

미지의 방향성을 갖는 불확실한 스위치드 순궤환 시스템의 추종 제어를 위한 강인 저 복잡성 설계

Robust Low-complexity Design for Tracking Control of Uncertain Switched Pure-feedback Systems with Unknown Control Direction

이 승 우* · 유 성 진*
(Seung-Woo Lee · Sung-Jin Yoo)

Abstract - This paper investigates a robust low-complexity design problem for tracking control of uncertain switched pure-feedback systems in the presence of unknown control direction. The completely unknown non-affine nonlinearities are assumed to be arbitrarily switched. By combining the nonlinear error transformation technique and Nussbaum-type functions, a robust tracking controller is designed without using any adaptive function approximators. Thus, compared with existing results, the proposed control scheme has the low-complexity property. From Lyapunov stability theory, it is shown that the tracking error remains within the preassigned transient and steady-state error bounds.

Key Words : Low-complexity design, Switched pure-feedback systems, Unknown control direction, Approximation-free

1. 서 론

스위치드 시스템(switched system)을 위한 제어기 설계와 안정도 분석은 최근 활발하게 연구되고 있는 분야이다. 이 중에서 스위칭 신호(Switching signal)의 체류 시간(Dwell time) 조건을 고려하지 않아도 되는 임의의 스위칭 신호(Arbitrary switching signal)를 갖는 시스템의 제어 설계를 위해 공통의 르아프노브(Common Lyapunov) 함수를 이용한 방법이 제시되었다[1,2]. 특히, 제어 입력과 불일치한(unmatched) 스위치드 비선형성을 다루기 위해 백스테핑(backstepping) 기법[3]이 제안되었다. 이러한 연구는 신경 회로망(Neural network) 혹은 퍼지 논리 시스템(Fuzzy logic system)과 같은 함수 근사화 방법을 통하여 불확실한 스위치드 비선형성을 보상하는 연구로 확장되었다. [4]에서는 엄격궤환(strict-feedback) 형태의 스위치드 비선형 시스템을 고려하였고, [5]에서는 순궤환(pure-feedback) 형태의 스위치드 비선형 시스템에 대한 연구가 진행되었다. 하지만 이러한 연구들은 스위칭 신호가 발생한 순간의 일시 성능이 보장되지 않는다는 단점을 갖는다. 이러한 단점을 극복하기 위해 최근 임의의 스위칭을 갖는 비선형 시스템의 추종 제어를 위한 성능 보장 함수[6]를 이용한 강인 제어 기법이 제안되었다[7]. 그러나 [7]은 스위칭되는 모든 부시스템의 제어 방향성이 알려져 있다고 가정하였

으며, 이는 다양한 부시스템으로 구성된 실제 시스템에 적용을 제약한다.

따라서 본 논문에서는 [7]에서 제안된 강인 추종 기법을 스위치드 시스템의 미지의 방향성 문제로 확장하고자 한다. 평균값 정리(mean value theorem)를 사용하여 유도되는 제어 방향성을 결정하는 비선형성의 부호가 알려지지 않았다고 가정한다. Nussbaum-type의 함수를 이용하여 성능 함수 기반 추종 제어를 설계하며, 제어기 설계 시 불확실한 비선형의 근사화를 위한 적응 함수 근사 기법이 사용되지 않는다. 따라서 제안된 제어 시스템은 저 복잡성을 갖는다. 르아프노브 안정도 이론에 기반하여 설계된 페루프 시스템의 추종 오차가 미지의 제어 방향성에도 불구하고 미리 설계된 성능 오차 범위로 유계됨을 증명한다. 마지막으로, 모의 실험을 통해 제안한 제어기의 성능을 검증한다.

2. 문제 제기

본 논문에서는 (1)과 같은 순궤환 스위치드 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_{i,\sigma(t)}(\bar{x}_i, x_{i+1}) + d_i, \quad i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n &= f_{n,\sigma(t)}(\bar{x}_n, u_{\sigma(t)}) + d_n, \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T \in R^i$, $i = 1, \dots, n$ 는 시스템의 상태 변수이고 $y \in R$ 는 출력을 나타내고, $d_i \in R$ 는 외란이며, $\sigma(t) : [0, +\infty) \rightarrow M = \{1, 2, \dots, m\}$ 는 스위칭 신호를 나타낸다. 모든 $j \in M$ 과 $i = 1, \dots, n$ 에 대하여, $u_j \in R$ 은 j 번째 부 시스템

† Corresponding Author : School of Electrical and Electronics Engineering, Chung-Ang University, Korea.

E-mail : sjyoo@cau.ac.kr

* School of Electrical and Electronics Engineering, Chung-Ang University, Korea.

Received : November 25, 2016; Accepted : December 15, 2016

의 제어 입력이고 $f_{i,j} = (\cdot) : R^{i+1} \rightarrow R$ 는 j 번째 부 시스템의 미지의 비어파인(non-affine) 비선형 함수를 나타낸다.

본 논문의 제어 목적은 미지의 방향성을 갖는 스위치드 비선형 시스템 (1)의 출력 y 가 기준신호 y_d 를 추종하고 미리 설정된 제어 성능을 갖는 공통 제어기 $u_{\sigma(t)} = u$ 를 설계하는 것이다.

가정 1: $g_{i,j}(\bar{x}_i, x_{i+1}) = \partial f_{i,j}(\bar{x}_i, x_{i+1}) / \partial x_{i+1}$, $i=1, \dots, n$ 을 정의하고 여기서 $\forall j \in M$ 이고, $x_{n+1} = u$ 라 하자. 이 때, $g_{i,j} \neq 0$ 는 알려지지 않고 미지의 부호를 가진다. 그리고 $0 < |g_{i,j}| < \bar{g}_{i,j}$, $\forall (\bar{x}_i, x_{i+1}) \in R^{i+1}$ 을 만족하는 양의 상수 $\bar{g}_{i,j}$ 가 존재한다.

가정 2: 기준 신호 y_d 는 알려지고 연속이며, 양수 r 에 의하여 $|y_d| \leq r$ 와 같이 유계된다. 또한 \dot{y}_d 는 알려지지 않으며, 미지의 양수 \bar{r} 에 의해 $|\dot{y}_d| < \bar{r}$ 와 같이 유계된다.

가정 3: $|d_i| < \bar{d}_i$, $i=1, \dots, n$ 을 만족하는 미지의 양수 \bar{d}_i 가 존재한다.

정의 1. [8] 모든 연속 함수 $N(\zeta) : R \rightarrow R$ 은 아래와 같은 특성을 만족하면 Nussbaum-type 함수라 한다.

$$\limsup_{s \rightarrow +\infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(\zeta) d\zeta = +\infty$$

$$\liminf_{s \rightarrow +\infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(\zeta) d\zeta = -\infty.$$

본 논문에서는 Nussbaum-type 함수로 $N(\zeta) = e^{\zeta} \cos((2/\pi)\zeta)$ 를 사용한다. 아래 보조 정리에 따라 우함수 형태의 정의 1을 만족하는 함수는 $N(\zeta)$ 로 사용할 수 있다.

보조 정리 1. [9] $V(\cdot)$ 와 $\xi(\cdot)$ 가 구간 $[0, t_f]$ 에서 정의된 부드러운 함수(smooth function)이고 $\forall t \in [0, t_f]$ 에 대하여 $V(t) \geq 0$ 를 만족하고 Nussbaum 함수 $N(\xi)$ 가 우함수 일 때, $\forall t \in [0, t_f]$ 에 대하여 아래의 부등식을 만족한다면,

$$V(t) \leq c_0 + e^{-c_1 t} \int_0^t (g(\tau)N(\xi) + 1) \dot{\zeta} e^{c_1 \tau} d\tau, \quad \forall t \in [0, t_f]$$

$V(t)$, $\zeta(t)$ 그리고 $\int_0^t g(\tau)N(\xi)\dot{\zeta}d\tau$ 는 $[0, t_f]$ 에서 반드시 유계된다. 여기서 $c_0, c_1 > 0$ 는 상수이고 $h(\cdot)$ 는 미지의 닫힌 구간 $I := [l^{-1}, l^{+1}]$, $0 \notin I$ 에서 값을 갖는 시변 상수이다.

보조 정리 1의 증명은 [9]에서 제시되었으므로 본 논문에서 생략한다.

3. 저 복잡성 제어기 설계

저 복잡성 제어기를 설계하기 위해 (2)과 같은 성능 보장 함수를 이용한 비선형 오차 변환을 고려하자.

$$e_i(t) = \Phi_i \left(\frac{z_i(t)}{\rho_i(t)} \right) \tag{2}$$

여기서 $i = 1, \dots, n$, $z_1 = y - y_d$, $z_i = x_i - a_i$; a_i 는 가상 제어기를 나타내며, $\rho_i(t) = (\rho_{i,0} - \rho_{i,\infty})e^{-l_i t} + \rho_{i,\infty}$ 은 설계 가능한 성능 함수이고, 여기서 $\rho_{i,0}$, $\rho_{i,\infty}$, l_i 은 양의 상수이고 $\rho_{i,0} > \rho_{i,\infty}$ 을 만족한다. $\Phi_i : (-\bar{\delta}_i, \bar{\delta}_i) \rightarrow (-\infty, \infty)$ 은 $\lim_{\phi \rightarrow \bar{\delta}_i} \Phi_i(\phi) = +\infty$, $\lim_{\phi \rightarrow -\bar{\delta}_i} \Phi_i(\phi) = -\infty$, 그리고 $\Phi_i(0) = 0$ 을 만족하는 엄격히 증가하는 부드러운 함수이다. $0 < \underline{\delta}_i, \bar{\delta}_i \leq 1$ 은 설계 상수이다. 그리고 함수 Φ_i 의 정의에 의해 $-\underline{\delta}_i < \Phi_i^{-1} < \bar{\delta}_i$ 의 특성을 만족함을 알 수 있다. 본 논문에서 함수 Φ_i 는 $\Phi_i(\phi) = \ln(\bar{\delta}_i \underline{\delta}_i + \bar{\delta}_i \phi) - \ln(\bar{\delta}_i \bar{\delta}_i - \underline{\delta}_i \phi)$ 로 선택한다.

보조 정리 2. 평균값 정리를 이용하면 비어파인 비선형 함수 $f_{i,j}(\cdot)$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_{i,j}(\bar{x}_i, x_{i+1}) = f_{i,j}(\bar{x}_i, x_{i+1} - a_{i+1}) + g_{i,j}(\bar{x}_i, x_{i+1}^*) a_{i+1}, \quad i=1, \dots, n-1$$

$$f_{n,j}(\bar{x}_n, u) = f_{n,j}(\bar{x}_n, 0) + g_{i,j}(\bar{x}_i, u^*) u,$$

여기서 $\forall j \in M$, $g_{i,j} = \partial f_{i,j}(\bar{x}_i, x_{i+1}) / \partial x_{i+1}|_{x_{i+1} = x_{i+1}^*}$, $g_{n,j} = \partial f_{n,j}(\bar{x}_n, u) / \partial u|_{u = u^*}$ 이고 $x_{i+1}^* = \lambda_i x_{i+1} + (1 - \lambda_i)(x_{i+1} - a_{i+1})$ 그리고 $u^* = \lambda_n u$; $0 < \lambda_i < 1$ 이다.

(2)에서 만약 $e_i(t)$ 가 유계한다면, $-\underline{\delta}_i \rho_i(t) < z_i(t) < \bar{\delta}_i \rho_i(t)$ 와 같이 보장된 성능을 $t \geq 0$ 동안 만족한다. 따라서 $e_i(t)$ 가 유계되도록 제어기를 n 단계에 걸쳐 설계한다.

단계 1: 변환된 오차 e_1 의 시간에 대한 도함수를 구하면 (3)과 같다.

$$\dot{e}_1 = \psi_1 [f_{1,j}(\Phi_1^{-1}(e_1)\rho_1 + y_d, \Phi_2^{-1}(e_2)\rho_2) + g_1(x_1, x_2^*)a_2 + d_1 - y_d - \rho_1 \Phi_1^{-1}(e_1)] \tag{3}$$

여기서 $\psi_1 = 1/(z_1 + \underline{\delta}_1 \rho_1) - 1/(z_1 - \bar{\delta}_1 \rho_1) > 0$.

첫 번째 가상제어기를 (4)와 (5)과 같이 제한한다.

$$a_2 = N(\zeta_1) \left[k_1 e_1 + \sigma_1 \frac{\psi_1 e_1}{2} \right], \tag{4}$$

$$\dot{\zeta}_1 = k_1 \psi_1 e_1^2 + \sigma_1 \frac{\psi_1^2 e_1^2}{2}, \tag{5}$$

여기서 $N(\zeta_1)$ 은 Nussbaum 함수이고 $k_1 > 0$ 과 $\sigma_1 > 0$ 은 설계 상수이다.

첫 번째 르야프노브 함수를 $V_1 = (1/2)e_1^2$ 로 선택한다. V_1 의 시간에 의한 도함수는 다음과 같다.

$$\dot{V}_1 = e_1 \psi_1 [f_{1,j}(\Phi_1^{-1}(e_1)\rho_1 + y_d, \Phi_2^{-1}(e_2)\rho_2) + g_1(x_1, x_2^*)a_2 + d_1 - y_d - \rho_1 \Phi_1^{-1}(e_1)] \tag{6}$$

가정 2와 $-\underline{\delta}_i < \Phi_i^{-1} < \bar{\delta}_i$, $i = 1, 2$ 을 이용하면 다음과 같은 부등식이 만족된다.

$$|\Phi^{-1}(e_1)\rho_1 + y_d| \leq \delta_1\rho_{1,0} + r \quad (7)$$

$$|\Phi^{-1}(e_2)\rho_2| \leq \delta_2\rho_{2,0} \quad (8)$$

여기서 $\delta_i = \max\{\bar{\delta}_i, \underline{\delta}_i\}$ 이다. (7)와 (8)에 의하여 연속함수 $f_{1,j}(\Phi_1^{-1}(e_1) + y_d, \Phi_2^{-1}(e_2)\rho_2)$ 는 유계한다. 또한, $\dot{\rho}_1$ 과 \dot{y}_d 도 유계하는 것을 이용하여 (9)를 만족하는 상수 $\beta_1 > 0$ 이 존재함을 알 수 있다.

$$|f_{1,j} + d_1 - \dot{y}_d - \dot{\rho}_1\Phi_1^{-1}(e_1)| \leq \beta_1, \quad j = 1, \dots, m. \quad (9)$$

(9)을 이용하면, (6)은 (10)과 같다.

$$\dot{V}_1 \leq |e_1|\psi_1\beta_1 + e_1\psi_1g_1(x_1, x_2^*)a_2 \quad (10)$$

(10)에 (4)와 (5)를 대입하고 $|e_1|\psi_1\beta_1 \leq \sigma_1\psi_1^2e_1^2/2 + \beta_1^2/(2\sigma_1)$ 을 이용하면 (11)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -k_1\psi_1e_1^2 + N(\zeta_1)[g_1(x_1, x_2^*) + 1]\dot{\zeta}_1 + \gamma_1 \\ &\leq -\iota_1 V_1 + N(\zeta_1)[g_1(x_1, x_2^*) + 1]\dot{\zeta}_1 + \gamma_1 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $\iota_1 = 8k_1/(\rho_{1,0}\bar{\delta}_1 + \rho_{1,0}\underline{\delta}_1)$ 이고 $\gamma_1 = \beta_1^2/2\sigma_1$ 이다. (11)의 양변을 시간에 대해 적분하면

$$\begin{aligned} V_1(t) &= e^{-\iota_1 t} V_1(0) + \frac{\gamma_1}{\iota_1}(1 - e^{-\iota_1 t}) \\ &\quad + \int_0^t N(\zeta_1)[g_1(x_1, x_2^*) + 1]\dot{\zeta}_1 e^{-\iota_1(t-\tau)} d\tau \\ &\leq \int_0^t N(\zeta_1)[g_1(x_1, x_2^*) + 1]\dot{\zeta}_1 e^{-\iota_1(t-\tau)} d\tau + \bar{\gamma}_1 \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $\bar{\gamma}_1 = V_1(0) + \gamma_1/\iota_1$ 을 나타낸다.

보조 정리 1에 의하여 $t \in [0, t_f]$ 에서 $V_1(t)$ 과 $\zeta_1(t)$ 는 유계된다. 그에 따라 z_1 의 보장된 성능이 만족되며 ψ_1 은 유계한다. 따라서 a_2 와 $\dot{\zeta}_1$ 도 유계한다. 더하여 ψ_1 과 $x_2 = \Phi_2^{-1}(e_2)\rho_2 + a_2$ 이 유계함을 이용하여 \dot{e}_1 이 유계함을 알 수 있다. 여기서 a_2 의 시간에 의한 도함수를 구해보면

$$\begin{aligned} \dot{a}_2 &= \frac{\partial N(\zeta_1)}{\partial \zeta_1} \dot{\zeta}_1 \left[(k_1 + \sigma_1 \frac{\psi_1}{2}) e_1 \right] \\ &\quad + N(\zeta_1) \left[\sigma_1 \frac{\dot{\psi}_1}{2} e_1 + (k_1 + \sigma_1 \frac{\psi_1}{2}) \dot{e}_1 \right] \end{aligned} \quad (13)$$

ζ_1 이 유계하기 때문에 $N(\zeta_1)$ 과 $\partial N(\zeta_1)/\partial \zeta_1$ 은 유계한다. 이로 인해 $\dot{\psi}_1 = -(z_1 + \underline{\delta}_1\rho_1)/(z_1 + \underline{\delta}_1\rho_1)^2 + (\dot{z}_1 - \bar{\delta}_1\rho_1)/(z_1 - \bar{\delta}_1\rho_1)^2$ 또한

유계한다. 따라서 (14)를 통해 \dot{a}_2 또한 유계한다.

단계 i ($i = 2, \dots, n-1$): 변환된 오차 e_i 의 시간에 대한 도함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \psi_i [f_{i,j}(\Phi_1^{-1}(e_1)\rho_1 + y_d, \Phi_2^{-1}(e_2)\rho_2 + a_2, \\ &\quad \dots, \Phi_i^{-1}(e_i)\rho_i + a_i, \Phi_{i+1}^{-1}(e_{i+1})\rho_{i+1}) \\ &\quad + g_i(x_i, x_{i+1}^*)a_{i+1} + d_i - \dot{a}_i - \dot{\rho}_i\Phi_i^{-1}(e_i)] \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 $\psi_i = 1/(z_i + \underline{\delta}_i\rho_i) - 1/(z_i - \bar{\delta}_i\rho_i) > 0$.

i 번째 가상제어기는 (15)와 (16)와 같이 설계된다.

$$a_{i+1} = N(\zeta_i) \left[k_i e_i + \sigma_i \frac{\psi_i e_i}{2} \right], \quad (15)$$

$$\dot{\zeta}_i = k_i \psi_i e_i^2 + \sigma_i \frac{\psi_i^2 e_i^2}{2}, \quad (16)$$

여기서 $N(\zeta_i)$ 은 Nussbaum 함수이고 $k_i > 0$ 과 $\sigma_i > 0$ 은 설계 상수이다.

i 번째 르아프노브 함수를 $V_i = (1/2)e_i^2$ 로 선택한다. V_i 의 시간에 의한 도함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= e_i \psi_i [f_{i,j}(\Phi_1^{-1}(e_1)\rho_1 + y_d, \Phi_2^{-1}(e_2)\rho_2 + a_2, \\ &\quad \dots, \Phi_i^{-1}(e_i)\rho_i + a_i, \Phi_{i+1}^{-1}(e_{i+1})\rho_{i+1}) \\ &\quad + g_i(x_i, x_{i+1}^*)a_{i+1} + d_i - \dot{a}_i - \dot{\rho}_i\Phi_i^{-1}(e_i)] \end{aligned} \quad (17)$$

이전 단계의 a_i 의 유계성과 특성 $-\underline{\delta}_i < \Phi_i^{-1} < \bar{\delta}_i$ 을 이용하면 다음과 같은 유계성이 성립한다.

$$|\Phi^{-1}(e_i)\rho_i + a_i| \leq \delta_i\rho_{i,0} + \bar{a}_i \quad (18)$$

$$|\Phi^{-1}(e_{i+1})\rho_{i+1}| \leq \delta_{i+1}\rho_{i+1,0} \quad (19)$$

여기서 $i = 2, \dots, n-1$, $\delta_i = \max\{\bar{\delta}_i, \underline{\delta}_i\}$, 그리고 $\bar{a}_i > 0$ 는 $|a_i| \leq \bar{a}_i$ 을 만족하는 상수이다. (18)와 (19)로부터 $f_{i,j}$ 는 유계한다. 또한, $\dot{\rho}_i$ 과 \dot{a}_i 도 유계한다. 이를 이용하면 (20)을 만족하는 상수 β_i 이 존재함을 알 수 있다.

$$|f_{i,j} + d_i - \dot{a}_i - \dot{\rho}_i\Phi_i^{-1}(e_i)| \leq \beta_i, \quad j = 1, \dots, m. \quad (20)$$

(20)을 이용하면 (17)은 (21)이 된다.

$$\dot{V}_i \leq |e_i|\psi_i\beta_i + e_i\psi_i g_i(x_i, x_{i+1}^*)a_{i+1} \quad (21)$$

(21)에 (15)와 (16)를 대입하면 (22)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &\leq -k_i \psi_i e_i^2 + N(\zeta_i)[g_i(x_i, x_{i+1}^*) + 1]\dot{\zeta}_i + \gamma_i \\ &\leq -\iota_i V_i + N(\zeta_i)[g_i(x_i, x_{i+1}^*) + 1]\dot{\zeta}_i + \gamma_i \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 $\iota_i = 8k_i/(\rho_{i,0}\bar{\delta}_i + \rho_{i,0}\underline{\delta}_i)$ 이고 $\gamma_i = \beta_i^2/2\sigma_i$ 이다. (22)의 양변

을 시간에 대해 적분하면 (23)이 된다.

$$V_i(t) \leq \int_0^t N(\zeta_i)[g_i(x_i, x_{i+1}^*) + 1]\dot{\zeta}_i e^{-\iota_i(t-\tau)} d\tau + \bar{\gamma}_i \quad (23)$$

여기서 $\bar{\gamma}_i = V_i(0) + \gamma_i/\iota_i$ 을 나타낸다.

이전 단계와 비슷하게 보조 정리 1에 의하여 $t \in [0, t_f]$ 에서 V_i, ζ_i , 그리고 e_i 는 유계한다. z_i 은 보장된 성능은 만족하며 $\psi_i, \dot{\zeta}_i$ 과 a_{i+1} 이 유계한다. 따라서 x_{i+1} 와 \dot{e}_i 이 유계 하고 $\dot{\psi}_i$ 와 \dot{a}_{i+1} 또한 유계한다.

단계 n: 공통의 르아프노브 함수를 $V_n = (1/2)e_n^2$ 로 선택하고 실제 공통 제어 입력 u 를 다음과 같이 제안한다.

$$u = N(\zeta_n) \left[k_n e_n + \sigma_n \frac{\psi_n e_n}{2} \right], \quad (24)$$

$$\dot{\zeta}_n = k_n \psi_n e_n^2 + \sigma_n \frac{\psi_n^2 e_n^2}{2}, \quad (25)$$

여기서 $N(\zeta_n)$ 은 Nussbaum 함수이고 $k_n > 0$ 과 $\sigma_n > 0$ 은 설계 상수이다.

\dot{V}_n 에 (24)와 (25)를 대입하고 전 단계와 유사한 과정에 따라 (26)이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq -k_n \psi_n e_n^2 + N(\zeta_n)[g_n(x_n, u^*) + 1]\dot{\zeta}_n + \gamma_n \\ &\leq -\iota_n V_n + N(\zeta_n)[g_n(x_n, u^*) + 1]\dot{\zeta}_n + \gamma_n \end{aligned} \quad (26)$$

여기서 $\iota_n = 8k_n/(\rho_{n,0}\bar{\delta}_n + \rho_{n,0}\underline{\delta}_n)$, $\gamma_n = \beta_n^2/2\sigma_n$; β_n 은 $|f_{n,j} + d_n - \dot{a}_n - \dot{\rho}_n \Phi_n^{-1}(e_n)| \leq \beta_n, j = 1, \dots, m$ 을 만족하는 양수이고 $\psi_n = 1/(z_n + \underline{\delta}_n \rho_n) - 1/(z_n - \bar{\delta}_n \rho_n) > 0$ 이다. 전 단계와 비슷한 과정에 따라 보조 정리 1에 의하여 $t \in [0, t_f]$ 에서 V_n, ζ_n , 그리고 e_n 는 유계한다. 따라서 u 는 유계한다.

참조 1: 제안된 가상 제어기 (4), (5), (15)와 (16) 그리고 실제 제어기 (24)와 (25)는 비선형 오차 변환 함수 (2)에 의해 설계되었으며, 시스템 (1)이 미지의 비어파인 비선형 함수를 포함할지라도 이를 근사화하기 위한 퍼지 시스템이나 신경망을 이용한 함수 근사화 기법이 제안된 제어 시스템을 설계하기 위해 사용되지 않는다. 따라서 신경망과 퍼지 시스템으로 인한 제어기의 복잡성을 줄일 수 있으며, 성능 함수 ρ_i 를 미리 설계함으로서 제어기의 성능 범위를 조절할 수 있다.

4. 모의 실험

모의 실험에서는 본 논문에서 제안한 제어기의 타당성을 입증하기 위하여 로봇 매니퓰레이터를 고려한다[10]. 로봇 매니퓰레이터의 동역학 식은 (27)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} D\ddot{q} + E\dot{q} + N\sin(q) &= \tau \\ L\dot{\tau} + R\tau &= u - K_m \dot{q} \end{aligned} \quad (27)$$

여기서 $D = J/K_\tau + ml_0^2/(3K_\tau) + 2M_0R_0^2/(5K_\tau)$, $E = E_0/K_\tau$,

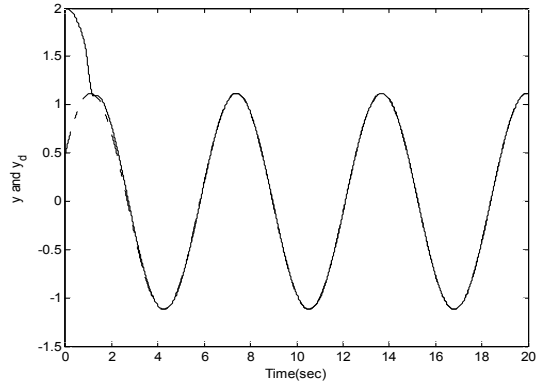


그림 1 추종 제어 결과 (실선: y, 쇠선: y_d)

Fig. 1 Tracking result

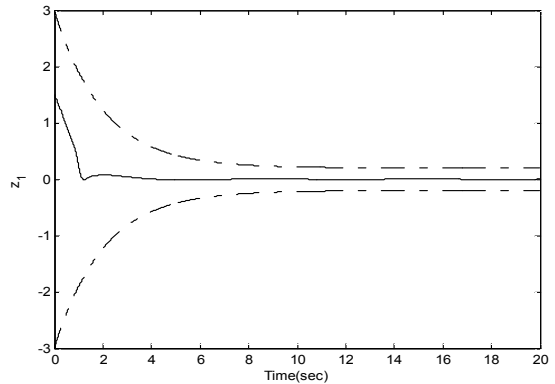


그림 2 추종 오차(실선 : 오차, 쇠선 : 성능 보장 유계)

Fig. 2 Tracking error

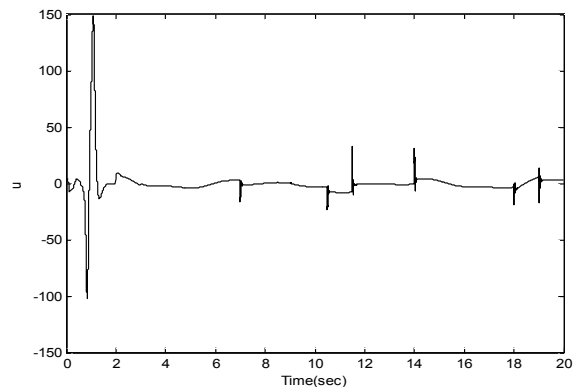
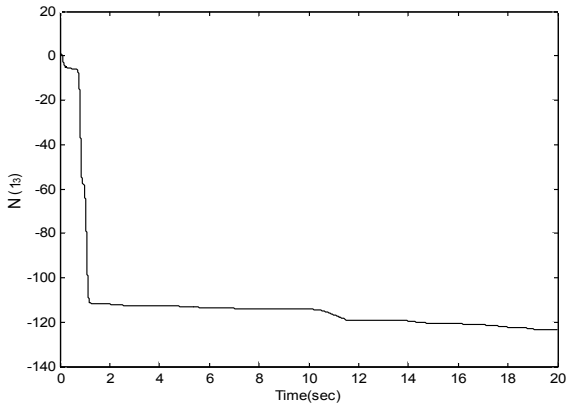


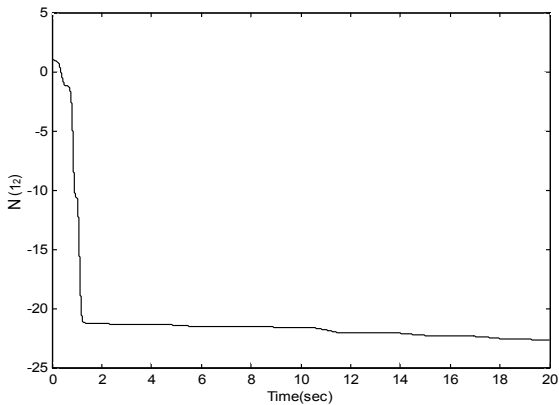
그림 3 제어 입력 u

Fig. 3 Control input u

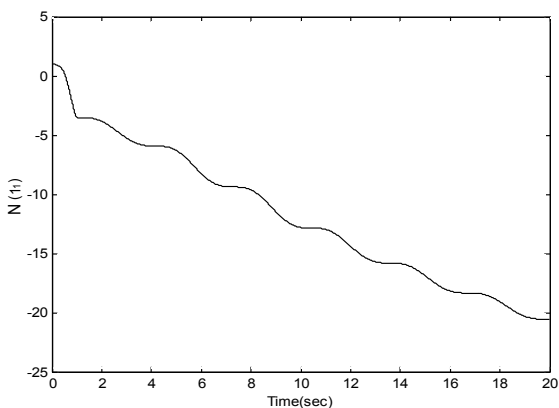
$N = m_0 G / (2K_r) + M_0 l_0 G / K_r$ 이다. J 는 회전자 관성, m 은 링크 질량, M_0 는 부하 질량, l_0 는 링크 길이, R_0 는 부하의 반지름, G 는 중력 상수, E_0 는 관절의 마찰 계수, q 는 모터의 각도, τ 는 모터 아마추어 전류, L 은 아마추어 인덕턴스, R 은 아마추어 저항, K_m 은 역기전력 상수, 그리고 u 는 제어 입력 전압이다.



(a)



(b)



(c)

그림 4 Nussbaum 함수

Fig. 4 Nussbaum 함수

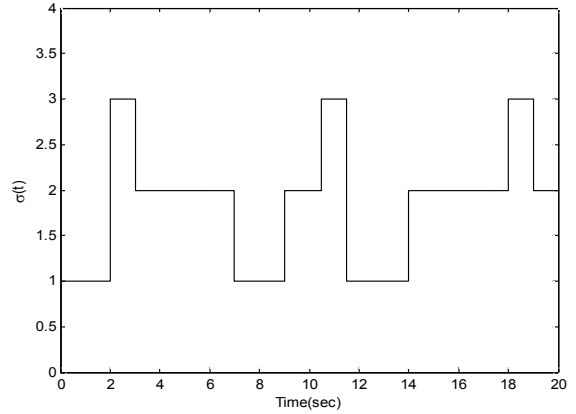


그림 5 스위칭 신호 $\sigma(t)$

Fig. 5 Switching signal $\sigma(t)$

각 상수의 값은 $J = 1.625 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$, $m = 0.506 \text{ Kg}$, $R_0 = 0.023 \text{ m}$, $M_0 = 0.434 \text{ Kg}$, $l_0 = 0.305 \text{ m}$, $E_0 = 16.25 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$, $L = 25 \times 10^{-2} \text{ H}$, $R = 5 \Omega$, 그리고 $K_r = K_m = 0.90 \text{ N} \cdot \text{m/A}$ 이다. (27)을 외란을 가진 시스템 (1)로 변환하고 외란을 $d_1 = 0.1 \sin(t)$, $d_2 = 0.1 \cos(t)$, $d_3 = 0.05 \sin(t)$ 로 설정한다. 또한 이 시스템을 스위치 비선형 시스템으로 나타내기 위해 로드 질량과 아마추어 저항이 스위치 된다고 가정한다. 스위칭 신호를 $\sigma(t) : [0, \infty) \rightarrow M = \{1, 2, 3\}$ 로 정의하고, $\sigma(t) = 1$ 일 때 $M_{0,1} = 0.434 \text{ Kg}$, $R_1 = 5.0 \Omega$, $\sigma(t) = 2$ 일 때 $M_{0,2} = 0.658 \text{ Kg}$, $R_2 = 6.5 \Omega$, $\sigma(t) = 3$ 일 때 $M_{0,2} = 0.821 \text{ Kg}$, $R_3 = 8.0 \Omega$ 로 설정한다. 기준 신호 y_d 는 $y_d = 0.5 \cos(t) + \sin(t)$ 이고 상태 변수의 초기값은 $x_1(0) = 2$, $x_2(0) = x_3(0) = 0$ 로 설정한다. 성능 보장 함수의 상수들은 각각 $\rho_{1,0} = 3$, $\rho_{2,0} = \rho_{3,0} = 4$, $\rho_{1,\infty} = 0.2$, $\rho_{2,\infty} = \rho_{3,\infty} = 0.5$, $l_1 = l_2 = l_3 = 0.5$, $\bar{\delta}_1 = \bar{\delta}_2 = \bar{\delta}_3 = 1$, $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 1$ 이고 설계 상수는 $k_1 = k_2 = k_3 = 2$, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0.01$ 이다. 그림 1은 본 논문에서 제안한 제어 시스템이 기준 신호를 잘 추종하는 것을 보여준다. 그림 2에서는 추종 오차가 임의의 미지의 스위칭과 제어 방향성에도 불구하고 미리 설정된 성능 유계 범위에 유계됨을 보여준다. 그림 3은 시스템의 제어 입력을 나타내고, 그림 4는 각각의 Nussbaum 함수를, 그림 5는 모의 실험에 사용된 스위칭 신호를 나타낸다.

5. 결 론

본 논문에서는 미지의 방향성을 갖는 스위치 순환 시스템의 추종 제어를 위한 저 복잡성 제어 기법을 제안하였다. 비선형 오차 변환을 이용하여 적응 함수 근사화 기법에 의존하지 않은 저 복잡성 추종 제어기를 설계하였으며, 추종 오차가 미리 설정된 성능 범위에 유계됨을 증명하였다. 마지막으로 본 논문에서 제시한 제어 시스템의 성능 검증을 위하여 모의실험을 수행하였다.

감사의 글

본 연구는 2016년도 정부(교육부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(NRF-2016 R1D1A1B03931312)이며 2015년도 산업통상자원부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구과제(No.20154030200860)임.

References

- [1] L. Vu, D. Liberzon, "Common Lyapunov functions for families of com-muting nonlinear systems," Syst. Contr. Lett., vol. 54, pp. 405-416, 2005.
- [2] J. Fu, Y. Jin, T. Chai, "Fault-tolerant control of a class of switched nonlinear systems with structural uncertainties," IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs, vol. 63, No. 2, pp. 201-205, 2016.
- [3] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. V. Kokotovic, Nonlinear and Adaptive Control Design. New York: Wiley, 1995.
- [4] X. Zhao, X. Zheng, B. Niu, L. Liu, "Adaptive tracking control for a class of uncertain switched nonlinear systems," Automatica, vol. 52, pp. 185-191, 2015.
- [5] B. Jiang, Q. Shen, P. Shi, "Neural-networked adaptive tracking control for switched nonlinear pure-feedback systems under arbitrary switching," Automatica, vol. 61, pp. 119-125, 2015.
- [6] C. P. Bechlioulis, and G. A. Rovithakis, "Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds for strict feedback systems", Automatica, vol. 45, no. 2, pp. 532-538, 2009.
- [7] S. W. Lee, and S. J. Yoo, "Robust fault-tolerant prescribed performance tracking for uncertain switched pure-feedback nonlinear systems under arbitrary switching," International Journal of Systems Science, vol. 48, no. 3, pp. 578-586, 2017.
- [8] R. D. Nussbaum, "Some Remarks on the Conjecture in Parameter Adaptive Control," Syst. Contr. Lett., vol. 3, pp. 243-246, 1983.
- [9] C. Wang, D. J. Hill, S. S. Ge, and G. Chen, "An ISS-modular Approach for Adaptive Neural Control of Pure-feedback Systems," Automatica, vol. 42, No. 5, pp. 723-731, 2006.
- [10] D. M. Dawson, J. J. Carroll, and M. Schneider, "Integrator backstepping control of a brush DC motor turning a robotic load," IEEE Trans. Contr. Syst. Technol., vol. 2, pp. 233-244, 1994.

저 자 소 개



이 승 우 (Seung-Woo Lee)

2015년 중앙대학교 전기전자공학과 학사. 현재 동 대학원 석사 과정. 관심 분야는 비선형 적응 제어 및 지능 제어 이론.



유 성 진 (Sung-Jin Yoo)

2003년 연세대학교 전기전자공학과 학사. 2005년 동 대학원 석사. 2009년 동 대학원 대학원 박사. 2009년~2010년 미국 UIUC 박사 후 연구원. 현재 중앙대 전자전기공학부 부교수. 관심 분야는 비선형 적응 제어, 분산 적응 제어, 및 지능 제어 이론. 시간 지연 시스템, 대규모 시스템, 로봇 시스템