

## 한국과 뉴질랜드, 싱가포르에서의 분수지도에 관한 고찰\*

### On Teaching Fraction of Elementary Mathematics Textbooks in Korea, New Zealand and Singapore

최 창 우

**Abstract.** This study focuses on the teaching of fraction related to curriculum, introducing time of fraction, the meaning of fractions in textbook, material of teaching of fraction concept, teaching model of introducing time of fraction concept, special cases of teaching fraction and common points of representation of fraction among Korea, New Zealand and Singapore.

For this study, Korea's mathematics textbooks(3-1, 3-2, 4-1, 5-1, 6-1) and New National Curriculum Mathematics(3, 4, 5, 6, 7)of New Zealand and New Syllabus Primary Mathematics(2B, 3B, 4A, 4B, 5A, 6A)of Singapore were selected for comparison and analysis. As a results we will suggest a reference to the development of mathematical curriculum, teaching fraction and improving the quality of the textbook through a method of comparative analysis of Korea, New Zealand and Singapore.

## I. 머리말

분수는 초등학교 수학의 여러 가지 토픽 중에서도 중요한 하나의 개념으로 인식되고 있다. 수를 나누거나 측정하는 실생활의 상황과 관련되어 있을 뿐 아니라 나중에 고학년 혹은 중학교에서 학습하게 되는 비와 비율, 할·푼·리, 퍼센트 등 과도 밀접한 관련을 맺고 있으며 더욱 나아가 고등학교에서 대수를 공부하기 위한 기초가 된다.

---

2010 Mathematics Subject Classification : 97U20

Key words : 수학교육과정, 분수

\*이 논문은 2016학년도 대구교육대학교 교내연구비 지원에 의하여 연구되었음.

©2017 The Youngnam Mathematical Society  
(pISSN 1226-6973, eISSN 2287-2833)

어느 나라이건 분수는 대체적으로 저학년에서 처음 도입되지만 학년이 올라갈수록 분수의 개념과 계산은 학생들이 가장 오류를 많이 범하고 있고 동시에 어려워하는 내용 중의 하나이다. 그 이유는 앞서 학습했던 자연수는 아이들이 이를 학습하기 이전에도 이미 실생활에서 경험해왔으며 친밀감을 가지고 있는데 반해 분수는 별다른 경험을 하지 못한 채 처음으로 그 내용을 학습하게 되어 있어 생소할 뿐 아니라 자연수와는 여러 가지 측면에서 계산방법이나 그 성질이 다르기 때문이다.

이러한 맥락에서 본 연구는 한국과 영어권의 뉴질랜드, 아울러 국제학업 성취도 평가뿐만 아니라 수학에 대한 긍정적인 태도 면에서도 단연 우수한 성적을 유지하고 있는 싱가포르에서는 초등수학의 분수와 관련하여 교육과정은 어떤 내용을 담고 있고 교과서에서는 도입시점, 도입상황, 지도소재, 지도모델, 분수의 내용지도 계열 등에 있어서 어떠한 특징이 있는가를 서로 비교분석해 봄으로써 학생들의 보다 나은 학습을 지원하기 위한 방안을 찾아내어 그 결과를 우리나라 교육과정과 교과서 개정에 기초자료로 활용하고 나아가 일선 현장의 교사들에게는 분수지도에 관한 몇 가지 시사점을 제공하는데 그 목적이 있다.

## II. 수학과 교육과정과 분수

### 1. 한국

우리나라는 현재 2015 개정 교육과정에 의한 교과서가 2017년부터 1, 2학년을 필두로 2018년에 3, 4학년, 2019년에 5, 6학년으로 순차적으로 바뀌지만 아직은 2009 개정 교육과정에 의한 교과서가 사용되고 있으므로 현행 교과서의 분수와 관련한 각 학년 군에서 나타나는 특징이나 핵심 내용은 아래와 같다.

(3~ 4학년 군)

- 2007 개정의 2학년에서 연속량, 3학년에서 이산량으로 나누어 다루던 것을 3~ 4학년 군의 분수의 이해, 이산량으로 이동하여 통합하였다.
- 양의 등분할, 단위분수와 진분수의 의미와 그 관계, 단위 분수의 크기비교, 동분모분수의 크기비교
- 동분모분수의 덧셈과 뺄셈의 계산 원리이해

(5~ 6학년 군)

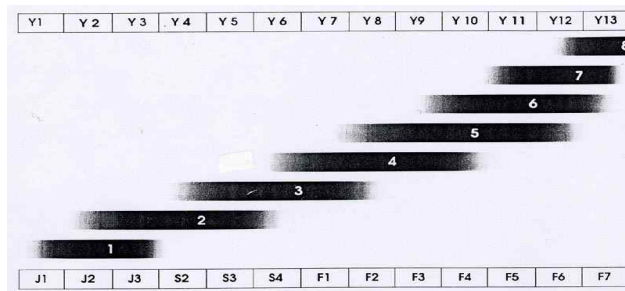
- 동치분수 만들기, 분수의 약분과 통분, 이분모 분수의 크기비교, 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈의 계산 원리이해
- 분수의 곱셈과 나눗셈
- 분수와 소수의 관계

- 이분모 분수의 크기 비교에서 수 감각을 이용하여 추론하고 토론하는 활동

## 2. 뉴질랜드

뉴질랜드는 수학의 교육과정 영역을 수, 측정, 기하, 대수, 통계의 5개 영역으로 나누고 있으며 분수는 수 영역에서 다루고 있다. 아래의 그림은 뉴질랜드의 초·중·고 학교에서의 학년과 각 수준간의 관계를 보여주는 그림으로 [그림 1]에서 아래 줄의 학년표시인 J1, J2, ..., F7 등은 뉴질랜드의 구 교육과정에서 사용되었고 지금은 위의 줄에 있는 Y1, Y2, ..., Y13으로 사용하고 있으며 가운데에 있는

8단계는 교육과정의 각 영역에서 언급하고 있는 수준(level)을 나타낸다.(Ministry of Education, 2008, p.17)



[그림 2] 뉴질랜드의 초·중·고 학교에서의 학년과 각 수준간의 관계

위의 그림에서 Y2에서 Y7까지가 우리나라의 초등에 해당 한다\*\*.

- 1수준\*\*\*에서 2등분, 3등분, 4등분 그리고 5등분과 관련된 문장제 문제를 만들고 해결한다.
- 2수준에서 분수(2등분, 3등분, 4등분, 5등분)를 탐구한다.
- 4수준에서 동치분수, 분수를 소수로, 소수를 분수로 나타내는 것과 같은 분수와 소수의 관계를 탐구한다.

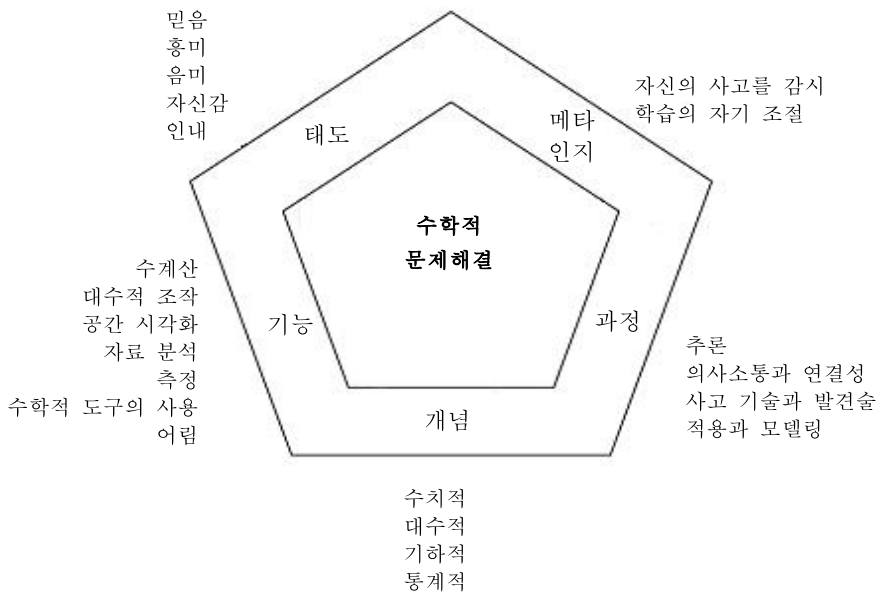
## 3. 싱가포르

\*\* 우리나라의 초등학교 1학년에 해당하는 학년이 Y2, 2학년에 해당하는 학년이 Y3, ... 와 같다.

\*\*\* 1수준은 그림에서 Y2를 중심으로 Y1과 Y3의 일부까지 걸쳐 있으므로 우리나라의 초등학교 저학년에 해당한다.

싱가포르 수학과 교육과정의 기본 구조는 오각형 모델로 세계 각국의 수학과 교육과정의 변화를 배경으로 하여 1990년에 처음 제안되었다. 비록 몇 가지 변화가 있긴 하지만, 이 모델의 핵심은 여전히 남아 있으며, 이 모델은 학교 수학 수업을 위한 효율적인 모델이 되어, 그 효과는 싱가포르 학생들의 국제 수학학업성취도 검사에서 잘 나타나고 있다. 이 오각형 모델의 중심에는 아래 그림과 같이 수학 문제해결이 배치되어 있으며 개념, 과정, 메타인지, 태도, 능력이 이를 둘러싸고 있다.

싱가포르의 수학과 교육과정에 제시된 교육 내용은 학년마다 조금씩 다르게 구분하고 있다. 1학년은 범자연수, 측정, 기하, 자료 분석, 2학년부터 분수 영역이 추가되며, 4학년부터는 소수 영역이 추가된다. 또 5학년에는 퍼센트와 비가, 6학년은 속도, 대수가 추가되며 범자연수, 소수영역이 제외된다.



[그림 2] 싱가포르의 학교 수학 교육과정의 틀\*\*\*\*

\*\*\*\* 싱가포르 교육부 홈페이지(<http://www.moe.gov.sg>)

(2학년)

- 양의 등분할, 전체와 부분, 동분모 분수의 크기비교, 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈

(3학년)

- 동치분수, 이분모분수의 크기비교, 이분모분수의 덧셈과 뺄셈

(4학년)

- 대분수와 가분수

(5학년)

- 진분수의 덧셈과 뺄셈, 대분수의 덧셈과 뺄셈
- 진분수의 곱셈, 가분수의 곱셈, 대분수와 범자연수의 곱셈
- 분수 나누기 범자연수

(6학년)

- 범자연수 나누기 진분수, 진분수 나누기 진분수

이상의 교육과정에서 분수의 도입시점을 살펴보면 뉴질랜드와 싱가포르가 저학년에서 분수를 처음 도입하는 반면, 우리나라는 중학년(3~4학년 군)에서 도입되고 있고 교육과정이 바뀔 때 마다 이따금씩 학년이동\*\*\*\*\*이 있었다. 도입방법은 우리나라와 싱가포르가 양의 등분할을 활용하고 있는데 반하여 뉴질랜드는 등분할과 관련된 문장제 문제를 만들고 해결하는 것으로부터 출발하여 우리나라와는 다소 상이함을 알 수 있다. 전체적으로 다루는 내용으로 볼 때 우리나라와 싱가포르가 상당히 유사한 측면이 있고 뉴질랜드는 상대적으로 약간의 차이를 보인다. 즉, 우리나라와 싱가포르가 학년에 근거하여 수학의 특성 중에 하나인 계통성에 따라 지도되고 있는 반면 뉴질랜드는 교육과정에 8단계의 수준(level)을 명시하고 각 수준별로 무엇을 성취하여야 하는가를 보여주고 있다.

동치분수의 경우는 우리나라와 뉴질랜드가 고학년에서 취급되고 있는데 반해 싱가포르는 중학년에서 다루어지고 있었다.

### III. 연구 방법

#### 1. 연구 대상

본 연구에서는 우리나라의 2009 개정 교육과정에 따른 국정 초등수학교과서(3-1, 3-2, 4-1, 5-1, 5-2, 6-1), 싱가포르의 경우 Mathematics in Action, In

\*\*\*\*\* 앞서 언급한 바와 같이 2007 개정 교육과정에서는 분수가 2학년의 연속량과 3학년의 이산량으로 나누어 지도되었으나 2009 개정 교육과정에서는 3-4학년 군의 이산량으로 통합되었다.

Step Maths, My Pals Are Here! Maths, Active Primary Mathematics, New Syllabus Primary Mathematics 등 여러 가지 민간 검인정 교과서가 있으나 여기서는 분수와 관련하여 Lu Jitan(2007)의 New Syllabus Primary Mathematics, 뉴질랜드는 M..J. Tipler & K. M. Vickers(2010)의 New National Curriculum Mathematics을 분석대상으로 하였다.

## 2. 연구 방법

연구를 수행하기 위하여 2009 개정 교육과정에 따라 발행된 우리나라의 초등학교 수학 교과서와 싱가포르의 초등학교 수학 교과서 New Syllabus Primary Mathematics, 뉴질랜드의 New National Curriculum Mathematics을 대상으로 교과서를 검토, 분석하여 비교 연구를 수행하며 분석의 주 내용은 아래와 같다.

첫째, 분수내용의 지도계열을 비교 분석한다.

둘째, 주요 학습 내용 도입 시기를 비교 분석한다.

셋째, 교과서에 나타난 분수의 의미를 비교 분석한다.

넷째, 분수개념의 지도소재를 비교 분석한다.

다섯째, 분수개념 도입 시의 지도모형을 비교 분석한다.

여섯째, 한국과 뉴질랜드, 싱가포르의 분수지도에서 나타난 몇 가지 특징적인 사례를 알아본다.

일곱째, 한국과 뉴질랜드, 싱가포르의 분수표현에서 나타난 공통점을 알아본다.

여덟째, 위의 고찰들로부터 우리나라 분수지도시에 고려해야할 시사점을 제언한다.

## IV. 수학교과서와 분수

### 1. 분수 내용의 지도계열

#### 1) 한국

등분할 활동(똑같이 나누기)  $\Rightarrow$  전체와 부분의 크기비교  $\Rightarrow$  분수의 정의를 약속(쓰고 읽기)  $\Rightarrow$  분수로 나타낼 수 있어요  $\Rightarrow$  분수의 크기를 비교할 수 있어요(1)  $\Rightarrow$  분수의 크기를 비교할 수 있어요(2)  $\Rightarrow$  분수로 나타낼 수 있어요(1)  $\Rightarrow$  분수로 나타낼 수 있어요(2)  $\Rightarrow$  진분수와 가분수를 알 수 있어요  $\Rightarrow$  분수의 합을 구할 수 있어요  $\Rightarrow$  분수의 차를 구할 수 있어요  $\Rightarrow$  대분수를 알 수 있어요  $\Rightarrow$  분모가 같은 분수끼리 덧셈을 할 수 있어요(1)  $\Rightarrow$  분모가 같은 분수끼리 덧셈을 할 수 있어요(2)  $\Rightarrow$  분모가 같은 분수끼리 뺄셈을 할 수 있어요  $\Rightarrow$  (자연수) -

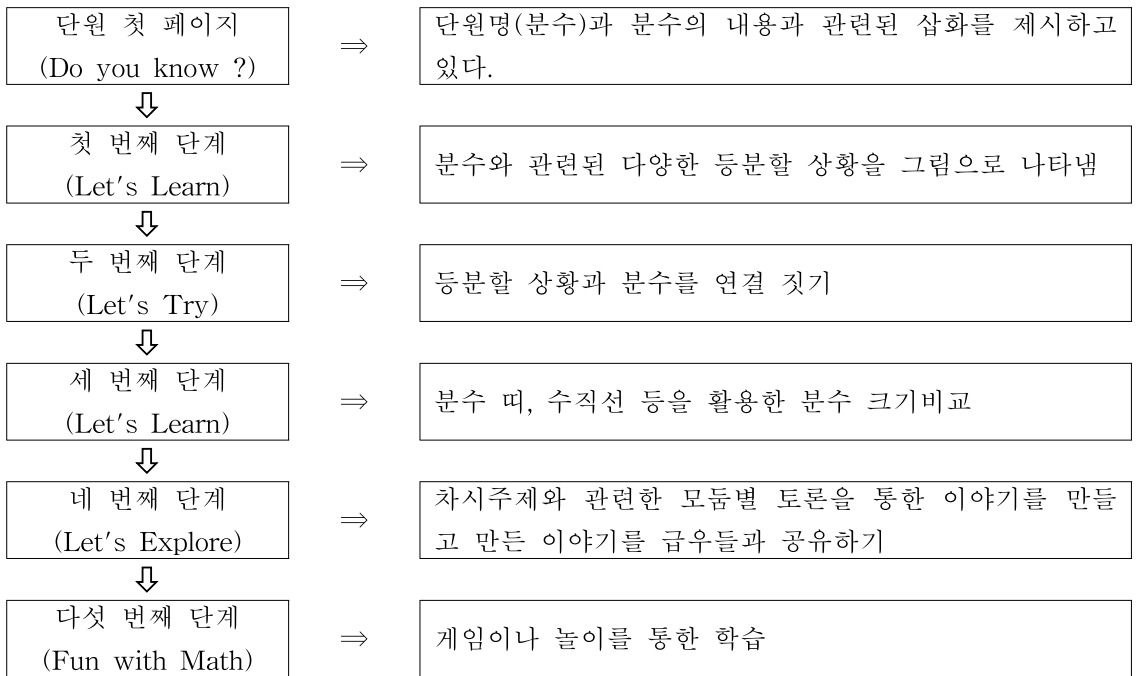
(분수)를 계산할 수 있어요 ⇒ 분모가 같은 대분수끼리 뺄셈을 할 수 있어요 ⇒ 분수의 덧셈을 할 수 있어요(1) ⇒ 분수의 덧셈을 할 수 있어요(2) ⇒ 분수의 덧셈을 할 수 있어요(3) ⇒ 분수의 뺄셈을 할 수 있어요(1) ⇒ 분수의 뺄셈을 할 수 있어요(2) ⇒ 분수의 뺄셈을 할 수 있어요(3) ⇒ 분수의 곱셈을 할 수 있어요 ⇒ 분수의 나눗셈을 할 수 있어요

2) 뉴질랜드

등분할(sharing)활동 ⇒ 분수를 쓰고 읽기 ⇒ 숙제/복습 1 ⇒ 분수 탐구하기 ⇒ 숙제/복습 2 ⇒ 분수의 종류(진분수, 가분수, 대분수 등) ⇒ 동치분수 ⇒ 분수의 의미(양으로서의 분수) ⇒ 분수의 덧셈과 뺄셈 ⇒ 분수의 곱셈 ⇒ 분수의 나눗셈 ⇒ 분수 어렵하기 ⇒ 과제 ⇒ 분수 탐구하기 ⇒ 숙제/복습 2 ⇒ 단원 복습

3) 싱가포르

싱가포르의 경우 분수단원의 도입단계에서의 흐름은 아래와 같은 단계를 거치며 분수지도의 지도계열은 [그림 3]아래에 주어져 있다.



[그림 3] 싱가포르에서의 분수내용의 도입

등분할 활동  $\Rightarrow$  전체와 부분  $\Rightarrow$  분수 크기비교와 크기순으로 나열하기  $\Rightarrow$  동분모 분수의 덧셈(adding like fractions)  $\Rightarrow$  동분모 분수의 뺄셈  $\Rightarrow$  동치분수  $\Rightarrow$  분수 크기비교와 크기순으로 나열하기  $\Rightarrow$  이분모 분수의 덧셈  $\Rightarrow$  이분모 분수의 뺄셈  $\Rightarrow$  가분수와 대분수  $\Rightarrow$  동분모 분수와 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈  $\Rightarrow$  어떤 집합에서의 분수(fraction of a set)  $\Rightarrow$  범자연수와 진분수의 곱셈  $\Rightarrow$  문장제를 활용한 분수 탐구  $\Rightarrow$  진분수의 덧셈과 뺄셈  $\Rightarrow$  대분수의 덧셈과 뺄셈  $\Rightarrow$  진분수의 곱셈  $\Rightarrow$  가분수의 곱셈  $\Rightarrow$  대분수와 범자연수의 곱셈  $\Rightarrow$  분수의 나눗셈  $\Rightarrow$  분수 나누기 범자연수  $\Rightarrow$  문장제를 활용한 분수탐구  $\Rightarrow$  범자연수 나누기 진분수  $\Rightarrow$  진분수 나누기 진분수

한국과 뉴질랜드, 싱가포르 교과서에 나타난 분수내용 지도계열은 사뭇 다르지만 한가지 공통점은 분수 도입의 출발은 모두 등분할 활동 혹은 상황으로 시작한다는 점이다. 그 다음 전개방식은 위에서 알 수 있듯이 나라마다 상당히 차이가 있다. 각국의 분수내용 지도계열에서의 특징은 우리나라와 싱가포르는 비교적 수학의 특성 중에 하나인 계통성을 상당히 중시하는 경향이 뚜렷하고, 뉴질랜드는 우리나라와 싱가포르만큼 체계적이지는 않으나 다른 나라에서 다루지 않는 분수의 어렵하기를 다루고 있다. 또한 싱가포르는 분수를 지도함에 있어서 [그림 3]의 도입단원에서 나타난 바와 같이 차시주제와 관련한 모듈별 토론, 이야기 만들기, 게임이나 놀이학습 등으로 단원의 내용이 구성되어 있어 다른 나라들과는 상당한 차이가 있으며, 다른 나라에서 다루지 않는 어떤 집합에서의 분수를 취급하고 있다. 전반적으로 우리나라와 싱가포르가 분수내용의 지도계열에서 상당히 유사한 측면이 있음을 알 수 있다.

## 2. 주요 학습 내용 도입 시기

한국과 뉴질랜드, 싱가포르의 초등학교 수학에서 학습하고 있는 분수 영역의 주요 학습 내용을 아래와 같이 7가지로 나누고 우리나라의 도입 시기 순으로 배열하여 나머지 두 나라와의 도입 시기를 비교하면 [그림 4]와 같다.



순	주요 학습 내용	한국	뉴질랜드	싱가포르
1	등분할 활동	3-1	Y3	2B
2	분수의 크기 비교	3-1	Y7	3B
3	분수의 종류	3-2	Y4	4A
4	동치분수	3-2	Y7	3B
5	분수의 덧셈과 뺄셈	4-1	Y5	5A
6	분수의 곱셈	5-1	Y6	5A
7	분수의 나눗셈	6-1	Y7	6A

[그림 4] 주요 학습 내용 도입 시기

위의 [그림 4]에서 주요 학습 내용의 도입 시기를 살펴보면 등분할 활동, 분수의 종류, 분수의 덧셈과 뺄셈, 분수의 곱셈, 분수의 나눗셈의 도입 시기는 약간의 차이는 있으나 세 나라가 거의 비슷한 학년에서 도입되고 있음을 알 수 있으며, 분수의 크기비교와 동치분수는 우리나라와 싱가포르는 비교적 비슷한 시기에 도입되지만 상대적으로 뉴질랜드는 상당히 고학년에서 다루고 있음을 알 수 있다.

### 3. 교과서에 나타난 분수의 의미

&lt;표 1&gt; 한국 교과서에 나타난 분수의 의미

학년	분수의 의미	상황의 예
3	전체와 부분 (Part-whole)	우크라이나 국기의 파란색 부분은 전체를 똑같이 2로 나눈 것 중의 1입니다.
	전체와부분/연산자 (Operator)	과자 12개의 1/4
	측정(Measure)	연주의 생일 선물을 포장하기 위하여 아름이는 1.9m, 진석이는 9/10 m의 리본을 사용했습니다. 누가 리본을 더 많이 사용했는지 알아보시오.
4	비율(Ratio)	남녀의 비율은 2 : 1 이었다.
	몫(Quotient)	두 개의 범 자연수 사이의 나눗셈의 결과를 나누낼 때 사용한다. 이때 분수를 나타내는 / 의 의미는 나눈다는 표시로 해석할 수 있다. 이를테면 $3/5 = 3 \div 5$
5-6	연산자(Operator)	도형을 a/b 배만큼 축소 또는 확대 시키거나 원소의 개수를 a/b 배만큼 늘이거나 줄이는 함수로서 분수 a/b를 생각할 수 있다. 이를테면, 18개의 2/3는 얼마인가? 의 문제에서 2/3 라고 하는 것은 '셋마다 둘', 또는 '셋에 대해 둘'을 의미한다.

&lt;표2&gt; 뉴질랜드 교과서\*에 나타난 분수의 의미

\* 뉴질랜드의 초등학교에서 우리의 교과서를 대신하여 사용되고 있는 텍스트 및 자료(Resources)들을 열거하여 보면 Beginning School Mathematics, Numeracy Development Project, Pearson Series, Mathematics Matters, National Curriculum Mathematics, Rigby Mathematics, *Figure it out*, *Connect 3*, *School Mathematics Class Sets*, *Math Development Bond Certificate* 등이 있다. 이 중에서 이탤릭체로 표시된 것은 자료를 나타냄. 본 연구에서는 M.J. Tipler & K. M. Vickers(2010). *New National Curriculum Mathematics*. Stanley Thornes(Publishers)Ltd, Wellington, New Zealand를 분석대상으로 하였다.

학년	분수의 의미	상황의 예
Y3	전체와 부분 (Part-whole)	저학년에서 볼링 핀, 개(dog), 사각형, 머그잔, 모자를 쓰고 있는 아이들 등을 활용하여 똑같이 나누어 보는(sharing)활동이나 색칠을 해보는(shade) 활동을 통해 전체와 부분의 의미를 소개하고 이를 분수로 나타내는 활동을 하고 있다.
Y5	비율(Ratio)	일상생활에서의 상황을 활용한 비율로서의 분수의 의미를 소개하고 있다. 이를테면, 620명의 45%에서 $45\% = 45/100$ 로 나타내어 620의 45%는 $45/100 \times 620 = 279$ 와 같음을 보여주고 있다.
Y5	몫(Quotient)	$45 \div 100 = 45/100$

## 3) 싱가포르 교과서에 나타난 분수의 의미

## &lt;표 3&gt; 싱가포르 교과서에 나타난 분수의 의미

학년	분수의 의미	상황의 예
2	전체와 부분 (Part-whole)	과일, 쿠키, 종이접기, 케이크, 파이, 원 등을 똑같이 나누어 보는 활동을 소개하고 있다.
4	비율(Ratio)	5마리의 장난감 오리га 있는데 그 가운데 2마리가 노란색일 때 장난감 오리의 2/5가 노란색이다.

우리나라의 경우는 전국적으로 동일한 한 가지 종류의 국정교과서에 의해 지도되고 있으나 뉴질랜드나 싱가포르는 우리나라와 같은 국정교과서가 아니라는 점에서 우선 차이가 있다. 분수의 의미는 여러 가지가 있으나 우리나라에서는 대체적으로 그 의미를 골고루 다루고 있지만 상대적으로 뉴질랜드와 싱가포르에서는 그렇지 않았다. 그리고 위의 분수의 여러 가지 의미 중에서 세 나라의 공통점은 도입시점에서는 모두 전체와 부분 즉, 등분할 로서의 개념을 다루고 있다는 점이다. 전체와 부분의 경우 우리나라는 2007 개정 교육과정까지는 주로 저학년에서 다루었고, 도입 시에는 연속량을 활용하고 뒤이어 상급학년에서 분리량을 별도로 다루었으나 2009 개정 교육과정으로 교육과정이 개편되면서 3~4학년 군에서 연속량과 분리량을 통합하여 다루게 되었다. 마찬가지로 뉴질랜드와 싱가포르에서도 연속량과 분리량을 동시에 취급하고 있었다.

#### 4. 분수 개념의 지도소재

##### 1) 한국

① 등분할(3학년): 피자, 케이크, 문구류(2절지, 4절지, 8절지, 16절지 등의 전지), 색종이, 만국기 등을 활용하여 분수 개념의 처음 도입 시에 등분할의 소재로 활용하고 있다.

② 분수로 나타내기(3학년): 국기(우크라이나, 벨기에, 모리셔스 등), 우유, 식빵, 주스, 초콜릿, 케이크, 피자 등

③ 분수의 크기비교(3학년): 색종이, 도화지, 색 테이프

④ 분수의 덧셈과 뺄셈(4학년, 5학년): 벽에 색칠하기, 설탕, 파스, 색 테이프, 수직선

⑤ 분수의 나눗셈(5학년, 6학년): 막대, 밀가루, 넥타이, 초대장, 색 테이프, 참나무, 주스

##### 2) 뉴질랜드

① 등분할: 케이크

② 분수로 나타내기: 동물, 물병, 사람, 돛단배, 영어알파벳, 티셔츠, 연필, 기타 그림, 볼링 핀, 초콜릿

##### 3) 싱가포르

① 등분할: 과일, 쿠키, 종이접기, 오각형

② 분수로 나타내기: 과자, 파이, 원

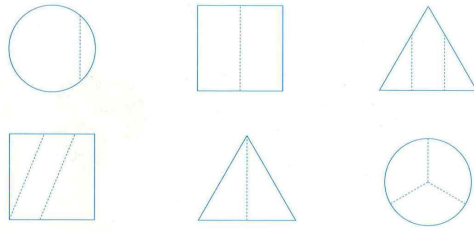
③ 분수의 크기비교: 분수 띠, 다이어그램

분수개념의 지도소재는 나라마다 다양한 소재를 활용하고 있으나 등분할에서는 대체적으로 실생활에서의 연속량을 소재로 활용하고 있었다. 그러나 지금까지 우리나라 교과서의 분수개념의 지도소재는 실생활과의 연계성이 다소 적고 실생활의 상황이 도입되어 사용되었다 하더라도 소재 등의 일부분만 도입, 적용하여 상대적으로 뉴질랜드나 싱가포르에 비해 인위적인 측면이 많았는데 2009 개정 교과서에서는 이에 대한 상당한 개선점이 있어 보인다. 또한 분수로 나타내기에 있어서 싱가포르는 대체적으로 전형적인 소재를 사용하는데 반해 우리나라와 뉴질랜드는 그야말로 다양한 소재를 활용하고 있음을 알 수 있다.

#### 5. 분수 개념 도입 시의 지도 모델

1) 한국

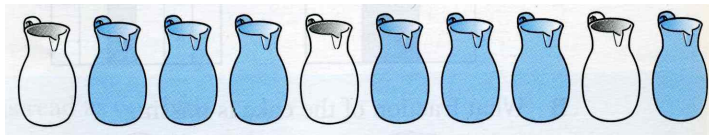
우리나라의 교과서에 소개되는 지도모델\*\* 중 가장 많이 활용되고 있는 모델은 아래 그림과 같이 원모양, 사각형모양, 삼각형모양의 영역모델이라 할 수 있다. 위의 분수개념의 지도소재에서도 알 수 있듯이 우리나라는 도입시점에서 주로 연속량의 모델을 교과서에서 활용하고 있음을 알 수 있다.



[그림 5] 분수 개념 도입 시의 지도모델

2) 뉴질랜드

뉴질랜드도 우리와 같이 분수의 도입시점에서 활용하고 있는 모델은 원모양, 사각형모양, 삼각형 모양 등을 활용하고 있으나 우리나라가 도입시점의 등분할 과정에서 이와 같은 연속량의 모델을 활용하여 똑같이 나누는 개념을 집중적으로 학습한 후, 그 다음 단계로 넘어가서 분수를 나타내는 과정의 초기단계 까지 연속량을 주로 활용하는데 반해 뉴질랜드에서는 분수를 처음 도입하는 시점부터 연속량은 물론이고 아래 그림과 같이 물병이나 사람, 동물, 알파벳, 연필과 같은 이산량을 함께 분수로 나타내기에 활용하고 있다.



[그림 6] 7/10의 분수

3) 싱가포르

\*\* 일반적으로 부분-전체로서의 분수에 대한 지도모델은 영역, 길이, 집합, 넓이의 네 가지가 있으나 분수의 도입 시의 모델로는 영역모델이 주로 가장 많이 사용되고 있다.

싱가포르는 분수의 도입시점에서 원모양, 사각형 모양, 삼각형 모양, 오각형 모양, 분수 띠(막대)형태의 모델들을 사용하고 있다. 싱가포르에서도 뉴질랜드와 마찬가지로 분수의 도입과 동시에 분수로 나타내기를 지도하고 있으나 연속량을 활용한 표현이 주를 이루었다.

한국, 뉴질랜드, 싱가포르 모두 도입시점에서 사용되는 지도모델은 원, 사각형, 삼각형 모양의 모델이 공통적으로 활용되고 있음을 알 수 있다. 다만 도입시점에서 우리나라는 등분할에 대한 활동만을 상당부분 충실히 다루고 난 다음 분수를 도입하는데 반해 뉴질랜드와 싱가포르는 등분할 활동과 동시에 분수로 나타내기를 지도하고 있다는 차이점이 있었다.

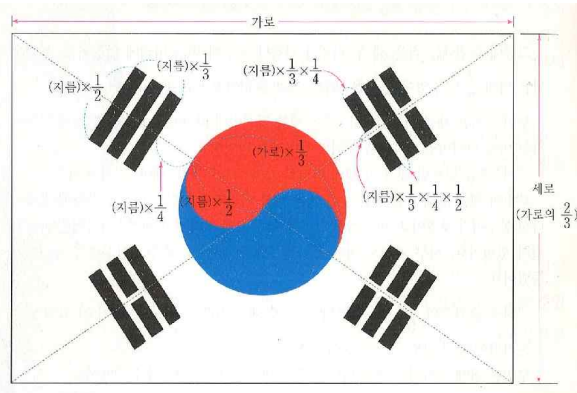
도입시점에서 공통적으로 사용되고 있는 이 영역모델들은 각각 나름대로의 장단점을 가지고 있는데 원모양은 전체가 1이라는 것은 학습자가 쉽게 이해하나 등분할 하기가 어렵다. 반면에 사각형모양의 모델은 원모양의 모델보다는 전체가 1이라는 것은 학습자가 이해하기 어렵지만 등분할 하기가 쉽다는 장점이 있다. 삼각형모양의 모델도 교과서에 소개되고 있으나 이 모델은 사실상 전체가 1이라는 것도 학습자가 이해하기 어렵고 등분할 하기도 어렵다.

## 6. 한국과 뉴질랜드, 싱가포르의 분수지도에서 나타난 몇 가지 특징적인 사례

### 1) 한국

우리나라 교과서의 분수 단원구성은 단원도입, 개별차시, 단원평가, 문제해결, 창의수학 순으로 구성되어 있는데 분수의 단원도입에서 스토리텔링으로 단원의 각 활동이 시작되고 있다. 또한 분수 단원의 끝 부분인 창의수학에서는 이야기 마당, 놀이마당, 체험 마당을 두어 이를 통해 생활 주변 문제, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상과 관련지어 분수를 배움으로써 분수에 대한 가치를 인식하고 분수의 필요성을 느끼도록 하였다. 그 중 특징적인 몇 가지 사례는 아래와 같다.

- ① 3-1학기 6. 분수와 소수의 이야기 마당: 여우의 하루
- ② 4-1학기 4. 분수의 덧셈과 뺄셈의 놀이마당: 모양 조각으로 놀이판을 덮어요.
- ③ 5-1학기 6. 분수의 곱셈의 체험 마당: 태극기에 숨어 있는 분수의 곱셈

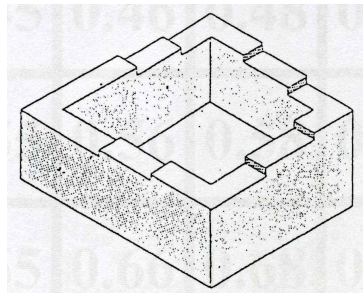


[그림 7] 태극기에 숨어있는 분수의 곱셈

2) 뉴질랜드

① 사각형 계단(The Square Stair)

아래 주어진 퍼센트를 분수로 바꾸어 문제에 주어진 문자와 연결하여 메시지가 무엇인지 알아보시오.



[그림 8] 사각형 계단

- |                                    |                                    |                                    |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| R = 10% = <input type="checkbox"/> | I = 5% = <input type="checkbox"/>  | S = 75% = <input type="checkbox"/> |
| G = 50% = <input type="checkbox"/> | Y = 40% = <input type="checkbox"/> | W = 90% = <input type="checkbox"/> |
| E = 25% = <input type="checkbox"/> | P = 12% = <input type="checkbox"/> | A = 2% = <input type="checkbox"/>  |
| F = 1% = <input type="checkbox"/>  | M = 60% = <input type="checkbox"/> | H = 35% = <input type="checkbox"/> |
| K = 20% = <input type="checkbox"/> | O = 13% = <input type="checkbox"/> | T = 80% = <input type="checkbox"/> |

- |        |        |        |      |        |        |        |        |       |        |
|--------|--------|--------|------|--------|--------|--------|--------|-------|--------|
| 6/10   | 2/100  | 1/10   | 2/10 | 8/10   | 35/100 | 25/100 | 35/100 | 5/100 | 5/10   |
| 35/100 | 25/100 | 75/100 | 8/10 | 25/100 | 12/100 | 13/100 | 1/100  | 8/10  | 35/100 |
| 5/100  | 75/100 | 75/100 | 8/10 | 2/100  | 5/100  | 1/10   | 9/10   | 2/100 | 4/10   |

② 분수 길(Fraction Paths)

합이 사각형 옆에 주어진 수가 되게 분수들을 연결하는 선을 그려보시오. 어떤 수에서 시작하여 어떤 수에서 끝나도 상관없지만 각각의 작은 사각형(cell)은 오직 한번만 지날 수 있으며 한 가지 길 이상이 가능할 수도 있다.

4

$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{4}{3}$

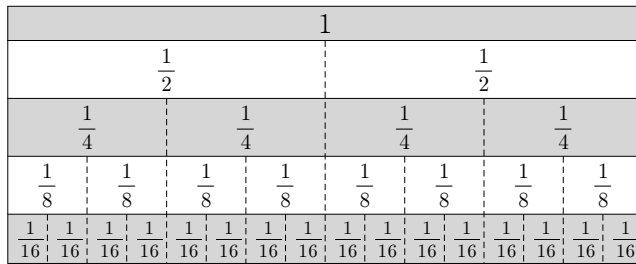
3

$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6}$

3) 싱가포르

① 동치분수

동치분수를 보여주고 있는 아래 그림을 보고 분수의 비어 있는 분자를 써 넣으시오.



[그림 9]

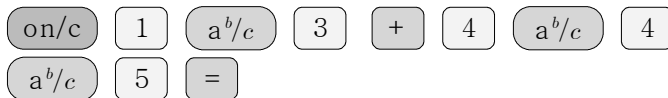
(a)  $1 = \frac{\quad}{4}$

(b)  $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{8}$

(c)  $\frac{3}{8} = \frac{\quad}{16}$

② 계산기를 활용한 분수의 덧셈

$\frac{1}{3} + 4\frac{4}{5}$  를 계산하기 위하여 아래와 같이 계산기의 키를 차례대로 눌러 보시오.





계산기의 화면에  $5\frac{2}{15}$  가 나타날 것입니다

그러므로  $\frac{1}{3} + 4\frac{4}{5} = 5\frac{2}{15}$  가 됩니다.

③ 짝이 없는 분수 찾기

각 짝마다 서로 다른 색깔을 사용하여 아래 그림에서 같은 값을 갖는 대분수와 가분수를 같은 색으로 색칠하여 보시오. 남은 두 개의 분수가 짝이 없는 분수가 됩니다.


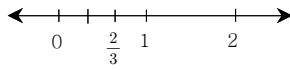


[그림 10]

7. 한국과 뉴질랜드, 싱가포르의 분수표현에서 나타난 공통점

분수를 표현하면서 용어와 기호를 사용하는 과정은 나라마다 조금씩 차이가 있지만 한국과 뉴질랜드, 싱가포르에서의 아동들이 분수를 표현하면서 용어와 기호를 사용하는 과정은 대체적으로 아래와 같은 순차적인 단계를 거쳐서 분수를 표현하고 있음을 알 수 있었다.

〈표 4〉 한국과 뉴질랜드, 싱가포르의 분수표현에서 나타난 공통점

아동들의 분수표현	예: 피자 한판의 2/3에 대한 표현
①양을 나타내기 위해 주로 그림이나 물리적인 자료를 활용	
②수와 단어들의 사용	피자한판의 2/3, 1/3 + 1/3
③미지의 분수를 이미 잘 알고 있는 분수와 관련짓기	전체보다는 작지만 1/2보다는 크다
④수직선상에 양의 위치 나타내기	
⑤표준화된 분수 기호의 사용	2/3

## V. 마치며

지금까지의 논의로부터 한국, 뉴질랜드 그리고 싱가포르에서의 분수지도에 관한 분석결과는 다음과 같다.

첫째, 수학과 교육과정의 측면에서는 세 나라 모두 양의 등 분할을 통해 분수를 도입하고 있는 점은 같으나 지도내용에 있어서는 우리나라와 싱가포르가 유사한 측면이 있는 반면 뉴질랜드는 교육과정에 8단계의 수준(level)을 명시하고 각 수준별로 무엇을 성취하여야 하는가를 보여주고 있으며 지도내용 면에서도 차이가 있었다.

둘째, 분수단원 도입의 단원구성은 세 나라 모두 나름대로의 특성을 가지고 있었지만 한가지 공통점은 모두 등분할로서 시작하고 있었다는 점이다. 우리나라의 경우 분수지도에서 교과서의 구성을 보면 단원도입, 개별차시, 단원평가, 문제해결, 창의수학 순으로 구성되어 있는데 단원도입에서 스토리텔링으로 단원의 각 활동이 시작되고 있으며 단원의 끝 부분인 창의수학에서는 이야기 마당, 놀이마당, 체험 마당을 두어 이를 통해 분수에 대한 가치를 인식하고 분수의 필요성을 느끼도록 하였다라는 것이 우리나라 교과서의 분수지도에서 나타나는 특징이라 할 수 있다. 그러나 지도방법적인 측면에서 뉴질랜드의 경우 등 분할과 관련된 문장제 문제를 만들고 해결하는 것으로부터 출발하여 분수의 어려움을 다루고 있고, 싱가포르의 경우 차시주제와 관련한 모듈별 토론을 통한 이야기를 만들고, 만든 이야기를 급우들과 공유하는 과정이 포함되어 있다는 점은 우리와는 다른 특이한 점이라 할 수 있다.

셋째, 주요학습 내용의 도입시기에서는 분수의 의미, 분수의 종류, 분수의 덧셈과 뺄셈, 분수의 곱셈, 분수의 나눗셈의 도입 시기는 세 나라가 거의 비슷한 학년에서 다루고 있었지만 분수의 크기비교와 동치분수는 우리나라와 싱가포르는 비교적 비슷한 시기에 도입되었지만 상대적으로 뉴질랜드는 상당히 고학년에서 다루고 있음을 알 수 있었다.

넷째, 분수의 도입시점에서 세 나라 모두 연속량과 분리량을 동시에 취급하고 있었으며 교과서에서 다루는 분수의 의미는 우리나라는 대체적으로 분수의 여러 가지 의미를 골고루 다루고 있었지만 상대적으로 뉴질랜드와 싱가포르에서는 그렇지 않았다.

다섯째, 분수개념의 지도소재는 나라마다 다양한 소재를 활용하고 있었지만 등분할 에서는 대체적으로 실생활에서의 연속량의 소재를 활용하는 공통점이 있었다. 하지만 분수로 나타내기에 있어서는 뉴질랜드는 우리나라, 싱가포르와 같이 전형적인 소재를 탈피하여 그야말로 다양한 소재를 활용하고 있었다.

여섯째, 분수의 도입시점에서 사용되는 지도모델은 한국, 뉴질랜드, 싱가포르 모두 원, 사각형, 삼각형 모양의 모델이 공통적으로 활용되고 있음을 알 수 있었다. 다만 도입시점에서 우리나라는 등분할에 대한 활동만을 충실히 하는 반면에 뉴질랜드와 싱가포르는 도입과 동시에 분수로 나타내기를 지도하고 있다는 차이점이 있었다.

일곱째, 한국과 뉴질랜드, 싱가포르의 아동들이 분수표현을 하는데 있어서 나타난 공통점은

양을 나타내기 위해 주로 그림이나 물리적인 자료를 활용하거나 수와 단어들의 사용, 미지의 분수를 자신이 이미 잘 알고 있는 분수와 관련짓기, 수직선상에 양의 위치 나타내기, 표준화된 분수 기호의 사용 등으로 나타났다.

이상 세 나라의 교과서에 나타난 분수지도의 논의로부터 우리나라 분수지도시에 고려해야할 시사점을 제언하면 다음과 같다.

첫째, 분수개념의 도입 시에 세 나라 모두의 공통점이 등분할로 시작하는 것은 좋으나 등분할 활동에만 치중한 나머지 학생들이 무엇 때문에 분수를 학습하는지 분수가 우리 생활에 어디에 쓰이는지와 같은 구체적인 상황이 부족하다. 따라서 교과서 혹은 교사의 지도 시 이에 대한 보완이 필요하다.

둘째, 분수개념을 지도하는 소재 면에서 정형적인 소재를 탈피하여 학생들이 실생활에서 자연스럽게 보고 접할 수 있는 보다 더 다양한 소재를 활용할 필요가 있다.

셋째, 분수개념의 도입 시에 등분할 활동도 중요하지만 분할과 반복(iterating)이라는 가역적인 조작활동을 통해 전체와 단위분수에 대한 개념지도가 명확히 이루어질 필요가 있다. 왜냐하면 전체와 단위분수에 대한 개념은 그 이후에 학습하

게 될 분수 연산에 대한 기초가 되기 때문이다.

결론적으로 초등수학에서 다루고 있는 분수에 대한 계산을 정확하게 할 수 없으면 중·고등학교에서 다루게 되는 대수적인 사고를 요하는 문제에서도 상당한 어려움을 겪을 수밖에 없다. 따라서 분수를 지도할 때 위에서 고찰한 논의를 바탕으로 어떤 내용이 가장 좋은지, 어느 시점에서 어떤 소재로 이 내용을 소개하는 것이 좋은지, 어떤 방식으로 지도하는 것이 좋은지에 관한 교사들의 많은 고민이 뒤따라야 할 것이다.

## 참고문헌

- [1] 교육과학기술부(2014a). 3~4학년군 수학 3-1 교사용 지도서. 서울: 천재교육
- [2] 교육과학기술부(2014b). 3~4학년군 수학 3-2. 서울: 천재교육.
- [3] 교육과학기술부(2014c). 3~4학년군 수학 4-1. 서울: 천재교육.
- [4] 교육과학기술부(2015a). 5~6학년군 수학 5-1. 서울: 천재교육.
- [5] 교육과학기술부(2015b). 5~6학년군 수학 6-1. 서울: 천재교육.
- [6] Lu Jitan(2007). *New Syllabus Primary Mathematics 2B*. Primary Mathematics, Shinglee Publishers PTE LTD.
- [7] Lu Jitan(2007). *New Syllabus Primary Mathematics 3B*. Primary Mathematics, Shinglee Publishers PTE LTD.
- [8] Lu Jitan(2007). *New Syllabus Primary Mathematics 4A*. Primary Mathematics, Shinglee Publishers PTE LTD.
- [9] Lu Jitan(2007). *New Syllabus Primary Mathematics 4B*. Primary Mathematics, Shinglee Publishers PTE LTD.
- [10] Lu Jitan(2007). *New Syllabus Primary Mathematics 5A*. Primary Mathematics, Shinglee Publishers PTE LTD.
- [11] Lu Jitan(2007). *New Syllabus Primary Mathematics 6A*. Primary Mathematics, Shinglee Publishers PTE LTD.
- [12] M.J. Tipler & K. M. Vickers (2010). *New National Curriculum Mathematics 3*. Stanley Thornes(Publishers)Ltd, Wellington, New Zealand.
- [13] M.J. Tipler & K. M. Vickers (2010). *New National Curriculum Mathematics 4*. Stanley Thornes(Publishers)Ltd, Wellington, New Zealand.
- [14] M.J. Tipler & K. M. Vickers (2010). *New National Curriculum Mathematics 5*. Stanley Thornes(Publishers)Ltd, Wellington, New Zealand.
- [15] M.J. Tipler & K. M. Vickers (2010). *New National Curriculum Mathematics 6*. Stanley Thornes(Publishers)Ltd, Wellington, New Zealand.

- [16] M.J. Tipler & K. M. Vickers (2010). *New National Curriculum Mathematics 7*. Stanley Thornes(Publishers)Ltd, Wellington, New Zealand.
- [17] Ministry of Education (2008). *Mathematics in the New Zealand Curriculum*. Wellington: the Ministry of Education by Learning Media Ltd, New Zealand.
- [18] Ji-Won Son(2011). *Comparing the Korean perspective on teaching and learning fractions to both Japanese and U.S. curricula allows us to analyze and ponder some possible changes*. Teaching Children Mathematics.

Choi, Chang Woo

Department of Mathematics Education

Daegu National University of Education

219, Jungang-daero, Nam-gu, Daegu, Korea

E-mail: cwchoi@dnue.ac.kr