은 주로 차량과 독립적인 부분인 상위 제어기와 차량과 종속적인 부분인 하위 제어기로 구성되어 있다 [1]. 상위 제어기는 원하는 가속/감속을 결정하고, 하위 제어기는 스로틀과 가속/감속을 따라가는 제동기를 결정한다.

모델 예측 제어 모식도는 좋은 추적 성능을 제공하고, 변수들을 조절할 수 있으며, 명시적으로 주요 특징인 안전성, 안락성 그리고 연비 향상과 관련되어 있기 때문에 매우 유용하다 [2]. 하지만, 만약 모델이 정확하지 않다면, 제어기는 안전성과 성능을 보장해주지 않는다 [3]. [2]에서처럼, 모델 예측 제어 기법은 순항 제어 설계를 위해 사용해 왔다. 모델은 레이더로 측정하여 종방향에서 추종하는 차량의 동역학, 차량의 컨트롤과 관계된 부분 그리고 종 방향에서 목표 차량과 추종 차량의 상대적인 동역학을 다루어야 한다. 하지만, 차량 모델은 간단하게 다룰 수 없다. 또한 이산시간 종 방향 모델 zero-order hold 이산화 샘플링을 사용한다. 모델 예측 제어 알고리즘의 실행에 관한 다른 이슈는 이산화이다. 연속적인 시간 모델은 시스템의 행동을 설명한다는 점에서 훨씬 더 자연스럽고 정확하다. 하지만, 최적화 과정에 관해서는 실행하는데 계산적으로 다루기가 힘들다. 이산화 과정에서 낮은 샘플링 비율을 사용한다면 보다 쉽게 계산할 수 있다. 하지만, 이산화 표현은 정확성이 줄어든다. 더욱이, 이산화 과정에서는 시스템 상태들과 제한들은 샘플 간격들을 무시한 채 순간 샘플들에 의해서만 계산된다.

이러한 문제점들을 보완하기 위해서, 많은 연구자들은 이벤트-트리거의 조건을 만족하는 허락된 신호들만을 보내는 이벤트-트리거 모식도를 제안해 왔다. 이벤트-드라이븐 제어 모식도는 샘플 신호가 필요할 때만 얻는다. 그래서 커뮤니케이션과 액추에이터의 자원을 줄여준다.

위 내용을 종합하면, 이벤트-트리거 제어 모식도는 디지털 제어기로 다룰 수 있기 때문에 가장 유용하다는 점을 주목해야 하며, 또한 컴퓨터, 소형 전자기기 그리고 커뮤니케이션 네트워크의 발달로 샘플 데이터의 제어 시스템에 대한 연구는 계속해서 늘어나고 있다. 현재까지 샘플 데이터 시스템을 위해 입력 지연 접근 방식이 널리 사용돼 왔다 [4]. 입력 지연 접근 방식은 연속적인 시간 시스템처럼 지연된 제어 입력을 가지고 샘플 데이터 시스템을 표현하는 것을 말한다.

본 논문에서는 순항 제어 시스템을 다루기위해서 연속적인 시간 시스템에서의 종 방향 모델을 고려하여, 샘플링과 양자화된 데이터를 가지고 이벤트-트리거 제어하는 방법을 제시한다. 많은 순항 제어 시스템 연구들 중에 이벤트-트리거 제어를 고려한 연구는 아직 진행 되지 않았다. 제안된 기법의 조건은 안정한 Lyapunov-Krasovskii's 함수를 사용하고, 제어 입력은 비용함수의 단조 감소를 만족하는 비용함수의 상계를 최소화하는 것을 사용한다. 마지막으로 제안한 기법의 효율성을 수치적인 예제의 시뮬레이션을 통하여 보여준다.

* Corresponding Author : Dept. of Electronic Engineering, Kyungpook National University, Republic of Korea.
E-mail : moony@knu.ac.kr
Received : November 23, 2016; Accepted : December 5, 2016

Copyright ⓒ The Korean Institute of Electrical Engineers

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/)which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

2. 순항 제어 시스템에 대한 이벤트 트리거 MPC

본 논문에서는 상위 제어기만 고려하여 연구하였으므로, 하위 제어기가 상위 제어기에게 주는 영향을 무시 할 것이다. 지금부터 $x_r(t)$는 추종 차량과 목표 차량의 상대적인 거리, $v_r(t)=v_t(t)-v_h(t)$는 상대적인 속도, $a_r(t)=a_t(t)-a_h(t)$는 상대적인 가속도, $v_h(t)$는 추종 차량의 속도, $a_h(t)$는 추종 차량의 가속도로 정의한다. 목표 차량의 가속도$a_t(t)$가 0인 모델 예측 제어라고 가정하면, $a_r(t)=a_h(t)$이 된다. 추종 차량의 속도 v_h는 알고 있다고 가정한다. 상태벡터를

$$x(t)=[x_r(t),\ v_r(t)\ ,v_h(t)]^T$$

라고 두면, 아래의 연속적인 시간 모델을 구할 수 있다 [2].

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Ba_h(t), \tag{1}$$

여기에서, A와 B 행렬은

$$A=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0\\-1\\1\end{bmatrix} \tag{2}$$

이다. 순항 제어에서 주요한 제어 목적은 목표물로부터 원하는 거리 $x_{r,d}(t)$를 가지면서 따라가는 것이다. $x_{r,d}(t)$는 아래와 같이 정의된다.

$$x_{r,d}(t)=x_t(t)+d_{safe} \tag{3}$$

$x_t(t)$는 현재 목표물의 거리, d_{safe}는 추적 안전여유 거리로 정의하고, 추적오차는 $e(t)=x_{r,d}(t)-x_r(t)$로 정의한다.

상수인 순간 샘플 h를 가지고 샘플을 이용한 센서 신호들은 hold time $jh,\ j\geq 0$ 인 수열로 만들어진다. 순간 시간인 $t_k(k=1,2,\ \cdots)$에서 샘플 데이터들은 제어기로 입력된다.

상태정보를 가지고 있는 $x(t_k)$를 이용하여 계산한 제어 입력은 순간 시간인 t_k에서 샘플 되고, 차례로 t_{k+1}에서 샘플 된다. 본 논문에서 이벤트-트리거 모식도는 시간 $(t_{k,}\ t_{k+1}]$ 사이에서 누락된 센서 신호들을 잘 처리하기 위해 제안되었다. 아래의 이벤트-트리거 조건은 새롭게 받아들여질 신호가 제어기에 적합한

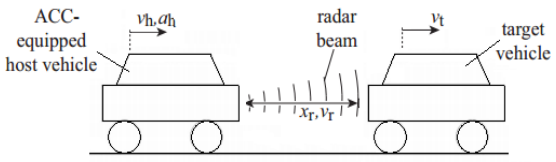

그림 1 순항 제어 시스템: 추종 차량의 속도 v_h, 가속도 a_h, 목표 차량의 속도 v_t

Fig. 1 The ACC-equipped host vehicle, driving with velocity v_h and acceleration a_h, automatically follows a pre-ceding target vehicle, driving with velocity v_t

지 아닌지를 판단하는데 사용된다.

$$t_{k+1}=t_k+min\{jh|x_e^T(t_k+jh)\Phi x_e(t_k+jh)\geq\sigma x^T(t_k)\Phi x(t_k)\} \tag{4}$$

여기에서, $0\leq\sigma\leq 1$은 주어진 스칼라 변수이고, $\Phi>0$는 양의 정부호 행렬로 정하면 된다. 그리고 $x_e(t_k+jh)$는 현재 순간 샘플에서의 상태변수와 새롭게 받아들여질 순간 샘플에서의 상태변수의 오차이다. 즉,

$$x_e(t_k+jh)=x(t_k+jh)-x(t_k) \tag{5}$$

이다. 이벤트-트리거 제어 시스템은 아래와 같은

$$[t_{k,}\ t_{k+1})=\cup_{j=0}^{m}T_j \tag{6}$$

부 구간으로 나누어지는 구간 $[t_{k,}\ t_{k+1})$에서의 시간 지연 시스템으로 변환 될 수 있다. 여기에서

$$T_j=[t_{k,\ jh},t_{k,\ jh}+h),\ t_{k,\ jh}=t_k+jh,\ j=0,\ 1,...,\ m$$

이다. 간단히 하기위해

$$\tau(t)=t-t_k \tag{7}$$

와 같이 정의하고, $t\in T_l$ 이다. 지연 $\tau(t)$는

$$0\leq\tau(t)\leq j_{\max}h=\tau_M \tag{8}$$

의 부등식을 만족하고, $j_{\max}$는 양의 정수이고, τ_M은 최대 시간 지연이다. 더욱이, 전송될 모든 데이터들은 커뮤니케이션 네트워크에서 양자화 될 수 있다. 따라서 아래와 같은

$$a_{h(t)}=q(v(t_k)) \tag{9}$$

입력 양자화 제어기를 생각 할 수 있다. 여기에서

$$v(t_k)=K(t_k)x(t_k)$$

이고, quantizer $q(v(t_k))$는 아래 와 같이

$$q(\bullet)=[q_1(\bullet)\quad q_2(\bullet)\quad\cdots q_m(\bullet)]^T,$$

로 sub-quantizer $q_i(\bullet)$으로 표현 되고, 대칭적이다. 즉,

$$q_i(v_i(t_k))=-q_i(-v_i(t_k)),$$

이고 quantized levels의 집합은 아래와 같이

$$\{\pm\sigma_i^\tau\mid\sigma_i^\tau=(\rho_i)^\tau\sigma_i^{(0)},\ i=0,\ \pm1,\ \pm2,...\}\bigcup\{0\},$$
$$0\leq\rho_i<1,\ \sigma_i^{(0)}>0,$$

나타내고, 여기에서 ρ_i 그리고 $\sigma_i^{(0)}$은 quantizer density와 초기 quantization을 나타낸다. Sub-quantizer는

$$q_i(v_i(t_k))=\begin{cases}\sigma_i^{(r)}, & \dfrac{\sigma_i^r}{1+l_i}<v_i(t_k)\le\dfrac{\sigma_i^{(r)}}{1-l_i},\ v(t_k)>0,\\ 0, & v_i(t_k)=0,\ \text{and}\end{cases}$$
$$q_i(v_i(t_k))=\{-q_i(-v_i(t_k)), \quad v_i(t_k)<0$$

을 만족하고, $l_i=\dfrac{1-\rho_i}{1+\rho_i}(i=1,2,...,m)$은 quantizer변수들이다. 여기에서 다음과 같은 $v_i(t_k)\ge 0$에 대하여

$$(1-l_i)v_i(t_k)\le\sigma_i^{(r)}<(1+l_i)v_i(t_k)$$

의 부등식을 만족하고, $v_i(t_k)<0$에 대해서는

$$(1+l_i)v_i(t_k)\le\sigma_i^{(r)}<(1-l_i)v_i(t_k)$$

를 만족한다. 그러므로 quantizer는 $q(v(t_k))=v(t_k)+f(v(t_k))$의 특성 방정식을 가지며, 여기에서

$$f(v(t_k))=[f_1(v_1(t_k))\ \ f_2(v_2(t_k))\ \ \dots\ \ f_m(v_m(t_k))]^T$$
$$-l_i[v_i(t_k)]^2\le v_i(t_k)f_i(v_i(t_k))\le l_i[v_i(t_k)]^2 \tag{10}$$

을 나타낸다. 순항 제어 시스템 [1]의 오차 동역학은

$$\dot{e}(t)=Ae(t)+Bu(t_k)+Bf(u(t_k)),\ t\in[t_k,\ t_{k+1}) \tag{11}$$

으로 표현할 수 있고, 여기에서 $u(t_k)=Ke(t_k)$이다.

본 논문의 목적은 한 단계 미리 예측하는 제어기

$$-\bar{u}\le u(t_k)=Ke(t_k)\le\bar{u} \tag{12}$$

를 설계 하는 것이다. 식 (5)와 (11)을 계산하여,

$$\dot{e(t)}=Ae(t)+BK(e(t_k+jh)-e_d(t_k+jh))+Bf(Ke(t_k)),\ t\in[t_k,\ t_{k+1}) \tag{13}$$

으로 나타낼 수 있고, 여기에서 $e_d(t_k+jh)=e(t_k+jh)-e(t_k)$을 나타낸다.

제어 입력은, 무한 수평선의 2차 형식 비용 지수

$$J(t_k)\triangleq\int_{t_k}^{\infty}[e^T(\tau)Qe(\tau)+u^T(\tau)Ru(\tau)]d\tau \tag{14}$$

로 정의한다. Lyapunov-Krasovskii's 함수를 아래와 같이

$$V(t)=e^T(t)P_1e(t)+\left(\int_{t_k+jh}^{t}e^T(s)ds\right)P_2(t_k)\left(\int_{t_k+jh}^{t}e(s)ds\right) \tag{15}$$
$$+(\tau_M-(t-t_k-jh))\int_{t_{k+jh}}^{t}\eta_1^T(s)M(t_k)\eta_1(s)$$
$$+(t-t_k-jh)\eta_2^T(t)S(t_k)\eta_2(t),$$

정의하고, 여기에서

$$\eta_1(s)=[\dot{e^T}(s),\ e^T(t_k+jh)]^T,\ \eta_2(t)=e^T(t),\ e^T(t_k+jh)]^T,$$
$$P_1(t_k)>0,\ P_2(t_k)>0,\ M(t_k)>0,\ S(t_k)>0$$

이다. 비용함수 (14)의 상계를 결정하기위해서, 시간

$$t\in[t_{k+i},\ t_{k+i+1}),\ i=0,\ 1,\ ...,\ \infty$$

에 대하여 순간 샘플 시간 t_k에서 아래와 같이

$$\dot{V}(t)+\|e(t)\|_Q^2+\|u(t)\|_R^2<0 \tag{16}$$

의 조건을 만족해야 한다. 식 (16)을 $i=0$에서부터 $i=\infty$까지 적분 하면, 아래와 같이

$$\max_{j\ge 0}J(t_k)<V(t_k)=V_1(t_k)=e^T(t_k)P_1(t_k)e(t_k) \tag{17}$$

비용 지수 $J(t_k)$의 상계를 구할 수 있다. 비용 지수 (14)의 상계를 최소화하기 위해서 아래와 같이

$$V(t_k)=e^T(t_k)P_1(t_k)e(t_k)\le\gamma(t_k) \tag{18}$$

로 정의한다.

그러므로 비용 함수 (14)를 최소화하는 모델 예측 제어기 (12)는 min-max 최적화 문제

$$\min\ \max_{\gamma(t_k),P(t_k),K(t_k)}\ J(t_k) \tag{19}$$

를 푸는 것과 같다. 아래와 같은 보조 정리는 결과를 유도 하는데 사용된다.

보조정리 1. [15] 주어진 행렬 $R>0$ 그리고 부등식

$$-(b-a)\int_a^b\dot{x}^T(s)R\dot{x}(s)ds \tag{20}$$
$$\le-[x(b)-x(a)]^TR[x(b)-x(a)]-3\Omega^TR\Omega$$

이 구간 $[a,b]\in R^n$에 대하여 모든 미분 가능한 $x(t)$에 대하여 만족한다. 여기에서, $\Omega=x(b)+x(a)-\dfrac{2}{b-a}\int_a^b x(s)ds$이다.

3. 주요결과

지금부터 (14)에서 정의한 무한 수평면 비용 함수로 시스템 (1)의 샘플 데이터 모델 예측 제어에 대한 새로운 LMI조건을 제안 한다. 행렬 표현을 아래와 같이 정의한다.

$$\xi^T(t)=[e^T(t)e^T(t_k+jh)e_d^T(t_k+jh)\left(\frac{1}{t-t_k-jh}\int_{t_{k+jh}}^{t}e(s)ds\right)^T$$
$$\dot{e}^T(t)f^T(K(t_k)e(t_k+jh))],$$

$$I_1=[I\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]^T,\quad I_2=[0\ I\ 0\ 0\ 0\ 0]^T,$$
$$I_3=[0\ 0\ I\ 0\ 0\ 0]^T,\quad I_4=[0\ 0\ I\ 0\ 0\ 0]^T,$$
$$I_5=[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ I]^T,\quad W_1=[I\ -I\ 0\ 00\ 0],$$
$$W_2=[I\ I\ -2I\ 0\ 0\ 0],\quad W_3=[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0],$$
$$\Phi=[A\ \ BK(t_k)\ \ BK(t_k)\ \ 0\ \ -I\ \ B],$$
$$T(t_k)=diag\{P_1^{-1}(t_k),P_1^{-1}(t_k)\},$$
$$T_a(t_k)=diag\{T(t_k),T(t_k),D_1^{-1}(t_k)\}$$

정리 1. 식(11)의 순항 제어의 오차 동역학을 고려하자. 주어진 양의 정부호 행렬 Q, R 그리고 스칼라인 $h>0$, $\alpha>0$에 대하여 만약 양의 정부호 행렬 $\begin{bmatrix}X(t_k) & \overline{P_2}(t_k)\\ * & \overline{M_3}(t_k)\end{bmatrix}$그리고 적절한 차원을 가진 $\begin{bmatrix}\overline{M_1}(t_k) & \overline{M_2}(t_k)\\ * & \overline{M_3}(t_k)\end{bmatrix}$, $\overline{S}(t_k)$, $\overline{Y_1}(t_k)$, $\overline{Y_2}(t_k)$, $\overline{H}(t_k)$과 양의 정부호 대각행렬 $\overline{D}(t_k)$이 존재한다면, 식(19)의 min-max 문제는 아래의

$$Min\ \gamma(t_k) \tag{21}$$

subject to

$$\begin{bmatrix}-1 & *\\ e(t_k)-X(t_k)\end{bmatrix}\le 0, \tag{22}$$

$$\begin{bmatrix}\Gamma_{11}^a(t_k) & * & *\\ \Gamma_{21}(t_k) & \Gamma_{22}(t_k) & *\\ \Gamma_{31}(t_k) & 0 & \Gamma_{33}(t_k)\end{bmatrix}<0, \tag{23}$$

$$\begin{bmatrix}\Gamma_{11}^b(t_k) & *\\ \Gamma_{21}(t_k) & \Gamma_{22}(t_k)\end{bmatrix}<0, \tag{24}$$

$$\begin{bmatrix}X(t_k) & *\\ H_i(t_k)+L_iX_i(t_k) & \overline{u_i^2}\end{bmatrix}\ge 0,\ \ i=1,...,m \tag{25}$$

LMI 최적화 문제로 변환된다. 여기에서

$$\Gamma_{11}^a=\overline{\Sigma_1}(t_k)+h_k\overline{\Sigma_2}(t_k),\ \ \Gamma_{11}^b=\overline{\Sigma_1}(t_k)+h_k\overline{\Sigma_3}(t_k),$$
$$\Gamma_{21}(t_k)=[\overline{X^T}(t_k)\ \overline{H^T}(t_k)\ \overline{L^T}(t_k)]^T,$$
$$\Gamma_{22}(t_k)=diag\{-\gamma(t_k)Q^{-1},\ -\gamma(t_k)R^{-1},\ -\overline{D}(t_k)\},$$
$$\Gamma_{31}(t_k)=[\overline{Y_1}(t_k)^T\,3\,\overline{Y_2}(t_k)^T]^T,$$
$$\Gamma_{33}(t_k)=diag\{-\overline{M_1}(t_k),\ -3\overline{M_1}(t_k)\},$$
$$\overline{X}(t_k)=[X(t_k)\,0\,0\,0\,0\,0],$$
$$\overline{H}(t_k)=[0\,H(t_k)\,0\,0\,0\,X(t_k)],$$
$$\overline{\Phi}=[AX(t_k)\ BH(t_k)\ BH(t_k)\,0-X(t_k)\ B\overline{D}(t_k)],$$
$$K(t_k)=H(t_k)X^{-1}(t_k),$$
$$\begin{aligned}\overline{\Sigma_1}=&I_1X(t_k)I_5^T+(I_1X(t_k)I_5^T)^T+I_1\overline{P_2}(t_k)I_1^T\\&+(I_1\overline{P_2}(t_k)I_1^T)^T-I_1\overline{M_2}(t_k)(I_1-I_2)^T\\&-(I_1\overline{M_2}(t_k)(I_1-I_2)^T)^T-\overline{Y_1^T}(t_k)W_1\\&-W_1^T\overline{Y_1}(t_k)-3\overline{Y_2}(t_k)^TW_2-3W_2^T\overline{Y_2}(t_k)\\&+[I_1\ I_2]\overline{S}(t_k)[I_1\ I_2]^T+(I_1+\alpha I_5)\overline{\Phi}\\&+((I_1+\alpha I_5)\overline{\Phi})^T-2I_6\overline{D}(t_k)I_6^T+\rho I_2^T\Phi I_2-I_3^T\Phi I_3,\end{aligned}$$
$$\begin{aligned}\overline{\Sigma_2}(t_k)=&I_3\overline{P_2^T}(t_k)I_5^T+(I_3\overline{P_2^T}(t_k)I_5^T)^T+I_3\overline{P_3}(t_k)I_1^T\\&+(I_3\overline{P_3}(t_k)I_1^T)^T-I_2\overline{M_3}(t_k)I_2^T\\&+[I_1\ I_2]\overline{S}(t_k)[I_5\ W_3]^T+[I_5\ W_3]\overline{S}(t_k)[I_1\ I_2]^T,\end{aligned}$$
$$\overline{\Sigma_3}(t_k)=[I_5\ I_2]\overline{M}(t_k)[I_5\ I_2]^T$$

으로 나타낸다.

증명. Schur complements를 식(16)에 적용하면,

$$J(t_k)\le V(t_k)=V_1(t_k)=e^T(t_k)P_1(t_k)e(t_k)\le\gamma(t_k)$$

는 아래와 같이

$$\begin{bmatrix}-1 & *\\ e(t_k)-X(t_k)\end{bmatrix}\le 0 \tag{26}$$

표현 할 수 있다. 여기에서, $X(t_k)=\gamma(t_k)P_1^{-1}(t_k)$이다. Lyapunov 함수 (15)의 미분은

$$\dot{V}_1(t)=2e(t)^TP_1(t_k)\dot{e}(t)+2\int_{t_k+jh}^{t}e^T(s)P_2(t_k)e(t)ds, \tag{27}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_2(t)=&-\int_{t_k+jh}^{t}\dot{e}^T(s)M_1(t_k)\dot{e}(s)ds\\&-2e^T(t)M_2(t_k)(e(t)-e(t_k+jh))\\&-(t-t_k-jh)e^T(t_k+jh)M_3(t_k)e(t_k+jh)\\&+(\tau_M-(t-t_k-jh))\eta_1^T(t)TM(t_k)\eta_1(t),\end{aligned} \tag{28}$$

$$\dot{V}_3(t)=\eta_2^T(t)S(t_k)\eta_2(t)+2(t-t_k)^TS(t_k)\begin{bmatrix}\dot{x}(t)\\ 0\end{bmatrix} \tag{29}$$

이다. 아래의 부등식은

$$\begin{aligned}&-\int_{t_k+jh}^{t}\dot{e}^T(s)M_1(t_k)\dot{e}(s)ds\\&\le\frac{1}{t-t_k-jh}\xi^T(t)[W_1^TM_1(t_k)W_1+3W_2^TM_1(t_k)W_2]\xi(t)\end{aligned} \tag{30}$$

보조정리 1에서 얻어진다. 행렬 $Y_i(t_k)(i=1,2)$는

$$\begin{aligned}&\frac{1}{t-t_{k+i|k}}(M_1(t_k)W_i-(t-t_{k+i|k})Y_i(t_k))^TM_1^{-1}(t_k)\\&(M_1(t_k)W_1-(t-t_{k+i|k})Y_i(t_k))\ge 0\end{aligned} \tag{31}$$

에서 얻어진다. 그리고 아래의 부등식

$$\begin{aligned}&-\frac{1}{t-t_k-jh}W_i^TM_1(t_k)W_i\le-Y_i^T(t_k)W_i-W_i^TY_i(t_k)\\&+(t-t_k-jh)Y_i^T(t_k)M_1^{-1}(t_k)Y_i(t_k)\end{aligned} \tag{32}$$

을 만족한다. 오차 동역학식 (13)에서 행렬 $P_1(t_k)$그리고 양의 스칼라 α는 아래의 식

$$\begin{aligned}&2[e^T(t)P_1(t_k)+\alpha\dot{e}^T(t)P_1(t_k)]\\&[-\dot{e}(t)+Ae(t)+BK(t_k)e(t_k+jh)+BK(t_k)e_d(t_k+jh)\\&+Bf(K(t_k)e(t_k))]=0\end{aligned} \tag{33}$$

을 만족한다. 식 (10)에서 대각 행렬 $D(t_k)>0$에 대하여 아래의 부등식

$$\begin{aligned}&-2[f(K(t_k)e(t_k+jh))+LK(t_k)e(t_k+jh)]^T D(t_k)\\&[f(K(t_k)e(t_k+jh))-LK(t_k)e(t_k+jh)]\geq 0\end{aligned}\tag{34}$$

을 만족한다. Non-이벤트-트리거 주기에 대해, 아래의 조건

$$\rho e^T(t_k)\Phi e(t_k)-e_d^T(t_k)\Phi e_d(t_k)\geq 0\tag{35}$$

을 만족한다. 그러면 식 (27)-(35)에서부터 아래와 같은

$$\begin{aligned}&\dot{V}(t)+\|e(t)\|_Q^2+\|u(t)\|_R^2\\&\leq \xi^T(t)(\Sigma_1+(t-t_{k_{jh}})(\Sigma_2+Y_1^T(t_k)M_1^{-1}(t_k)Y_1(t_k)\\&+3Y_2^T(t_k)M_1^{-1}(t_k)Y_2(t_k))+(\tau_M-(t-t_k-jh))\Sigma_3)\xi(t)<0\end{aligned}\tag{36}$$

을 만족하고 여기에서

$$\begin{aligned}\Sigma_1(t_k)&=I_1P_1(t_k)I_5^T+(I_1P_1(t_k)I_5^T)^T-I_1M_2(t_k)(I_1-I_2)^T\\&-(I_1M_2(t_k)(I_1-I_2)^T)^T-Y_1^T(t_k)W_1-W_1^TY_1(t_k)\\&-3Y_2^T(t_k)W_2-3W_2^TY_2(t_k)+[I_1\ I_2]S(t_k)[I_1\ I_2]^T\\&+(I_1+\alpha I_5)P_1(t_k)\Phi+((I_1+\alpha I_5)P_1(t_k)\Phi)^T\\&-[I_6-I_2LK(t_k)]D(t_k)[I_6+I_2LK(t_k)]^T\\&-([I_6-I_2LK(t_k)]D(t_k)[I_6+I_2LK(t_k)]^T)^T\\&+I_1QI_1^T+[I_2K(t_k)+I_6]R[I_2K(t_k)+I_6]^T+\rho I_2^T\Phi I_2-I_3^T\Phi I_3,\\\Sigma_2(t_k)&=I_4P_2(t_K)I_1^T+(I_3P_2(t_k)I_1^T)^T-I-2M_3(t_k)I_2^T\\&+[I_1\ I_2]S(t_k)[I_5\ W_3]^T+[I_5\ W_3]S(t_k)[I_1\ I_2]^T,\\\Sigma_3(t_k)&=[I_5\ I_2]M(t_k)[I_5\ I_2]^T\end{aligned}\tag{37}$$

이다. $\Sigma_1(t_k)$는 $\Sigma_2(t_k)$, $\Sigma_3(t_k)$의 convex 조합이다. 따라서 부등식 (36)은

$$\begin{aligned}&\gamma(t_k)\Sigma_1(t_k)+h_k\gamma(t_k)(\Sigma_2(t_k)+Y_1^T(t_k)M_1^{-1}(t_k)Y_1(t_k)\\&+3Y_2^T(t_k)M_1^{-1}(t_k)Y_2(t_k))<0,\end{aligned}\tag{38}$$

$$\gamma(t_k)\Sigma_2(t_k)+h_k\gamma(t_k)\Sigma_3(t_k)<0\tag{39}$$

와 같다. 부등식 (38), (39)에 앞뒤로 $T_a(t_k)$를 곱해주고, 특정 행렬들을 설정하고 Schur complements를 적용하면 부등식 (23), (24)를 얻을 수 있다. 이제부터

$$\varepsilon(P_1(ti_k))\subset S,\ \ q_i(K_i(t_k)x(t_k))\leq \overline{u_i},\ \ i=1,...,m$$

이 만족함을 보일 것이다. 위의 조건은 아래의 조건

$$\begin{bmatrix}P_1(t_k) & *\\ K_i(t_k) & \overline{u_i^2}\end{bmatrix}\geq 0\tag{40}$$

이 만족하면 보장 된다 [13]. (40)의 부등식을 LMI로 나타내기 위해 식 앞에 $diag=\{\gamma(t_k)P_1^{-1}(t_k),\ I\}$을 곱해주고 뒤에는 이것의 전치행렬을 곱해주면 식 (25)를 얻을 수 있다.

Remark 1. 위에서 유도한 이벤트-트리거 MPC기법은 logarithmic quantizers 그리고 augmented Lyapunov-Krasovskii's 함수가 입력 지연 방식으로 고려되었기 때문에 연속적인 시간 시스템 [11, 12]의 MPC알고리즘과 다를 뿐만 아니라 일반적으로 쓰이는 이산적인 시간 모델 [5-9] MPC알고리즘과도 다르다. 정확한 측정과 네트워크의 오차로 인하여 샘플 간격이 일정하지는 않을 지라도 제안된 기법은 MPC알고리즘의 실행에 있어서 효과적으로 적용될 수 있다.

4. 수치 예제

순항 제어를 위하여 제안된 이벤트 트리거 제어의 효율성을 시뮬레이션을 통하여 보여줄 것이다. 입력 제한 $|u(t)|\leq 5$ 그리고 quantization으로 식 (11)의 오차 동역학 시스템을 고려하자. 목적은 샘플과 양자화된 데이터를 가지고 순항 제어의 추적 문제를 해결하기 위한 이벤트-트리거 모델 예측 제어기를 설계 하는 것

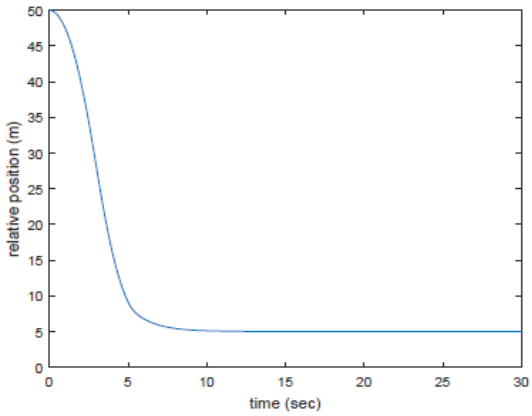

그림 2 상대적인 위치
Fig. 2 Relative position

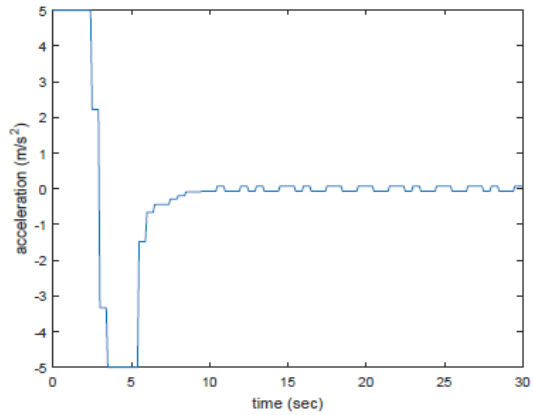

그림 3 양자화된 제어 입력
Fig. 3 Quantized control input

이다. 다음과 같이 $h_{\max}=0.5$, 가중행렬 $Q=I$, $R=0.1$을 설정하면, 제안된 기법으로 순항 제어기가 장착된 추적 차량이 연속적인 시간에서도 효과적으로 적용될 수 있음을 그림 1, 그림 2를 통하여 확인 할 수 있다. 그림 2의 시뮬레이션은 목표차량간의 초기거리가 50m 고정된 안전여유 거리가 5m로 설정하고 샘플시간 0.5초로 양자화된 샘플 데이터를 가지고 제어하였다.

5. 결 론

본 논문에서는 양자화된 데이터를 가지고 연속적인 시간에서의 순항 제어 시스템에 적용될 수 있는 이벤트-트리거 모델 예측 제어기법을 제안하였다. 제어 입력은 무한 수평면 에서 비용의 단조함수 조건을 만족하는 min-max 문제를 풀어 구해진다. 순항 제어기가 장착된 추적차량이 목표차량과의 초기거리 50m를 가지고, 고정된 안전여유 거리 5m를 가지는 조건에서 시뮬레이션 한 결과 제안된 양자화된 제어 기법의 효율성을 입증 할 수 있었다.

감사의 글

본 논문은 2016년도 경북대학교 학술 진흥 연구비에 의하여 연구되었음.

References

[1] R. Rajamani, C. Zhu, “Semi-autonomous adaptive cruise control systems”, IEEE Transactions on Vehicular Technology, 51(5):1186-1192, 2002.

[2] G. Naus, R. van den Bleek, J. Ploeg, B. Scheepers, R. van de Molengraft, M. Steinbuch, “Explicit MPC Design and Performance Evaluation of an ACC Stop&Go”, American Control Conference, p.224-229, 2008.

[3] M.V., Kothare, M.V. Balakrishnan, M. Morari, “Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities”, Automatica 32 p.13611379, 1996.

[4] A. Seuret and F. Gouaisbaut, “Wirtinger-based integral inequality: application to time-delay systems,” Automatica, vol. 49, no. 8, pp. 2860-2866, Sep. 2013.

[5] M. V. Kothare, V. Balakrishnan, M. Morari, Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities, Automatica, 32(10), 1361-1379, 1996.

[6] J.-H. Park, T. -H. Kim, T. Sugie, Output feedback model predictive control for LPV systems based on quasi-min-max algorithm, Automatica, 47, 2052-2058, 2011.

[7] H. Huang, D. Li, Y. Xi, Mixed H2/H∞ robust model predictive control with saturated inputs, Int. J. Syst. Sci., 12, 1-11, 2013.

[8] Y. Lu, Y. Arkun, Quasi-min-max MPC algorithms for LPV systems, Automatica, 36, 527-540, 2000.

[9] S. M. Lee, Ju H. Park, D. H. Ji, S. C. Won, Robust model predictive control for LPV systems using relaxation matrices, IET. Control Theory Appl., 1(6), 1567-1573, 2007.

[10] M. Farina, R. Scattolini, Tube-based robust sampled-data MPC for linear continuous time systems, Automatica, 48, 1473-1476, 2012.

[11] T. Raff, D. Sinz, F. Allgower, Model predictive control of uncertain continuous-time systems with piecewise constant control input: a convex approach. Proc. American Control Conf., Washington, 1109-1114, 2008.

[12] T. Shi, H. Su, Sampled-data MPC for LPV systems with input saturation, IET. Control Theory Appl., 8(17), 1781-1788, 2014.

[13] E. Fridman, M. Dambrine, Control under quantization, saturation and delay: an LMI approach. International Journal of Robust and Nonlinear Control 45, 2258- 2264, 2009.

[14] X. Tang, B. Ding, Model predictive control of linear systems over networks with data quantization and packet losses, Automatica, 49, 1333-1339, 2013.

[15] A. Seuret, F. Gouaisbaut, Wirtinger-based integral inequality: application to timedelay systems, Automatica, 49(8), 2860-2866, 2013.

[16] S. Boyd, L. EL Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory: SIAM, Philadelphia, PA, 1994.

저 자 소 개

이 상 문 (李 相 文)

1973년 6월 15일생. 1999년 경북대학교 전자공학과 졸업(공학). 2006년 포항공과대학교 전기전자공학부 졸업(공박). 현재 경북대학교 전자공학부 부교수.

E-mail : moony@knu.ac.kr