East Asian Math. J.
Vol. 33 (2017), No. 2, pp. 123-147
http://dx.doi.org/10.7858/eamj.2017.012

벽지의 수학적 분류 방법의 개선 및 활용

An Improvement of Mathematical Classification Method of Wallpapers and Its Application

신 현 용 · 한 인 기[1] · 나 준 영

ABSTRACT. This paper discusses and searches for mathematical analysis and efficient algorithm for types of wallpapers. We study some previous classification methods, develop a systematic process, and present some examples of determining types of wallpaper through our algorithm. Through this approach, we expect to introduce a mathematical perspective on relation between real life and mathematics.

1. 서론

2015 개정 수학과 교육과정([2], p.5)에서 제시한 수학교육의 목표들 중의 하나가 '사회 및 자연 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 표현하는 경험을 통하여 수학의 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해하고 수학의 기능을 습득한다'는 것이다. 이것은 수학과 교육과정의 개정에 관계없이 지속적으로 강조되어 온 수학교육의 목표라 할 수 있다. 특히 수학교과를 학교교육에서 다루는 주요 교과목 중의 하나로 인정하는 것도 수학이 학생들의 실제 삶, 주변 현상과 밀접하게 관련되고 학생들의 사회화에 중요한 역할을 할 수 있기 때문일 것이다.

수학교육학의 이론과 실제에서 수학과 주변 현상의 관계를 다양한 관점에서 파악하여 교육적인 의미를 부여하려는 연구들이 꾸준히 이루어지고 있다. 예를 들어, 학교수학에서 수학적 모델링에 관련된 다양한 연구들은 좋은 예라 할 수 있다. [7]에 의하면, '수학적 모델링의 과정은 실세계 현상과 수학적 모델 사이의

1) 교신저자

Received January 20, 2017; Revised February 19, 2017; Accepted February 21, 2017.
2010 Mathematics Subject Classification: 97M80
Keywords: Mathematical classification of wallpapers, type of wallpapers, algorithm

©2017 The Youngnam Mathematical Society
(pISSN 1226-6973, eISSN 2287-2833)

관계로써, 실세계 현상을 수학적 모델로 바꾸고, 수학적 모델 상황에서 문제를 해결한 후 이를 실세계 현상에 적용하는 일련의 과정'이다(pp.123-124). 즉 수학적 모델링에는 실세계의 현상들을 수학적으로 분석, 조직하여 수학적 모델로 바꾸어 실세계의 다양한 문제들을 해결하는 과정이 포함된다.

수학교육학에서 수학적 모델링의 중요성은 많은 문헌에서 찾아볼 수 있다. 수학과 교육과정([2], p.38)의 교수-학습 방법에서는 '수학적 모델링 능력을 신장하기 위해 생활 주변이나 사회 및 자연 현상 등 다양한 맥락에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고 이를 일반화하게 한다'고 하면서 수학교실에서 수학적 모델링 능력의 신장을 강조하였다. [1]에서는 수학적 모델링이 수학 문제해결 능력, 의사소통, 추론, 반성적 사고 등을 촉진시킨다고 하였으며, [3]에서는 수학적 모델링 과정에서 정보의 조직화 능력, 직관적 통찰능력, 공간화/시각화 능력, 수학적 추론 능력, 반성적 사고 등이 드러난다고 하였다.

본 연구는 수학적 모델링 과정에서 실세계의 현상들을 수학적으로 분석, 분류하는 방법에 관련된다. 우리 주변에는 기하학적 패턴들이 반복적으로 나타나는 것을 쉽게 찾아볼 수 있다. 예를 들면, 보도블록, 옷의 무늬, 벽지, 건물 벽의 그림들, 유리의 스테인드글라스 등. 이러한 기하학적 패턴들(이후에는 기하학적 패턴을 벽지라는 용어로 통일함)은 대칭을 기반으로 하여 만들어진다. 이것은 대칭이라는 수학적 도구를 체계적으로 활용하면, 이 벽지들을 분석적으로 고찰할 수 있는 가능성을 시사하고 있다. 실제로 몇몇 연구들([4], [5], [6], [8], [10], [11])에서 다양한 벽지들을 대칭의 관점에서 분류하였다. 패턴의 분류는 평행이동(translation), 회전(rotation), 반사(reflection), 미끄럼반사(glide-reflection) 등 네 가지 대칭에 의한다. 여기서는 회전, 반사, 미끄럼반사 각각을 '회전대칭', '반사대칭', '미끄럼반사대칭'이라고도 한다.

본 연구에서는 선행연구들에 제시된 벽지의 분류 방법을 개선하고 체계화시켜, 효과적으로 벽지들을 수학적 관점에서 분류하는 방법을 제시한 후에 이 방법을 활용한 벽지 분류의 실제를 제시할 것이다. 이를 통해, 주변에서 쉽게 접할 수 있는 다양한 반복적인 패턴들을 수학적으로 분류, 표현할 수 있는 가능성을 제시할 것이며, 수학과 실세계의 관련성을 인식할 수 있는 방법을 제공할 것으로 기대된다. 특히 본 연구의 내용과 활용된 벽지 문양들은 중등학교 수학교육에서 수학적 개념과 방법의 실세계 활용, 수학 체험활동, 도형의 이동 등과 관련된 수업에서 활용할 수 있을 것으로 생각된다.

2. 선행연구 분석

자연현상이나 우리 주변의 대상들이 일정한 패턴으로 또는 일정한 모양으로

반복되는 경우가 많기 때문에, 이들에 대한 수학적 분석은 수학과 현상세계의 연결성을 탐구하는 수학적 모델링의 좋은 사례가 될 수 있다. 최근에는 띠나 벽지에 대한 수학적 분류를 위한 배경 지식, 분류의 예들에 대한 소개가 국내 수학교육학 연구들([4], [5], [6])에 제시되었다.

벽지의 수학적 분류에 대한 선행연구들을 분석하면, [10]의 연구를 벽지 분류의 연구로서 많이 인용한다. [10]에서는 주기적으로 반복되는 평면 패턴들을 대칭성의 관점에서 연구하였으며, 이러한 패턴들의 인식을 위한 다음 [표 1]을 제시하였다(p.443).

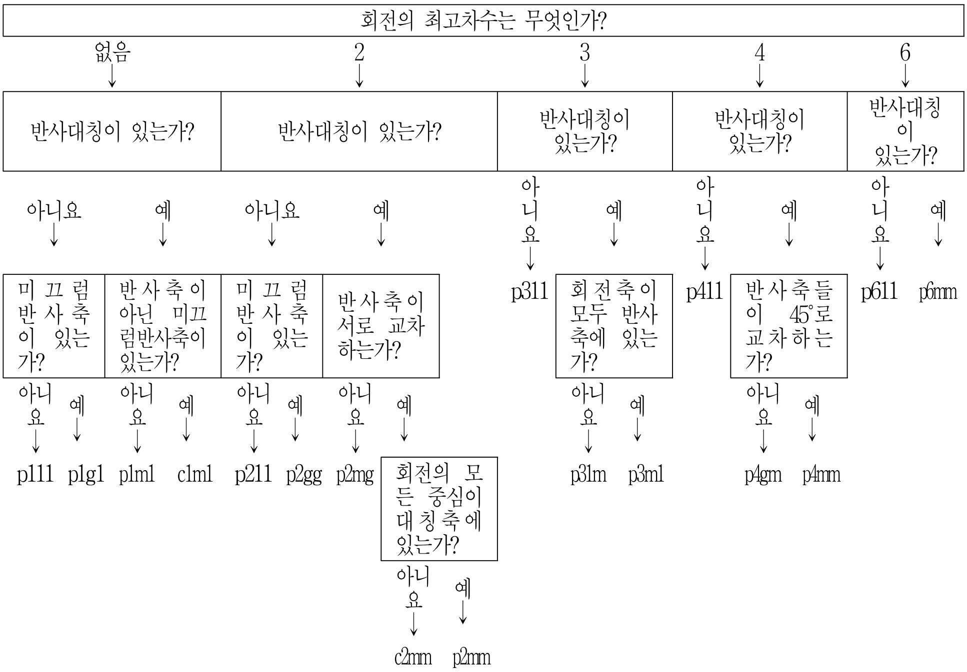
타입	격자	회전의 최고차수	반사	자명하지 않은 미끄럼반사	생성영역	식별에 도움이 되는 특징들
p111	평행사변형	1	없음	없음	1단위	
p211	평행사변형	2	없음	없음	$\frac{1}{2}$단위	
p1m1	직사각형	1	있음	없음	$\frac{1}{2}$단위	
p1g1	직사각형	1	없음	있음	$\frac{1}{2}$단위	
c1m1	마름모	1	있음	있음	$\frac{1}{2}$단위	
p2mm	직사각형	2	있음	없음	$\frac{1}{4}$단위	
p2mg	직사각형	2	있음	있음	$\frac{1}{4}$단위	평행한 대칭축
p2gg	직사각형	2	없음	있음	$\frac{1}{4}$단위	
c2mm	마름모	2	있음	있음	$\frac{1}{4}$단위	수직인 대칭축
p411	정사각형	4	없음	없음	$\frac{1}{4}$단위	
p4mm	정사각형	4	있음	있음	$\frac{1}{8}$단위	모든 90°회전축이 반사축에 있음
p4gm	정사각형	4	있음	있음	$\frac{1}{8}$단위	90°회전축이 반사축에 없음
p311	육각형	3	없음	없음	$\frac{1}{3}$단위	
p3m1	육각형	3	있음	있음	$\frac{1}{6}$단위	모든 120°회전축이 반사축에 있음
p31m	육각형	3	있음	있음	$\frac{1}{6}$단위	일부 120°회전축이 반사축에 있음
p611	육각형	6	없음	없음	$\frac{1}{6}$단위	
p6mm	육각형	6	있음	있음	$\frac{1}{12}$단위	

[표 1] Schattschneider의 기하학적 패턴 인식

벽지 타입은 국제결정학회(IUC, International Union of Crystallography) 기호로서 분류되며, 두 자리 또는 세 자리로 축약된 것을 사용하는 경우가 많다. 여기서는 벽지의 대칭성을 분명하게 나타내는 네 자리 기호를 사용한다.

[표 1]에서는 벽지의 분류를 위한 수학적 개념들이 명확하게 제시되어 있다. 특히 [표 1]에서 벽지 분류의 도구로 회전의 차수, 반사, 미끄럼반사, 기본 격자의 개념을 사용하였고, 벽지 분류에 대한 후속 연구들에서도 이 개념들을 사용하면서 [10]을 인용하였다. 그러나 [10]은 아직 체계화되지 않았기 때문에, 벽지의 분류에서 보편적으로 사용되는 도구는 되지 못하였다.

[10]을 발전시킨 대표적인 연구는 [8]을 들 수 있다. [8]에서는 [표 1]을 발전시켜, 벽지 분류를 위한 일반화된 알고리즘을 [표 2]와 같이 제시하였다(p.37). 특히 [8]은 벽지의 분류 절차로, 회전대칭의 최고차수 찾기, 반사대칭 찾기, 미끄럼반사대칭 찾기 등의 순서를 제시하였고, 많은 연구에서 이러한 절차에 따라 벽지의 분류를 시도하고 있다.



[표 2] Horne의 벽지 분류 절차

[표 2]에서는 p4gm 또는 p4mm을 분류하기 위해, '반사축들이 45°로 교차하는가?'를 묻고 있다. 그러나 [표 2]에서 이 물음과 같은 행에 있는 다른 물음들을

보면, ‘미끄럼반사축이 있는가?’, ‘반사축이 아닌 미끄럼반사축이 있는가?’, ‘반사축이 서로 교차하는가?’, ‘회전축이 모두 반사축에 있는가?’ 등과 같이 일관성이 결여된 접근을 취하고 있다. 즉 벽지의 분류를 위한 절차를 체계적으로 알고리즘화하여 제시하였다는 것은 체계적인 분류를 위해 커다란 의미가 있지만, 알고리즘의 각 단계에서 일관성이 떨어져서 각각의 분류마다 다른 물음들을 조사해야 한다는 단점도 보여주고 있다.

특히 [8]에서는 [표 2]의 분류 절차의 제시, 각 분류에 해당하는 다양한 벽지들을 소개하는 것이 중심적으로 다루어지기 때문에, 일상생활에서 마주치는 실제적인 벽지들을 어떻게 분류해야 할지, 분류 절차를 어떻게 시작하고 수행할지 등에 대한 실제적인 물음에 대해서는 상세한 도움을 주지 못하였다.

벽지의 수학적 분석에 대한 국내의 연구는 [4], [5], [6] 등이 있다. 이 연구들을 통해 벽지의 수학적 분류에 대한 관점이 국내에 소개되었으며, 분류에 관련된 수학적 지식들이 체계적으로 정리되어 국내 후속 연구를 위한 기반이 마련되었다. 특히 벽지 분류에 대한 주제들이 수학교육에 활용될 가능성을 마련하였으며, 수학교육학 연구자들의 관심을 환기시킬 수 있었다.

본 연구에서는 선행연구들에서 제시한 회전, 반사, 미끄럼반사 등의 개념을 바탕으로 벽지의 분류를 개선된 방법을 제시하며, 이를 활용한 벽지 분류의 실제를 상세히 기술할 것이다. 특히 실험연구를 통해 회전, 반사, 미끄럼반사를 이용한 벽지 분류에서 발생하는 어려움을 파악하고, 이를 개선한 벽지 분류 방법을 제시할 것이다.

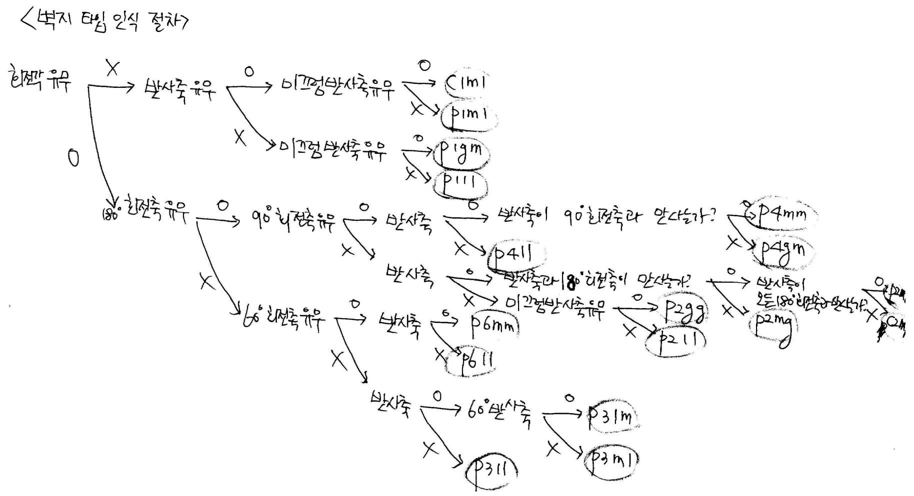
3. 연구방법

본 연구는 문헌연구와 실험연구로 구성된다. 문헌연구에서는 벽지의 수학적 분류에 대한 국내외 문헌들을 조사하여 벽지의 분류 방법을 체계적으로 분석하였고, 실험연구의 결과를 반영하여 벽지 분류 방법을 개선하였다. 한편 실험연구는 벽지 분류 방법 개선을 위한 자료 수집의 성격을 가진다.

실험연구에서는 ○○대학교 대학원에 재학 중인 수학교사들을 대상으로 띠와 벽지 분류에 대한 수업을 진행하였다. 이를 통해 벽지 분류에 대한 수학교사들의 이해, 벽지 분류에서 발생하는 어려움 등에 대한 정보를 수집하였다. 그리고 벽지 분류와 관련된 주제로 석사논문을 작성한 연구자 A와도 인터뷰를 하였으며, 벽지 분류에서 발생하는 어려움을 파악하였다. 이를 바탕으로, 벽지 분류 방법의 개선을 위한 방향을 모색하였다.

○○대학교 대학원에서 2016년 2학기에 초등학교와 중등학교 수학교사들을 대상으로 벽지 분류에 대한 수업을 6시간 동안 진행하였다.

수업에서는 먼저 벽지 분류에 대한 기본적인 지식을 선행연구들([4], [5], [6], [8])을 중심으로 소개하였다. 그리고 몇 가지 벽지 문양에 대한 분류 작업을 토론을 통해 진행하였다. 그 후에 과제로 벽지를 분류하는 효과적인 방법은 무엇인가라는 주제의 보고서를 제출하도록 하였다. 수업에 참여했던 교사들은 수업자료와 인터넷 자료 검색을 통해 벽지 분류에 대한 보고서를 제출하였다. [그림 1]은 그러한 보고서의 일부로, 수업시간에 다루었던 자료를 정리하여 제출한 내용이다.



[그림 1]

수업시간에 보고서를 제출한 후, 수학교사들은 동료들이 제출한 보고서의 내용을 바탕으로 벽지를 분류하면서 벽지 분류, 효과적인 벽지 분류 방법 등에 대해 학습하였다. 이때 동료교사들이 제시한 분류 방법 및 절차에 대해 장점 및 단점을 이야기하였으며, 담당교수는 토론과정에 참여하여 교사들이 잘 이해하지 못하는 부분에 대해 함께 의견을 나누거나 설명하는 역할을 하였다.

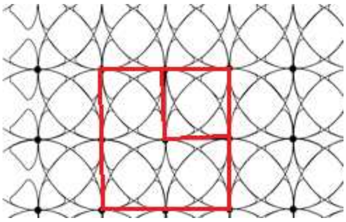
다음은 수업에서 담당교수와 수학교사 사이에 이루어졌던 실제 대화 내용을 토대로 수정, 보완된 가상의 대화이다. 이 대화에서 교사는 여휴(汝休), 학생은 '여광(汝匡)'으로 하였다. 여휴는 조선시대 산학자 경선징의 자(字)이고, 여광은 산학자 홍정하의 자이다.

[대화1]

여광: [그림 2]의 벽지 문양에서 기본조각을 작은 정사각형이 아닌 큰 정사각형으로 잡아도 되지 않을까요?

여휴: 기본조각의 정의에 관한 문제이군요. 기본조각은 두 방향으로 평행이동을

반복하여 전체를 겹치지 않으며 덮을 수 있는 조각이어야 하고, 또 그런 조각 중에서 가장 작은 넓이를 가져야 합니다.

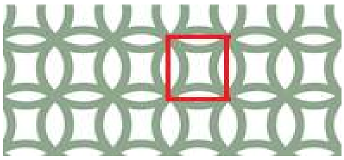


[그림 2]

여광: 기본조각이 정사각형이나 마름모와 같은 사각형이 아닐 수도 있겠네요?
여휴: 좋은 질문입니다. 기본조각의 조건을 하나 더 생각합시다. 기본조각은 정사각형이나 마름모와 같이 사각형으로 택한다는 것입니다.
여광: 기본조각을 사각형으로 잡는 것이 항상 가능한가요?
여휴: 좋은 질문입니다. 기본조각을 두 방향으로 평행이동을 반복하여 겹치지 않게 평면 전체를 덮을 수 있기 때문에, 기본조각을 사각형으로 택하는 게 항상 가능합니다.

[대화1]에서는 기본조각의 형태에 대해 토론하였다. 기술한 것 이외에도 수업시간에 기본조각의 성질, 모양 등에 대한 논의가 진행되었다. 특히 벽지에서 기본조각을 결정하는 것이 쉽지 않기 때문에, 기본조각에 대한 논의는 벽지의 성공적인 분류를 위해 의미가 있었다. 특히 수업이 토론중심으로 진행되었으며, 수학교사들이 자유롭게 질문하거나 토론할 수 있는 허용적인 분위기였다는 것도 다양한 정보를 수집하는데 도움을 주었다.

[대화2]
여광: [그림 3]의 벽지 문양은 p4mm로 분류되었지만, 기본조각에 있는 모든 대칭을 무시하고 p111 타입이라고 하면 안 될까요?



[그림 3]

여휴: 안 됩니다. 벽지를 분류할 때에는 문양이 가진 모든 대칭을 고려해야 합니다. 벽지의 부분적인 특징만 고려하여 분류하면, 분류 자체가 지나치게 포괄적이 되거나 다른 분류와 구분할 수가 없을 수도 있습니다.

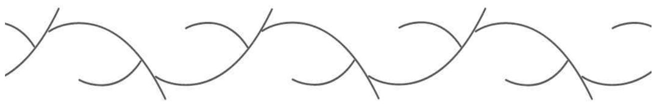
여광: 기본조각을 결정할 때에는 가장 작은 넓이를 고려하고, 벽지 타입을 결정할 때에는 가장 많은 대칭성을 고려해야 하는군요.

여휴: 그렇게 생각하면 될 것 같습니다.

[대화2]에서는 벽지의 분류 수준에 대한 논의이다. 벽지는 회전, 반사, 미끄럼반사 등을 이용하여 일반적으로 분류하는데, 이들 중에서 일부만을 이용하여 분류한다면 어떨까? 라는 의문이다. 이러한 물음은 처음 벽지를 분류하는 수학교사들에게는 자연스러운 것이 될 수도 있다. 그러나 벽지의 분류에서는 분류의 기준들, 관점들에 따라 벽지를 분석해야 하며, 그렇지 않은 경우에는 일반적으로 수용되지 않는 결론에 도달하거나 전혀 다르게 분류된다는 것이 토론되었다.

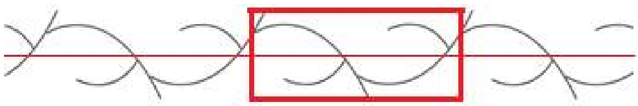
[대화3]

여광: 벽지의 경우는 물론이거니와 띠의 경우에도 미끄럼반사를 확인하는 과정이 어려워요. 예를 들어, [그림 4]에는 미끄럼반사가 있는데 처음에는 찾지 못했어요.



[그림 4]

여휴: 맞아요, 미끄럼반사는 인식하기 쉽지 않습니다. 여광 선생만이 아니라 누구라도 미끄럼반사를 찾기 위해서는 자세하게 살펴야 합니다. 우선 띠를 살펴봅시다. [그림 5]에서 네모 칸으로 표시된 기본조각을 봅니다.



[그림 5]

기본조각의 왼쪽 절반과 오른쪽 절반이 x-축 반사를 이룬다는 걸 알 수

있습니다. 즉, 기본조각의 x-축 방향 길이의 절반만큼을 밀고(미끄러지고) x-축 반사를 시키면 원래 문양과 동일하게 됩니다.

여광: 왜 ‘민다’는 표현을 썼는지 모르겠어요. 보통 평행이동이라고 하잖아요.

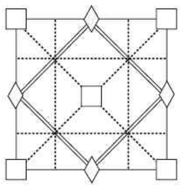
여휴: 문양에서 평행이동은 정수 만큼만을 뜻합니다. 그래서 ‘절반’만큼을 움직이는 것은 평행이동이라 하지 않고 ‘민다’ 또는 ‘미끄러진다’라고 합니다.

여광: 벽지의 경우에도 띠와 같은 방식으로 생각하면 되겠군요.

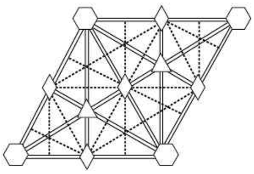
여휴: 그렇습니다. 다만 벽지의 경우는 미끄럼의 방향이 많기 때문에 좀 복잡합니다. 일반적으로 벽지에서 미끄럼반사를 살필 때 적절한 길이의 절반만큼 미끄러진 후 미끄럼 축에 관해 반사를 생각합니다.

여광: 어떤 길이의 절반인지가 분명하지 않을 때가 있는데요.

여휴: 미끄럼반사를 확인할 때 종종 접하는 문제입니다. [그림 6]을 봅시다. p4gm 타입의 벽지의 기본조각입니다.



[그림 6]



[그림 7]

여기에는 x-축에 평행인 미끄럼반사, y-축에 평행인 미끄럼반사, $y=x$인 직선을 축으로 하는 미끄럼반사, $y=-x$인 직선을 축으로 하는 미끄럼반사가 있습니다. x-축에 평행인 미끄럼반사와 y-축에 평행인 미끄럼반사의 경우에는 어떤 길이의 절반인지 분명하지만 다른 두 경우는 그렇지 않습니다.

여광: 예를 들어, $y=x$인 직선을 축으로 하는 미끄럼반사의 경우에 ‘대각선 길이의 절반을 미끄러진 후 그 대각선($y=x$인 직선)을 축으로 하여 반사시켜야 하는가?’를 묻는 거죠?

여휴: 그렇습니다.

여광: 답이 뭐예요?

여휴: p4gm 타입의 벽지의 경우에서 $y=x$인 직선을 축으로 하는 미끄럼반사는 대각선 길이의 절반을 미끄러진 후 그 대각선($y=x$인 직선)을 축으로 하여 반사시키는 것이 맞습니다. 그러나 [그림 7]의 p6mm의 경우 많은 미끄럼반사의 경우 각각에 어떤 길이의 절반만큼 미끄러지는가를 알기 위해서는 좀 더 생각해야 합니다.

여광: 그 계산을 하지 않으면 벽지의 타입을 결정할 수 없는 것은 아니죠?
여휴: 그렇습니다. 벽지의 타입을 결정하는 과정에서 미끄럼반사까지 살펴야 하는 경우는 p1**과 p2** 타입입니다. 이들 경우에는 어떤 길이의 절반만큼 미끄러지는지가 분명합니다.

[대화3]에서는 미끄럼반사에 대한 이해 과정에서 발생하는 어려움들을 논의하고 있다. 실제로 수업에서 많은 교사들은 미끄럼반사를 잘 찾지 못하는 경우가 많았으며, 찾는 과정에서 어려움을 호소하기도 하였다.

살펴본 바와 같이, 벽지의 분류에 관련하여 수학교사들은 기본조각의 결정, 분류의 수준과 관점의 이해, 미끄럼반사의 발견에서 많은 궁금함과 어려움을 가지고 있었다. [대화1], [대화2]의 내용은 벽지 분류에 대한 교사의 이해에 관련된 것으로, 교사들이 관련 개념을 정확하게 이해하도록 도움으로써 문제를 해결할 수 있었다. 그러나 [대화3]에서 살펴본 미끄럼반사에 대한 어려움은 벽지 분석틀 자체의 개선을 요구하고 있다.

이러한 어려움은 벽지의 분류에 관련된 석사학위 논문을 작성했던 연구자 A와의 인터뷰에서도 확인할 수 있었다. 연구자 A는 벽지의 분류에서 회전과 미끄럼반사를 확인하는 것이 어려웠다고 하였다. x축, y축 반사는 익숙해서 비교적 쉽게 찾을 수 있었지만, 회전에서는 회전 자체를 찾는 것은 어렵지 않았지만, 회전에서 최소회전각을 결정하는 데는 어려움이 있었다고 하였다. 그리고 미끄럼반사는 벽지의 일부를 이동시켜 다시금 반사를 보아야 했기 때문에 제일 어려웠다고 하였다. 특히 벽지는 같은 조각들이 사방으로 펼쳐진 형태이므로, 기본조각을 모르는 상태에서 미끄럼반사를 찾기는 어려웠다고 하였다.

수학교사들과 연구자 A와의 대화를 통해, 벽지의 분류에서 미끄럼반사를 확인하는 것이 커다란 어려움이 발생한다는 것을 확인할 수 있었다.

본 연구에서는 선행연구에서 제시된 벽지 분류 방법에서 미끄럼반사의 분석을 최소화시킬 수 있는 방법을 찾아, 벽지 분류의 개선된 방법을 제시할 것이다.

4. 연구결과

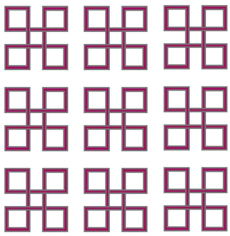
(1) 벽지 분류 알고리즘

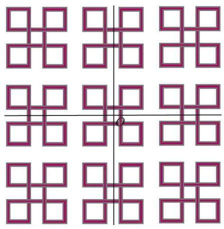
벽지는 일반적으로 회전, 반사, 미끄럼반사를 중심으로 17가지 타입으로 분류한다. 회전, 반사, 미끄럼반사 중에서 어떤 것을 먼저 조사하고 어떤 것을 그 다음에 조사하는가의 문제는 회전, 반사, 미끄럼반사 중에서 어느 것을 조사하기가 용이한가와 관련된다. [5], [6], [8], [10] 등의 선행연구와 마찬가지로, 본 연구에

서도 회전, 반사, 미끄럼반사를 이용하여 벽지들을 분석하였다.

가. 벽지에서 회전대칭에 의한 분류

벽지의 분류를 위한 첫 번째 단계로 회전대칭의 측면에서 벽지를 분석한다. 즉 벽지에 포함된 회전대칭의 유무를 살피고, 회전대칭의 최소회전각을 조사하게 된다. [그림 8]의 벽지는 [그림 9]에 제시된 것처럼 횡축과 종축의 교점 O가 한 회전축이 되며, 이 회전축을 중심으로 90°, 180°, 270°, 360°만큼 회전시키면 문양이 일치하며, 회전대칭의 존재가 밝혀지게 된다. 이때 최소의 회전각 90°를 [그림 8]의 회전대칭의 최소회전각이라 한다. 만약 어떤 벽지를 $\alpha(0^\circ < \alpha < 360^\circ)$만큼 회전시켜 회전대칭을 가지지 않을 경우에 이 벽지는 최소회전각이 360°인 회전대칭을 가진다고 말한다.


[그림 8]


[그림 9]

회전대칭의 최소회전각에 의해, 벽지들은 [표 3]과 같이 일차적으로 분류된다. 어떤 벽지의 최소회전각이 180°인 경우에는 p211, p2mm, p2mg, p2gg, c2mm의 6가지 중의 하나로 분류되며, 어떤 벽지의 최소회전각이 60°인 경우에 이 벽지는 p611, p6mm의 2가지 중의 하나로 분류된다. [그림 8]은 최소회전각이 90°이므로 [표 3]에 의하면, p411, p4mm, p4gm의 하나로 분류된다는 것을 알 수 있다. 이와 같이, 벽지의 최소회전각을 결정하는 것은 벽지 분류의 중요한 요소가 정해진다는 것을 의미한다.

최소 회전각	360°	180°	120°	90°	60°
벽지타입	p111, p1m1, p1g1, c1m1	p211, p2mm, p2mg, p2gg, c2mm	p311, p3m1, p31m	p411, p4mm, p4gm	p611, p6mm

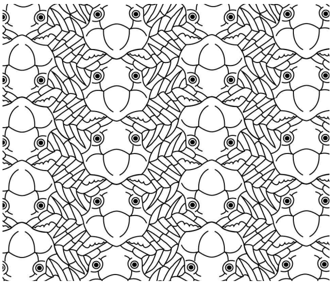
[표 3]

벽지에서 회전대칭의 존재 여부를 밝히는 과정에서 회전축과 최소회전각이 나타나게 된다. 벽지의 한 회전축을 찾으면, 벽지의 나머지 회전축들을 어렵지 않게 찾을 수 있다. 벽지의 모든 회전축을 찾으면 벽지 분류에 쉽게 접근할 수 있다(실제로 [표 4]에서 최소회전각이 180˚, 120˚, 90˚인 경우에 미끄럼반사를 조사하지 않고 회전축과 반사축의 관계를 이용하여 분류함).

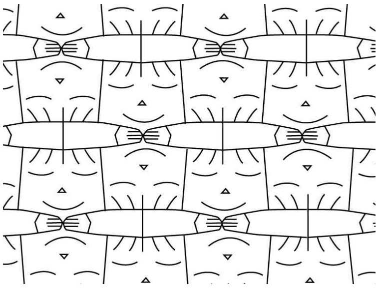
나. 벽지에서 반사대칭, 미끄럼반사에 의한 상세 분류

벽지의 회전대칭을 조사한 후에, 반사대칭을 조사한다. 회전대칭과 반사대칭의 존재여부에 의해 대부분의 벽지가 분류되며, c1m1, p1m1, p1g1, p111, p2gg, p211로 분류되는 벽지들에 대해서만 미끄럼반사를 추가적으로 조사하게 된다.

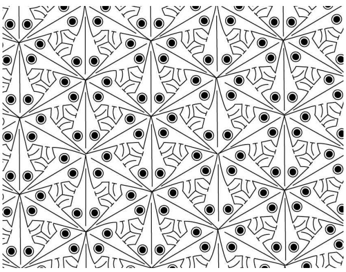
본 연구에서는 미끄럼반사의 조사를 최소화할 수 있는 분류 방법을 제시하려 한다. 미끄럼반사는 문양을 적절한 거리만큼 미끄러뜨리고 미끄러진 축에 대하여 반사시키는 대칭이기 때문에, 회전대칭, 반사대칭과는 달리 벽지에서 찾아내기가 쉽지 않다. 예를 들어, p2mg 타입인 [그림 10], c2mm 타입인 [그림 11], p31m 타입인 [그림 12], p3m1 타입인 [그림 13]에는 미끄럼반사축이 존재하지만, 이 그림들에서 미끄럼반사를 발견하기가 쉽지 않다.



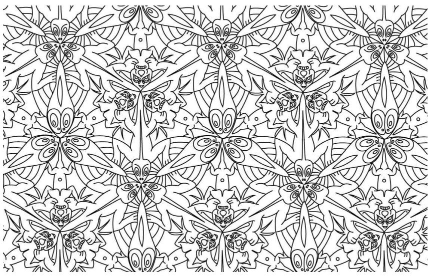
[그림 10]



[그림 11]



[그림 12]



[그림 13]

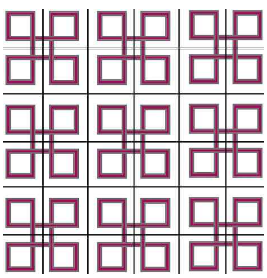
이제 회전대칭의 최소회전각에 의해 일차적으로 분류된 벽지를 반사대칭을 이용하여 세분화하여 보자. [표 3]에서 최소회전각이 360°이면 벽지가 p111, p1m1, p1g1, c1m1로 분류되었다. 이들에 대해 반사대칭을 조사하여, 반사대칭이 존재하면 p1m1, c1m1로 분류되며, 반사대칭이 존재하지 않으면 p111, p1g1로 분류된다.

[표 3]에서 최소회전각이 180°이면 벽지가 p211, p2mm, p2mg, p2gg, c2mm으로 분류되었다. 이 벽지들이 반사대칭을 가지면 p2mm, p2mg, c2mm으로 분류되며, 반사대칭을 가지지 않으면 p211, p2gg로 분류된다.

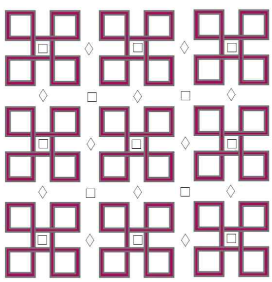
이때 반사대칭을 가지는 경우에 벽지의 모든 회전축이 반사축에 놓여있으면 p2mm으로, 일부 회전축만 반사축에 속하면 c2mm으로, 어느 회전축도 반사축에 놓여있지 않으면 p2mg로 분류된다. 한편 반사대칭을 가지지 않는 경우에는 추가적으로 미끄럼반사를 조사하여 미끄럼반사가 존재하면 p2gg로, 미끄럼반사가 존재하지 않으면 p211로 분류된다.

[표 3]에서 최소회전각이 120°이면 벽지가 p311, p3m1, p31m으로 분류되었다. 이 벽지들이 반사대칭을 가지면 p3m1, p31m으로 분류되며, 반사대칭을 가지지 않으면 p311로 분류된다. 최소회전각이 120°인 경우에는 미끄럼반사 없이 벽지 분류가 이루어진다. 즉 반사대칭을 가지는 경우에 모든 회전축이 반사축에 있는 경우는 p3m1로 분류되며, 일부 회전축만 반사축에 있는 경우는 p31m으로 분류된다.

[표 3]에서 최소회전각이 90°이면 벽지가 p411, p4mm, p4gm으로 분류되었다. 이 벽지들이 반사대칭을 가지면 p4mm, p4gm으로 분류되며, 반사대칭을 가지지 않으면 p411로 분류가 마무리 된다. 최소회전각이 90°인 경우에도 미끄럼반사 없이 벽지를 분류할 수 있다. 이때 반사대칭을 가지며 모든 회전축이 반사축에 있으면 p4mm으로 분류되며, 일부 회전축만 반사축에 있는 경우는 p4gm으로 분류된다.



[그림 14]



[그림 15]

예를 들어, [그림 8]은 [그림 14]와 같이 반사를 가지므로, p4mm, p4gm 중의

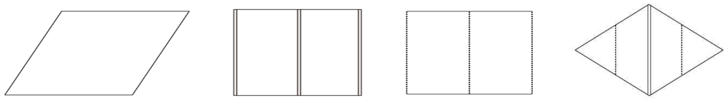
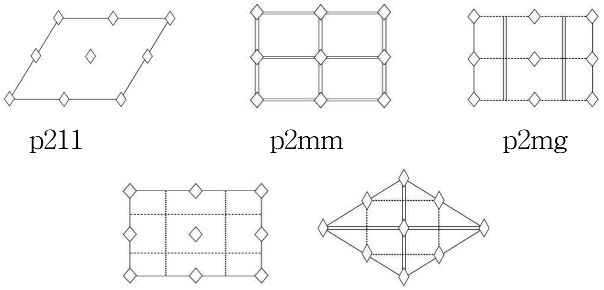
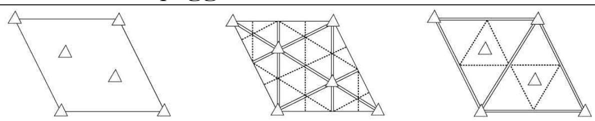
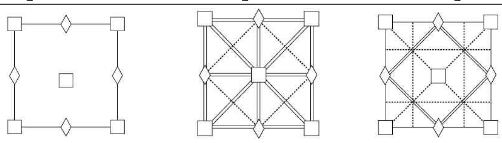
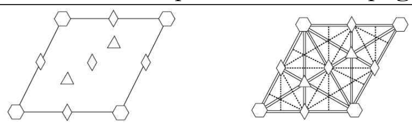
하나로 분류된다. 그리고 [그림 8]의 모든 회전축을 표시하면 [그림 15]와 같다. 이때 □는 최소회전각이 90°인 회전축을 의미하며, ◇는 최소회전각이 180°인 회전축을 의미한다. [그림 15]의 모든 회전축이 [그림 14]의 반사축에 있기 때문에, [그림 8]은 p4mm으로 분류된다.

<table>
<tr><th colspan="2">회전대칭</th><th colspan="2">반사대칭</th><th colspan="4">회전축과 반사축 관계, 미끄럼반사대칭</th></tr>
<tr><th>최소회전각</th><th>벽지분류</th><th>존재여부</th><th>벽지분류</th><th>회전축과 반사축 관계</th><th>벽지분류</th><th>미끄럼반사의 존재여부</th><th>벽지분류</th></tr>
<tr><td rowspan="4">360°</td><td rowspan="4">p111, p1m1, p1g1, c1m1</td><td rowspan="2">유</td><td rowspan="2">p1m1, c1m1</td><td colspan="2" rowspan="4"></td><td>유</td><td>c1m1</td></tr>
<tr><td>무</td><td>p1m1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">무</td><td rowspan="2">p111, p1g1</td><td>유</td><td>p1g1</td></tr>
<tr><td>무</td><td>p111</td></tr>
<tr><td rowspan="5">180°</td><td rowspan="5">p211, p2mm, p2mg, p2gg, c2mm</td><td rowspan="3">유</td><td rowspan="3">p2mm, p2mg, c2mm</td><td>모든 회전축이 반사축에 속함</td><td>p2mm</td><td colspan="2" rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>일부 회전축만 반사축에 속함</td><td>c2mm</td></tr>
<tr><td>회전축이 반사축에 속하지 않음</td><td>p2mg</td></tr>
<tr><td rowspan="2">무</td><td rowspan="2">p211, p2gg</td><td colspan="2" rowspan="2"></td><td>유</td><td>p2gg</td></tr>
<tr><td>무</td><td>p211</td></tr>
<tr><td rowspan="3">120°</td><td rowspan="3">p311, p3m1, p31m</td><td rowspan="2">유</td><td rowspan="2">p3m1, p31m</td><td>모든 회전축이 반사축에 속함</td><td>p3m1</td><td colspan="2" rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>일부 회전축만 반사축에 속함</td><td>P31m</td></tr>
<tr><td>무</td><td>p311</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">90°</td><td rowspan="3">p411, p4mm, p4gm</td><td rowspan="2">유</td><td rowspan="2">p4mm, p4gm</td><td>모든 회전축이 반사축에 속함</td><td>p4mm</td><td colspan="2" rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>일부 회전축만 반사축에 속함</td><td>p4gm</td></tr>
<tr><td>무</td><td>p411</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">60°</td><td rowspan="2">p611, p6mm</td><td>유</td><td>p6mm</td><td colspan="4" rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>무</td><td>p611</td></tr>
</table>

[표 4] 개선된 벽지 분류 절차

한편 [표 3]에서 최소회전각이 60°이면 벽지가 p611, p6mm으로 분류되었다. 최소회전각이 60°인 경우의 벽지 분류가 가장 쉬운데, 반사대칭을 가지면 p6mm으로 분류되며, 반사대칭을 가지지 않으면 p611로 분류된다. 기술한 것과 같이, 미

끄럼반사의 확인을 최소화하면서 벽지를 분류할 수 있는 방법을 정리하면, [표 4]를 얻을 수 있다.

회전대칭의 최소회전각	각 타입에 대한 기본조각
360°	 p111 p1m1 p1g1 c1m1
180°	 p211 p2mm p2mg p2gg c2mm
120°	 p311 p3m1 p31m
90°	 p411 p4mm p4gm
60°	 p611 p6mm

[표 5] 벽지의 기본조각

다. 기본조각 결정

본 연구에서는 기본조각을 미리 결정하지 않고 벽지를 분류하였다. 실제로 [표 4]에서 회전대칭의 존재 여부, 반사대칭의 존재 여부, 회전축과 반사축의 관계, 미끄럼반사의 존재 여부를 바탕으로 벽지를 분류하였지만, 벽지의 기본조각이 무

었인지에 대해서는 아직 논의하지 않았다.

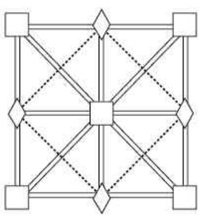
[6], [8], [10]에서 17가지 벽지의 기본조각을 [표 5]와 같이 제시하고 있다. [표 5]에서 이중선 은 반사대칭축을 나타내며, 점선 은 미끄럼반사축을 나타낸다. 이때 바깥 경계선(실선 , 이중선, 점선에 의한)이 기본조각을 나타낸다. 결국 벽지의 기본조각을 결정하기 위해서는 모든 회전대칭축, 반사대칭축, 미끄럼반사축을 찾아야 한다.

벽지의 모든 회전대칭축, 반사대칭축, 미끄럼반사축을 찾는 것은 쉬운 일은 아니다. 그렇기 때문에, 벽지의 기본조각을 결정하고 그 후에 벽지를 분류하는 것은 합리적이지 않다.

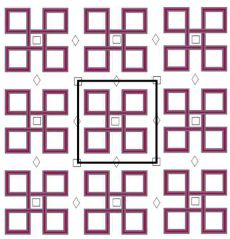
본 연구에서는 먼저 회전대칭의 존재 유무, 반사대칭의 존재 유무, 회전축과 반사축의 관계, 미끄럼반사의 존재 유무를 확인하여 벽지를 분류하였다. 이때 모든 회전대칭축, 반사대칭축, 미끄럼반사축을 찾지는 않았지만, 이들의 존재 여부에 대해서는 확인한 상태이다. 이제 [표 5]를 이용하면 벽지의 기본조각을 결정할 수 있다.

[표 5]에서 보면 최소회전각이 180°인 경우에 회전축 9개가 3행 3열로 위치해 있다는 것, 즉 회전축 8개는 기본조각 경계에 있고 1개는 기본조각 안에 있다는 것을 알 수 있다. 최소회전각이 120°인 경우에는 회전축 6개 중에서 4개는 기본조각 경계에 있고 2개는 기본조각 안에 있으며, 최소회전각이 90°인 경우에는 회전축 5개 중에서 4개는 기본조각 경계에 있고 1개는 기본조각 안에 있다. 최소회전각이 60°인 경우에는 회전축 4개가 기본조각 경계에 있다는 것을 알 수 있다. 결국 벽지의 분류와 회전축을 알면 기본조각을 결정할 수 있다.

[그림 8]은 p4mm으로 분류되었고, [표 5]에서 p4mm의 기본조각이 [그림 16]과 같으므로, [그림 8]의 기본조각은 [그림 17]에 실선으로 표시된 것과 같다. 이와 같은 방법으로 벽지 타입에 대한 정보를 바탕으로, 어렵지 않게 기본조각을 결정할 수 있다.



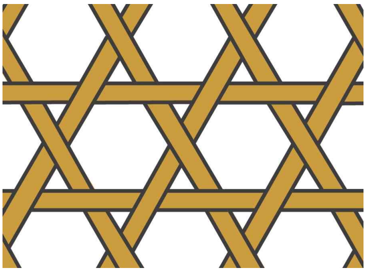
[그림 16]



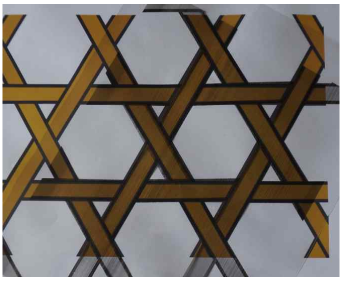
[그림 17]

(2) 벽지 분류와 기본조각

[그림 18]의 벽지를 분류하기 위해, 먼저 회전대칭을 조사하자. [그림 18]에서 정육각형과 정삼각형을 관찰할 수 있다. 정삼각형의 중심에 대한 회전대칭을 생각하면 120°의 회전각을 생각할 수 있지만, 정육각형의 중심에 대한 회전대칭을 생각하면 60°의 회전각을 생각할 수 있다. [그림 19]는 [그림 18]을 TP필름에 복사하여 60°만큼 회전시켜 겹쳐놓은 것이다. 결국 [그림 18]은 최소회전각으로 60°를 생각할 수 있다. [표 4]에 의하면, 60°의 최소회전각을 가지는 벽지는 p611, p6mm으로 분류될 수 있다.

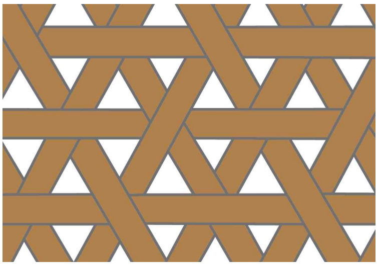


[그림 18]



[그림 19]

다른 벽지를 살펴보자. [그림 20]의 벽지는 정삼각형을 중심으로 회전대칭을 생각할 수 있으며 최소회전각으로 120°를 추측할 수 있다. [그림 21]은 [그림 20]을 TP필름에 복사하여 120°만큼 회전시켜 겹쳐놓은 것이다. [그림 21]에서 보는 바와 같이, [그림 20]은 120°만큼 회전시키면 원래 문양과 같지 않다. 그러나 [그림 20]을 180°만큼 회전시키면 원래 문양과 같게 되므로 [그림 20]은 [표 4]에 의해 p211, p2mm, p2mg, p2gg, c2mm 중의 하나로 분류된다.



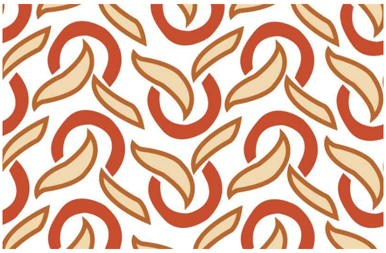
[그림 20]

[그림 21]

한편 [그림 22]는 회전대칭이 없는 벽지임을 쉽게 알 수 있다. [그림 23]은 [그림 22]를 시계반대 방향으로 180°만큼 회전시킨 것이다. 결국 [그림 22]는 [표 4]

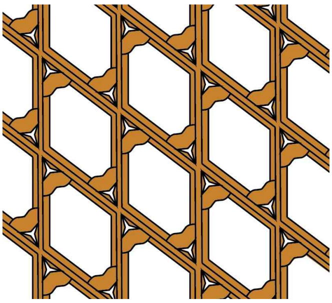
에 의해 p111, p1m1, p1g1, c1m1 중의 하나로 분류된다.

[그림 22]

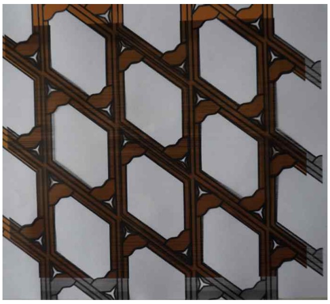


[그림 23]

[그림 24]의 벽지는 사각형을 중심으로 회전대칭을 살펴볼 수 있다. 그런데 이 사각형이 정사각형이 아니므로, 회전대칭의 최소회전각은 90°가 될 수 없으므로 최소회전각으로 180°를 확인해 보자. [그림 25]는 [그림 24]를 TP필름에 복사하여 사각형의 대각선의 교점을 중심으로 180°만큼 회전시켜 겹쳐놓은 것이다. 결국 [그림 24]는 최소회전각이 180°가 되며, [표 4]에 의해 p211, p2mm, p2mg, p2gg, c2mm 중의 하나로 분류된다.



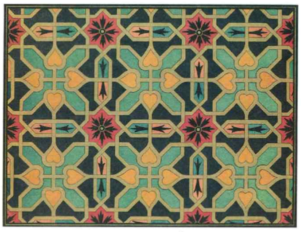
[그림 24]



[그림 25]

[그림 26]은 이슬람 전통 문양 중의 하나이다([9], p.184). [그림 26]에서는 정사각형 모양을 쉽게 찾아볼 수 있으며, 회전대칭에서 최소회전각이 90°가 될 수 있음을 추측할 수 있다. 실제로 [그림 27]은 [그림 26]을 시계반대 방향으로 90°만큼 회전시킨 것이다. [그림 26]과 [그림 27]이 일치하므로, [그림 26]의 최소회전각은 90°임을 확인할 수 있다. 그러므로 [표 4]에 의해 [그림 26]는 p411, p4mm, p4gm 중의 하나로 분류된다.

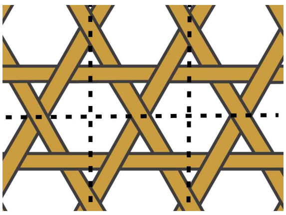
[그림 26]



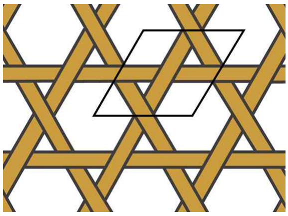
[그림 27]

이제 살펴본 벽지들의 반사대칭을 생각하자. [그림 18]의 경우에 반사대칭축으로 정삼각형과 정육각형의 중심을 지나는 직선들을 [그림 28]과 같이 생각할 수 있다. [그림 28]은 이 직선들에 대해 반사대칭이 되지 않으므로, [그림 18]은 반사대칭을 가지지 않는다. [그림 18]은 회전대칭에 의해 p611, p6mm로 분류되었고, 반사대칭에 대한 특징에 의해 p611로 분류된다.

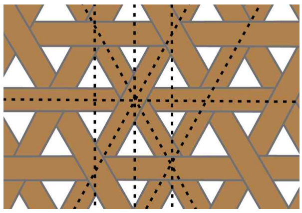
한편 [표 5]를 이용하여 p611의 기본조각을 찾으면, [그림 18]의 기본조각은 [그림 29]에 실선으로 표시된 것과 같다.



[그림 28]



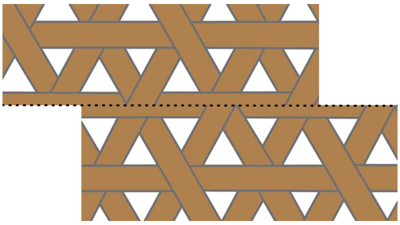
[그림 29]

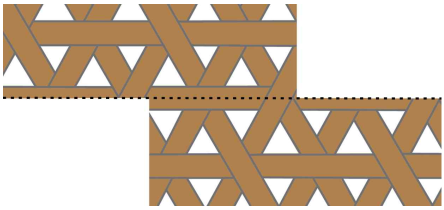


[그림 30]

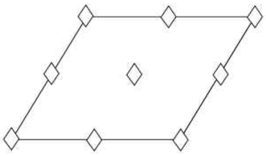
[그림 20]의 반사대칭에 대한 성질을 살펴보자. [그림 20]의 반사대칭축으로 [그림 30]과 같은 직선들을 생각할 수 있다. 이 직선들 중 어느 것에 대해서도 [그림 20]이 반사대칭이 되지 않으므로, [그림 20]은 [표 4]에 의해 p211, p2gg 중의 하나로 분류된다. 이제 [그림 20]에 대해 미끄럼반사의 유무만 조사하면 된다.

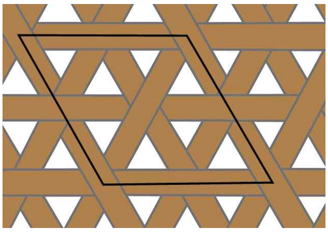
[그림 20]의 미끄럼반사를 조사하기 위해, [그림 20]을 [그림 31], [그림 32]와 같이 그림의 일부를 오른쪽으로 밀었다. [그림 31]은 경계선인 점선을 중심으로 반사대칭이 되지 않으며, [그림 32]도 점선을 중심으로 반사대칭이 되지 않는다. 그러므로 [그림 20]은 미끄럼반사가 없으며, p211로 분류된다.


[그림 31]

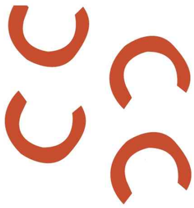

[그림 32]

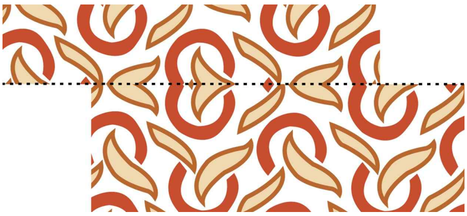
한편 p211의 기본조각은 [표 5]에 의하면 [그림 33]과 같으므로, [그림 20]의 기본조각은 [그림 34]에 실선으로 표시된 것과 같다.


[그림 33]


[그림 34]

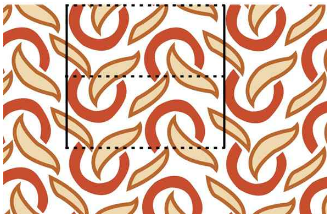
[그림 22]는 반사대칭을 가질 수 없다. 왜냐하면, [그림 22]에 포함된 [그림 35]의 모양이 반사대칭인 모양이 아니기 때문이다. [그림 22]의 미끄럼반사를 조사하자. 이를 위해, [그림 22]의 일부를 [그림 36]과 같이 오른쪽으로 밀면, 점선에 대해 대칭이 된다는 것을 알 수 있다. 결국 [그림 22]는 반사대칭을 가지지 않으며 미끄럼반사를 가지므로, [표 4]에 의해 p1g1로 분류된다.


[그림 35]


[그림 36]

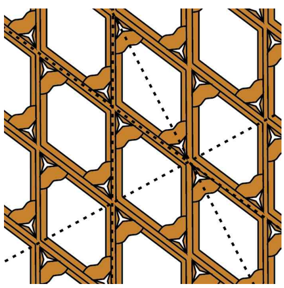
한편 p1g1의 기본조각은 [표 5]에 의하면 [그림 37]과 같으므로, [그림 22]의 기본조각은 [그림 38]에 선으로 표시된 것과 같다.

[그림 37]

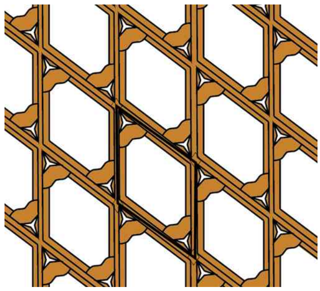


[그림 38]

[그림 24]의 벽지를 살펴보자. [그림 24]의 반사대칭을 조사하기 위해, 반사대칭축으로 [그림 39]와 같이 사각형의 변에 평행한 선들과 대각선을 지나는 선들을 생각할 수 있다. [그림 39]에서 사각형의 변들에 평행한 선들에 대해서는 반사대칭이지 않지만, 대각선을 지나는 선들에 대해서는 반사대칭이 됨을 알 수 있다. 이제 [표 4]에 의하면, [그림 24]는 p2mm, p2mg, c2mm 중의 하나로 분류된다.



[그림 39]



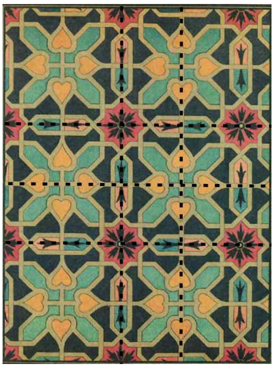
[그림 40]

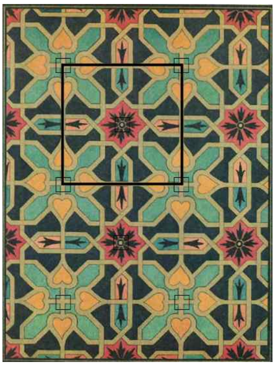
이제 [그림 24]에서 회전축과 반사대칭축의 관계를 살펴보자. [그림 25]에서의 180°회전에서 일부 회전축은 반사축 위에 있으나 일부 회전축은 그렇지 않기 때문에 [그림 24]는 c2mm으로 분류된다. 한편 [표 5]에 제시된 c2mm의 기본조각을 생각하면, [그림 24]의 기본조각은 [그림 40]에 실선으로 표시된 것이 된다.

[그림 26]에 대해 반사대칭 유무를 살펴보자. [그림 26]에서는 정사각형들을 찾을 수 있으므로, 정사각형의 변을 중심으로 반사대칭을 생각할 수 있다. [그림 41]에 점선으로 반사대칭축의 일부가 표시되어 있다. 그러면 [그림 26]은 p4mm, p4gm 중의 하나로 분류될 수 있다.

이제 회전축들이 반사대칭축에 모두 속하는지, 그렇지 않은지를 조사하면 된다. [그림 26]의 회전축은 [그림 42]에 작은 정사각형으로 표시된 것과 같으므로, 모든 회전축에 반사대칭축에 놓이게 된다. 결국 [그림 26]은 p4mm으로 분류된다. 그리고 [표 5]에 제시된 p4mm의 기본조각을 생각하면, [그림 26]의 기본조각

은 [그림 42]에 큰 정사각형으로 표시된 것이 된다.


[그림 41]


[그림 42]

5. 결론 및 제언

본 연구는 실세계의 현상들을 수학적으로 분석, 분류하는 효과적인 방법의 개발에 관련된다. 여기서는 선행연구에 제시된 벽지의 분류 방법을 개선하고 체계화시켜, 수학적 관점에서 벽지들을 효과적으로 분류하는 방법을 제시하였고, 이를 바탕으로 다양한 타입의 벽지들을 실제로 분류하여 제시하였다.

선행연구들에서는 벽지 분류의 도구로 주로 회전대칭, 반사대칭, 미끄럼반사 등의 수학적 개념을 사용하였다. 벽지가 기본조각을 상하좌우로 반복하여 만들어진다는 것을 감안하면, 회전대칭, 반사대칭, 미끄럼반사를 중심으로 벽지의 분석, 분류를 시도했다는 것은 합리적인 접근이라 할 수 있다. 그러나 선행연구에 제시된 벽지 분류의 알고리즘은 일관성이 부족하여 벽지 분류에 체계적으로 접근하기 어렵다는 단점을 지니고 있다. 그리고 선행연구를 기반으로 수학교사들과 실제로 벽지를 분류해 본 결과, 벽지에서 미끄럼반사를 확인하는 것에서 어려움이 발생한다는 것을 확인할 수 있었다. 실제로 미끄럼반사는 문양을 적절한 거리만큼 미끄러뜨리고 미끄러진 축에 대하여 반사시키는 대칭이기 때문에, 회전대칭, 반사대칭에 비해 찾아내기가 쉽지 않다.

본 연구에서는 회전대칭, 반사대칭, 미끄럼반사의 개념을 바탕으로 분류의 각 단계가 일관성을 가지는 개선된 분류 방법을 개발하였다. 특히 개선된 방법에서는 미끄럼반사의 확인을 최소화하여 벽지 분류에서 발생하는 어려움을 해소하려 시도하였다.

본 연구에서 제시하는 벽지 분류의 절차는 다음과 같이 세 단계로 구성된다. 첫 번째 단계에서는 회전대칭의 최소회전각을 벽지에서 확인한다. 최소회전각은

360°(0°), 180°, 120°, 90°, 60°의 5종류이며, 이것에 따라 벽지는 일차적으로 5가지 중의 하나로 분류된다. 두 번째 단계에서는 반사대칭의 유무를 확인한다. 일차적으로 분류된 5가지의 벽지들에 대해 반사대칭의 유무를 조사하여 이차적인 분류를 수행하게 된다. 최소회전각이 60°인 경우에는 반사대칭의 유무만 조사하면 벽지 분류가 완성된다([표 4]). 세 번째 단계에서는 회전축과 반사축과의 관계, 미끄럼반사의 유무를 확인한다. 이때 본 연구에서는 비교적 쉬운 회전축과 반사축과의 관계의 확인을 최대화하고, 확인이 어려운 미끄럼반사의 유무에 대한 조사는 최소화하였다. 그 결과 미끄럼반사의 유무에 대한 확인이 필요한 것은 회전대칭에서 최소회전각이 360°인 경우, 최소회전각이 180°이면서 반사대칭이 존재하지 않는 경우로 제한되었다. 이와 같은 세 단계를 거치면 벽지의 분류가 마무리되며, 주어진 벽지가 전체 17개 타입 중 어떤 타입에 속하는지를 결정할 수 있다. 이때 벽지의 기본조각을 확인하지 않고도 벽지 타입이 결정된다. 본 연구에서는 개선된 분류 방법을 활용하여 p4mm, p611, p211, p1g1, c2mm으로 분류되는 몇몇 벽지들에 대한 상세한 분석과 분류 과정을 제시하였다.

이제 벽지의 기본조각을 어렵지 않게 결정할 수 있다. 벽지의 타입이 결정되면 [표 5]와 같이 각 타입에 대한 기본조각이 이미 알려져 있기 때문이다. 벽지 분류에서 기본조각을 먼저 결정하고 벽지를 분류한다고 생각할 수도 있지만, 이것은 현실적이지 않다. 즉 벽지의 기본조각을 결정하기 위해서는 회전대칭축, 반사대칭축, 미끄럼반사축에 대한 정보가 필요하기 때문에 먼저 벽지 타입을 결정하고, [표 5]를 이용하여 벽지의 기본조각을 결정하는 것이 합리적이라 할 수 있다.

본 연구에서 벽지 분류의 방법은 중등학교 수학교육에서 활용될 수 있도록 충분히 평이한 수준에서 기술되었다. 초등학교에서 이미 회전대칭, 반사대칭, 미끄럼반사의 개념 등에 관련된 내용들을 부분적으로 학습하였기 때문에, 중등학교 학생들은 교사의 도움이나 참고자료들을 활용하여 주변에서 접할 수 있는 반복적인 패턴들과 문양들을 수학적으로 분석하여 분류할 수 있을 것으로 생각된다.

특히 본 연구에 소개된 소재들과 분류 방법은 중등학교 수학의 기하영역뿐만 아니라, 수학동아리 활동, 수학교과의 과제연구, 탐구보고서 작성, 수학체험, 자유학기제의 수학활동과 관련되어 다양하게 활용될 수 있을 것이다. 그리고 이에 관련된 구체적인 교수-학습 방법, 교수-학습 자료의 개발 등의 후속 연구들을 통해 중등학교 수학교육의 내용이 더욱 풍부해질 것으로 기대된다. 최근에 강조되는 융합인재교육 STEAM에서도 수학과 예술의 융합이라는 측면에서도 본 연구의 결과는 가치있게 논의될 수 있을 것이다.

참고문헌

[1] 고창수, 오영열, 수학적 모델링 활동이 수학적 문제해결력 및 수학적 성향에 미치는 영향, 한국초등수학교육학회지 19(3), 347-370(2015).

[2] 교육부 (2015). 수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호 [별책 8]).

[3] 서지희, 윤종국, 이광호, 중학교 3학년 수학 영재 학생들을 위한 수학적 모델링 교수.학습 자료의 개발 및 적용: 쓰나미를 소재로, 대한수학교육학회지: 학교수학 15(4), 785-799(2013).

[4] 신현용, 고영신, 나준영, 신실라, 대칭을 이용한 문양의 음악적 표현, 한국수학교육학회지시리즈E: 수학교육논문집 30(2), 179-198(2016).

[5] 신현용, 신실라, 문태선, 권혜윤, 이윤우, 벽지문양을 소재로 한 수학학습자료 개발연구, 한국수학교육학회지시리즈A: 수학교육 53(3), 435-447(2014).

[6] 신현용, 유익승, 문태선, 신기철, 신실라, 수학 IN 디자인, 서울: 교우사(2015).

[7] 이환철, 수학적 모델링과 수학수업, 수학학습 지도 원리와 적용(황혜정, 김진호, 고호경, 서보억 편집), 서울: 경문사(2014).

[8] Horne C. E., Geometric symmetry in patterns and tilings, New York: CRC Press(2000).

[9] Ivanovskya V. I., Islamskie Ornamenty, Moscow: Shevchuk(2007).

[10] Schattschneider D., The plane symmetry groups: Their recognition and notation, The American Mathematical Monthly 85(6), 439-450(1978).

[11] Stevens P.S., Handbook of Regular Pattern, Massacusetts: The MIT Press(1980).

Shin Hyunyong
Department of Mathematics Education,
Korea National University of Education,
Cheongju, Chungbuk, Korea
E-mail address: shin@knue.ac.kr

Han Inki[2)]
Deptartment of Mathematics Education
Gyeongsang National University
Jinju, Korea
E-mail address: inkiski@gnu.ac.kr

Na Junyoung
Department of Mathematics Education,
Korea National University of Education,
Cheongju, Chungbuk, Korea
E-mail address: nonhero@knue.ac.kr

2) correspondent author