

DOI <https://doi.org/10.9725/kstle.2017.33.6.303>

노면 표면거칠기 특성의 대표값 정량화와 타이어 접촉력 해석 기법에 대한 고찰

서범교 · 성인하[†]

한남대학교 기계공학과

Representative Evaluation of Topographical Characteristics of Road Surface for Tire Contact Force Analysis

Beom Gyo Seo and In-Ha Sung[†]

Dept. of Mechanical Engineering, Hannam University

(Received October 31, 2017; Revised November 25, 2017; Accepted November 27, 2017)

Abstract – Most automobile tire companies have not yet considered the geometric information of a road at the design stage of a tire because the topographical characterization of a road surface is very difficult owing to its vastness and randomness. A road surface shows variable surface roughness values according to magnification, and thus, the contact force between the road and tire significantly fluctuates with respect to the scale. In this study, we make an attempt to define a representative value for surface topographical information at multi-scale levels. To represent surface topography, we use a statistical method called power spectral density (PSD). We use the fast Fourier transform (FFT) and PSD to analyze the height profiles of a random surface. The FFT and PSD of a surface help in obtaining a fractal dimension, which is a representative value of surface topography at all length scales. We develop three surfaces with different fractal dimensions. We use finite element analysis (FEA) to observe the contact forces between a tire and the road surfaces with three different fractal dimensions. The results from FEA reveal that an increase in the fractal dimension decreases the contact length between the tire and road surfaces. On the contrary, the average contact force increases. This result indicates that designing and manufacturing a tire considering the fractal dimension of a road makes safe driving possible, owing to the improvement in service life and braking performance of the tire.

Keywords – fractal surface, surface topography, frequency analysis, power spectral density

Nomenclature

D_f : Fractal Dimension
 W_L : Long distance wave vector
 W_S : Short distance wave vector
 f_L : Frequency at long distance wave vector
 f_S : Frequency at short distance wave vector
 A_L : Amplitude at long distance wave vector
 A_S : Amplitude at short distance wave vector

L_c : Contact Length (m) (접촉길이)
 σ_f : Standard Deviation at Contact Force
 F_{avg} : Average Contact Force
 ζ : Magnification (확대 배율)

1. 서 론

하나의 표면에 대해 그 표면을 대표하는 물성을 제시하는 방법에 대해 많은 연구가 이루어져 왔으나 여전히 일반화되어 받아들여지고 있는 정량적인 방법은 존재하지 않고 있다. 표면의 기하학적 물성을 나타내는 표면거칠기의 경우 동일한 거칠기 값에도 여러 형상의 표면이

[†]Corresponding author : isung@hnu.kr
Tel: +82-42-639-8316, Fax: +82-42-629-8293

존재할 수 있기 때문에 다양한 표면거칠기 파라미터를 복합적으로 검토하여 표면의 특성을 이해하고 있으나, 이마저도 아직 표준화된 방법이 부족하고 측정스케일에 따라 값이 크게 변화하기 때문에 표면을 대표하는 방법이 되지 못한다.

본 연구에서는 다양한 스케일에서의 표면거칠기 특성을 대표할 수 있는 대표값 정량화에 대해 연구한 내용을 제시하고자 한다. 이의 연구배경은 유사하게 보이는 노면에 대해서도 타이어의 제동특성이 변화하는 것에 대한 정량화된 분석과 표준제시의 필요성에서 출발하였다.

Fig. 1는 2차원으로 가졌된 노면의 일부이다. 여기서 ζ 는 확대 배율이며, ζ 가 1인 경우, 실제 우리가 눈으로 관찰할 수 있는 노면의 형상을 나타낸다. 하지만 노면 중 일부분을 10배, 100배 확대하면 ζ 가 1일 때의 노면의 형상이 무한히 반복되고 있는 것을 확인할 수 있다. 이러한 표면을 일반적으로 fractal surface로 수학적으로 정의할 수 있다.

Fig. 2는 확대 배율에 따른 압력 분포를 나타내며, ζ 가 1일 경우에는 표면 전체가 일정한 압력을 받고 있는

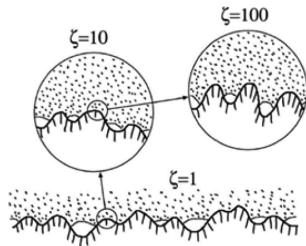


Fig. 1. Road condition by magnification [1, 2].

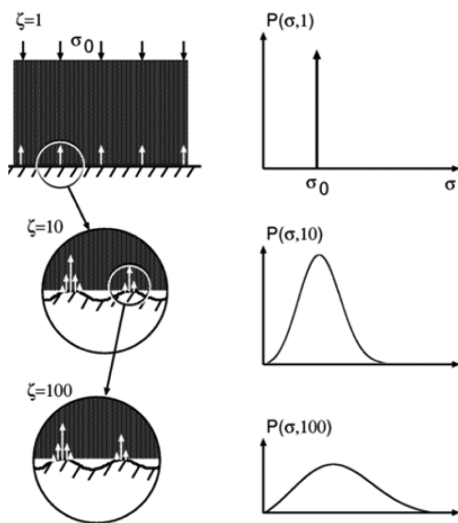


Fig. 2. Distributed load by magnification [1, 3].

것을 알 수 있다. 하지만 표면의 일부를 확대해 볼 경우, 실제 접촉 면적이 변화하는 것을 알 수 있으며, 오른쪽 압력 분포 역시 변하는 것을 확인할 수 있다[3].

이러한 표면의 요철(asperities)에 따라 자동차의 제동 거리는 여러 노면들에 대해 상당한 차이를 보이게 된다. 제동거리에는 다른 복합적인 요소로 온도, 습도 등 환경적인 요소가 많지만, 본 연구에선 이러한 요소를 제외한 접촉 매커니즘에 대해 고찰할 것이며, 노면을 통계화시키는 하나의 파라미터를 사용하여, 그 수치를 수학적으로 나타내고, 이 파라미터에 따른 임의적인 노면과 타이어 사이의 관계를 고찰하고자 한다.

2. 연구방법 및 내용

2-1. 노면의 수치적 표현

본 연구에서는 노면에 작용하는 주변의 온도와 습도와 같은 조건과 노면의 상태인 빗길, 눈길 등의 상황을 배제하고 일반적인 아스팔트에서 상온과 같은 환경으로 가정하고 연구를 시작하였다.

노면을 통계적으로 수치화 하는 방법으로, 본 연구에선 PSD(power spectral density)의 개념을 이용하여 진행하였다. PSD는 주로 주파수분석을 할 때 사용되는데, 이것은 대체적으로 임의적으로 들어오는 신호에 대해 여러가지 노이즈를 제거하고 원래 신호를 알아낼 때 많이 사용한다. 노면의 경우 높이 함수를 FFT(fast fourier transform)와 PSD를 거치게 되면 모든 sine파형을 구할 수 있다. 여기서 식 (1)은 노면의 평균기준선으로부터의 높이 함수 $h(x)$ 에 대한 FFT를 의미하며, 식 (2)는 PSD를 나타낸다. 여기서 q 는 wave vector의 주파수를 말한다[1].

$$h(q) = \int d^2x h(x) e^{iq \cdot x} \quad q = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1)$$

$$C(q) = |h(q)|^2 = \int d^2x \{h(x)h(0)\} e^{-iq \cdot x} \quad (2)$$

PSD그래프에서 x, y 축을 로그스케일로 나타낸 후, 모든 peak점을 이어 만든 그래프의 기울기 값을 구하게 되면, 이것이 바로 본 연구에서 사용하게 될 노면을 수치적으로 대표하는 파라미터인 fractal dimension이 된다.

Fig. 3는 PSD의 peak점들을 이어 만든 그래프의 예시이다. 여기에서 q_0 의 오른쪽 영역은 long distance wave vector (W_L)라 표현하고, 이는 눈에 보이는 파형으로 볼 수 있는 waviness이며, 거칠기와 많은 상관관계가 있다. q_0 의 왼쪽영역은 short distance wave vector (W_S)로 표현하고, 본 연구에서 중점적으로 다루게 되는 요철(asperities)이 있는 영역이다. Fractal 이론

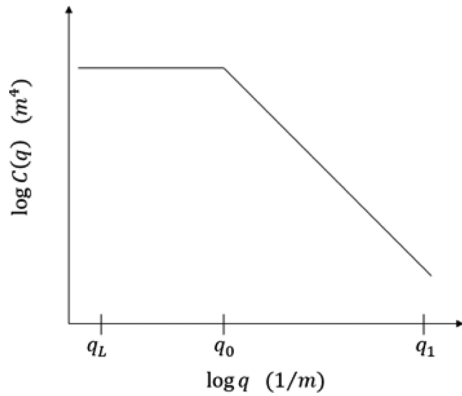


Fig. 3. Log C(q) - q graph.

에 따라서 $q_0 < q < q_1$ 에서 $C(q)$ 의 값은 $q^{-2(1+H)}$ 로 근사화시킬 수 있는데, 이때의 H 값을 Hurst exponent라 하며, 그래프의 기울기를 a 라 하면, a 는 $-2(H+1)$ 로 표현할 수 있다. 그리고 2차원에서의 fractal dimension, 즉 D_f 는 $3-H$ 로 표현할 수 있다[4]. 이러한 식들을 나열하여 간단하게 수식화 하면 식 (3)과 같이 구할 수 있다. 이 값은 노면의 형상에 따라 모든 스케일에서 수치적으로 표현할 수 있는 값이 된다[1].

$$D_f = 3 - H = 4 + 0.5a \tag{3}$$

2-2. 노면 프로파일 생성

본 연구에서는 실제의 노면을 직접 측정하지 않고 시뮬레이션 방법으로 임의의 노면을 형상화하여 D_f 값에 따른 타이어와의 접촉 관계를 확인하고자 하였다. 비교를 위해 표면 3개에 대해 표면의 프로파일을 설정하여 연구를 진행하였다.

식 (4)는 4개의 sine파로 이루어진 임의의 높이 함수를 나타낸다. 1번째 항은 W_L 를 나타내고, 2~4 번째 항은 W_S 를 나타낸다. 이 때, W_L 의 진폭인 A_L 과 W_S 의 주파수인 f_S 를 고정시킨 후, W_S 의 진폭인 A_S 을 변경시켜, 서로 다른 D_f 를 갖도록 임의의 노면 3개를 형성하였다. 보통 도로 노면의 D_f 가 2.2~2.5에 있다고 알려져 있으므로, sample표면들의 D_f 가 이 범위내에 위치하도록 $h(x)$ 의 진폭값들을 조정하였다. Table 1은 식 (4)에 해당하는 임의의 노면을 만드는 변수들이다.

$$h(x) = A_L \sin(2\pi f_L \cdot x) + A_{S_1} \sin(2\pi f_{S_1} \cdot x) + A_{S_2} \sin(2\pi f_{S_2} \cdot x) + A_{S_3} \sin(2\pi f_{S_3} \cdot x) \tag{4}$$

Fig. 4는 식 (4)와 Table 1을 이용하여 만들어진 3개의 노면에 대한 $C(q)-q$ 그래프이다. 이 그래프의 기울기는 Table 2에 표기 하였다. 이 기울기에 대해 식 (3)

Table 1. The height profiles of the roads used in this study

Fixed Variables	A_L (μz)	1000
	f_L (Hz)	125
	A_{S_1} (μm)	92.10
	f_{S_2} (Hz)	1200
	f_{S_3} (Hz)	2550
	f_{S_3} (Hz)	3125
Sample. 1	A_{S_2} (μm)	18.10
D_f 2.00	A_{S_3} (μm)	12.62
Sample. 2	A_{S_2} (μm)	21.51
D_f 2.25	A_{S_3} (μm)	16.29
Sample. 3	A_{S_2} (μm)	27.50
D_f 2.50	A_{S_3} (μm)	20.10

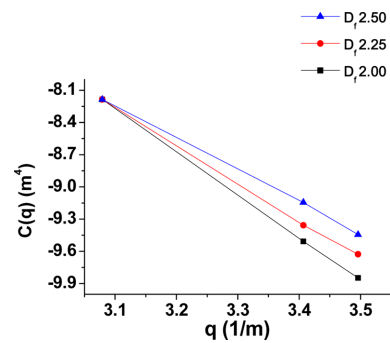


Fig. 4. Power spectra of the road surfaces.

Table 2. Slopes and fractal dimensions of the surfaces

Slope	-4	-3.5	-3
D_f	2.00	2.25	2.50

을 사용하여 D_f 를 구하면 2.00, 2.25, 2.50으로 나타낼 수 있다. 이와 같이 프로파일을 설정한 표면과 타이어와의 접촉력간의 상관성을 파악하기 위하여 유한요소해석을 진행하였다.

2-3. 해석조건

Fig. 5와 같은 조건으로 2D 유한요소해석을 진행하였다. 여기서 노면은 앞서 식 (4)와 Table 1에 나타난 바와 같이 작은 표면 요철의 진폭들을 변화시켜 3개의 임의의 프로파일을 설정하였다. 타이어의 모양은 실제 압력 하에서 변형이 발생하는 접촉 상황을 가정하여 가로와 세

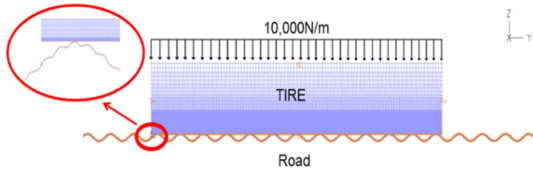


Fig. 5. A schematic of FEA model.

로가 100×20 (mm)인 직사각형 형상으로 가정하였고, 10,000 N/m의 분포하중을 주어 힘을 가하였다. 타이어는 elastomer 물성과 Ogden의 stress-strain 선도를 통해 모델링하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 D_f 에 따른 접촉길이 변화

Fig. 6은 접촉하는 부분에서 힘이 가해지는 각 node 점의 인접한 두 점을 이어 접촉하는 전체 길이를 나타낸 그래프이다. D_f 가 증가함에 따라 D_f 가 2.00일 때는 17.3 mm, 2.25일때는 16.9 mm, 2.50일때는 16.4 mm로 접촉길이가 감소함을 볼 수 있다.

Fig. 7은 힘이 가해지는 각 node점들의 평균접촉력을 나타낸 그래프이다. D_f 가 증가할수록 평균접촉력은

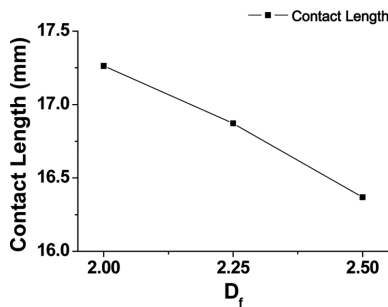


Fig. 6. Contact length with respect to D_f .

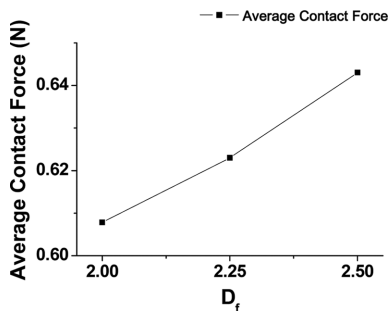


Fig. 7. Average Contact Force with respect to D_f .

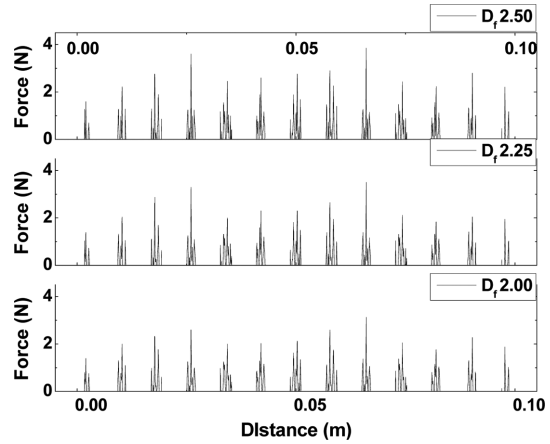


Fig. 8. Force-distance with respect to D_f .

Table 3. The data shown in Figs. 6~8

	L_c (mm)	F_{avg} (N)	σ_f
D_f 2.00	17.2629	0.6078	0.4419
D_f 2.25	16.8716	0.6230	0.4664
D_f 2.50	16.3688	0.6430	0.5080

D_f 가 2.00일 때는 0.60 N, 2.25일때는 0.62 N, 2.50일 때는 0.64 N으로 증가함을 볼 수 있었다. 또한, Fig. 8은 D_f 에 따른 접촉력의 산포를 나타내었다. D_f 가 커짐에 따라 접촉력의 분산도가 커짐을 확인할 수 있는데, 이때 접촉력의 표준편차는 D_f 가 2.00일 때는 0.44, 2.25일때는 0.46, 2.50일때는 0.50으로 증가함을 볼 수 있었다. Fig. 6~8의 해석 결과값은 Table 3에서 확인할 수 있다.

이러한 결과는 다음과 같이 유추할 수 있다. D_f 가 크면 표면 요철이 커짐을 의미하므로, 동일한 압력하에서 요철에 접촉력이 더 강하게 작용하게 된다. D_f 가 작으면, 표면 요철 크기의 감소에 따라 타이어와 노면 사이의 접촉하는 부분이 증가하게 된다. 또한, 접촉면(접촉길이)가 크므로 접촉력은 고르게 분포된다.

3-2. W_L 의 영향 - 주파수 고정, 진폭만 변경

여기서는 W_L , 즉 Long distance wavevector의 주파수인 f_L 은 고정시키고, W_L 의 진폭인 A_L 을 변경하여 각 D_f 에 대한 접촉길이, 평균접촉력, 접촉력의 표준편차에 대하여 수행하였다. 진폭은 기본인 1 mm에서 1.5 mm와 0.5 mm로 변경하였고, 주파수는 동일하게 125 Hz로 설정하였다. D_f 의 설정은 Short distance wavevector인 W_S 의 진폭과 주파수를 변경하여 설정되므로, W_L 의 변

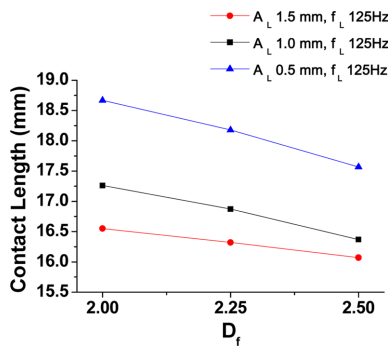


Fig. 9. Contact length with respect to D_f .

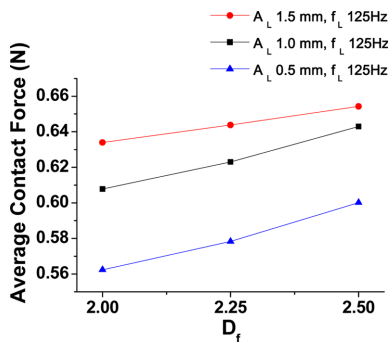


Fig. 10. Average Contact Force with respect to D_f .

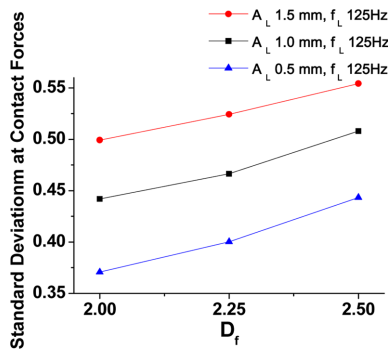


Fig. 11. Standard Deviation with respect to D_f .

화는 D_f 에 전혀 영향을 미치지 않는다.

Fig. 9를 보면 D_f 가 증가함에 따라 앞서 3.1절에 제시한 결과와 같이 W_L 의 진폭이 1.5 mm, 0.5 mm일 때에도 D_f 가 증가할수록 접촉길이가 감소함을 보였다. 또한, 동일한 D_f 값을 가질 때, W_L 의 진폭이 작을수록 접촉하는 길이는 증가함을 볼 수 있었다.

Fig. 10과 11은 접촉하는 부분에서 힘이 작용되는 각 node점의 힘의 평균값과, 힘의 표준편차이다. 이 결과는 앞서 나타난 Fig. 7와 8에서 나타난 추세와 같은 결과

Table 4. The data shown in Figs. 9~11

$A_L = 0.5 \text{ mm}$			
	L_C (mm)	F_{Avg} (N)	σ_f
D_f 2.00	18.6686	0.5624	0.3707
D_f 2.25	18.1793	0.5783	0.4003
D_f 2.50	17.567	0.6002	0.4434
$A_L = 1.5 \text{ mm}$			
	L_C (mm)	F_{Avg} (N)	σ_f
D_f 2.00	16.5504	0.6340	0.4993
D_f 2.25	16.3206	0.6438	0.5243
D_f 2.50	16.0717	0.6543	0.5543

로 보였고, 접촉길이가 상반되어 W_L 의 진폭이 커질수록 D_f 에 따른 평균힘과 표준편차는 커짐을 볼 수 있었다.

또한 같은 D_f 에서 W_L 의 진폭이 커질수록 힘의 평균값과 각 node점에 대한 힘의 표준편차는 증가함을 볼 수 있었다.

3-3. W_L 의 영향 - 진폭 고정, 주파수만 변경

W_L 의 진폭인 A_L 을 고정시키고, 주파수인 f_L 를 125 Hz에서 85 Hz와 165 Hz로 변경하여 해석을 진행하였다.

Fig. 12에서는 D_f 에 따른 접촉길이를 보여주었는데, 앞서 제시된 경우와 동일하게 D_f 가 증가함에 따라 접촉길이는 감소함을 볼 수 있었다.

Fig. 13과 14는 접촉할 때 힘이 작용하는 각 node점에 대해 힘의 평균값과 힘들의 표준편차들이다. 이것 또한 앞서 제시되었던 해석결과들과 같은 추세로, D_f 가 증가할 때 힘의 평균값과 표준편차는 증가하였다. 또한, D_f 가 같을 때, f_L 이 증가함에 따라 접촉길이는 감소하는 형태를 보였고, 반면 평균힘과 표준편차는 증가하였다.

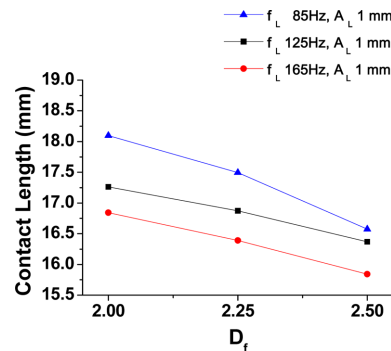


Fig. 12. Contact length with respect to D_f .

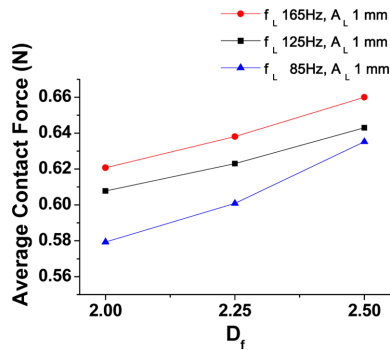
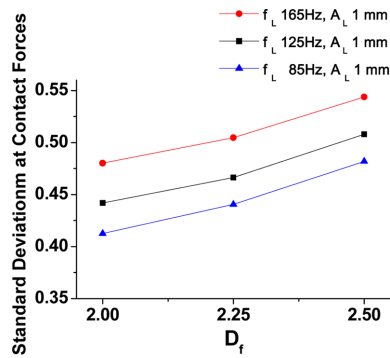
Fig. 13. Average Contact Force with respect to D_f .Fig. 14. Standard Deviation with respect to D_f .

Table 5. The data shown in Figs. 12~14

$f_L = 85 \text{ Hz}$			
	L_c (mm)	F_{avg} (N)	σ_f
D_f 2.00	18.0981	0.5793	0.4126
D_f 2.25	17.4952	0.6008	0.4406
D_f 2.50	16.5753	0.6352	0.4819
$f_L = 165 \text{ Hz}$			
	L_c (mm)	F_{avg} (N)	σ_f
D_f 2.00	16.8406	0.6207	0.4802
D_f 2.25	16.3898	0.6381	0.5047
D_f 2.50	15.8408	0.66	0.5438

이와 같은 결과는, f_L 이 커지면 표면의 waveness의 주기가 짧아져 접촉하는 요철들이 더 많아지므로 접촉 길이는 줄어들게 되고, 평균힘과 표준편차는 접촉 요철이 많아져서 보다 많은 힘을 받기에 커지는 현상이 나타나는 것으로 분석할 수 있다.

4. 결 론

본 연구는, 수치적 통계방법인 PSD를 이용하여 광활한 노면을 대표하는 프랙탈 변수(fractal dimension) D_f 를 정의하고, 이에 따른 타이어의 접촉 관계에 대하여 고찰하였다.

D_f 가 증가한다는 것은 표면 요철의 크기가 커지는 것을 의미하게 된다. 표면을 구성하는 Short wavevector W_s 의 진폭과 주파수를 조정하여 D_f 값을 설정하였으며, 연구결과로부터 D_f 가 증가할수록 접촉길이는 선형적으로 감소하는 현상을 보이고, 반대로 각 node에 가해지는 접촉힘의 평균값과 표준편차는 선형적으로 증가하였다. 또한, W_s 의 진폭 A_s 와 주파수 f_s 를 일정량만큼 변경하여 해석을 진행한 결과 동일한 경향을 볼 수 있었다.

이러한 결과는, 여러 길이 스케일을 갖는 노면을 하나의 통계치인 D_f 로 나타낸다면, 노면에 따른 타이어의 접촉관계를 미리 예측할 수 있게 되므로 설계 및 제작에 활용될 수 있으며, 더 나아가 D_f 에 따라 타이어가 받는 힘으로 인해 발생하는 타이어의 마모도와 제동거리의 상관관계를 파악할 수 있을 것이다. 또한, 본 해석 기법에 온도, 습도 등 환경조건들의 실험치가 포함된다면 더 실용적으로 활용될 수 있을 것이라 사료된다.

Acknowledgements

이 논문은 2015학년도 한남대학교 학술연구 조성비 지원에 의하여 연구되었음.

References

- [1] Persson, B. N. J., et al., "On the nature of surface roughness with application to contact mechanics, sealing, rubber friction and adhesion", *Journal of Physics Condensed Matter*, Vol. 17, No. 1, pp. R1-R62, 2005.
- [2] Persson, B. N. J., "Rubber friction and tire dynamics." *Journal of Physics Condensed Matter*, Vol. 23, No. 1, 2011.
- [3] Persson, B. N. J., "Theory of rubber friction and contact mechanics." *Journal of Chemical Physics*, Vol. 115, No. 8, pp. 3840-3861, 2001.
- [4] Dimri, V. P. (editor), "Application of fractals in earth sciences", pp. 14, A. A. Balkema Publishers, Brookfield, VT, USA, 2000 (ISBN: 90-5410-284-5).