The Korean Journal of Applied Statistics (2017) DOI: http://dx.doi.org/10.5351/KJAS.2017.30.6.983
30(6), 983–991

Functional ARCH (fARCH) for high-frequency time series: illustration

J.E. Yoon[a] · Jong-Min Kim[b] · S.Y. Hwang[a,1]

[a]Department of Statistics, Sookmyung Women's University;
[b]Statistics Discipline, University of Minnesota-Morris

(Received October 10, 2017; Revised October 28, 2017; Accepted October 28, 2017)

Abstract

High frequency time series are now prevalent in financial data. However, models need to be further developed to suit high frequency time series that account for intraday volatilities since traditional volatility models such as ARCH and GARCH are concerned only with daily volatilities. Due to Hörmann *et al.* (2013), functional ARCH abbreviated as fARCH is proposed to analyze intraday volatilities based on high frequency time series. This article introduces fARCH to readers that illustrate intraday volatility configuration on the KOSPI and the Hyundai motor company based on the data with one minute high frequency.

Keywords: fARCH, high frequency, intraday volatility

1. 서론

변동성(volatility, 조건부 분산)을 모델링하는 것은 금융시계열분석의 주요한 요소 중 하나이다. 대부분의 변동성 모델링은 Engle (1982)의 ARCH 모형, Bollerslev (1986)의 GARCH 모형 등 다양한 조건부 이분산성 모형을 설정하고 모수를 추정하는 모형 기반(model based) 방법을 통해 이루어진다. ARCH 모형과 GARCH 모형은 대표적인 변동성 모형으로 이에 대한 많은 연구들이 있으며 이 모형들에 기초한 다양한 변형 모형들이 금융시계열분석에서 이론과 응용 면에서 주요한 역할을 하고 있다.

최근 데이터 수집 및 처리 기법의 발달로 세분화된 금융시계열 데이터를 얻을 수 있게 되었다. 대표적인 예로 고빈도 자료(high-frequency data)가 있다. 고빈도 자료로 관측되는 일중 관측값(intraday observation)을 이용한 변동성 추정에 대한 연구도 활발히 이루어지고 있다. 일별 종가를 이용하여 변동성을 추정하는 모형 기반 방법과는 달리 매 분 단위로 관측된 고빈도 자료를 활용하여 실현변동성(realized volatility; RV)을 계산하여 변동성을 추정하는 방법이다. 이 방법은 수익률의 조건부 분산에 대한 특별한 모형을 가정하지 않고 고빈도 자료를 이용하여 조건부 분산을 추정하는 일종의 자료 기반(data based) 방법이다. 고빈도 자료를 이용한 변동성 추정에 대해서는 Anderson 등 (2003), Martens (2002), Yoon과 Hwang (2015)을 참고하기 바란다.

This research was supported by Basic Science Research Program through the NRF of Korea funded by the Ministry of Education (2015-057031).

[1]Corresponding author: Department of Statistics, Sookmyung Women's University, Cheongpa-ro, 47-gil 100, Yongsan-gu, Seoul 04310, Korea. E-mail: shwang@sookmyung.ac.kr

변동성 모델링에 있어 고빈도 자료를 이용한 함수적 데이터 분석(functional data analysis)으로 접근할 수 있다. 1분 간격으로 측정된 고빈도 자료는 1분 간격으로 그 시간에서의 값이 얼마인지 관측한 자료인데 이러한 데이터는 시간의 흐름에 따른 점진적인 변화를 나타내는 곡선(curve)의 형태로 표현되어질 수 있다. 이러한 곡선을 개별적인 관측값이 연속된 것이 아니라 하나의 함수(function)라고 볼 때 이러한 자료를 함수적 데이터(functional data)라고 하며 이러한 데이터를 분석하는 방법을 함수적 데이터 분석이라고 한다. 이러한 함수적 접근은 지금까지는 함수적 시계열이 등분산(homoskedastic)인 경우에 대해 많이 연구가 되었는데 최근에는 고빈도 변동성 자료(high-frequency volatility data)의 분석과 관련되어서도 연구가 이루어지고 있다. 금융시계열에서 함수적 데이터 분석은 변동성을 모델링하기 위한 방법으로 적용할 수 있으며 고빈도 자료를 활용한 함수적 데이터 분석은 관측값의 연속적인 흐름(continuous flow)에 대한 정보를 얻을 수 있게 해준다. 함수적 데이터 분석의 세부적인 내용은 Ramsay와 Silvermann (2005) 등을 참고하기 바란다.

Engle (1982)의 ARCH 모형과 같이 이분산(heteroskedastic) 자료에서 함수적 데이터 분석 접근을 위한 functional heteroskedastic framework에 대한 연구는 Hörmann 등 (2013)에 의해 이루어졌다. 이 연구에서 Hörmann은 fARCH(1) 모형을 소개하고 이 모형이 정의되기 위한 조건 등을 제시하였다. 이어 Aue 등 (2017)은 fARCH(1) 모형을 확장한 fGARCH$(1,1)$ 모형에 대해 연구하였다.

본 논문에서는 이분산성 모형의 함수적 버전인 fARCH(1) 모형, fGARCH$(1,1)$ 모형에 대해 소개하고 국내 고빈도 자료에 적용한 결과를 제시하였다.

2. fARCH(1) 모형과 fGARCH$(1,1)$ 모형

함수적 시계열 모형 중 가장 잘 알려진 모형은 autoregressive hilbertian process (ARH(1)) (Brockwell과 Davis, 1991) 모형으로 AR(1) 모형의 확장이다. 이 모형은 활용 면에서 비선형 모형을 나타내는 데에 한계가 있다. 이에 Hörmann 등 (2013)은 함수적 이분산성 모형의 framework를 정립하고 functional ARCH (fARCH) 모형을 제안하였다. fARCH(1)은 Engle (1982)의 ARCH(1) 모형을 함수적 접근으로 확장시킨 개념이다. ARCH(1) 모형이 상수와 과거 수익률의 제곱의 선형결합으로 나타내지는 것과 같이 fARCH(1) 모형에서도 과거 수익률의 제곱들과 그것의 변동성 함수와의 함수적 선형결합(functional linear combination) 형태로 현재 관측값의 변동성 함수를 나타내고자 하였다.

일반적인 GARCH 타입의 모형들이 일일 수익률, 주중 수익률, 또는 더 긴 주기의 수익률과 같이 비교적 장기적인 주기의 분석에 적용되었던 반면 fARCH 모형과 같은 함수적 이분산성 모형은 조밀한 시간 간격의 데이터를 이용한다는 점에서 일중 수익률의 연속적인 흐름(continuous flow)에 대한 정보를 얻을 수 있다는 장점이 있다. 또한 고빈도 자료를 활용한 RV와 비교했을 때 해당되는 날의 수익률만 이용하여 구하는 RV와 달리 fARCH 모형에서는 그 전까지의 데이터의 정보를 모두 이용하여 변동성을 추정한다는 점에서 데이터 활용도가 높다는 장점이 있다.

2.1. fARCH(1) 모형

fARCH을 정의하기 위한 함수적 구성을 먼저 살펴보겠다. 일반적으로 1일부터 T일까지의 일간 로그 수익률(daily log return)을 $\{y_k, 1 \leq k \leq T\}$로 나타내었다면, 함수적 데이터에서는 새로운 변수 t를 고려하여 $\{y_k(t),\ 1 \leq k \leq T, 0 \leq t \leq S\}$로 나타낸다. 특정일을 나타내는 k와 시간을 나타내는 t를 함께 사용하여 k일 중 시간 t에서의 함수 값을 나타내는 것이다. 고빈도 자료에서 적절한 시간 간격 h를 잡아 일중 로그 수익률을 계산할 수 있으며 보통 5분 간격으로 계산한다. 최근에 Jin 등 (2017)은 국내 고

빈도 주가 시계열의 실현변동성을 계산할 때 최적의 시간간격 결정방법에 대해 연구하였다. 일중 시간을 나타낼 때는 $S = 1$이라고 가정하여 구간 $[0, 1]$이 하나의 거래일을 나타낼 수 있도록 조정하여 이용한다.

함수적 데이터 분석을 위해서는 먼저 함수공간을 정의해야 한다. 함수공간 F는 정의역이 $[0, 1]$이고 실수 값을 갖는 함수들로 이루어진 일반적인 함수공간(generic function space)이다. 함수공간 F의 예는 $L^2([0, 1])$이며 이는 힐버트 공간(Hilbert space) $H = L^2([0, 1])$이 된다. 다른 중요한 함수공간은 $F = C[0, 1]$이며 이 공간은 폐구간 $[0, 1]$에서 sup-norm $\|x\|_{\inf} = \sup_{t\in[0,1]} |x(t)|$인 연속함수들로 이루어진 공간이다. F^+는 함수공간 F에서 음수가 아닌 함수(non-negative functions)들의 집합을 나타낸다 (Aue, 2017).

함수공간 F에서 정의된 랜덤 함수(random function)의 수열 $\{y_k(t), k \in Z, t \in [0, 1]\}$가 다음의 식을 만족하는 경우 F에서의 fARCH(1)이라 부른다.

$$
\begin{aligned}
y_k &= \sigma_k \epsilon_k \\
\sigma_k^2 &= \delta + \beta(y_{k-1}^2),
\end{aligned}
$$

여기서 $\{\epsilon_k\}$은 F에 있는 iid random function의 수열이며 $\beta : F^+ \to F^+$는 비음 함수에서 비음 함수로 대응시켜주는 연산자(operator)이며 $\delta \in F^+$로 음이 아닌 함수이다. 조건부 분산인 σ_k^2은 과거 모든 관측값들의 (일중) 흐름에 영향을 받는다. 위 모형식에서 기호들은 F에 속한 함수이므로 $y_k(t), \sigma_k(t), \epsilon_k(t), \delta(t), \beta(y_{k-1}^2(t)), t \in [0, 1]$임을 의미한다. 위의 식을 만족하는 프로세스가 존재하기 위해 필요한 조건은 어떤 함수공간 F를 선택하느냐에 따라 달라지므로 구체화된 함수공간 F와 연산자 β에 대한 가정이 선행되어야 한다. Hörmann 등 (2013)은 fARCH(1) 모형에서 강정상 솔루션(strictly stationary solution)이 존재하기 위한 충분조건을 제시하였다. 본 논문에서는 결과 위주로 소개하고자 하며 자세한 이론적 증명은 Hörmann 등 (2013)을 참고하기 바란다.

먼저 함수공간 F가 힐버트 공간 $F = H = L^2([0, 1])$인 경우에 강정상 솔루션이 존재하기 위한 충분조건을 살펴보겠다.

연산자 β를 다음과 같이 정의된 (bounded) 커널 연산자로 가정한다. 적분구간은 모두 $[0, 1]$의 단일구간이며, $\int$은 $\int_0^1$을 의미한다.

$$
\beta(x)(t) = \int \beta(t, s) x(s) ds, \quad x \in H.
$$

다음의 Hilbert-Schmidt norm, $\|\beta\|_S^2 = \iint \beta^2(t, s) dsdt$이 유한이므로 연산자 β도 유계(boundedness)함이 보장된다. $\{y_k\}$가 위와 같이 정의되고 연산자 β도 유계하다는 가정 하에 $K(\epsilon_1^2) = (\iint \beta^2(t, s) \epsilon_1^4(s) dsdt)^{1/2}$을 정의한다. $E\{K(\epsilon_1^2)\}^\alpha < 1$을 만족하는 $\alpha > 0$이 존재한다면 fARCH(1) process가 H에서 유일한(unique) 강정상 솔루션을 갖게 된다. 또한 측도가능한 함수(measurable function) g가 존재해서 $\sigma_i^2 = g(\epsilon_{i-1}, \epsilon_{i-2}, \ldots)$와 같이 나타낼 수 있다. 유한한 차원의 벡터 공간에서는 모든 norm들이 동일하지만 함수적 무한 차원의 경우에서는 그렇지 않다. 그러한 경우에 fARCH의 솔루션이 존재하는지 여부는 어떤 공간을 선택하느냐와 norm이 어떻게 정의되는지에 의존하게 된다.

다른 중요한 함수공간 $C[0, 1]$에서의 정의된 fARCH process인 경우 강정상 솔루션이 존재하기 위한 충분조건은 다음과 같다 (Hörmann 등, 2013) : $\{y_k\}$를 $F = C[0, 1]$에서의 fARCH(1)이라 하고 $H(\epsilon_1^2) = \sup_{0\le t\le 1} \int \beta(t, s) \epsilon_1^2(s) ds$를 정의하면 $E\{H(\epsilon_1^2)\}^\alpha < 1$을 만족하는 $\alpha > 0$이 존재할 때 fARCH(1) process가 $F = C[0, 1]$에서 유일한 강정상 솔루션을 갖게 된다.

2.2. fGARCH$(1,1)$ 모형

앞의 fARCH(1)과 마찬가지로 함수공간 F에서 정의된 랜덤 함수(random function)의 수열 $\{y_k(t), i \in Z, t \in [0,1]\}$가 다음의 식을 만족하는 경우 F에서의 functional GARCH$(1,1)$, 줄여서 fGARCH$(1,1)$ 모형이라 부른다.

$$y_k = \sigma_k \epsilon_k,$$
$$\sigma_k^2 = \delta + \alpha\left(y_{k-1}^2\right) + \beta\left(\sigma_{k-1}^2\right).$$

fARCH(1)에서와 마찬가지로 $\{\epsilon_i\}$은 iid random function의 수열이고 δ는 음이 아닌 함수이다. α와 β는 음수가 아닌 함수에서 음수가 아닌 함수로 대응시켜주는 적분 연산자이다. α와 β를 $t \in [0,1]$에서 $\alpha(x)(t) = \int \alpha(t,s)x(s)ds$이고 $\beta(x)(t) = \int \beta(t,s)x(s)ds$이며 x는 $L^2[0,1]$에서의 원소라 하면, 적분 커널(integral kernel)함수 $\alpha(s,t)$와 $\beta(s,t)$는 힐버트 공간 $L^2[0,1]$의 원소이며 유계인(bounded) 선형연산자이다 (Aue 등, 2017).

fGARCH$(1,1)$의 수식을 보면 두 개의 시간 변수가 등장한다. k는 통상적인 거래일(trading day)을 나타낸다. 두 번째 시간 변수 t는 $[0,1]$사이의 값을 가지며 일중 거래시간을 나타낸다. Bollerslev (1986)의 GARCH 모형이 그렇듯이, fGARCH$(1,1)$ 모형이 fARCH(1) 모형보다 함수적 변동성을 모델링하는데 있어 더 유연한 결과를 제공한다.

두 개의 유용한 함수공간, $L^2 = L^2[0,1]$와 $C[0,1]$에서 강정상 솔루션을 갖기 위한 조건 등 fGARCH $(1,1)$ 모형에 대한 자세한 내용은 Aue 등 (2017)을 참고하기 바란다.

2.3. fARCH(1) 모형 추정

간단한 모형인 fARCH(1) 모형에서 함수 δ와 연산자 β의 추정에 대해 살펴보겠다. 함수공간이 힐버트 공간, 즉 $F = H$이고 β가 $\beta(x)(t) = \int \beta(t,s)x(s)ds$, $x \in H$로 주어진 경우를 다루겠다. fARCH(1) 모형에서 모수를 추정하는 것은 ARH(1) 모형에서 자기상관 연산자를 추정하는 것과 관계가 있다.

연산자 β가 $\|\beta\|_S < 1$라 가정하고 ARH(1) 모형에서 약정상성을 만족하는 솔루션 형태로 만든 후 추정과정을 거친다. ARH(1) 모형에서 자기상관 연산자 대신 공분산 연산자와 교차 공분산 연산자를 이용하며, 이것들의 고유값과 고유함수(eigenfunction)를 이용하여 추정한다. 자세한 추론 과정과 이론적인 배경은 Hörmann 등 (2013)을 참고하기 바라며 본 절에서는 주요한 식을 중심으로 살펴보고자 한다. 유한한 표본을 이용하는 실증 분석에서는 다음과 같은 유한표본 버전으로 확장한 형태의 공분산 연산자와 교차 공분산 연산자를 이용한다.

$$\hat{C}(y) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \langle Z_k, y\rangle Z_k, \quad y \in H,$$
$$\hat{C}_1(y) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} \langle Z_k, y\rangle Z_{k+1}, \quad y \in H,$$

여기서 N은 총 자료일수이며, 위의 두 식을 이용하여 연산자 β는 다음과 같이 추정한다.

$$\hat{\beta}(y;K) = \pi_K \hat{C}_1 \hat{C}^{-1}(y;K),$$
$$\hat{C}^{-1}(y;K) = \sum_{j=1}^{K} \hat{\lambda}_j^{-1} \langle \hat{e}_j, y\rangle \hat{e}_j,$$

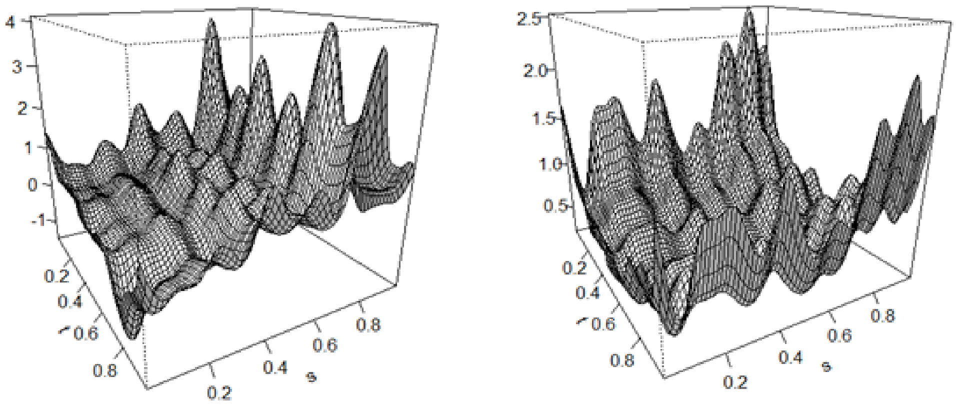

Figure 3.1. Plot of $\hat{\beta}(t,s)$: KOSPI (left) and Hyundai Motor (right).

여기서 $(\hat{\lambda}_j, \hat{e}_j)$는 큰 값부터 내림차순으로 정렬한 고유값과 대응되는 $\hat{C}$의 고유함수이다. 이를 바탕으로 추정하고자 하는 β는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{\beta}(t,s;K) = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N-1}\sum_{j=1}^{K}\sum_{i=1}^{K}\hat{\lambda}_j^{-1}\langle Z_k, \hat{e}_j\rangle\langle Z_{k+1}, \hat{e}_i\rangle\hat{e}_j(s)\hat{e}_i(t),$$

여기서 K는 추정 시 이용하는 고유함수의 개수를 나타낸다. 이러한 과정을 통해 연산자 β에 대한 추정량 $\hat{\beta}$을 얻은 후 δ 추정량은 다음과 같이 구한다.

$$\hat{\delta} = \hat{m}_2 - \hat{\beta}(\hat{m}_2),$$

여기서 $\hat{m}_2 = (1/N)\sum_{k=1}^{N} y_k^2$임을 이용한다.

이러한 과정을 통해 β와 δ를 추정한다. 추정 시 필요한 공분산 연산자의 고유값과 고유함수는 R의 fda 패키지를 이용하여 구할 수 있다. 추정 시 이용하는 고유함수의 개수 K는 분석자가 선택할 수 있으며, 유한의 표본인 경우 $K = 2, 3, 4$인 경우가 최상의 결과를 제공한다는 연구결과가 있다 (Didericksen 등, 2010). 또한 작은 K값은 계산을 더 적게 할 뿐만 아니라 편향(bias)과 분산(variance) 사이의 균형을 유지하는 면에서도 더 유리하다고 알려져 있다. 다음 절의 실증분석에서는 $K = 2$를 선택하였다.

3. 실증 분석 예제: KOSPI와 현대차 고빈도 자료

본 절에서는 국내 금융시계열 자료에 fARCH(1) 모형을 적용한 결과를 예시하고자 한다. 본 연구에서 자료 분석은 Hörmann 등 (2013)의 저자 중 한 명인 Ron Reeder 교수께서 저희들에게 제공해준 R코드를 국내 자료에 맞게 수정/조정하여 수행했음을 밝혀두는 바이다.

KOSPI와 KOSPI의 시가총액 상위종목인 현대차 고빈도 자료를 이용하였다. 2010년 1월 5일부터 2015년 6월 30일까지 1,349일의 자료이며 개장시간 동안 1분 간격으로 조사된 고빈도 자료를 이용하였다. $P_k(t)$를 k일의 시간 t에서의 주가라고 하면 $y_k(t) = \log P_k(t) - \log P_k(t-h)$로 하고 시간 간격을 다르게 하여 로그 수익률을 계산할 수 있다. 본 논문에서는 $h = 5$로 하여 5분 간격 로그 수익률을 계산하여 이용하였다. 로그 수익률의 변동성은 $\sigma_k^2(t) = \mathrm{Var}(y_k(t)|F_{k-1})$로 나타낼 수 있다.

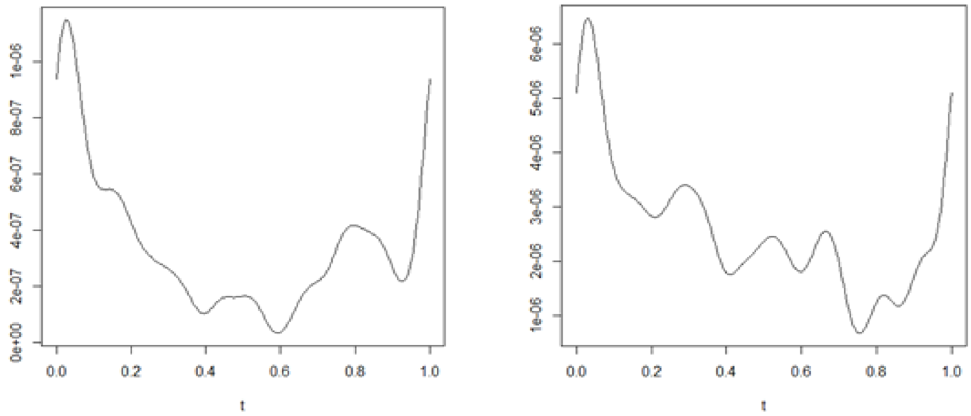

Figure 3.2. Plot of $\hat{\delta}(t)$: KOSPI (left) and Hyundai Motor (right).

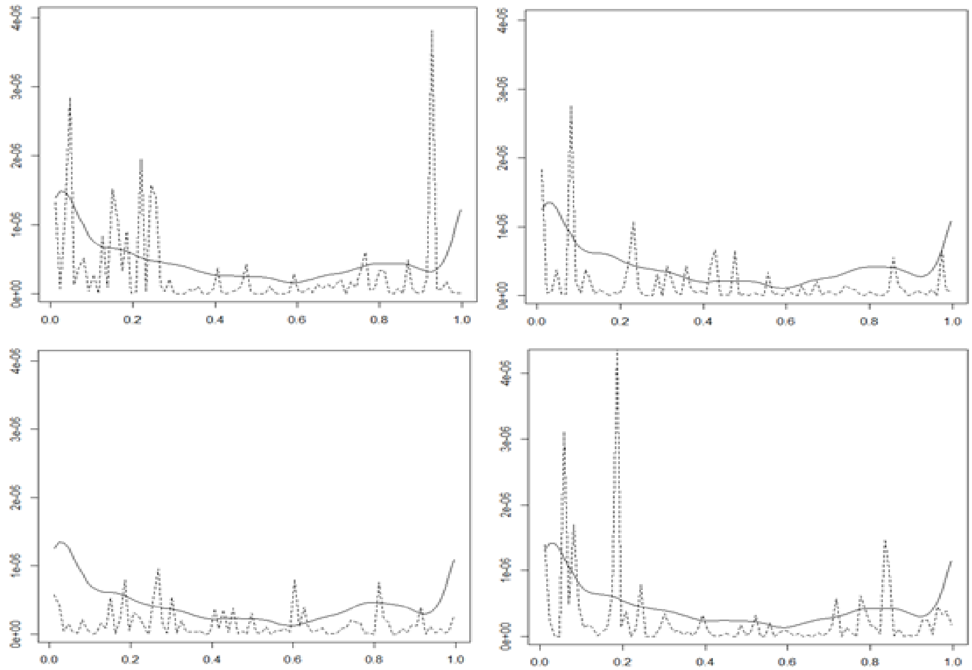

Figure 3.3. Intraday volatility (solid line) and squared return (dotted line) for four consecutive days for high frequency KOSPI.

Figure 3.1에서 Figure 3.2는 KOSPI, 현대차 자료에 대해 fARCH(1) 모형의 연산자 $\beta(t,s)$와 함수 $\delta(t)$를 추정한 결과이다. 유한한 표본에 해당하는 각 자료에서 추정 시 이용하는 고유함수의 개수를 $K = 2$로 하여 추정하였으며 추정한 결과를 $\hat{\beta}(t,s)$,$\hat{\delta}(t)$로 나타냈다. Figure 3.1에서 굴곡의 차이는 있지만 두 자료에서 비슷한 움직임을 보이는 것을 발견할 수 있으며 Figure 3.2에서도 유사한 형태의 흐름을 볼 수 있다. 또한 두 그림에서 모두 t가 0 또는 1에 가까울 때 $\hat{\beta}(t,s)$과 $\hat{\delta}(t)$의 값들이 다소 커지는데,

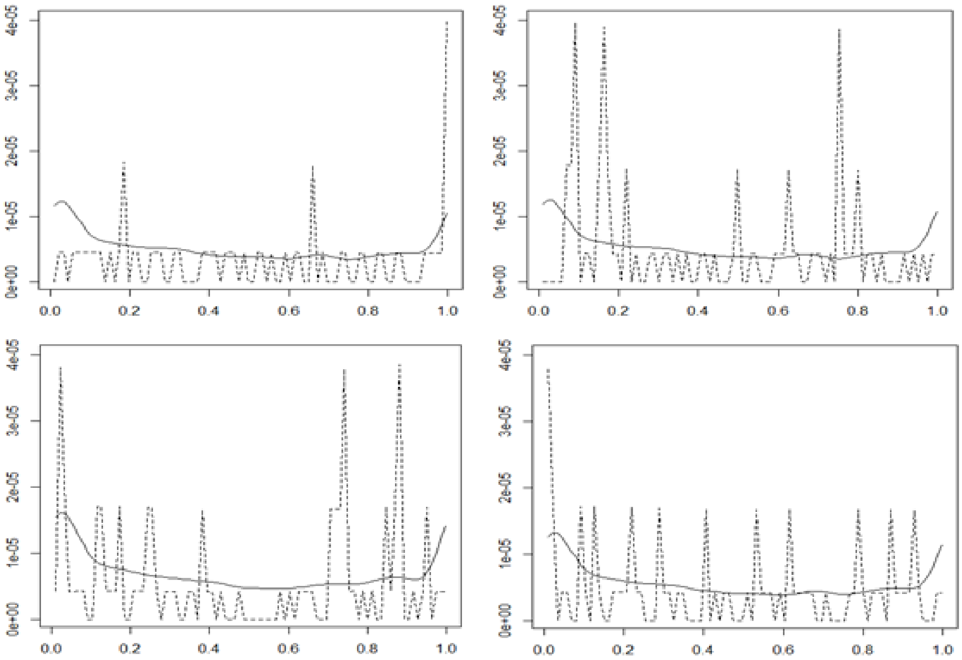

Figure 3.4. Intraday volatility (solid line) and squared return (dotted line) for four consecutive days for high frequency Hyundai Motor company.

실제로 개장시간과 폐장시간 근처에서 변동성이 큰 경향을 보임이 여러 연구에서 알려진 바 있다 (Aue 등, 2017). KOSPI와 현대차 결과를 비교했을 때 약간의 차이는 있으나 전반적으로 비슷한 움직임을 보이는 것을 볼 수 있는데 같은 시장 내에 있기 때문이라 생각된다.

Figure 3.3은 KOSPI의 2014년 2월 24일부터 4일 동안의 로그 수익률 제곱의 변화(점선)와 fARCH(1) 모형을 통해 추정한 변동성(실선)이다. Figure 3.4는 현대차의 2014년 2월 25일부터 4일 동안의 로그 수익률 제곱의 변화(점선)와 fARCH(1) 모형을 통해 추정한 변동성(실선)이다. 하나의 그래프가 하루 중의 변동성 변화를 나타내고 있으며 하루를 0부터 1까지로 보고 일중 로그 수익률의 변동성을 추정한 결과를 보여주고 있다. 전 시점까지 누적되어 있는 과거값들의 정보를 이용하여 추정한 결과가 실제 수익률의 변화를 어느 정도 잘 반영하고 있음을 알 수 있으며 fARCH(1)을 이용하여 일중의 다이나믹한 변동성 그래프를 얻을 수 있었다.

Acknowledgement

Many thanks are due to Professor Ron Reeder (University of Utah, USA) for providing us invaluable R-program code for fARCH(1).

References

Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X., and Labys, P. (2003). Modelling and forecasting realized volatility, *Econometrica*, **71**, 579–625.

Aue, A., Horváth, L., and Pellatt, D. (2017). Functional generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, *Journal of Time Series Analysis*, **38**, 3–21.

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, **31**, 307–327.

Brockwell, P. and Davis, R. A. (1991). *Time Series: Theory and Methods*, Springer, New York.

Didericksen, D., Kokoszka, P., and Zhang, X. (2010). Empirical properties of forecasts with the functional autoregressive model (Technical report), Utah State University.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation, *Econometrica*, **50**, 987–1007.

Hörmann, S., Horváth, L., and Reeder, R. (2013). A functional version of the ARCH model, *Econometric Theory*, **29**, 267–288.

Jin, M. K., Yoon, J. E., and Hwang, S. Y. (2017). Choice of frequency via principal component for high-frequency volatility models, *Korean Journal of Applied Statistics*, **30**, 747–757.

Martens, M. (2002). Measuring and forecasting S&P 500 index-futures volatility using high-frequency data, *Journal of Futures Markets*, **22**, 497–518.

Ramsay, J. O. and Silverman, B. W. (2005). *Functional Data Analysis* (2nd ed), Springer, New York.

Tsay, R. S. (2010). *Analysis of Financial Time Series* (3rd ed), John Wiley & Sons, New York.

Yoon, J. E. and Hwang, S. Y. (2015). Volatility computations for financial time series: high frequency and hybrid method, *Korean Journal of Applied Statistics*, **28**, 1163–1170.

고빈도 시계열 분석을 위한 함수 변동성 fARCH(1) 모형 소개와 예시

윤재은[a] · 김종민[b] · 황선영[a,1]

[a]숙명여자대학교 통계학과, [b]미네소타대학교 통계분야

(2017년 10월 10일 접수, 2017년 10월 28일 수정, 2017년 10월 28일 채택)

요 약

본 논문은 고빈도 시계열 자료 분석을 위한 최신 함수-변동성 functional ARCH : fARCH(1) 모형을 독자들에게 소개하고 국내 자료 적합을 예시하고 있다. fARCH(1) 모형을 KOSPI/현대차 1분 단위 고빈도 수익률 자료에 적합하여 기존의 ARCH 모형에서는 할 수 없었던 다이나믹한 일중(intraday) 변동성을 추정할 수 있음을 보여주고 있다.

주요용어: 고빈도 시계열, 일중(intraday) 변동성, 함수적-ARCH(fARCH)

본 연구는 한국연구재단 기초연구과제사업의 지원을 받았습니다 (과제번호: 2015-057031).

[1]교신저자: (04310) 서울특별시 용산구 청파로47길 100, 숙명여자대학교 통계학과.
E-mail: shwang@sookmyung.ac.kr