FRP 적층판의 휨 손상에 관한 연구

박승진*

Study on Flexural Damage of FRP Laminates

Park, Sung-Jin

Abstract: A new Fiber Bragg Grating (FBG) wavelength demodulation scheme is studied in the paper, which consists of an improved de-noising method and Gaussian fitting peak searching algorithm. The improved translational invariant wavelet without threshold adjust factor is proposed to get a better de-noising performance for FBG sensor signal and overcome the drawbacks of soft or hard threshold wavelets. In order to get a high wavelength demodulation precision of FBG sensor signal, this de-noising method is designed to combine with Gaussian fitting peak searching algorithm. The simulation results show that the wavelength maximum measurement error is lower than 1pm, and can get a much higher accuracy.

키 워 드: 복합재료, FRP, GFRP

Key Words: Laminated Meterial FRP, GFRP

1. 서 론

1.1 연구의 배경 및 목적

복합 재료의 정의는 "두 가지 이상의 소재, 성분 등을 일체화시킴으로써 각각의 단일 재료 로서는 얻을 수 없는 뛰어난 특성을 실현한 재 료"이다. 현재 주목을 받고 있는 이른바 첨단 복합재료로 발전해 온 복합재료 유기물질인 플 라스틱을 무기 재료의 유리 섬유로 강화한 것이 며, 오늘날에는 복합화 기술의 발전으로 단독 재 료에서는 얻을 수 없는 고도의 기능과 특성을 가지고 있다.

복합 재료가 구조 재료로서 적용되기 시작한 것은 탄소(흑연)섬유의 개발과 함께이며, 오늘날 에는 GFRP나 CERP등의 섬유 강화 플라스틱 (FRP)등을 대표적인 것으로 볼 수 있다. 이것은 탄소 등의 섬유를 강화재로 한 방향으로 배열하 고, 그 주변을 에폭시 등의 플라스틱 수지(모재) 로 굳힌 것이다. 이와 같은 장섬유 강화 복합재 료의 장점은 기존의 관용 재료보다 비강도(강도/ 밀도)과 비강성(강성/밀도)가 매우 높은 것이며, 또한 소요 방향으로 의도한 물성을 줄 수 있는 장점이 있다. 따라서 구조 경량화가 필수로 요 구되는 많은 공학 분야에서 사용되고 있으며, 그 용도는 점점 확대되어 가고 있다. 그러나 복합 재료는 일반적으로 강한 이방성을 나타내는 재 료로 정적 및 동적 특성은 기존의 등방성 재료 와는 분명 다르다. 복합재료로 이루어지는 적층 구조 요소의 설계에 있어서는 정적 특성뿐만 아 니라 동적 특성을 정확하게 파악하는 것이 기본 적으로 중요하다.

최근 복합재료는 구조재료 및 기능적인 재료 로 사용되고 있다. 복합재료는 단일 재료에서는 갖지 못하는 특성을 가지고 있기 때문에 복수의 재료로 조합한 것이다. CFRP(Carbon Fiber Reinforced Plastics)은 모재인 수지, 강화재로서 탄소섬유를 결합한 것이다. CFRP는 비강도, 비 강성, 내식성이 우수한 특징을 가지고 있으며, 항공 우주분야 등 첨단 분야에 많이 이용되고 GFRP(Glass 있다. 또한 Fiber Reinforced Plastics)는 모재인 수지, 강화제로 유리섬유를 강 화시킨 것이고, GFRP는 비강도, 비강성, 전기 절 연성이 뛰어난 특징을 가지고 있으며, 건축 자재 및 전자 기초 소재 등 기능성 재료로 이용되고 있고, FRP는 다양한 최첨단 기술분야에서 이용 이 기대되고 있다.

FRP는 prepreg(수지 침투 가공재를 적층한 것 이며, 문제점으로 FRP는 피로와 충격에 의해 매 트릭스 균열 및 층간 박리 등의 내부 손상이 발 생하기 쉽다는 단점이 있다. 따라서 안전을 위한 검사가 매우 중요하다(Lamb,H. et al, 2015). 최근에는 이러한 내부 손상을 포함한 센서를 이 용하여 모니터링 하는 스마트 구조상태 모니터 링 방법이 제안되고 있으며, FRP에 포함이 가능 한 광섬유 센서는 FRP의 내부 손실 상처를 감지 하기 위한 센서로 주목 받고 있다. 그중에서도 FBG 광섬유 센서는 연결 커넥터간의 손실이나 전송 손실 등에 의한 빛의 강도 변화에 의존하지 않는 것과 다른 파장을 갖는 FBG 광섬유 센서 를 이용한 다점형 감지가 가능하기 때문에 FBG 광섬유 센서를 이용한 손상 모니터링 방법이 주 목 받고 있다(Southwell,R.V., 2013).

현재 FBG 센서를 이용한 연구는 주로 인장 부하에서 발생하는 매트릭스 균열이나 충격에 의해 발생하는 층간 박리 모니터링이며, 인장 및 충격에 의한 FBG 센서의 응답은 밝혀지고 있다. 그러나 피로 노동에 의해 매트릭스 균열이 생긴 적층판에 굽힘 변형이 가해지는 경우, 적층 구성 에 따라 압축 측에 있어 균열 끝에서 발생한 층 간 박리가 연결되어 파괴의 기점이 될 수 있다. 이 경우 인장 측과 압축 측면에서 손상의 진전 이 다르기 때문에 센서의 응답도 다르다. 따라서 굽힘을 받는 적층판에 FBG 센서를 이용한 손상 모니터링 기법을 적용하기 위해서는 인장 측과 압축 측 모두에서 FBG 센서의 응답에 대한 영 향을 검토하기로 한다.

2. FRP 적층 및 광섬유 센서 이론



Fig 1. 1방향 복합재료의 모형도

일반적인 섬유강화 복합재료에서 응력과 변형 관계를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

(1)식을 행렬식으로 표현하면 다음과 같습니다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xxy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} & Q_{15} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} & Q_{25} & Q_{26} \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & Q_{34} & Q_{35} & Q_{36} \\ Q_{14} & Q_{24} & Q_{34} & Q_{44} & Q_{45} & Q_{46} \\ Q_{15} & Q_{25} & Q_{35} & Q_{45} & Q_{55} & Q_{56} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{36} & Q_{46} & Q_{56} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \Upsilon_{yz} \\ \Upsilon_{xy} \end{bmatrix}$$
 (2)

σ_x	=	Q_{11}	Q_{12}	Q_{13}	0	0	0	$\left[\varepsilon_{x} \right]$
σ_y		Q_{12}	Q_{22}	Q_{23}	0	0	0	\mathcal{E}_y
σ_z		$\begin{array}{c} Q_{13} \\ 0 \end{array}$	$Q_{23} \\ 0$	$Q_{33} \\ 0$	$\begin{array}{c} 0\\ Q_{11} \end{array}$	$\begin{array}{c} 0\\ 0\end{array}$	0	\mathcal{E}_{z}
$ au_{yz}$		0	0	0	0	Q_{55}	0	$ \Upsilon_{yz} $
τ_{zx}		0	0	0	0	0	Q_{66} .	$\left \left \Upsilon_{zx} \right \right $
$\lfloor au_{xy} \rfloor$								$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{xy} \end{bmatrix}$

로 표현할 수 있다.

식(4)에서 직교 이방성 재료의 탄성 특성의 9개 성분을 탄성계수를 알 필요가 있는데, 계수 Q_{11} 등은 각 축방향에서 탄성계수 E_1 , E_2 , E_3 와 포 아송 비 ν_{12} , ν_{13} 등으로 부터 유도할 수 있는 데, 이러한 관계를 나타내면 다음과 같다.

여기서

$$\Delta = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}$$
.....(6)

섬유 강화복합재료의 탄성계수 행렬을 식(2)에서 재정렬하면 다음과 같다.

또는	-								
σ_x	=	Q_{11}	Q_{12}	Q_{12}	0	0	0	ε_x	
σ_y		Q_{12}	Q_{22}	Q_{23}	0	0	0	L	
σ_z		Q_{12}	Q_{23}	Q_{22}	0	0	0		
$ au_{yz}$		0	0	0	$\frac{1}{2}(Q_{22}-Q_{23})$	0	0		
τ_{zx}		0	0	0	0	Q_{66}	0		
τ_{xy}		0	0	0	0	0	Q_{66}		
									(8)



Fig 2. FRP 적층판의 모형도

2.1 FRP 직교 적층판의 손상 거동

FRP 적층판은 하중의 증가에 따라 차례로 또 는 동시에 다양한 손상모드가 발생한다. 적층판 의 손상모드는 사람의 감각으로 식별할 수 없을 정도의 균열인 경우가 많기 때문에 그에 따른 연상모드도 크다. 적층판의 손상 모드를 크게 나 누면

- 섬유축이 하중축과 다른 플라이의 섬유 축에 평행으로 나타내어지는 균열(transverse crack 또는 매트릭스 균열)
- 다른 섬유 방향을 갖는 인접 플라이 사이의 박리현상
- 3) 국소적인 섬유 파단 현상

4) 섬유 - 매트릭스 계면의 미소박리 현상

등 이다. 매트릭스 계면 박리 손상은 위의 3 가 지 손상모드에 비해 적층판 전체 특성에 미치는 효과는 그다지 크지 않을 것으로 생각되지만, 손 상의 관점에서는 아직 초보적인 수준에 머무르 고 있는 실정이다. 섬유-매트릭스 계면 박리 특 성은 경우에 따라 층 사이의 파괴 인성 값에 큰 영향을 미치고, 파괴 역학적인 중요성이 크다.

직교 적층판은 0°층과 90°층만으로 이루어 진 적층판이다. 하중이 직교하는 2방향으로 만 작용 할 경우에 이 적층 구성은 유효하지만 실 제로 이런 경우는 드물어서 직교 적층판이 구조 부재로 사용되는 것은 별로 없다. 그러나 직교 적층판 손상의 이론 분석을 할 수 있는 것은 적 은 경우의 하나이며, 휭균열 손상의 이해를 위한 기초로서 매우 중요하다.

직교 적층판에 인장 하중이 걸리면 90°층에 섬 유와 평행으로 나타나는 횡균열이 연이어 발생 한다. 가로 균열 손상은 일반적으로 90°층의 두 께 및 폭 방향으로 순간적으로 관통한다. 이것은 1개의 횡균열 과정은 불안정 파괴에 있음을 보 여주고 있다. 가로 균열 손상의 발달은 90°층의 파괴가 차례로 다양한 장소에서 일어난다. 균열 손상의 발달에 수반 해 온 균열이 발생하지 않 은 90°층의 각 지점의 인장 응력은 상승한다. 따라서 가로 균열 손상의 발달은 단순한 90°방 향재의 강도를 이해할 수 없다.

2.2 광섬유 센서

광섬유의 모식도를 Fig 3.에 나타내었다.



Fig 3. 광섬유 모형도

기본적으로 그림과 같이 빛이 갇히는 코어를 중심으로 원형으로 둘러싸는 클래드로 구성되어 있다.

클래드 주위의 재킷은 섬유 표면을 보호하여 강도의 향상을 도모하고 취급을 쉽게 하려고 하 는 것이다. 코어의 굴절률 n_1 은 클래드의 굴절 률 n_2 보다 약간 커지고 있으며, 섬유의 단면 에 서 입사된 빛은 코어와 클래드의 경계에서 전반 사되어 코어 안에 갇혀 전파한다. 그 구조를 Fig 5.에 나타낸다.



3. CERP직교 적층판의 4점 굴곡 손상 거동

본 연구에서 사용한 표본은 두께 2mm의 CERP 직교 적충판인 동방 테낫쿠스의 재료이며, 적충 구성은 $[O_6/9O_2]$ s에서 0°충과 90°층의 비율은 75대25이다.

이 시편을 미세 절단기에서 길이 120mm, 폭 10.5mm, 두께 2mm로 만들었고, 이 때, 길이 방 향은 표면층의 섬유에 평행한 방향으로 한다. 마 지막으로 폭방향을 연마지 #180~500에서 10mm 로 정돈한 다음 알루미늄을 40×10 [mm²]로 자 른 것에 그라인더를 이용하여 테이퍼를 붙이고 알루미늄 탭을 제작했다. 마지막으로, 시편과 알 루미늄 탭을 아랄다이트로 접착한다. 이때, 시편 과 단면의 그림은 다음과 같다.



3.1 시험방법

인장 시험은 만능 재료 시험기 (오토그래프, 용량 100kN)를 사용하였다. 하중값과 변형값은 로드 셀(load cell) 출력 신호와 변형 게이지 출 력을 데이터 수집기(UCAM-20)에 의해 기록했다. 시험 조건은 크로스 헤드 스피드 0.5mm/min, 관 측 범위는 시편 중앙에서 상하 10mm씩 이다. 시편의 중앙 90° 층에 발생하는 트랜스 버스 균열 수와 부하 하중의 관계를 추구하기 위해8 개의 시험에 관한 자세한 그림을 나타내는 현미 경 (SKC-20MA-DS)을 이용하여 시험 한쪽면을 2kN 사이간격으로 위의 관측 범위를 촬영하고 트랜스 버스 균열 수의 측정을 실시했다. 굽힘시험은 인장시험에 의해 트랜스 버스 균열 을 도입한 것에 크로스 헤드 스피드 0.5mm/min 으로 굽힘 하중을 주고 갔다. 4점 굽힘의 단 경 간은 27mm, 길이 범위는 81mm이다. 시험 후에 단면을 금속 현미경으로 관찰했다.



Fig 6. 인장시험





Fig 7. 굽힘시험

3.2 인장시험결과

인장 하중 및 트랜스 버스 균열 수의 측정 결 과를 그림에 나타내었다. 이 그래프에서 10kN에 서 균열이 급격히 증가하고, 16kN에서 균열의 증가율이 점차 감소하고 있는 것을 알 수 있다. 또한, 32kN에서 균열의 증가가 거의 보이지 않 게 된 것으로 나타났다.



Fig 8. 트랜스수와 인장부하의 관계

3.3 굽힘시험결과

4점 굽힘시험에 사용된 시편은 인장시험에서 하중 36kN까지 하중을 주고 트랜스 버스 균열을 도입한 CERP 적층판은 손상재, 트랜스 버스 균 열을 도입하지 않는 CERP 적층판은 비손상재인 2종류이다.

손상 재료와 비손상 재료에 4점 굽힘 시험을 실시한 결과를 Fig 8에 나타내었다. 이 그래프에 서 모든 시편이 최대 굽힘 하중에 도달한 후, 하 중이 급격하게 감소했다. 급격하게 하중이 감소 했을 때 압축 측과 인장 측의 0°층과 90°층간 박리되고, 압축 측의 두 개의 지지점에서 0°층 의 파괴가 생겨 결국 0°층이 파괴되었다.

손상 재료와 비손상 재료의 행동은 비슷하지 만, 굽힘강성은 손상재료 쪽이 약간 작아졌다. 이것은 90°층에 트랜스 버스 균열이 생겨 강성 이 저하했기 때문이다. 비손상 재료의 강도는 약 380N이라면, 손상 재료의 강도는 290N과 350N으 로 비손상 재료의 강도보다 24% 감소하는 것으 로 나타났다.



Fig 9. 굽힘시험에서 하중과 스트로크의 관계

균열의 끝에서부터 층간 박리가 발달하고, 그 것이 서로 연결되어 압축 측의 층간에서만 층간 박리가 발생하는 것으로 나타났다. 초기에 박리 가 발달한 것이 강도가 저하한 원인이라고 생각 된다.



Fig 10. 굽힘시험후 손상 상황





54 도시과학 제6권 제2호 2017. 12

4. GERP직교 적층판의 손상거동

본 논문에서는 적층 구성을 [0n/90m/0m/90m/0m/ 90m/0n]인 대칭 직교 적층한 개략도를 그림4.4에 나타냈다. 외부의 0°층에 이용한 프리프레그의 매수는 m=5, n=4 또는 5로 했다. (n=4, 5때의 두 께 : 2.53, 2.85mm)



Fig 13. GFRP 모델







Fig 14. 프레스 패턴



Fig 15. 적층 구성

4.1 FRP 인장 및 굽힘시험

성형 후 시험편을 Fig 15과 같이 잘랐고 FBG 센서를 시험편 세로로 중앙에 위치해 놓았으며 시험편의 일부는 Fig 165과 같이 중앙부에 구멍 을 뚫어놓았다.





단위 [mm]

Fig 16. 시편 형상 및 치수



Figure 17. 노치 포함한 시편 형상 및 치수

4.2 1방향 재료 시편의 재료특성

GFRP 적층판의 재료 특성을 알아내기 위하여 인장 시험을 시행하였다. 인장 시험에서 사용된 0°, 45°, 90°의 3종류의 재료로 하였고, 변형 값의 측정은 스트레인 게이지를 앞 뒤 각각 2장 씩 붙이고 수직 변형과 횡 변형을 측정했다. 스트레인 게이지가 시험편에서 벗겨지지 않도록

하려고 접착 면에 연마지(#180)로 거친 모양을 내고 스트레인 게이지용 접착제를 이용하여 접 착시켰다. 이 때 인장 시험의 시험 조건으로는 크로스 헤드 스피드가 0.5mm/min이다. 인장 시 험 결과를 Fig 18과 Fig 19로 나타냈다. 또한 시 험 결과로 얻은 물성치를 Table 1에 나타냈다.



Fig 18. S-S Curve



Table 1. 인장시험 물성치

시험편 데이터	E (GPa)	ν
0 °	41.55	-0.09
$45~^\circ$	12.02	-0.465
90 °	12.9	-0.307

Table 2. GFRP 공학적 이방성 (0°)

GFRP 공학적 이방성	E1	E2	E3	u 12	u 13	u 23	G12	G13	G23
0 °	41.55	12.9	12.9	0.09	0.09	0.38	4.102	4.102	4.674

4.3 실험결과

적층 구성은 $[0_5/90_5/0_5/90_5/90_5/90_5/0_5]$ 대칭 적층한 시험 파편의 크기를 Table 3에 나타냈다. 세로 변형만을 측정하고 부하를 가하여 시험편 표면에서의 손상을 육안으로 관찰하고 손해 상 태를 스케치하면서 시험을 실시했다. 시험 조건 은 크로스 헤드 스피드 0.5mm/min으로 했다. 또 한 시험 전과 제하 후의 시험편 표면에 투과광 을 맞추고 현미경을 이용하여 발생한 내부균열 을 관찰하고 촬영했다.

Table 3. 시편제원

표본	폭 (<i>mm</i>)	두께 (<i>mm</i>)	면적 (mm^2)
데이터	18.28	2.83	51.74

Fig 17은 응력-변형 선도를 나타낸다. 본 시험 에서는 하중 부하를 방지하면서 손상을 관찰했 다. 그림에서 알 수 있듯이 응력-변형 곡선은 비 선형성을 보여주고 있다.

하중 12.5kN (응력 241.6MPa, 변형률 8400 µɛ) 정도에서 곡선의 기울기가 조금 감소하기 시작 했고, 25kN (483MPa) 이후에서는 경사가 거의 일정하게 되는 것을 볼 수 있었다. 따라서 25kN 부근에서 손상의 진행이 멈춘 것으로 보인다.

시험편에 발생한 손상에 대해서는 아래와 같 이 상세히 설명하고 관찰된 손상된 그림은 Fig 18, 19에 나타냈다. 또한 본 논문에서는 양면을 관찰하고 있기 때문에 각각 A면, B면이라고 부 르기로 한다.

- 1) 10kN (193MPa) : A면, B면 모두 균열은 발 생하지 않았다.
- 2) 12.5kN (241.6MPa) : B면에 균열(0.5mm 정 도)이 많이 발생했다.
- 3) 17kN (328.5MPa) : A면에서의 관찰은 길이 1mm 이하의 균열 발생을 일부 확인했지만 명확하게 확인할 수 없었기에 중앙 층에 생긴 것으로 생각된다. B면에서의 균열 발 생은 1~2mm로 커졌다.

- 4) 21.5kN (415.5MPa) : A면에서 균열을 분명 하게 확인할 수 있었다. 이 때 1~2mm의 균열을 많이 확인할 수 있었다. 그 중 6mm 미만의 균열이 2개, 10mm의 균열을 1개 확인했다. B면에서는 각각 균열의 길 이가 2~3mm로 커졌다.
- 5) 25kN (483MPa) : 양면 모두 균열 개수는 증가했지만 일부 균열이 연결된 것 이외에 는 균열의 길이에 변화가 없었다.
- 27kN (521.8MPa) : 25kN에서 손상 상태의 변화가 없었기 때문에 27kN에서 제하를 실시했다.

시험 전과 제하 후의 시험편의 표면 사진을 Fgi 19와 Fig 20에 나타냈다. 앞서 말한 것과 같 이 본 시편은 90°층 사이의 매트릭스 균열 대 부분은 길이 2~3mm 이상 진행하지 않은 것을 알 수 있다. 즉, 매트릭스 균열은 폭 방향으로는 발생하지 않는다는 것이다. 이것은 이용된 FRP 수지의 성능이 높기 때문이라고 생각된다. 본 연 구에서는 어느 정도 길이를 갖춘 평행한 매트릭 스 균열을 손상 모니터링의 대상으로 하고 있기 때문에 노치를 도입하기로 했다. 다음 절에서 그 시험 결과를 나타낸다.



Fig 20. S-S Curve



Fig 21. A면의 328.5MPa과 415.5MPa 표면



Fig 22. B면의 328.5MPa과 415.5MPa 표면



Figure 23. 시험 전후

5. 결 론

본 논문에서는 매트릭스 균열이 도입된 FRP 적충판에 굽힘변형을 주었을 경우에 발생하는 손상 진전에 대해서 CERP 직교 적충판을 이용 하여 4점 굽힘 파괴시험을 실시하였다. 매트릭스 균열을 갖는 적충판의 굴곡 손상 모니터링을 수 행하기 위해 FBG 광섬유 센서를 넣었다. CERP 직교 적충판을 제작하고 반사 스펙트럼을 관찰 하면서 굽힘시험을 실시했다. 그 결과 다음과 같 은 결과가 얻어졌다.

- CERP 직교 적층판은 매트릭스 균열이 없 는 시험편에서 내부 손상의 발생과 동시에 파괴 했지만, 매트릭스 균열이 있는 시험 편에서는 층간 박리가 발생하고 그것이 성장 하여 층간 박리가 진전할 것으로 나타났다.
- 2) FBG센서를 넣은 CERP직교 적층판의 인장 시험에서는 인장 부하에 따라 적은 수의 매트릭 스 균열로는 반사 스펙트럼 형상 의 변화를 볼 수 없었다. 그러나 굽힘 시 험에서는 스펙트럼이 넓어지는 것을 확인 할 수 있었다. 인장 측에서는 센서 주변에 손상이 발생하여 스펙 트럼 형상이 크게 변화했다. 또한, 압축 측에서 손상에 의해 발생된다고 생각되는 작은 정점이 확인되 었다. 이러한 결과에서 굽힘에 의해 생기 는 손상 모니터링의 가능성이 시사되었다.

따라서, 굴곡손상과 FBG 센서 출력의 관계를 명확하게 하기 위해서는 연구를 추가적으로 할 필요가 있다고 생각된다.

REFERENCES

- Lamb,H. and Southwell,R.V.(2015) The Vibration of a Spinning Disk , Proceedings of The Foyal Society of London, 99, 272.
- Southwell,R.V.(2013) On the Free Transverse Vibration of a Uniform Circular Disc Clamped at its Centr;and on the Effects of Rotation, Proceedings of The Royal Society of London, 101, 133.
- Tobies,S.H. and Arnold,R.N.(2012) The Influence of Dynamical Imperfection on the Vibration of Rotating Disks , Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 171, 669.
- Iwan,W.D. and Stahl,K.J.(2001) The Response of an Elastic Disk With a Moving Mass System, Transactions of the ASME ,Journal of Applied Mechanics, 445.
- Iwan,W.D. and Moeller,T.L.(2016) The Sability of a Spinning Elastic Disk With a Transverse Load System , Transactions of the ASME ,Journal of Applied Methanics, 48, 485.
- Benson,R.C. and Bogy,D.B.(2012) Deflection of a Very Flexible Spinning Disk Due to a Stationary Transverse Load, Transactions of the ASME ,Journal of Applied Mechanics, 45, 636.
- Hutton,S.G.,Chonan,S. and Lehmann,B.F.(1999) Dynamic Respones of a Guided Circular Saw, Journal of Sound and Vibration, 112–3, 527.

논문투고일: 12월 01일 논문게재일: 12월 31일