

초등예비교사의 ‘어림하기’ 이해에 대한 고찰¹⁾

A Study on Elementary Pre-service Teacher's Understanding about ‘Estimation’

김 성 준

ABSTRACT. The purpose of this study is to investigate and analyze the understandings of elementary pre-service teachers about ‘estimation’ in the elementary mathematics. Together with this analysis, we identify elementary pre-service teacher’s Mathematical Pedagogical Contents Knowledge(MPCK), especially focusing to Subject Matter Knowledge(SMK). In order to this goals, we investigate contents relating to ‘estimation’ from 1st curriculum to 2009 revised curriculum and compare ‘rounding up’, ‘rounding off’, ‘rounding’ in the elementary mathematics textbooks. As results of investigations, ‘estimation’ has been teaching at the ‘Measurement’ domain from 3rd curriculum, but contexts of measuring weaken from 7th curriculum. ‘Rounding up(off)’ is defined three types in the textbooks from 1st to 2009 revised curriculum.

And we examine elementary pre-service teachers through the questions on these ‘estimation’ contents. On the analysis of pre-service teacher’s understanding relating MPCK, four themes is summarized as followings: the understanding of ‘0’ in the ‘rounding up’, the cognitive gap between ‘rounding up’ and ‘rounding off’, the difference of percentage of correct answers according to types of question in the ‘rounding up’, and the difference between the definition of ‘rounding up’ and the definition of ‘rounding’.

1) 이 논문은 2016년도 부산교육대학교 교내 연구과제 지원을 받아 수행된 연구임.

Received January 16, 2017; Accepted February 19, 2017.

2010 Mathematics Subject Classification: MSC 97C30, 97D50

Key words: estimation, rounding up, rounding off, rounding, elementary pre-service teachers, mathematical pedagogical contents knowledge(MPCK), elementary mathematics curriculum and textbooks

I. 서론

수학교육에서 초등학교 교사의 전문성을 고려한다면 ‘교수학적 내용 지식’(PCK)은 중요하게 다루어져야 한다(방정숙·김상화, 2007). 이는 학교 교육의 질을 개선하기 위한 교실 수업 살리기의 핵심에 교사가 놓여 있기 때문으로(최승현·황혜정, 2008), 교사에게 있어서 우선적으로 요구되는 것이 다름 아닌 ‘수업 전문성’이기 때문이다. 일반적으로 수업 전문성에는 교사의 전문적 지식을 포함하여 수업 계획, 수업 실천, 교사의 책무성 등이 있으며(곽영순·강호선, 2005), 이 가운데 수학 수업에서의 교사의 전문적 지식에 초점을 맞춘 것이 다름 아닌 ‘수학과 교수학적 내용 지식’(MPCK, Mathematical Pedagogical Contents Knowledge)이다.³⁾

본 연구는 이와 같은 ‘수학과 교수학적 내용 지식’을 주제로 다룬 학부 강의에서 출발한다. 이 강의는 초등예비교사인 교육대학교 학부 4학년생을 대상으로 초등학교 수학과에서 다루는 ‘수학 내용 지식’(Subject Matter Knowledge, SMK) 중 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계 등 각 영역의 수학적 개념을 중심으로 한 것인데, 초등학교 수학 수업에 필요한 내용 지식을 각 주제별로 살펴보기 위한 것이다.⁴⁾ 강의에 참여한 초등예비교사들은 2013학년도에 B교육대학교 수학교육과에 입학한 학생들로, 지난 3년간 수학교육을 심화(부전공)과정으로 이수하면서 초등학교 교과 전반의 이론과 실재를 수강해온 학생들이다. 본 연구는 MPCK와 관련하여 측정 영역 가운데 특히 ‘어림하기’ 주제에서 초등예비교사들의 반응을 분석한 것으로, 이를 위해 초등학교 수학과 교육과정에서 ‘어림하기’ 관련 내용을 함께 비교, 검토하였다.⁵⁾

‘어림하기’를 주제로 한 검사 문항의 예는 <그림 1>과 같다. 1번과 2번 문항에서 MPCK와 관련하여 생각해볼 점은 2가지이다. 첫 번째는 올림에서 자릿값에 따른 ‘0’ 처리 문제와 관련된 것이고, 두 번째는 ‘일의 자리에서’, ‘십의 자리에서’와 같이 주어진 수의 자리에서 올림하면 얼마인지를 묻는 문제의 기술 양식과 연관된 것이다. 1번 문항은 250에서 일의 자리 숫자가 0이고, 2번 문항은 1004에서 십의

3) Shulman(1986) 이후 교사에게만 해당하는 독특한 지식이 존재한다는 것은 어느 정도 합의가 이루어져 있지만, 이러한 교수학적 내용 지식의 구성 요소에 대한 논의는 여전히 진행 중이다(송근영·방정숙, 2013).

4) 최승현·황혜정(2008)은 수학과 교수학적 내용 지식을 정의하면서 그 요소 가운데 하나로 수학 내용 지식을 들고 있는데, 그 하위요소에는 교육과정 내용 이해, 수학적 개념, 수학과 내 또는 타 교과와의 연계 등이 있다.

5) 2009 개정 수학과 교육과정에서 ‘어림하기’는 측정 영역 내에서 다루어지고 있다. 그러나 ‘어림하기’는 측정 영역의 주요 활동으로서의 ‘어림’과는 구별되는 특정 내용을 지칭하기 위한 용어로 사용되었는데, 곧 올림, 버림, 반올림을 이용한 수의 어림과 이상, 이하, 초과, 미만을 이용한 수의 범위를 다루고 있다.

자리 숫자가 0이지만 일의 자리 숫자는 4이다. 이것은 1번과 2번 문제를 이해하는 과정뿐만 아니라 그 결과에 있어서도 결정적인 차이를 낳는데, 이와 관련된 논의는 3장에서 보다 자세하게 살펴볼 것이다.

1. 250에서 일의 자리에서 올림하면 얼마입니까?

2. 1004에서 십의 자리에서 올림하면 얼마입니까?

<그림 2> '올림'에 대한 문항

한편 강의에 참여한 초등예비교사들은 7차 교육과정으로 초등학교 교육과정을 이수한 학생들이다. 7차 교육과정의 경우 4-나 단계 6단원 '어림하기'에서 <그림 2>와 같이 '올림'을 정의하고 있다.

284를 십의 자리까지 나타내기 위해서 십의 자리 아래 수를 올려서 290으로 나타낼 수 있고, 백의 자리까지 나타내기 위해서 백의 자리 아래 수를 올려서 300으로 나타낼 수 있습니다.

이와 같이, 구하려는 자리의 아래 수를 올려서 나타내는 방법을 올림이라고 합니다.

<그림 3> 7차 교과서 4-나(교육인적자원부, 2000, p.82)

<그림 2>와 같이 7차 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서⁶⁾에 제시된 '올림'의 약속하기는 어떤 수의 자리에서 올림하는가에 초점을 맞춘 것이 아니라 어떤 자리까지 나타내기 위해 그 자리 아래 수를 올리는 것으로 올림을 정의하고 있다.⁷⁾ 그러나 학생들은 <그림 1>과 같은 형태의 질문 곧, 어떤 수의 자리에서 올림하여 어림값을 구하는 질문에 익숙한 반응을 보였다. 또 2개 문항 모두에서 학생들의 답은 2가지 이상으로 나뉘었는데 곧, 1번 문항의 답은 250과 260으로 나뉘었으며, 2번 문항의 경우는 1000과 1100, 그리고 일부 학생은 1004로 답하였다.

이처럼 몇 가지 답의 유형들이 발생한 원인을 분석하면서 본 연구는 시작되었는데, 이로부터 올림과 반올림 등 '어림하기'와 관련된 MPCK 전반에 대한 논의를 이끌어내고 이를 통해 초등학교 수학과 교육과정 및 교과서에서 '어림하기' 개념을 검토한다. 이를 위해 먼저 1차 교과서에서부터 2009 개정 교과서까지 '어림하기'

6) 본 연구에서는 '7차 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서'를 '7차 교과서'로 간략하게 기술하고, 이하 다른 교육과정에서도 이와 같은 방식으로 기술한다.

7) '어림하기'와 관련해서 올림과 반올림의 정의가 교육과정에 따라 어떻게 제시되고 있는지에 대해서는 2장에서 보다 자세하게 살펴본다.

에 해당하는 ‘올림’(切上), ‘버림’(切捨), ‘반올림’(四捨五入)과 관련하여 초등수학 교과서에 제시된 정의와 그 내용을 살펴본다. 그리고 초등예비교사들을 대상으로 ‘어림하기’와 관련된 검사 문항을 제시하고, 이들이 답한 정답과 오답을 토대로 수학 내용 지식 측면에서 초등예비교사들이 올림, 버림, 반올림의 개념을 어떻게 이해하고 있는지 살펴본다.

이를 통해 본 연구에서는 초등수학에서 ‘어림하기’와 관련해서 이 개념을 지도할 때 고려해야 할 수학 내용 지식과 초등예비교사들의 오개념을 개선하기 위한 방안을 함께 생각해본다. 또 이러한 논의로부터 초등학교 수학을 지도하는 과정에서 수학적 개념을 정의할 때 그 개념을 설명하는 맥락과 방식에 따라 교수학적 내용 지식을 이해하는 과정이 달라질 수 있음을 확인하고, MPCK 측면에서 수학 내용 지식에 대한 분석이 필요함을 제안할 것이다.

II. 초등수학 교과서에 제시된 올림(버림)과 반올림

2009 개정 수학과 교육과정에서 ‘어림하기’는 4학년 2학기 4단원에서 다루어지고 있다. 먼저 이상, 이하, 초과, 미만과 같은 수의 범위를 지도하고, 이와 함께 어림수를 구하는 방법으로 올림, 버림, 반올림을 다루고 있다.

이들 각각의 의미를 살펴보면, 먼저 올림은 절상(切上)을 번역한 것으로 ‘끊어서 위로 올린다’라는 뜻이다. 올림은 영어로는 ‘rounding up’이라고 하는데, 이는 ‘아래의 것을 정돈해서 위로 보내다’라는 뜻이다. 버림은 절사(切捨)를 번역한 것인데, ‘끊어서 버린다’는 뜻이고, 영어로는 ‘rounding off’가 되는데, 이는 ‘아래의 것을 정돈해서 떼어 버린다’라는 뜻이 있다. 한편 반올림은 사사오입(四捨五入)을 번역한 것으로 ‘(5를 기준으로) 5 이상이면 올리고, 5 미만이면 버린다’라는 뜻인데, 영어로는 ‘rounding(to the nearest whole number)’이다(박교식, 2001).

4차 교육과정 이후 초등수학에서 ‘어림하기’에 해당하는 내용은 측정 영역(3차에서는 측도 영역)에 해당하는 단원이지만, 그러나 일반적으로 생각하는 ‘어림’과는 구별되는 특정 내용으로 구성되어 있다. 이에 대해서 살펴보면 다음과 같다.

‘어림하기’라는 용어는 7차 교육과정에서 처음으로 도입되었는데, 그 이전에는 ‘어림하기’ 대신 ‘어림수, 어림값, 근삿값, 측정값의 처리 방법’ 등의 용어를 사용해 왔다. 이와 관련해서 <표 1>(장혜원, 2016)은 1차 교육과정부터 2009 개정 교육과정까지 ‘어림하기’와 관련된 지도 내용을 정리한 것으로, 여기서 ‘어림하기’는 ‘측정값을 근삿값으로 나타낼 때 측정값의 끝수 처리 방법을 이해하게 한다.’ 또는 ‘측정값의 처리 방법으로 반올림, 올림, 버림을 알게 한다.’에서와 같이 측정 영역과 관련되어 있다. 그러나 ‘어림’을 측정이 이루어지는 과정에서 양감과 관련하여

양을 재는 활동으로 본다면, '어림하기'는 측정 활동의 결과인 측정값 즉, 측도(測度)로 표현된 측정값의 처리 방법으로 생각할 수 있다. 따라서 본 연구에서 사용하는 '어림하기'는 일련의 측정 활동에 포함된 요소로서 양의 어림을 뜻하는 것이 아니라 수 또는 측정값을 어림해서 나타내는 표현과 관련된 특정 내용 곧, 올림, 버림, 반올림과 같이 어림수(또는 어림값, 근삿값)를 나타내는 방법을 의미한다. 결국 본 연구에서 살펴볼 '어림하기'는 양을 측정한 결과인 측도에서, 이러한 측도를 어림값으로 표현하기 위해 사용하는 올림, 버림, 반올림을 다루기 위한 주제이다.⁸⁾

한편 <표 1>에서 '어림하기' 내용을 간략하게 살펴보면, 1차와 2차 교육과정에서는 수를 어림하여 나타내는데 초점을 두었기에 수, 계산 영역으로 다루어졌다. 그러다가 4차 교육과정 이후부터 측정값을 근삿값으로 나타내는 과정에서 측정값의 끝수 처리 방법으로 어림수의 의미를 알고 이를 활용하기 위해 반올림, 올림, 버림을 측정 영역에서 다루었다. 그러나 7차 교육과정 이후부터는 양을 실제로 측정하는 과정이 약화되면서 이를 대신하여 '어림하기'라는 용어를 사용하고 있으며, 올림, 버림, 반올림을 어림값을 구하기 위한 방법으로 다루면서 그 필요성과 의미를 강조하는 것으로 변화되어 왔다.

<표 1> '어림하기' 중 올림, 버림, 반올림과 관련된 내용

	학년	지도 내용
1차	6	어림수를 이해하고 읽고 활용하는 능력 [수]
2차	4	10만까지의 수 [수] - 필요에 따라 어림수를 쓰기(올림, 내림, 반올림)
	5	정수, 소수의 덧셈과 뺄셈 [계산] - 반올림법의 이해와 활용 정수, 소수의 곱셈, 나눗셈 [계산] - 곱이나 몫의 크기를 어림수로 알아보기
3차	5	참값과 근삿값의 관계에서 어림수의 의미를 알아보기 [측도] - 반올림, 올림, 버림을 이용한 근삿값의 오차의 한계 알아보기
4차	4	측정값을 근삿값으로 나타낼 때 측정값의 끝수 처리 방법을 이해하게 한다. - 반올림
	5	측정값을 근삿값으로 나타낼 때 측정값의 끝수 처리 방법과 오차를 알아보고, 이를 활용할 수 있게 한다. - 올림, 버림

8) 2009 개정 수학과 교육과정에서 '어림'과 '어림하기'의 차이를 찾아보면, 3~4학년군 교수 학습방법 및 유의사항에서 '시간, 길이, 둘레, 무게, 각도를 재거나 어림하는 활동을 통하여 여러 가지 속성에 대한 양감을 기르게 한다.'가 나오는데, 여기서 어림하는 활동은 본 연구에서의 '어림하기' 곧, 올림, 버림, 반올림을 이용해서 어림수를 구하는 것과는 다른 맥락에서 제시된 것이다.

5차	4	측정값을 근삿값으로 나타낼 수 있게 하고, 이를 활용할 수 있게 한다. - 반올림, 올림, 버림
	5	측정값을 근삿값으로 나타낼 수 있게 하고, 근삿값의 어림셈을 할 수 있게 하며, 이를 활용할 수 있게 한다.
6차	4	측정값의 처리 방법으로 반올림, 올림, 버림을 알게 한다.
	5	참값과 근삿값의 관계를 이해하게 한다.
	6	어림수와 어림셈이 사용되는 경우를 통하여 이를 활용할 수 있게 한다.
7차	4-나	어림하기 - 반올림, 올림, 버림의 뜻(어림의 의미)을 알고, 이를 생활에 활용할 수 있다.
2007 개정	4	어림하기 - 어림값을 구하기 위한 방법으로 반올림, 올림, 버림의 의미와 필요성을 알고, 이를 실생활에 활용할 수 있다.
2009 개정	3~4	어림하기 - 어림값을 구하기 위한 방법으로 올림, 버림, 반올림의 의미와 필요성을 알고, 이를 실생활에 활용할 수 있다.

다음으로 초등학교 수학 교과서에 제시된 ‘올림’의 정의와 그 내용을 교육과정별로 살펴보면 <표 2>와 같다.

<표 2> 교과서에 제시된 ‘올림’의 정의

	학년	정의를 지도하기 위한 내용
1차	6	어림수를 이해하고 읽고 활용하는 능력 [수]
2차	4-1 p.70	3사람이 똑같이 돈을 내어 공동으로 81원짜리 동화책을 사서 돌려보기로 한다면, $81\text{원} \div 3 = 27\text{원}$, 27원씩 내면 되지만, 1원짜리와 그 밑의 화폐를 구하지 못하여, 7원 대신 10원씩으로 정하여서, 1사람에게서 30원씩을 모았다. 그리고 책을 사고 난 나머지는 구호금으로 냈다. 이와 같이 하는 것을 “올림”이라 하고, “일의 자리에서 올렸다.”라고 한다.
3차	4-2 p.94	10권씩 1묶음으로 묶여져 있는 공책이 있다. 이것을 243명의 어린이에게 각각 1권씩 나누어 주려면 몇 묶음이 있어야 하는가를 생각해 보자. 필요한 공책은 243권이므로, 이 경우 이것보다 많은 것은 관계 없으나 적어서는 안 된다. 그런데 공책은 10권 단위로 묶여져 있으므로 24묶음으로는 부족하고, 25묶음, 즉 250권이 필요한 것이다. 이 경우 243의 근삿값으로 250을 얻은 것이 된다. 이와 같이 근삿값을 구하는 경우에, 구하는 자리의 숫자를 1만큼 크게 하고 그것보다 아래 자리의 숫자는 모두 0으로 하는 것을 ‘올림’이라고 한다.
4차	4-2 p.145	위문품을 포장하는데 섹테이프가 283m 필요하다고 한다. 그런데 섹테이프는 10m 단위로만 팔고 있다. 몇 m를 사야 하겠는가? 근삿값을 구할 때에는 어떤 자리의 수를 올려서 나타내는 경우가 있다. 이와 같이 올려서 나타내는 것을 올림이라고 한다.

5차	4-2 p.101	철수는 색테이프 324cm가 필요하여 사려고 갔더니 색테이프는 100cm 단위로 판다고 한다. 몇 cm를 사야 하겠는가? 300cm의 색테이프를 가지고는 부족하므로 400cm의 색테이프를 사야 한다. 이 때 400은 324에서 백의 자리의 아래 수를 올려서 나타낸 수이다. 이와 같이 어떤 자리의 아래 수를 올려서 나타내는 방법을 올림이라고 한다.
6차	4-2 p.106	다음은 구하려는 자리의 아래 수를 올려서 나타낸 수이다. 345 → 350 1231 → 1300 1405 → 2000 (십의 자리) (백의 자리) (천의 자리) 이와 같이 구하려는 자리의 아래 수를 올려서 나타내는 방법을 올림이라고 한다.
7차	4-나 p.82	284를 십의 자리까지 나타내기 위해서 십의 자리 아래 수를 올려서 290으로 나타낼 수 있고, 백의 자리까지 나타내기 위해서 백의 자리 아래 수를 올려서 300으로 나타낼 수 있습니다. 이와 같이, 구하려는 자리의 아래 수를 올려서 나타내는 방법을 올림이라고 합니다.
2007 개정	4-2 p.88	384를 십의 자리까지 나타내기 위해서 일의 자리 숫자 4를 10으로 하여 390으로 나타낼 수 있습니다. 이와 같이 나타내는 방법을 올림이라고 합니다. 즉, 384를 일의 자리에서 올림하면 390이 됩니다.
2009 개정	4-2 p.129	204를 십의 자리까지 나타내기 위하여 일의 자리 숫자 4를 10으로 보고 210으로 나타낼 수 있습니다. 이와 같이 구하려는 자리 미만의 수를 올려서 나타내는 방법을 올림이라고 합니다. 204는 십의 자리 미만을 올림하면 210, 백의 자리 미만을 올림하면 300이 됩니다.

초등수학 교과서에서 올림을 정의하면서 함께 제시된 내용을 살펴보면, 올림은 3차 교육과정 이후 4학년 2학기에서 줄곧 지도되고 있는데, 2차부터 5차 교과서까지는 구체적인 맥락을 강조하여 올림을 설명하고 있는데 비해 6차 교과서 이후부터는 주로 수학적 의미를 설명하는데 초점을 맞추고 있다. 여기서 주목할 부분은 올림의 설명에서 '어떤 자리에서 올렸다'는 표현과 '어떤 자리 아래 수를 올렸다'는 표현이 교육과정별로 달리 나타난다는 사실이다. 이에 본 연구에서는 첫 번째 유형을 어떤 자리에서 올림을 하는 것으로, 두 번째 유형은 구하려는 아래 자리의 숫자를 올리는 것으로, 그리고 세 번째 유형은 어떤 자리까지 나타내기 위해 올림을 하는 것으로 구분하여 살펴본다.⁹⁾

먼저 '올림'을 '어떤 자리에서 올렸다'로 설명하는 첫 번째 유형을 살펴보면, 2차 교과서에서 올림을 설명하면서 '일의 자리에서 올렸다'와 4차 교과서에서 '어떤 자리의 수를 올려서 나타내는 경우'를 찾아볼 수 있다. 그리고 2007 개정 교과서에서는 십의 자리까지 나타내기 위해 일의 자리 숫자를 10으로 하여 나타내는 방법을 올림이라고 정의하면서 동시에 384를 일의 자리에서 올림하면 390이 된다고

9) 교육과정별로 '버림'의 정의와 그 정의를 지도하기 위한 내용을 살펴보면 '올림'과 같은 맥락에서 정의되고 있다. 곧, '올렸다'를 대신하여 '버렸다'는 표현으로 대체된 것을 제외하면 동일하다.

부연하고 있다.

두 번째 유형은 ‘어떤 자리(또는 구하려는 자리) 아래 수를 올렸다’는 표현으로 올림을 설명하는 것으로, 3차 교과서에서는 ‘구하는 자리의 숫자를 1만큼 크게 하고 그것보다 아래 자리의 숫자는 모두 0으로 하는 것’으로 설명한 것이다. 5차 교과서에서는 ‘어떤 자리의 아래 수를 올려서 나타내는 경우’로, 6차 교과서에서는 ‘구하려는 자리의 아래 수를 올려서 나타내는 방법’으로 올림을 설명하고 있는데, 이를테면 5차 교과서에서 ‘400은 324에서 백의 자리의 아래 수를 올려서 나타낸 수이다.’와 같이 올림을 정의하고 있다.

세 번째 유형은 두 번째 유형과 유사하지만 올림을 정의하는 과정에서 전제를 달아 놓은 것으로, 7차 교과서에서부터 2009 개정 교과서에서 제시된 정의 유형에 해당한다. 곧, 7차에서는 ‘284를 십의 자리까지 나타내기 위해서~’, 2007 개정 교과서에서는 ‘384를 십의 자리까지 나타내기 위해서~’, 그리고 2009 개정 교과서에서는 ‘204를 십의 자리까지 나타내기 위해서~’라는 전제를 한 다음 ‘구하려는 자리의 아래 수를 올려서 또는 구하려는 자리 미만의 수를 올려서 나타내는 방법을 올림이라고 합니다.’와 같이 정의하고 있다.

이처럼 초등수학 교과서의 올림의 정의는 교육과정의 변화에 따라 유형화할 수 있는데, 여기서 올림은 어떤 자리에서 올리는 것이 아니라 어떤 자리까지 나타내기 위해 올려서 어림하는 것으로 초점이 전환되어 왔으며 이는 ‘어림하기’와 관련된 수학 내용 지식에서 중요하게 다루어져야 하는 부분이다.¹⁰⁾

다음으로 초등학교 수학 교과서에 제시된 반올림의 정의를 교육과정별로 살펴보면 <표 3>과 같다.

<표 3> 교과서에 제시된 ‘반올림’의 정의

	학년	정의를 지도하기 위한 내용
1차	6	어림수를 이해하고 읽고 활용하는 능력 [수]
2차	4-1 p.71	어림수로 몇 천까지를 나타낼 때, 백의 자리의 숫자가 0, 1, 2, 3, 4이면 그 숫자를 버려서 0으로 보고, 5, 6, 7, 8, 9이면 올려서 10으로 본다. 이와 같이 하는 것을 “반올림”이라고 한다.
3차	4-2 p.92	구하는 자리보다 한 자리 아래에 있는 숫자가 5, 6, 7, 8, 9인 경우는 구하는 자리의 수를 1만큼 크게 하고, 0, 1, 2, 3, 4인 경우는 구하는 자리의 수를 그대로 둔다. 이와 같은 방법을 ‘반올림’이라고 한다.

10) 한편 학생들을 대상으로 한 검사지에서 1번, 2번 문항은 ‘일(십)의 자리에서 올림하면 얼마입니까’를 묻는데 비해 4번 문항은 ‘올림하여 십의 자리까지 나타내면 얼마입니까’를 묻는 것으로, 여기서 나타나는 정답률의 차이는 올림에 대한 학생들의 이해 수준을 보여 주는 대목이다.

4차	4-2 p.147	<p>구하는 자리보다 한 자리 아래에 있는 숫자가 5보다 작으면 ⇒ 버린다. 5와 같거나 5보다 크면 ⇒ 올린다.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">0, 1, 2, 3, 4</td> <td style="padding: 2px;">5, 6, 7, 8, 9</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">버린다. 올린다.</p> <p>이와 같은 방법을 반올림이라고 한다.</p>	0, 1, 2, 3, 4	5, 6, 7, 8, 9
0, 1, 2, 3, 4	5, 6, 7, 8, 9			
5차	4-2 p.99	<p>구하는 자리보다 한 자리 아래의 숫자가 5보다 작을 때에는 버리고, 5와 같거나 5보다 클 때에는 올리는 방법을 반올림이라고 한다. 구하는 자리보다 한 자리 아래의 숫자가</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">0, 1, 2, 3, 4이면 버린다. 5, 6, 7, 8, 9이면 올린다.</td> </tr> </table>	0, 1, 2, 3, 4이면 버린다. 5, 6, 7, 8, 9이면 올린다.	
0, 1, 2, 3, 4이면 버린다. 5, 6, 7, 8, 9이면 올린다.				
6차	4-2 p.105	<p>구하는 자리보다 한 자리 아래의 숫자가 5보다 작을 때에는 버리고, 5와 같거나 5보다 클 때에는 올리는 방법을 반올림이라고 한다. 즉, 반올림할 때에는 구하는 자리보다 한 자리 아래의 숫자가 0, 1, 2, 3, 4이면 버리고, 5, 6, 7, 8, 9이면 올린다.</p>		
7차	4-나 p.86	<p>구하려는 자리의 한 자리 아래 숫자가 0, 1, 2, 3, 4이면 버리고, 5, 6, 7, 8, 9이면 올리는 방법을 반올림이라고 합니다.</p>		
2007 개정	4-2 p.90	<p>구하려는 자리의 한 자리 아래 숫자가 0, 1, 2, 3, 4이면 0으로 하고 5, 6, 7, 8, 9이면 10으로 나타내는 방법을 반올림이라고 합니다. 2763 → 2760 2567 → 2600 일의 자리에서 반올림 십의 자리에서 반올림</p>		
2009 개정	4-2 p.133	<p>구하려는 자리 바로 아래 자리의 숫자가 0, 1, 2, 3, 4이면 버리고, 5, 6, 7, 8, 9이면 올리는 방법을 반올림이라고 합니다. 2873은 일의 자리에서 반올림하면 2870, 십의 자리에서 반올림하면 2900이 됩니다.</p>		

<표 3>에서 초등수학 교과서에 제시된 반올림의 정의를 살펴보면, 올림(또는 버림)과 달리 같은 그 정의와 내용이 교육과정에 상관없이 동일하게 기술되어 있음을 알 수 있다.

3차 교과서부터 6차 교과서까지 모두 '구하는 자리보다 한 자리 아래에 있는 숫자'가, 그리고 7차와 2007 개정 교과서에서는 '구하려는 자리의 한 자리 아래에 있는 숫자'가 5보다 작으면(0, 1, 2, 3, 4이면) 버리고, 5와 같거나 5보다 크면(5, 6, 7, 8, 9이면) 올리는 방법으로 반올림을 정의하고 있다. 다만 2009 개정 교과서에서는 '구하려는 자리의 한 자리 아래 숫자'를 대신하여 '구하려는 자리 바로 아래 자리의 숫자'로 기술하고 있는데, 이는 반올림이 어떤 자리에서 어렵해야 하는지를 보다 명확하게 설명하기 위한 것으로 보인다.¹¹⁾ 또 2009 개정 교과서의 경우 올림(또는 버림)의 정의에서 전차시인 수의 범위에서 배운 '미만'을 사용한 반면, 반올림에서는 '이상' 또는 '이하'를 사용하지 않고 있다. 이에 학습 내용의 일관성을 고

11) 한편 2007 개정 교과서에서는 '반올림'을 구하려는 자리의 한 자리 아래 숫자가 0, 1, 2, 3, 4이면 0으로 하고, 5, 6, 7, 8, 9이면 10으로 나타내는 방법으로 정의하고 있다. 이는 2007 개정 교과서를 제외한 다른 교과서에서 기술한 방식과는 차이를 보인다.

려한다면 ‘구하려는 자리 바로 아래 자리의 숫자가 4 이하이면 버리고, 5 이상이면 올리는 방법을 반올림이라고 합니다’와 같은 정의와 함께 각각의 숫자를 나열하는 것 또한 생각해볼 문제이다.

한편 교과서 분석에서 보듯이 반올림은 수의 어림에서 올림(또는 버림)을 처리하는 방식과 결정적인 차이가 있다. 이는 올림(또는 버림)의 경우는 어떤 자리까지 나타내기 위해 구하려는 자리 미만의 수(또는 구하려는 자리 아래의 수)를 모두 고려해야 하는 반면, 반올림은 어떤 자리까지 나타내기 위해 구하려는 자리 바로 아래 자리의 숫자만을 고려하기 때문이다. 본 연구에서는 학생들을 대상으로 한 검사지에서 2번 문항은 ‘1004에서 십의 자리에서 올림하면 얼마입니까?’를 묻는데 비해 5번 문항은 ‘1004에서 십의 자리에서 반올림하면 얼마입니까?’를 묻고 있는데, 이 두 문항을 선정한 의도는 동일한 질문 양식에서 올림과 반올림에서 나타나는 정답률의 차이를 통해 올림과 반올림에서의 이러한 차이를 이해하고 있는지를 살펴보기 위한 것이다. 그리고 이는 ‘어림하기’와 관련된 수학 내용 지식에서 중요하게 다루어져야 할 부분이기 때문이다.

지금까지 1차 교육과정부터 2009 개정 교육과정까지 초등수학 교과서에 기술된 ‘어림하기’의 지도 내용을 살펴보고, 또 올림, 반올림을 중심으로 그 정의와 지도 내용을 살펴보았다. 이를 토대로 3장에서는 검사 문항 분석 결과 올림(또는 버림)과 반올림을 중심으로 초등예비교사의 수학 내용 지식에 대한 이해를 4가지 주제를 구분해서 살펴본다.

Ⅲ. 초등예비교사의 올림(버림), 반올림에 대한 이해

초등수학 교육과정과 교과서 분석에 이어 초등예비교사를 대상으로 하여 이루어진 올림(버림), 반올림 검사 문항 분석에서 살펴볼 수학 내용 지식의 주제는 다음 4가지로 요약할 수 있다. 먼저 올림에서 ‘0’에 대한 초등예비교사의 이해와 그리고 ‘0’이 놓인 자리에 따른 정답률의 차이를 살펴본다. 두 번째는 올림과 버림 사이의 인지적 간격(cognitive gap)이 어느 정도인지 살펴보고, 세 번째는 올림의 정의 유형에 따른 기술 방식의 차이가 정답률에 미치는 영향에 대해 생각해본다. 그리고 마지막으로 올림과 반올림으로 각각 어림값을 구하는 과정에서 수의 자리에 따른 차이를 어떻게 이해하고 있는지를 살펴본다.

1. 올림에서 ‘0’의 자리에 따른 이해 정도

올림을 묻는 문항은 앞서 살펴본 정의 유형 가운데 첫 번째와 세 번째 유형으로

제시하였으며, 이 가운데 우선 살펴볼 유형은 <그림 3>과 같이 어떤 자리에서 올림하면 얼마인지를 묻는 첫 번째 유형으로 묻는 문항이다. 1번 문항은 일의 자리 숫자가 0인 250에서 일의 자리에서 올림하면 그 어렵값이 얼마인지를 묻고 있으며, 2번 문항은 십의 자리 숫자가 0이지만 일의 자리 숫자가 4인 1004에서 십의 자리에서 올림하면 그 어렵값이 얼마인지를 묻는 것이다.

1. 250에서 일의 자리에서 올림하면 얼마입니까?

2. 1004에서 십의 자리에서 올림하면 얼마입니까?

<그림 4> '올림'에 대한 문항

먼저 1번 문항과 관련해서 그 결과를 살펴보면 <표 4>와 같다. 정답인 250은 22명, 그리고 오답으로 260을 제시한 학생이 7명으로 나타났다.

<표 4> 1번 문항 정답과 오답

250(정답)	260(오답)
22(75.9%)	7(24.1%)

여기서 논의가 필요한 수학 내용 지식은 올림의 경우 반올림과 달리 초등수학 교과서에서 '0'에 대한 언급이 없다는 점이다. 즉, 반올림의 경우 그 자릿값에 놓인 숫자를 0, 1, 2, 3, 4와 5, 6, 7, 8, 9로 구분하여 어떻게 어렵이 이루어지는지를 제시하는 반면, 올림(또는 버림)의 경우는 이러한 설명이 없으며 실제로 어떤 자리에서 올림을 하거나 구하려는 아래 자리의 숫자를 올림하든지 또는 어떤 자리까지 나타내기 위해 올림을 하는 것으로만 정의하고 있다. 그러나 0을 제외한 다른 숫자의 경우는 문제되지 않으나 '0'은 명확하게 어떻게 어렵해야 하는지 제시할 필요가 있다. <표 4>의 24.1%의 오답률은 그 필요성에 대한 이유를 보여 준다.

이와 관련하여 '올림'의 사전적 정의를 비교하여 살펴보면 다음과 같다.

국립국어원 표준국어대사전¹²⁾에서 올림은 '어림수를 구할 때, 구하려는 자리의 숫자를 1만큼 크게 하고, 그보다 아랫자리는 모두 버리는 일'로 정의한다. 그리고 두산백과¹³⁾에서는 올림에 대한 정의를 '수치의 어림수를 만드는 방법의 하나로 어떤 자리까지의 어림수를 만들 때, 그것보다 아래의 자리를 바로 위의 자리의 1로

12) <http://stdweb2.korean.go.kr/main.jsp>

13) <http://terms.naver.com/list.nhn?cid=40942&categoryId=40942>

보아 더하는 방법을 올림이라 한다'와 같이 정의하고 있다. 이에 비해 학습용어 개념사전¹⁴⁾에서는 올림은 '구하려는 자리 아래에 0이 아닌 수가 있으면 구하려는 자리의 수를 1 크게 하고, 그 아래 자리의 수를 모두 0으로 나타내는 것'으로 정의한다. 이 가운데 학습용어 개념사전의 정의에 주목해서 살펴보면 여기서 제시된 '구하려는 자리 아래에 0이 아닌 수가 있으면' 대목이다. 다시 말해, 올림에서 그 어림값은 0이 아닌 수에 대해서만 적용되며 0의 경우에는 구하려는 자리의 수를 1 크게 하는 것과 무관하다는 사실이다. 이는 결국 1번 문항에서 250에서 일의 자리는 0이고, 일의 자리에서 올림하면 그 값은 250임을 확인하는 근거가 된다.

다음으로 2번 문항과 관련하여 그 결과를 살펴보면 <표 5>와 같다. 정답인 1100은 8명으로, 27.6%의 가장 낮은 정답률을 보인 문항이다. 이에 비해 오답은 1104, 1010, 1004, 1000 등이 있었는데 오답자는 모두 21명이었다. 1번 문항과 비교해볼 때 2번 문항의 정답률이 낮은 원인은 2번 문항은 십의 자리 숫자는 0이지만 일의 자리 숫자는 4인데 비해, 그러나 십의 자리 숫자 0인 놓인 자리에서 올림하면 얼마인지를 묻는 물음과 관련하여 생각해볼 수 있다.

<표 5> 2번 문항 정답과 오답

1100(정답)	1104	1010	1004	1000	무응답
8	2	2	5	11	1

곧, 1번 문항은 일의 자리에서 올림하면 얼마인지를 묻는 것으로 그 자리의 아래 숫자가 일의 자리 숫자에만 국한된다. 그러나 2번 문항은 십의 자리에서 올림하면 얼마인지를 묻는 것으로, 이는 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자를 모두 보아야 한다는 점에서 차이를 보인다. 이에 덧붙이면 2번 문항은 1번 문항과 마찬가지로 올림의 첫 번째 정의 유형에 근거하여 문제를 제시한 것인데, 곧 '어떤 자리에서' 올림하면 얼마인지를 묻는 것으로 '어떤 자리까지 나타내기 위해' 올림하면 얼마인지를 묻는 것과는 문제의 기술 방식에서 차이를 보인다. 이는 다음 두 질문에서와 같이 질문의 방식에 따라 문제를 이해하고 해결하는 과정에서는 차이가 나타날 수 있음을 간접적으로 보여 준다.

1004에서 십의 자리에서 올림하면 얼마입니까?
1004에서 백의 자리까지 나타내기 위해 올림하면 얼마입니까?

14) <http://terms.naver.com/list.nhn?cid=43672&categoryId=43672>

위의 두 질문 방식은 <표 2>의 2007 개정 교과서와 2009 개정 교과서에서 올림을 정의한 대목에서도 찾아볼 수 있다. 물론 올림을 정의하는 방식은 둘 다 '어떤 자리까지 나타내기 위해'를 전제로 하고 있지만 이것을 부연하여 설명하는 과정은 차이를 보인다. 2007 개정 교과서의 경우 '384를 일의 자리에서 올림하면 390이 됩니다.'와 같이 제시된 반면, 2009 개정 교과서에서는 '204는 십의 자리 미만을 올림하면 210, 백의 자리 미만을 올림하면 300이 됩니다.'와 같이 기술하고 있다. 따라서 2번 문항에서의 오답 유형은 2007 개정 교과서에서 부연 설명하는 방식으로 질문했을 때 나타날 수 있는 오개념에 해당한다. 이에 비해 2009 개정 교과서에서 204를 백의 자리까지 나타내기 위해 곧 백의 자리 미만을 올림하면 300이 된다는 사실은 달리 말해 십의 자리에서 올림하면 300이 된다는 것으로, 2번 문항의 정답이 1100인 것을 확인하는 근거가 된다.

2. 올림과 버림에서의 인지적 차이

두 번째로 올림과 버림을 처리하는 과정에서 나타나는 인지적 차이를 살펴본다. 2009 개정 교과서에서 버림은 <그림 4>와 같이 정의하고 있다.

23540을 백의 자리까지 나타내기 위하여 백의 자리 미만인 40을 0으로 보고 23500으로 나타낼 수 있습니다. 이와 같이 구하려는 자리 미만의 수를 버려서 나타내는 방법을 버림이라고 합니다.
23540은 백의 자리 미만을 버림하면 23500, 천의 자리 미만을 버림하면 23000이 됩니다.

<그림 5> 2009 개정 교과서 4-2(교육부, 2014, p.131) '버림'의 정의

올림을 묻는 문항과 비교해 볼 때 버림을 묻는 문항은 '0'의 자리에 따른 차이와 정의 유형에 따른 질문의 형태에서 차이를 발견할 수 없는데, 그 이유는 버림의 경우 그 값이 무엇이든 동일하게 0으로 처리되기 때문이다. 곧, 버림에서는 '250에서 일의 자리에서 버림하면 얼마입니까?'라는 물음에서 모든 학생이 정답인 250을 제시했는데, 이는 버림의 경우 그 자리에 어떤 숫자가 있더라도 모두 0으로 처리하기에 올림에서와 같이 250과 260 사이에서 나타나는 인지적 갈등이 나타나지 않기 때문이다. 또 '1004에서 십의 자리에서 버림하면 얼마입니까?'라는 물음에 대해서도 모든 학생이 정답인 1000을 제시했다. 이 경우 역시 올림과 다른 분석이 필요한 부분으로, 올림에서 5명이 오답으로 제시한 1004가 나타나지 않았다는 점에서, 그리고 올림의 경우는 구하는 자리의 수를 1만큼 크게 하고 그것보다 아래

자리의 수를 모두 0으로 하는데 비해 버림의 경우 구하는 자리의 수와 그 아래 자리의 수를 모두 0으로 처리하기 때문이다. 그 결과 버림에서는 올림과 달리 높은 정답률을 보인다. 따라서 ‘버림’에서는 다음과 같이 2가지 형태의 질문으로 묻는다 하더라도 올림에서와 같은 정답률 차이를 보이지 않게 된다.

1004에서 십의 자리에서 버림하면 얼마입니까?
1004에서 백의 자리까지 나타내기 위해 버림하면 얼마입니까?

다만 3번 문항에서 5명의 오답자가 나왔는데, 그 이유는 올림과 달리 버림에서 버림해야 하는 값 곧 0으로 처리하는 값이 큰 경우에는 올림과는 다른 인지적 갈등이 나타날 수 있기 때문이다. 이는 1999에서 백의 자리에서 버림하면 1099라고 답한 2명의 학생도 1004에서는 십의 자리에서 버림하면 1000이라고 답한 것을 통해 유추해볼 수 있는 대목이다.¹⁵⁾

3. 1999에서 백의 자리에서 버림하면 얼마입니까?

<그림 6>

<표 6> 3번 문항 정답과 오답

1000(정답)	1099	1900	2000
24	2	2	1

3. 올림의 정의 유형별 질문에 따른 정답률의 차이

올림에서 정의 유형에 따른 질문의 차이가 정답률에 미치는 영향을 살펴보면 다음과 같다. 앞서 <표 2>에서 본 것처럼 올림의 정의 유형은 크게 3가지로 구분할 수 있다. 첫 번째 유형은 어떤 자리에서 올림을 하는 유형이고, 두 번째 유형은 구하려는 아래 자리의 숫자를 올림하여 어렵히는 유형, 그리고 세 번째 유형은 어떤 자리까지 나타내기 위해 올림을 하는 것으로 구분할 수 있다. 여기서 첫 번째 유형은 앞서 살펴본 2개 문항에서의 분석이 가능한데 물론 여기서는 ‘0’의 자리에 따른 차이가 있지만 상대적으로 1번의 경우 정답률은 75.9%였고, 2번 문항에서는

15) 학생 면담 결과 오답인 ‘1900’의 경우는 백의 자리와 십의 자리를 혼동했기 때문이고, ‘2000’이라는 오답은 버림과 올림을 혼동한 것으로 나타났다. 결국 이러한 단순 오류를 제외하면 버림의 경우 올림과 달리 거의 모든 학생이 정답을 했다고 볼 수 있다.

27.6%의 정답률을 보였다는 특징이 있었다. 그러나 4번 문항의 경우는 1명을 제외한 28명의 학생이 정답을 제시했는데, 특히 이 문항의 경우 십의 자리까지 나타내는 과정에서 십의 자리에서 백의 자리로 받아들임이 한 번 더 요구되는 문제로 높은 난도를 가졌음에도 불구하고 정답률이 높게 나타났다.

4. 1592에서 올림하여 십의 자리까지 나타내면 얼마입니까?

<그림 7>

<표 7>

1600(정답)	1590
28	1

이러한 차이는 '어떤 자리에서' 올림하면 얼마인지를 묻는 것과 '어떤 자리까지 나타내기 위해' 올림하면 얼마인지를 묻는 것, 이 두 가지 질문 양식에 따라 문제를 이해하고 해결하는 과정에서 차이가 있음을 보여준다. 이는 수의 어림에 있어서 이 둘 중 어느 쪽에 초점이 맞추어져야 하는 것과도 관련된다. 곧, 수의 어림은 근삿값(어림수)과 직접적으로 관련되어 있다. 근삿값은 어떤 자리에서 올리고 어떤 자리에서 버리는가보다는 주어진 수를 어떤 범위까지 나타내는가가 더 중요하게 다루어져야 한다.

따라서 어떤 자리에서 올리고 버리는 것보다 어떤 자리까지 나타내는가에 초점을 맞출 수 있어야 하며, 이것이 근삿값의 본질이라고 할 때 교육과정에 따른 초등수학 교과서의 정의 유형이 첫 번째 유형에서 두 번째 유형으로, 그리고 두 번째 유형에서 세 번째 유형으로 변화해온 것은 수학 내용 지식 측면에서 이해될 수 있는 부분이다.¹⁶⁾

이에 덧붙이면 2009 개정 교과서에서는 같은 단원에서 수의 범위를 학습하고 수의 어림을 학습하는데, 이러한 연계성이 올림의 정의 곧, '구하려는 자리 미만의 수를 올려서 나타내는 방법을 올림이라고 합니다.'¹⁷⁾에서와 같이 나타나는 것 또한 특징적이다. 이는 구하려는 자리 미만의 수를 올려서 나타낸다는 의미가 구하려는 자리 곧 어떤 자리까지 나타내기 위한 올림의 의미를 포함한다는 점에서 단순히 어떤 자리에서 올림하는 것과는 구분해서 생각해볼 수 있다.

16) 다만 2007 개정 교과서에서 예를 들어 간략하게 설명한 부분 '384를 일의 자리에서 올림하면 390이 됩니다.'와 같은 경우는 예외적인 경우라고 할 수 있다.

4. 올림과 반올림의 정의에서 나타나는 차이

올림(버림)과 반올림의 정의를 살펴보면, 이 둘 사이에 중요한 차이가 있음을 알 수 있다. 이를 위해 반올림의 사전적 정의를 앞서 올림에서 보았던 것과 같이 살펴보면 다음과 같다.

국립국어원 표준국어대사전에서는 반올림을 ‘근삿값을 구할 때 4 이하의 수는 버리고 5 이상의 수는 그 윗자리에 1을 더하여 주는 방법. 예를 들어 10.4를 반올림하면 10, 10.6을 반올림하면 11이 된다.’와 같이 설명하고 있으며, 학습용어 개념사전에서는 ‘구하려는 자리의 한 자리 아래 숫자가 0, 1, 2, 3, 4이면 버리고, 5, 6, 7, 8, 9이면 올리는 방법’으로 반올림을 설명하고 있다. 그리고 두산백과에서는 ‘사사오입(四捨五入)이라고도 한다. 구하는 자리보다 한 자리 아래의 숫자가 5보다 작을 때에는 버리고, 5와 같거나 5보다 클 때에는 올리는 방법을 가리킨다. 이를테면, 84386의 천의 자리까지의 근삿값을 구하면, 84000이다.’와 같이 반올림에 대해 설명하고 있다. 여기서 중요한 부분은 밑줄 그은 부분으로 ‘구하려는 자리보다 한 자리 아래의 숫자’라는 대목에 있다.

이는 <표 3>의 초등수학 교과서에 제시된 반올림의 정의에서도 확인할 수 있는데, 3차 교과서부터 2009 개정 교과서까지 동일하게 제시되어 있다. 곧, 3차 교과서에서는 ‘구하는 자리보다 한 자리 아래에 있는 숫자’라고 기술되어 있고, 7차 교과서에서는 ‘구하려는 자리의 한 자리 아래 숫자’로 표현되어 있다. 그리고 2009 개정 교과서에서는 ‘구하려는 자리 바로 아래 자리의 숫자’로 보다 명확하게 기술되어 있으며, 이들 숫자를 0, 1, 2, 3, 4인 경우와 5, 6, 7, 8, 9인 경우로 구분하여 설명하고 있다. 이러한 설명은 올림 또는 버림과 분명한 차이를 보이는데 올림이나 버림의 경우는 앞서 살펴본 것처럼 어떤 자리까지 나타내기 위해 구하려는 자리 미만의 숫자를 모두 감안하여 올리거나 버려야 하는 반면, 반올림의 경우는 구하려는 자리 바로 아래 자리의 숫자만 고려하면 되기 때문이다. 따라서 올림에서는 ‘1004에서 십의 자리에서 올림하면 얼마입니까?’와 ‘1004에서 백의 자리까지 나타내기 위해 올림하면 얼마입니까?’의 2가지 질문 방식 가운데 후자가 바람직하다면, 이에 비해 반올림은 어떤 자리에서 반올림하는 질문 즉 ‘1004에서 십의 자리에서 반올림하면 얼마입니까?’와 같은 질문 방식을 선택하게 된다.¹⁷⁾

한편 초등수학 교과서에서 반올림을 동일하게 정의하고 있지만 이것을 기술하는 방식에서는 다소 차이를 보이는데, 크게 2가지 방식을 따르고 있다. 2007 개정 교과서에서는 0, 1, 2, 3, 4이면 0으로 하고, 5, 6, 7, 8, 9이면 10으로 나타내는 방

17) 물론 이 경우에도 2009 개정 교과서와 같이 반올림을 0, 1, 2, 3, 4이면 버리고, 5, 6, 7, 8, 9이면 올리는 방법으로 설명한다면, 이는 다시 어떤 자리까지 나타내야 하는가의 문제로 환원된다고 할 수 있다.

법을 반올림으로 정의하는 반면, 2009 개정 교과서에서는 0, 1, 2, 3, 4이면 버리고, 5, 6, 7, 8, 9이면 올리는 방법을 반올림이라고 정의하고 있다.

구하려는 자리의 한 자리 아래 숫자가 0, 1, 2, 3, 4이면 0으로 하고
5, 6, 7, 8, 9이면 10으로 나타내는 방법을 **반올림**이라고 합니다.

$276\underline{3} \rightarrow 2760$	$25\underline{6}7 \rightarrow 2600$
일의 자리에서 반올림	십의 자리에서 반올림

<그림 8> 2007 개정 교과서 4-2(교육과학기술부, 2009, p.90) '반올림'의 정의

구하려는 자리 바로 아래 자리의 숫자가 0, 1, 2, 3, 4이면 버리고,
5, 6, 7, 8, 9이면 올리는 방법을 반올림이라고 합니다.
2873은 일의 자리에서 반올림하면 2870, 십의 자리에서 반올림하면
2900이 됩니다.

<그림 9> 2009 개정 교과서 4-2(교육부, 2014, p.133) '반올림'의 정의

2007 개정 교과서와 같은 정의는 2차 교과서와 3차 교과서에서 찾아볼 수 있고, 그 외 4차부터 7차까지의 교과서에서는 2009 개정 교과서와 같이 반올림을 기술하고 있다.

그러나 2007 개정 교과서와 같은 기술 방식에서는 문제점이 발견되는데, <그림 7>의 정의에서 2763의 일의 자리에서 반올림하는 경우에는 숫자 3을 0으로 하는 것이 기술한 정의에 부합하지만 2567에서는 십의 자리에서 반올림하는 경우인데, 이 경우에는 십의 자리에 있는 숫자 6을 10으로 나타내는 것은 자릿값에 기초해야 하는 개념으로 오개념을 초래할 수 있기 때문이다. 곧, 이때의 10의 의미는 100을 나타내기 때문이고, 또 일의 자리에 놓인 7은 어떻게 처리해야 하는지에 대한 설명이 없기 때문이다.

따라서 반올림에 대한 정의는 <그림 8>의 2009 개정 교과서와 같은 방식으로 버림과 올림을 이용해서 표현하는 것이 반올림의 의미를 보다 명확하게 설명한다고 할 수 있다. 이에 덧붙여 2009 개정 교과서의 기술 방식이 필요한 또 하나의 이유는 5번 문항에서 나타나는 오답 유형을 설명하는데 있어서도 유효하기 때문이다. 특히 1004의 오답 유형을 진단하고 처방하기 위해서는 십의 자리에서 버림하는 것으로 설명하는 것이 보다 적절하다는 것을 보여 준다.

여기서 <그림 9>의 5번 문항을 2번 문항과 비교해서 살펴보면 '1004에서 십의 자리에서 올림하면 얼마입니까?'의 경우는 정답이 1100인 반면, 5번 문항의 정답은 1000임을 알 수 있다. 그 이유는 올림의 경우는 구하려는 자리 미만의 수를 올

려서 나타내기 때문에 일의 자리 숫자 4를 어렵하는 과정에 반영해야 하는 반면, 반올림의 경우는 앞서 설명했듯이 구하려는 자리 한 자리 아래 숫자만을 고려하기 때문에 십의 자리 숫자 0에 따라 결정하면 된다.

5. 1004에서 십의 자리에서 반올림하면 얼마입니까?

<그림 10>

<표 8>

1000(정답)	1004	1010	1100
22	5	1	1

그러나 <표 8>의 오답을 한 학생을 면담한 결과 이 학생은 반올림만 물어봤다면 당연히 정답을 말할 수 있었으나 올림에 대한 질문을 동시에 물었기 때문에 혼란스러웠다는 반응을 보였다. 이는 곧, 어렵하기에서 올림과 반올림의 차이를 분명하게 인식하지 못하고 있다는 사실을 반증하는 것으로, 이에 덧붙이면 반올림에서도 올림에서와 같이 '0'이 포함된 질문에서는 오답의 가능성이 높게 나타날 수 있음을 보여 준다.

따라서 '어렵하기'에서 어렵값(근삿값)을 다루는 과정에서부터 올림과 반올림의 용도와 그 차이를 분명하게 이해시키는 것이 필요하며, 이는 초등예비교사들의 수학 교수학적 내용 지식(MPCK)을 구성하는데 있어서 중요하게 다루어져야 하는 부분이다. 특히 초등예비교사들이 초등수학을 바르게 이해하고 지도하기 위해서 이러한 개념적 지식의 형성이 우선될 수 있어야 하며, 초등예비교사들은 동일한 어렵하기의 맥락이라 하더라도 올림과 반올림에서 나타나는 이러한 개념적 차이를 명확하게 이해하고 있어야 한다. 이는 이후 초등학교에서 현장교사로서 수학 내용 지식을 정확하게 확보하는 것이 초등수학 수업에서의 전문성 확보와 연결될 수 있기 때문이다.

IV. 결론

본 연구는 초등예비교사들을 대상으로 이러한 MPCK를 주제로 한 강의에서 출발한 것으로, 초등학교 수학과에서의 영역별 내용 지식에 대한 예비교사의 교과 내용 지식(SMK, Subject Matter Knowledge)을 논의하는 과정에서 몇 가지 의문점을 갖고 시작한 것이다. 이를테면, '어렵하기'는 왜 '수와 연산' 영역이 아닌 '측정'

영역에서 다루어지고 있는가? 우리나라 교육과정에서 '어림하기'와 관련된 내용은 어떻게 전개되어 왔는가? 그리고 예비교사들에게 '어림하기'에서 '0' 처리는 어떻게 인식되고 있는가? 올림을 기술하는 방법에는 어떤 유형들이 있는가? 올림과 반올림은 의미론적 차이 외에 그것을 기술하는 과정에서 어떤 차이를 갖는가? 등인데, 본 연구에서는 이러한 질문에 대한 답을 초등예비교사들이 갖고 있는 MPCK와 관련하여 살펴보았다.

이를 위해 먼저 초등수학 교과서에 제시된 '어림하기'의 내용을 우리나라 교육과정의 변화에 따라 살펴보았다. 그 결과 1차와 2차 교과서에서는 수, 계산의 관점에서 어림수를 다룬 것과 달리 3차 교과서에서는 측도 영역에서 참값과 근삿값의 관계에서 그리고 4차 교과서부터 6차 교과서까지는 측정 영역에서 측정값을 근삿값으로 나타내기 위해 반올림, 올림, 버림을 다루었다는 것을 알 수 있다.

또한 '어림하기'라는 용어는 7차 교과서 이후 사용된 것으로 올림, 버림, 반올림을 측정 영역에서 지도하고 있지만 3차~6차 교육과정까지의 측정값을 구하는 맥락이 사라진 부분을 대체하기 위해 이 용어를 사용하고 있음을 알 수 있다. 따라서 장혜원(2016)이 교육과정의 변화 내용을 종적으로 비교하여 분석했듯이, 수와 연산 또는 측정 영역에서 사용하는 양감과 관련된 '어림'의 의미와 다르게 초등수학에서 사용하는 '어림하기'라는 용어는 측도로 표현된 수에서, 그 수를 어림하여 나타내는 표현과 관련된 특정 내용 즉, 올림, 버림, 반올림을 의미한다. 이에 비해 안미영(2014) 등의 몇몇 연구에서는 '어림하기'라는 용어를 수의 어림 또는 어림셈의 의미와 구분되지 않은 상태에서 사용하고 있는데, 본 연구는 교육과정에서 사용하는 '어림하기'의 경우 그 정의와 내용을 검토하여 보다 명확한 합의를 통해 용어를 사용할 필요가 있음을 보여 준다.

다음으로 초등예비교사를 대상으로 '어림하기'와 관련하여 그들이 이해하고 있는 MPCK를 살펴보기 위해 올림(버림), 반올림을 묻는 검사 문항을 제작하고 이들 각각을 분석하였다. 그 결과 4가지 주제를 이끌어낼 수 있었는데, 첫 번째는 올림에서 '0'에 대한 인식이 미치는 영향에 관한 것이다. 곧, 올림에서 구하려는 자리 아래의 수가 0이 아닐 때에만 올림이 이루어져야 한다는 사실이다. 그러나 4명 중 1명에 해당하는 예비교사는 250에서 일의 자리에서 올림하면 그 값을 260이라고 했으며, 이는 올림에서 0의 부재에 따른 이해가 없음을 보여준다. 두 번째는 올림과 버림 사이에서의 인지적 차이를 생각해볼 수 있는데, 올림의 경우 수의 변화가 자릿값에 따라 이루어져야 하는 반면 버림은 구하는 숫자와 그 아래 자리의 숫자를 모두 0으로 하면 되기 때문에 이러한 차이를 낳게 된다. 곧, 204에서 십의 자리까지 나타내기 위하여 일의 자리 숫자 4를 10으로 보고 210으로 나타내는 것이 올림이라면, 버림은 십의 자리까지 나타내기 위해 십의 자리 미만을 0으로만 하면 된다. 세 번째는 올림의 질문 유형에 따라 정답률의 차이가 나타나는데, '어떤 자

리에서' 올림하면 얼마인지를 묻는 유형과 '어떤 자리까지 나타내기 위해' 올림하면 얼마인지를 묻는 유형은 초등예비교사들이 어렵하기를 인식하는 과정에서 질적인 차이를 만들어내고, 이는 정답률의 차이를 낳는 원인이 된다. 결국 '어렵하기'가 어떤 자리까지 나타내기 위함을 목적으로 한다면, 2009 개정 교과서에서 제시한 후자의 기술 방식이 바람직하다고 할 수 있다. 네 번째는 올림과 반올림의 개념 정의에서 나타나는 차이로, 이는 올림이 구하려는 자리 미만의 자릿값에 놓인 숫자를 모두 고려하여 어렵이 이루어져야 하는 반면 반올림은 구하려는 자리 바로 한 자리 아래 숫자만을 살펴보면 되기 때문이다.

이처럼 본 연구는 '어렵하기'와 관련하여 초등예비교사의 이해 정도와 그 개념의 인식에서 나타나는 차이를 검토한 것으로, 초등학교에서 수학과 수업의 질을 제고하기 위해서 그리고 교사의 수업 전문성 확보를 위해서 수학과 교수학적 내용 지식(MPCK) 중 교과 내용 지식(SMK) 등을 교육과정과 연계할 필요가 있음을 확인한 것이다. 또 초등예비교사를 비롯하여 현장교사의 PCK를 검토하고 분석함으로써 초등수학에서의 교사 전문성이 수업 전문성과 함께 확보될 수 있어야 하는데(김현미·류희수, 2012), 이를 위해 교육과정에 제시된 초등학교 수학과와 내용 요소를 교수 단위(teaching unit)로 분석한 연구(강완·김남준, 2010) 등과 함께 초등수학에서의 영역별, 내용별, 그리고 주제별 MPCK 분석을 위한 연구가 지속적으로 진행될 수 있기를 기대한다.

참고문헌

- [1] 강완·김남준 (2010). 초등학교 수학과 교육과정에 근거한 교수단위 추출 연구. **수학교육학연구**, 20(1), 45-56.
- [2] 광영순·강호선 (2005). **교사평가 수업평가-수업평가 바로하기**. 서울: 원미사.
- [3] 교육과학기술부 (2009). **수학 4-2**. 서울: (주)두산동아.
- [4] 교육부 (1995). **수학 4-2**. 서울: 국정교과서주식회사.
- [5] 교육부 (2014). **초등학교 수학 4-2**. 서울 : (주)천재교육.
- [6] 교육인적자원부 (2000). **수학 4-나**. 서울: (주)대한교과서.
- [7] 김현미·류희수 (2012). 분수와 소수 관련 초등 예비 교사들의 PCK 실태 분석. **교과교육학연구**, 16(1), 197-229.
- [8] 문교부 (1955). **산수 2-2, 3-1**. 서울: 대한문교서적주식회사.
- [9] 문교부 (1966). **산수 4-1**. 서울: 국정교과서주식회사.
- [10] 문교부 (1976). **산수 4-2**. 서울: 국정교과서주식회사.
- [11] 문교부 (1982). **산수 4-2**. 서울: 국정교과서주식회사.
- [12] 문교부 (1989). **산수 4-2**. 서울: 국정교과서주식회사.
- [13] 박교식 (2001). **수학용어 다시보기**. 서울: 수학사랑.
- [14] 방정숙·김상화 (2007). 초등 교사의 수학과 교수법적 내용 지식 정립을 위한 교수·학습 자료 개발. **한국학교수학회논문집**, 10(1), 129-148.
- [15] 송근영·방정숙 (2013). 수학과 교사지식에 관한 국내 연구의 동향 분석. **한국학교수학회논문집**, 16(1), 265-287.
- [16] 안미영 (2014). **초등수학 학습지도에서 어림하기 활용 방안 연구**. 서울교육대학교 석사학위논문.
- [17] 장혜원 (2016). 2015 개정 초등 수학과 교육과정의 변화 내용에 대한 종적 분석. **한국초등수학교육학회지**, 20(2), 215-238.
- [18] 최승현·황혜정 (2008). 수학과 내용 교수 지식(PCK)의 의미 및 분석틀 개발에 관한 연구. **한국학교수학회논문집**, 11(4), 569-593.

Kim Sung Joon

Busan National University of Education

24 Kyodae-ro Yeonje-gu Busan

E-mail: joonysk@bnue.ac.kr