

<https://doi.org/10.7236/IIBC.2017.17.1.129>

IIBC 2017-1-17

LLC 공진형 컨버터 제어시스템 설계

Design of Control System for LLC Resonant Converter

김의현*, 안현식**

Eui-Hyun Kim*, Hyun-Sik Ahn**

요약 본 논문에서는, 스위칭 손실이 적고 효율이 높은 이점을 갖고 있는 LLC 공진형 컨버터에 대하여 선형화된 수학적 모델을 정립하고 디지털 제어기 설계 과정을 제안한다. LLC 공진형 컨버터의 비선형 모델에 대하여 EDF(Extended Describing Function) 기법을 도입하여 비선형성을 선형 근사화시킨 선형 소신호 모델을 정립하고 Ziegler Nichols 방법을 이용하여 제어기 계수를 선정하였으며 연속시간 제어기를 디지털 제어기로 변환하여 적용한다. 유도된 선형 소신호 모델에 기반하여 전압 제어기를 설계하고, MATLAB 시뮬레이션을 통하여 제어기의 성능을 검증한다. 또한, 부하 변화 및 모델링 오차를 고려한 시뮬레이션을 통하여 LLC 공진형 컨버터에 대해 설계된 전압 제어기의 타당성 및 제어성능을 분석한다.

Abstract In this paper, we propose a digital controller design methodology for an LLC resonant converter which has been widely used due to the advantages of low switching loss and high efficiency. We establish a mathematical model of an LLC resonant converter using the extended describing function concept and propose a controller design method based on the Ziegler Nichols control parameter tuning criteria. The voltage controller of an LLC resonant converter is designed based on the derived small signal model and the performance of the controller is verified by MATLAB simulations. The validity and the control performance of the designed voltage controller for the LLC resonant converter is analyzed through some simulations for the case of load variations and circuit modeling errors.

Key Words : LLC resonant converter, Nonlinear system, EDF(Extended Describing Function), Small signal model, Ziegler Nichols, Digital controller

1. 서론

최근 사회적 요구에 따라 전기자동차의 보급이 확대되고 있는 바 배터리 관련 기술, 모터설계 기술 및 고성능 충전장치 기술개발 등도 활발히 진행되고 있다. 특히, 차량 탑재형 충전기는 광범위한 출력전압을 낼 수 있으며 고성능 및 고효율 등의 특성이 요구된다. 일반적인 PWM 기법을 이용하여 동작하는 DC-DC 컨버터의 전력

스위칭들은 하드 스위칭에서 동작하기 때문에 높은 스위칭 손실과 전자파 간섭 문제들이 발생하게 된다. 이러한 문제점들을 해결하기 위해 여러 가지 형태의 공진형 컨버터들이 제안되었다. 공진형 컨버터는 영전압 스위칭 조건에서 동작이 가능하기 때문에 이상적으로 스위칭 손실을 제거할 수 있으며, 넓은 출력 전압 범위가 가능한 특징이 있다. 따라서, 일반적으로 하드 스위칭 컨버터보다 효율이 높아 전기자동차의 탑재형 배터리 충전기에는

*준회원, 국민대학교 전자공학과

**정회원, 국민대학교 보안-스마트 전기자동차학과(교신저자)

접수일자: 2016년 11월 5일, 수정완료: 2016년 12월 7일

게재확정일자: 2017년 2월 3일

Received: 6 November, 2016 / Revised: 7 December, 2017

Accepted: 3 February, 2017

**Corresponding Author: ahs@kookmin.ac.kr

Dept. of Secured Smart Electric Vehicle, Kookmin University, Korea

공진형 컨버터가 주로 사용되고 있다^{[1][3]}.

PWM 컨버터의 경우 DC 성분만 고려되기 때문에 스위칭 고조파 성분이 무시되므로 상태 공간 평균화 기법을 적용하여 컨버터의 모델링 절차를 수행할 수 있다. 상태 공간 평균화 기법은 간단하고 정확하게 모델링 절차를 수행할 수 있어 많이 사용되지만, LLC 공진형 컨버터의 경우 공진 인덕터 전류, 공진 커패시터 전압 그리고 자화 인덕터 전류가 고조파 성분을 포함하고 있기 때문에 LLC 컨버터의 고유 주파수가 스위칭 주파수의 근방이 되어 상태 공간 평균화 기법을 사용하여 모델링 절차를 수행하기 어렵다. 따라서 LLC 공진형 컨버터의 모델링 절차는 Extended Describing Function(EDF) 기법을 기반으로 수행하며, MATLAB 시뮬레이션 툴을 이용하여 소신호 전달함수를 구한다.

본 논문에서는 DC-DC 컨버터로 LLC 공진형 컨버터를 선정하여 LLC 공진형 컨버터의 출력 전압에 대한 제어기를 설계하고 검증한다. EDF 기법을 기반으로 LLC 공진형 컨버터의 소신호 모델링 수식을 정립하며, 도출된 소신호 모델링 수식을 이용하여 Ziegler Nichols 방법으로 출력 전압 제어기를 설계한다. 또한, 이를 이산시간 영역으로 등가 변환하여 디지털 제어기 전달함수를 구한다. MATLAB 시뮬레이션 툴을 통해 설계된 전압 제어기의 성능을 검증한다.

II. LLC 공진형 컨버터의 구조

LLC 공진형 컨버터의 회로도에는 그림 1과 같으며, 직류 전압을 입력으로 받아 다른 전압의 직류 전원으로 변환하는 DC-DC 컨버터이다. LLC 공진형 컨버터의 메인 스위치는 MOSFET Q1과 Q2로 구성되며, 하나의 스위칭 주기 동안 교차적으로 각각 50%의 시비율로 동작한다. 또한 영전압 스위칭이 가능하도록 데드타임이 존재한다. LLC 컨버터의 공진 탱크는 누설 인덕터 L_r 과 자화 인덕터 L_m , 그리고 공진 커패시터 C_r 로 이루어져 있다. 출력 정류기는 변압기의 2차측 권선에 연결되어 있는 다이오드 D_1, D_2 로 구성되며, R은 출력 등가 저항이다. R에 걸리는 출력 전압 V_o 는 스위칭 주파수 f_s 를 제어함으로써 조절할 수 있다^[4].

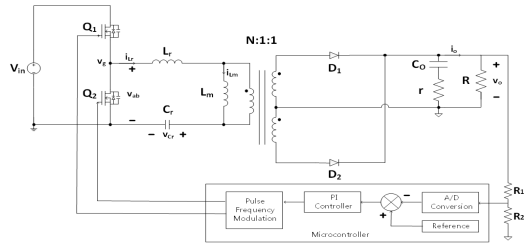


그림 1. LLC 공진형 컨버터의 회로도
Fig. 1. Circuit diagram of LLC resonant converter

III. LLC 공진형 컨버터의 모델링

LLC 공진형 컨버터의 출력 전압 제어기를 설계하기 위해 LLC 공진형 컨버터의 수학적 모델링이 선행되어야 한다. PWM 컨버터의 경우 저주파의 제어 신호와 전력 제어를 위한 고주파의 스위칭 주파수 차이가 상대적으로 크므로 상태 공간 평균화 기법을 적용하여 PWM 컨버터를 선형화하여 주파수 응답을 구할 수 있다. 그러나 LLC 공진형 컨버터의 경우 LLC 컨버터의 고유 주파수가 스위칭 주파수 근방이므로 상태 공간 평균화 기법을 사용하여 소신호 모델링 절차를 수행하기가 어렵다. 따라서 LLC 공진형 컨버터의 경우 EDF를 이용하여 모델링 절차를 수행하며, 이 절에 나오는 7단계의 절차를 거쳐 상태 공간 방정식을 구하고 이를 통해 스위칭 주파수에 따른 출력 전압에 관한 전달함수를 구한다^{[5][8]}.

1. 비선형 상태 방정식

LLC 공진형 컨버터의 등가회로는 그림 2와 같다. 등가회로에 따라 각 상태 변수들에 대한 비선형 상태 방정식은 키르히호프의 법칙을 이용하여 얻을 수 있으며 식 (1)~ 식 (5)와 같이 나타낼 수 있다. 아래 식에서 i_{Lr} , i_{Lm} , v_{Cr} 그리고 v_{Co} 는 LLC 공진형 컨버터의 상태 변수이며, v_o 는 출력 변수이다^[9].

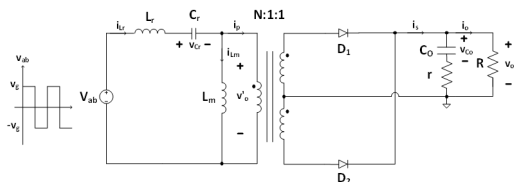


그림 2. LLC 공진형 컨버터의 등가회로
Fig. 2. Equivalent circuit of LLC resonant converter

$$v_{AB}(t) = L_r \frac{di_{Lr}}{dt} + v_{Cr} + L_m \frac{di_{Lm}}{dt} \quad (1)$$

$$L_m \frac{di_{Lm}}{dt} = \text{sgn}(i_p) \times nv_o \quad (2)$$

$$i_{Lr} = C_r \frac{dv_{Cr}}{dt} \quad (3)$$

$$i_s = \left(1 + \frac{r}{R}\right) C_o \frac{dv_{Co}}{dt} + \frac{v_{Co}}{R} \quad (4)$$

$$v_o = \frac{R}{R+r} (r \times i_s + v_{Co}) \quad (5)$$

2. 고조파 근사화

LLC 공진형 컨버터가 정상상태에서 동작할 때, 공진 탱크 구성 요소들의 파형은 거의 정현파가 된다. 이러한 주기적인 함수는 푸리에 급수를 통해 사인과 코사인의 삼각급수로 전개할 수 있으며, 첫 번째인 기본 고조파 성분만으로 근사화시킬 수 있다. 따라서 공진 탱크 구성 요소인 누설 인덕터, 공진 커패시터, 자화 인덕터를 사인과 코사인 성분으로 나타낼 수 있으며, 식 (6) ~ 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다. 또한, 공진 탱크 구성 요소의 미분도 식 (9) ~ 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$i_{Lr}(t) \approx i_{Lrs} \sin \omega_s t + i_{Lrc} \cos \omega_s t \quad (6)$$

$$i_{Lm}(t) \approx i_{Lms} \sin \omega_s t + i_{Lmc} \cos \omega_s t \quad (7)$$

$$v_{Cr}(t) \approx v_{Crs} \sin \omega_s t + v_{Crc} \cos \omega_s t \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{Lr}}{dt} &= \left(\frac{di_{Lrs}}{dt} - \omega_s i_{Lrc} \right) \sin \omega_s t \\ &+ \left(\frac{di_{Lrc}}{dt} + \omega_s i_{Lrs} \right) \cos \omega_s t \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{Lm}}{dt} &= \left(\frac{di_{Lms}}{dt} - \omega_s i_{Lmc} \right) \sin \omega_s t \\ &+ \left(\frac{di_{Lmc}}{dt} + \omega_s i_{Lms} \right) \cos \omega_s t \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv_{Cr}}{dt} &= \left(\frac{dv_{Crs}}{dt} - \omega_s v_{Crc} \right) \sin \omega_s t \\ &+ \left(\frac{dv_{Crc}}{dt} + \omega_s v_{Crs} \right) \cos \omega_s t \end{aligned} \quad (11)$$

3. Extended Describing Function

EDF 기법은 LLC 공진형 컨버터를 모델링하고 분석

할 수 있는 강력한 수학적 방법이다. EDF를 기반으로 비선형 요소인 $v_{ab}(t)$, $\text{sgn}(i_p)$, 그리고 i_p 를 기본 고조파 성분 또는 DC 성분으로 근사화시킬 수 있으며, 식 (12) ~ 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$v_{ab}(t) \approx f_1(d, v_g) \sin \omega_s t \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{sgn}(i_p) \times nv_o &\approx f_2(i_{Lrs} - i_{Lms}, v_{Co}) \sin \omega_s t \\ &+ f_3(i_{Lrc} - i_{Lmc}, v_{Co}) \cos \omega_s t \end{aligned} \quad (13)$$

$$i_p \approx f_4(i_{Lrs} - i_{Lms}, i_{Lrc} - i_{Lmc}) \quad (14)$$

함수 $f_1(d, v_g)$, $f_2(i_{Lrs} - i_{Lms}, v_{Co})$, $f_3(i_{Lrc} - i_{Lmc}, v_{Co})$ 그리고 $f_4(i_{Lrs} - i_{Lms}, i_{Lrc} - i_{Lmc})$ 를 EDFs 라고 부르며, d 는 50%로 고려된 컨버터 스위치의 시비율이다. 또한, i_p 는 변압기의 1차 측에 흐르는 전류이며, i_{pp} 는 누설 인덕터의 전류 피크치로 $i_{pp} = \sqrt{(i_{Lrs} - i_{Lms})^2 + (i_{Lrc} - i_{Lmc})^2}$ 와 같이 나타낼 수 있다. EDF 값은 푸리에 확장을 이용하여 얻을 수 있으며, 식 (15) ~ 식 (18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_1(d, v_g) = \frac{4v_g}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2}d\right) \quad (15)$$

$$f_2(i_{Lrs} - i_{Lms}, v_{Co}) = \frac{4}{\pi} \times \frac{i_{Lrs} - i_{Lms}}{i_{pp}} v_{Co} \quad (16)$$

$$f_3(i_{Lrc} - i_{Lmc}, v_{Co}) = \frac{4}{\pi} \times \frac{i_{Lrc} - i_{Lmc}}{i_{pp}} v_{Co} \quad (17)$$

$$f_4(i_{Lrs} - i_{Lms}, i_{Lrc} - i_{Lmc}) = \frac{2}{\pi} \times i_{pp} \quad (18)$$

4. 고조파 균형

고조파 균형은 비선형 미분 방정식의 정상상태 응답을 구하기 위해 사용되는 주파수 영역 방법이며, 일반적으로 비선형 요소가 포함된 회로를 실험하는 경우에 사용된다. 고조파 균형은 3.3절에서 구한 식을 고조파 근사화가 적용된 비선형 상태 방정식에 대입하여 얻을 수 있으며, 식 (19) ~ 식 (26)과 같이 나타낼 수 있다.

$$L_r \left[\frac{di_{Lrs}}{dt} - \omega_s i_{Lrc} \right] + v_{Crs} + L_m \left[\frac{di_{Lms}}{dt} - \omega_s i_{Lmc} \right]$$

$$= \frac{4v_g}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2}d\right) \quad (19)$$

$$L_r \left[\frac{di_{Lrc}}{dt} + \omega_s i_{Lrc} \right] + v_{Crc} + L_m \left[\frac{di_{Lmc}}{dt} + \omega_s i_{Lms} \right] = 0 \quad (20)$$

$$L_m \left[\frac{di_{Lms}}{dt} - \omega_s i_{Lmc} \right] = \frac{4}{\pi} \times \frac{i_{Lrs} - i_{Lms}}{i_{pp}} v_{Co} \quad (21)$$

$$L_m \left[\frac{di_{Lmc}}{dt} + \omega_s i_{Lms} \right] = \frac{4}{\pi} \times \frac{i_{Lrc} - i_{Lmc}}{i_{pp}} v_{Co} \quad (22)$$

$$C_r \left[\frac{dv_{Crs}}{dt} - \omega_s v_{Crc} \right] = i_{Lrs} \quad (23)$$

$$C_r \left[\frac{dv_{Crc}}{dt} + \omega_s v_{Crs} \right] = i_{Lrc} \quad (24)$$

$$\left(1 + \frac{r}{R}\right) C_o \frac{dv_{Co}}{dt} + \frac{v_{Co}}{R} = \frac{2}{\pi} \times n i_{pp} \quad (25)$$

$$v_o = \frac{R}{R+r} \left(r \times \frac{2}{\pi} \times n i_{pp} + v_{Co} \right) \quad (26)$$

5. 정상상태 동작점

정상상태에서, 상태 변수들은 시간에 따라 변하지 않는 상수 값이므로 상태 변수의 1차 미분 값은 0이 된다. 동작점을 구하기 위해 고조파 균형으로 구한 식에 미분 값을 0으로 설정하게 되면, 정상상태에서의 상태 변수 값을 구할 수 있으며 식 (27)~식 (33)과 같이 나타낼 수 있다. R_e 는 1차 측에서 바라본 등가 부하 저항으로

$$R_e = \frac{8}{\pi^2} n^2 R \text{ 과 같이 나타낼 수 있다.}$$

$$-L_r \Omega_s I_{Lrc} + V_{Crs} + R_e (I_{Lrs} - I_{Lms}) = \frac{2}{\pi} V_g = V_{es} \quad (27)$$

$$L_r \Omega_s I_{Lrs} + V_{Crc} + R_e (I_{Lrc} - I_{Lmc}) = 0 = V_{ec} \quad (28)$$

$$-L_m \Omega_s I_{Lmc} - R_e (I_{Lrs} - I_{Lms}) = 0 \quad (29)$$

$$L_m \Omega_s I_{Lms} - R_e (I_{Lrc} - I_{Lmc}) = 0 \quad (30)$$

$$I_{Lrs} + C_r \Omega_s V_{Crc} = 0 \quad (31)$$

$$I_{Lrc} - C_r \Omega_s V_{Crs} = 0 \quad (32)$$

$$\frac{V_{Co}}{R} = \frac{2}{\pi} \times n I_{pp} \quad (33)$$

정상상태에서, 상태 변수 값(I_{Lrs} , I_{Lrc} , V_{Crs} , V_{Crc} , I_{Lms} , I_{Lmc})을 구하기 위해서는 위에서 구한 식

을 행렬 형태로 변환한다. 식 (27)~식 (32)에서 좌측 항 중, 상태 변수들을 Y행렬(6×1)로 나머지 파라미터들을 X행렬(6×6)로 변환하고 우측 항을 U행렬(6×1)로 변환하면 $X \times Y = U$ 의 식이 성립하게 된다. 따라서 상태 변수는 $Y = X^{-1} \times U$ 의 식을 통해 구할 수 있다.

6. 교란 및 선형화

교란 및 선형화 단계에서는, 정상상태 동작점에 $i_{Lms} = I_{Lms} + \hat{i}_{Lms}$, $v_{Crs} = V_{Crs} + \hat{v}_{Crs}$, $\omega_s = \Omega_s + \hat{\omega}_s$ 등과 같이 소신호 교란을 추가하여 LLC 공진 컨버터의 소신호 모델을 얻을 수 있으며 수식을 정리하면, 식 (34)~식 (41)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{i}_{Lrs}}{dt} = & -\frac{H_1}{L_r} \hat{i}_{Lrs} - \frac{\Omega_s L_r + H_2}{L_r} \hat{i}_{Lrc} - \frac{1}{L_r} \hat{v}_{Crs} \\ & + \frac{H_1}{L_r} \hat{i}_{Lms} + \frac{H_2}{L_r} \hat{i}_{Lmc} - \frac{H_3}{L_r} \hat{v}_{Co} - \frac{L_r \omega_o I_{Lrc}}{L_r} \hat{\omega}_{ns} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{i}_{Lrc}}{dt} = & \frac{\Omega_s L_r - H_2}{L_r} \hat{i}_{Lrs} - \frac{H_1}{L_r} \hat{i}_{Lrc} - \frac{1}{L_r} \hat{v}_{Crc} \\ & + \frac{H_2}{L_r} \hat{i}_{Lms} + \frac{H_1}{L_r} \hat{i}_{Lmc} - \frac{H_4}{L_r} \hat{v}_{Co} + \frac{L_r \omega_o I_{Lrs}}{L_r} \hat{\omega}_{ns} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\frac{d\hat{v}_{Crs}}{dt} = \frac{1}{C_r} \hat{i}_{Lrs} - \frac{C_r \Omega_s}{C_r} \hat{v}_{Crc} - \frac{C_r \omega_o V_{Crc}}{C_r} \hat{\omega}_{ns} \quad (36)$$

$$\frac{d\hat{v}_{Crc}}{dt} = \frac{1}{C_r} \hat{i}_{Lrc} + \frac{C_r \Omega_s}{C_r} \hat{v}_{Crs} + \frac{C_r \omega_o V_{Crs}}{C_r} \hat{\omega}_{ns} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{i}_{Lms}}{dt} = & \frac{H_1}{L_m} \hat{i}_{Lrs} + \frac{H_2}{L_m} \hat{i}_{Lrc} - \frac{H_1}{L_m} \hat{i}_{Lms} \\ & - \frac{H_2 + L_m \Omega_s}{L_m} \hat{i}_{Lmc} + \frac{H_3}{L_m} \hat{v}_{Co} - \frac{L_m \omega_o I_{Lmc}}{L_m} \hat{\omega}_{ns} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{i}_{Lmc}}{dt} = & \frac{H_2}{L_m} \hat{i}_{Lrs} + \frac{H_1}{L_m} \hat{i}_{Lrc} - \frac{H_2 - L_m \Omega_s}{L_m} \hat{i}_{Lms} \\ & - \frac{H_1}{L_m} \hat{i}_{Lmc} + \frac{H_4}{L_m} \hat{v}_{Co} - \frac{L_m \omega_o I_{Lms}}{L_m} \hat{\omega}_{ns} \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{v}_{Co}}{dt} = & \frac{K_1 R}{C_o (R+r)} \hat{i}_{Lrs} + \frac{K_2 R}{C_o (R+r)} \hat{i}_{Lrc} - \\ & \frac{K_1 R}{C_o (R+r)} \hat{i}_{Lms} - \frac{K_2 R}{C_o (R+r)} \hat{i}_{Lmc} - \frac{1}{C_o (R+r)} \hat{v}_{Co} \end{aligned} \quad (40)$$

$$\hat{v}_o = \frac{K_1 R r}{R+r} \hat{i}_{Lrs} + \frac{K_2 R r}{R+r} \hat{i}_{Lrc} - \frac{K_1 R r}{R+r} \hat{i}_{Lms}$$

$$-\frac{K_2 R r}{R+r} \hat{i}_{Lmc} + \frac{R}{R+r} \hat{v}_{Co} \quad (41)$$

선형화된 수식에서 수식의 복잡성을 줄이기 위해

$$H_1 = \frac{4n V_{Co} (I_{Lrc} - I_{Lmc})^2}{\pi I_{pp}^3},$$

$$H_2 = -\frac{4n V_{Co} (I_{Lrs} - I_{Lms}) \times (I_{Lrc} - I_{Lmc})}{\pi I_{pp}^3},$$

$$H_3 = \frac{4n (I_{Lrs} - I_{Lms})}{\pi I_{pp}},$$

$$H_4 = \frac{4n (I_{Lrc} - I_{Lmc})}{\pi I_{pp}}, \quad K_1 = \frac{4}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2} D\right),$$

$K_2 = 2 V_g \cos\left(\frac{\pi}{2} D\right)$ 와 같이 치환되었으며, ω_{ns} 는 LLC 공진형 컨버터의 정규화된 스위칭 주파수로 $\omega_{ns} = \frac{\omega_s}{\omega_o}$ (ω_s 는 스위칭 주파수, ω_o 는 공진 주파수) 와 같이 정의된다.

7. 상태 공간 모델

상태 공간 표현법은 1차 미분 방정식과 관련된 입-출력 및 상태 변수의 세트와 같은 물리적 시스템의 수학적 모델이다. 따라서 상태 공간 표현법은 다중 입-출력을 가진 시스템을 모델링하고 분석하기 위한 편리하고 정확한 방법을 제공한다. 상태 공간 방정식을 구하기 위해서는 위에서 구한 식을 행렬 형태로 변환한다. 식 (34) ~ 식 (40)에서 상태 변수들($\hat{i}_{Lrs}, \hat{i}_{Lrc}, \hat{v}_{CrS}, \hat{v}_{CrC}, \hat{i}_{Lms}, \hat{i}_{Lmc}$)의 계수는 A행렬(7×7)로 입력 변수($\hat{\omega}_{ns}$)의 계수는 B행렬(7×1)로 식 (41)에서 상태 변수들의 계수를 C행렬(1×7)로 변환하게 되면 $\frac{d\hat{x}}{dt} = A\hat{x} + B\hat{u}, \hat{y} = C\hat{x} + D\hat{u}$ 의 식이 성립하게 된다. 따라서 소신호 전달함수는 표 (1)의 하드웨어 설계 사양을 적용한 행렬들로부터 $\frac{\hat{v}_o}{\hat{\omega}_{ns}} = C(SI - A)^{-1}B + D$ 의 식을 통해 구할 수 있다.

표 1. 하드웨어 설계 사양

Table 1. Hardware design specification

항목	값	단위
입력 전압, V_{in}	400	V
출력 전압, V_o	18	V
공진 주파수, f_o	100	kHz
스위칭 주파수, f_s	60 ~ 250	kHz
누설 인덕터, L_r	650	μ H
자화 인덕터, L_m	1.3	mH
공진 커패시터, C_r	3.9	nF
변압기 턴 비, n	14	-
등가 ESR, r	60	m Ω
출력 부하 저항, R	2.83	Ω

IV. 출력 전압 제어기 설계 및 검증

1. 출력 전압 제어기 설계

LLC 공진형 컨버터의 디지털 제어기를 설계하는 과정은 3장에서 유도한 소신호 전달함수를 기반으로 연속 시간 영역에서 제어기를 설계한 후, 이산시간 영역으로 등가 변환하여 디지털 제어기를 구현한다. 출력 전압 제어기는 산업에서 가장 많이 사용되는 PI 형태의 제어기를 사용한다. 일반적으로 PI 제어를 하기 위해서는 제어 대상 시스템을 해석하여 모델링한 후 모델에 적합한 P, I 게인 값을 선정하게 되지만 모델링하기 어려운 제어 대상 시스템 같은 경우에는 게인 값을 선정하기 어렵다. Ziegler Nichols 방법을 이용하게 되면, 모델링하는 과정 없이 빠른 시간 내에 게인 값 조율이 가능하다는 장점을 가지고 있다. 따라서 비선형성을 가진 LLC 공진형 컨버터의 PI 제어기를 조율하기 위해 Ziegler Nichols 방법을 이용한다. Ziegler Nichols 방법은 2가지이며, 프로세스 반응곡선(process reaction curve)을 보는 방법과 임계 민감도 방법(ultimate sensitivity method)으로 나뉜다. 프로세스 반응곡선을 보는 방법은 시스템이 안정한 경우에 프로세스의 단위 계단 응답을 얻는 것이다. 시스템이 불안정한 경우에는 프로세스의 단위 계단 응답은 발산하게 되어 이 방법을 사용할 수 없다. 임계 민감도 방법은 안정한계에서 시스템 진동의 진폭과 주파수 평가에 기초를 둔다. 이 방법을 사용하기 위해서 시스템이 안정한계가 될 때까지 즉, 프로세스의 극점이 허수축 상에 존재할

때까지 비례 게인을 증가시키면 구동기 포화에 의해 제한된 진폭으로 지속적인 진동이 시작된다. 따라서 비례 게인에 따른 프로세스의 극점이 허수축 상에 존재할 수 있는 시스템만 이 방법을 사용할 수 있다. 모델링한 LLC 공진형 컨버터의 근궤적은 그림 3과 같으며 7개의 극점 중 2개의 극점이 우반면에 존재하며 게인 값에 따라 허수축 상에 존재할 수 있다. 그러므로 LLC 컨버터의 출력 전압 제어기 설계는 Ziegler Nichols의 두 번째 방법인 임계 민감도 방법을 사용한다. 그러나 Ziegler Nichols 방법은 실제 프로세스에 단위 계단 응답을 얻는 실험이기 때문에 응답이 발산하게 되면 하드웨어에 문제가 발생하게 된다. 그림 3과 같은 프로세스의 경우 비례 게인을 0에서부터 증가시키면 극점이 우반면에 위치하게 되어, 응답이 발산하게 된다. 따라서 발산하지 않고 수렴하게 되는 적당한 게인 값에서부터 변화시키면서 극점이 허수축에 위치하도록 해야 한다.

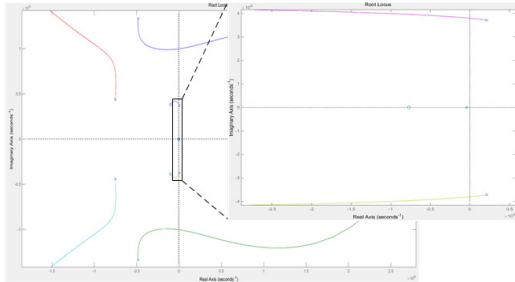


그림 3. LLC 공진형 컨버터의 근궤적
Fig. 3. Root Locus of LLC resonant converter

임계 민감도 방법에서 비례 게인은 임계 게인 K (ultimate gain)로, 진동하는 주기는 임계 주기 P (ultimate period)로 정의되며 그림 4를 통해 임계 게인 및 임계 주기를 결정할 수 있다. 임계 게인 및 임계 주기는 진동의 진폭이 가능한 한 작을 때 측정되어야 하며, 그 때 측정된 결과는 그림 5와 같다. 그림 5와 같이 시스템이 안정한게 되어 제한된 진폭으로 지속적인 진동이 발생하게 될 때 그림 4의 비례 게인 값으로 임계 게인 K 를 구할 수 있으며, 그 때 진동하는 주기로 임계 주기 P 를 구할 수 있다. 그림 4, 5를 통해 구한 K, P 값을 표 (2)인 한계 민감도 방법에 기초한 Ziegler Nichols 조율표에 적용하여 최적화된 조율 파라미터들을 선정할 수 있으며, 제어기 항들은 $D_c(s) = k_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$ 와 같이 정의된다^[10].

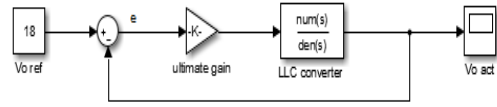


그림 4. 임계 민감도 방법
Fig. 4. Ultimate sensitivity method

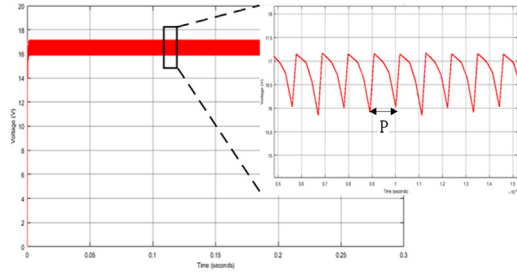


그림 5. 임계 민감도 방법이 적용된 시뮬레이션
Fig. 5. Simulation using ultimate sensitivity method

표 2. 한계 민감도 방법에 기초한 Ziegler Nichols 조율표
Table 2. Ziegler Nichols tuning table based on ultimate sensitivity method

제어기 형태	k_p	T_i	T_d
P	$0.5 \times K$	-	-
PI	$0.45 \times K$	$P/1.2$	-
PD	$0.8 \times K$	-	$P/8$
PID	$1.6 \times K$	$0.5 \times P$	$0.125 \times P$

2. 출력 전압 제어기 검증

PI 제어기를 포함한 LLC 공진형 컨버터의 해석은 MATLAB 시뮬레이션 툴을 이용하여 실시하였으며, 해석을 위한 전압 제어기 블록도를 그림 6에 나타내었다. 전압 제어기의 성능을 검증하기 위해 모델링한 LLC 공진형 컨버터에 설계된 제어기를 적용하고 스텝 응답을 확인한다. LLC 공진형 컨버터의 출력 전압이 스텝 입력인 기준 전압(18V)을 추종하는 것을 시뮬레이션으로 확인할 수 있으며, 그 결과는 그림 7과 같다. 그림 8은 전압 제어기 출력의 시뮬레이션 파형으로 약 2.5에서 시작하여 0.6으로 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 전압 제어기의 출력은 LLC 공진형 컨버터의 입력으로 정규화된 스위칭 주파수($\omega_{ns} = \frac{\omega_s}{\omega_o} = \frac{f_s}{f_o}$)이다. 공진 주파수(f_o)는 100kHz이며, 스위칭 주파수(f_s)는 약 250kHz ~ 60kHz 이므로 정

규화된 스위칭 주파수는 약 2.5~0.6으로 제어된다. 이를 통해 Ziegler Nichols 방법을 이용한 전압 제어기 설계가 효과적으로 이루어졌음을 알 수 있다.

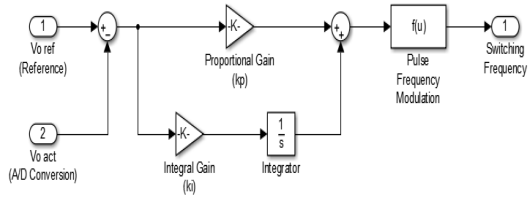


그림 6. PI 전압 제어기 블록도
 Fig. 6. PI voltage controller block diagram

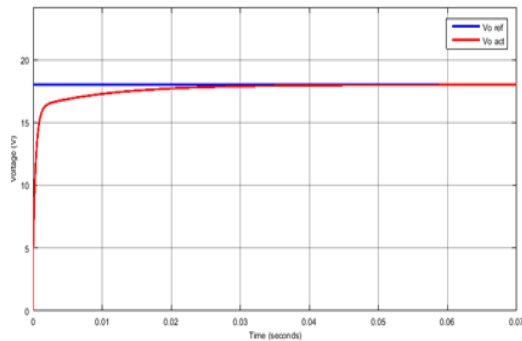


그림 7. LLC 공진형 컨버터 출력 전압 제어 시뮬레이션
 Fig. 7. LLC resonant converter output voltage control simulation

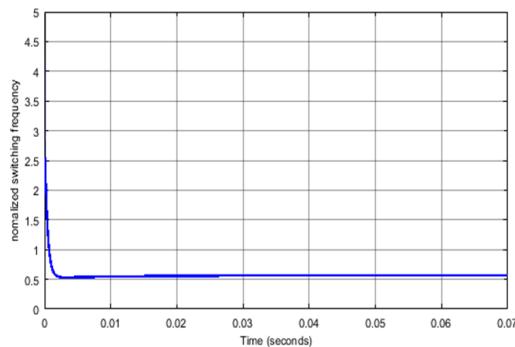


그림 8. 전압 제어기 출력 시뮬레이션
 Fig. 8. Voltage controller output simulation

Ziegler Nichols 방법을 이용하여 연속시간 영역에서 제어기를 설계한 이후, 디지털 제어기를 구현하기 위해서는 이산시간 영역으로의 등가 변환이 필요하다. 설계된 연속시간 영역에서의 PI 제어기 전달함수는 식 (42)와

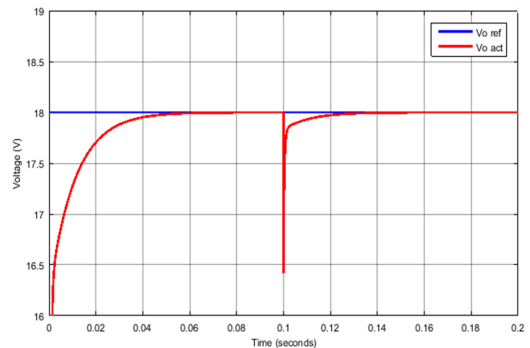
같다. 연속시간을 이산시간으로 변환할 수 있는 Tustin 방법을 이용하여 이산시간 영역에서의 PI 제어기 전달함수를 구할 수 있으며 식 (43)과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 k_p 는 비례항, k_I 는 적분항이다.

$$D_c(s) = \frac{U_c(s)}{E_c(s)} = k_p + \frac{k_I}{s} \quad (42)$$

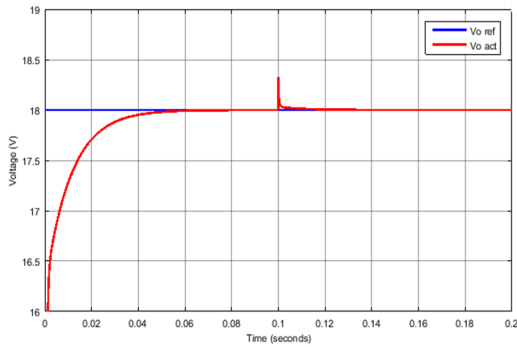
$$D_c(z) = \frac{U_c(z)}{E_c(z)} = D_c(s) \Big|_{s = \frac{2}{T_s} \frac{z-1}{z+1}} \\ = k_p + k_I \frac{T_s}{2} \frac{z+1}{z-1} \quad (43)$$

3. 부하 변화에 따른 전압 제어 시뮬레이션

부하 변화에 따른 출력 전압 제어 시뮬레이션을 통해 전압 제어 성능을 확인한다. 그림 9는 부하 변화에 따른 전압 제어 시뮬레이션으로 부하의 변동이 있어도 출력 전압이 제어되는 것을 확인할 수 있다. 부하의 변화는 부하 저항 R 값을 조절함으로써 얻을 수 있다. 그림 9(a)와 9(b)는 부하 저항 값을 2.83에서 각각 0.5와 20으로 설정한 것이며, 부하 변화는 0.1초에서 발생하였다. 식 (5)를 통해 부하 변화에 따른 전압 강하 및 전압 상승의 크기를 구할 수 있으며, 부하 저항 값이 0.5일 때 약 1.59V 크기의 전압 강하가 발생하고 부하 저항 값이 20일 때 약 0.31V 크기의 전압 상승이 발생한다. 부하 변화에 따라 전압 강하 및 상승이 발생하더라도 이후 출력 전압이 제어되는 것을 확인할 수 있으며, 이를 통해 제어기 설계가 효과적으로 이루어졌음을 알 수 있다.



(a) 부하 저항 값이 0.5일 경우



(b) 부하 저항 값이 20일 경우

그림 9. 부하 변화에 따른 전압 제어 시뮬레이션
Fig. 9. Voltage control simulation according to the load variation

4. 모델링 오차를 고려한 전압 제어 시뮬레이션

모델링 오차는 실제 현상과 실험모델 또는 수학적으로 표현되는 모델 사이의 차이로 정의된다. 수학적으로 표현되는 모델에 있어서는 비선형 미분 방정식과 여러 가지 조건들을 유도하는 과정에서 가정이나 불확실성이 수반되며, 이러한 가정 및 불확실성으로 모델링 오차가 발생하게 된다. LLC 공진형 컨버터에 사용되는 여러 상태 변수들 중 인덕턴스는 전류에 따른 자속의 비로써 그 기울기 값에 해당하며, 인덕턴스 그래프는 히스테리시스 특성을 가지고 있어 전류에 따른 기울기 값이 일정하지가 않다. 하지만 LLC 공진형 컨버터를 모델링하는 과정에서 인덕턴스는 하나의 값으로 가정하고 진행하기 때문에 모델링 오차가 발생한다. 따라서 모델링 오차를 고려하기 위해 상태 변수들 중 하나인 누설 인덕턴스 값에 $\pm 10\%$ 를 적용하여 비교하는 시뮬레이션을 진행한다. 그림 10은 모델링 오차를 고려한 출력 전압 제어 시뮬레이션을 나타내며, 기존의 누설 인덕턴스로 모델링하여 전압 제어를 하는 경우의 출력 전압을 빨간색(중간)으로, $\pm 10\%$ 를 적용한 누설 인덕턴스 경우는 각각 보라색(위), 초록색(아래)으로 나타내었다. 그림 11은 기존 누설 인덕턴스의 경우와 기존에서 10%를 더한 누설 인덕턴스 경우의 전압 차를 나타낸 것이다. 인덕턴스 값의 차로 인해 초반에 차이를 보이지만, 18V로 제어됨에 따라 그 차이가 0으로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 따라서 모델링 오차가 발생하더라도 전압 제어에 차이가 없음을 확인할 수 있다.

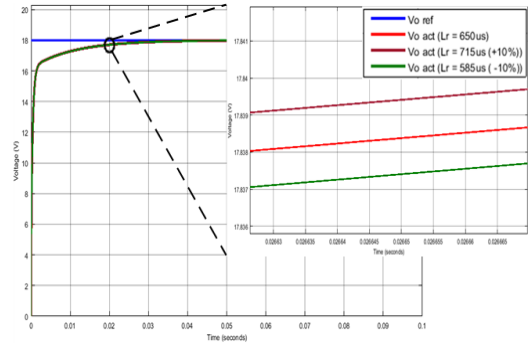


그림 10. 모델링 오차를 고려한 전압 제어 시뮬레이션
Fig. 10. Voltage control simulation considering modeling error

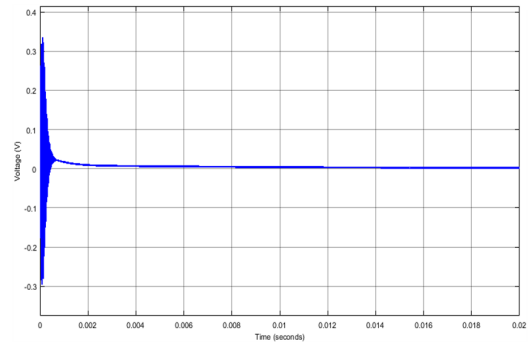


그림 11. 모델링 오차를 고려한 전압 차 시뮬레이션
Fig. 11. Voltage difference simulation considering modeling error

V. 결론

본 논문에서는 차량 탑재형 충전기의 DC-DC 컨버터로 LLC 공진형 컨버터를 선정하였으며, 이공진형 컨버터의 출력 전압제어를 위한 디지털 제어기를 설계하고 성능을 검증하였다. EDF 기법을 기반으로 LLC 공진형 컨버터의 소신호 모델이 유도되었으며, Ziegler Nichols 방법을 이용하여 제어기 계수를 선정하였다. 또한, 이를 이산시간 영역으로 등가 변환하여 디지털 제어기 전달함수를 구하였다. 설계된 제어시스템을 MATLAB 시뮬레이션 툴을 이용하여 검증함으로써 전압 제어기 설계가 효과적으로 이루어졌음을 확인하였다. 또한 부하 변화 및 모델링 오차를 고려한 경우에도 출력 전압이 적절히 제어되는 것을 확인하였다.

References

- [1] Y. Gu, Z. Lu, L. Hang, Z. Qian, G. Huang, "Three-level LLC series resonant DC/DC converter," IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 20, no. 4, pp. 781-789, July 2005.
DOI: <https://doi.org/10.1109/apec.2004.1296086>
- [2] J. Liu, J. Zhang, T. Q. Zheng, J. Yang, "A Modified Gain Model and the Corresponding Design Method for LLC Resonant Converter," IEEE Transactions on Power Electronics, vol. PP, no. 99, pp. 1-1, October 2016.
DOI: <https://doi.org/10.1109/tpel.2016.2623418>
- [3] B. Yang, "Topology investigation of front end DC/DC power conversion for distributed power system," Blacksburg, Virginia, September 2003.
- [4] C. Buccella, C. Cecati, H. Latafat, P. Pepe, K. Razi, "Observer-Based Control of LLC DC/DC Resonant Converter Using Extended Describing Functions," IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 30, no. 10, pp. 5881-5891, October 2015.
DOI: <https://doi.org/10.1109/tpel.2014.2371137>
- [5] C. H. Chang, E. C. Chang, C. A. Cheng, H. L. Cheng, S. C. Lin, "Small Signal Modeling of LLC Resonant Converters Based on Extended Describing Function," 2012 International Symposium on Computer, Consumer and Control, pp. 365-368, June 2012.
DOI: <https://doi.org/10.1109/is3c.2012.99>
- [6] C. Buccella, C. Cecati, H. Latafat, P. Pepe, K. Razi, "Linearization of LLC resonant converter model based on extended describing function concept," in Proc. IEEE Int. Workshop Intell. Energy Syst., pp. 131-136, November 2013.
DOI: <https://doi.org/10.1109/iwies.2013.6698574>
- [7] C. H. Chang, C. A. Cheng, H. L. Cheng, "Modeling and Design of the LLC Resonant Converter Used as a Solar-Array Simulator," IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, vol. 2, no. 4, pp. 833-841, December 2014.
DOI: <https://doi.org/10.1109/iciea.2012.6360807>
- [8] B. C. So, S. R. Lee, H. W. Kim, K. Y. Cho, S. S. Hwang, E. S. Choi, "A Study on 120Hz Output Voltage Ripple Reduction of LLC Converter using Resonant Controller," The Transactions of the Korean Institute of Power Electronics, vol. 17, no. 4, pp. 345-352, August 2012.
DOI: <https://doi.org/10.6113/tpke.2012.17.4.345>
- [9] S. Tian, F. C. Lee, Q. Li, "Equivalent Circuit Modeling of LLC Resonant Converter," 2016 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, March 2016.
DOI: <https://doi.org/10.1109/apec.2016.7468082>
- [10] B. S. Shin, J. H. Park, C. W. Moon, H. S. Ahn, "Design of a Model Based Controller with Safety," The Journal of the Institute of Internet, Broadcasting and Communication, vol. 13, no. 2, pp. 9-14, April 2013.
DOI: <https://doi.org/10.7236/jiibc.2013.13.2.9>

저자 소개

김 의 현(준회원)



- 2015년 : 국민대학교 전자공학과(학사)
- 2017년 : 국민대학교 전자공학과(공학 석사)
- <주관심분야 : 차량 전자 제어, 임베디드 SW>

안 현 식(정회원)



- 1992년 : 서울대학교 제어계측공학과(공학박사)
- 1993년 ~ 현재 : 국민대학교 보안-스마트 전기자동차학과 교수
- <주관심분야 : 지능형 로봇틱스, 차량 전자 제어>

※ 본 연구는 한국연구재단의 BK21사업(SSEV 특화 전문 인력양성 사업단) 및 미래창조과학부와 정보통신기술진흥센터의 ICT융합 고급인력과정 지원사업(IITP- 2016-H8601-16-1005)의 연구결과로 수행되었습니다.