

論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 45(12), 1059-1068(2017)

DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2017.45.12.1059

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

액체 연료의 슬라싱과 상호작용하는 우주 탐사선의 자세 운동 분석

진재현*, 김수겸**

Analysis of Spacecraft Attitude Dynamics Interacting with Liquid Fuel Sloshing

Jaehyun Jin* and Su-Kyum Kim**

Dept. Aerospace Eng./Center for Aerospace Eng. Research, Sunchon National University*
Satellite Mechanical Team, Korea Aerospace Research Institute**

ABSTRACT

Space exploration spacecraft carry large amounts of liquid fuel, often more than half. In such cases, the liquid fuel sloshing must be considered in the design of the spacecraft since the sloshing can affect the stability of the spacecraft. In this paper, we present the results of analyzing the sloshing of fuel and the dynamic behavior of the spacecraft. For the purpose, a model in which the maneuvering of the spacecraft causes the sloshing and a model in which the reaction force and moment due to the sloshing are transmitted to the spacecraft are developed. The dynamical behavior of the spacecraft are analyzed using a simulation program coded by Modelica.

초 록

우주 탐사선은 다량의 액체 연료를 탑재하는데, 절반 이상을 넘는 경우가 많다. 이러한 경우, 액체 연료의 슬라싱 현상이 탐사선의 자세 안정성에 영향을 주기 때문에 탐사선 설계에 슬라싱 현상을 고려해야 한다. 본 논문에서는, 액체 연료의 슬라싱 현상과 이와 상호작용하는 탐사선의 동적 거동을 분석한 결과를 제시한다. 이를 위하여 탐사선의 기동이 액체 연료의 슬라싱 현상을 일으키는 모델과 슬라싱에 의한 반력 힘과 모멘트가 탐사선에게 전달되는 모델을 개발하였다. 모델리카 언어로 작성한 시뮬레이션 프로그램을 이용하여 탐사선의 거동을 분석하였다.

Key Words : Spacecraft Dynamics(우주선동역학), Liquid Sloshing(액체 슬라싱), Spherical Pendulum Model(구형 진자 모델), Modelica Program(모델리카 프로그램)

1. 서 론

많은 양의 액체를 운반하거나 연료로 사용하

는 차량, 선박, 로켓, 및 우주 탐사선에는 액체의 슬라싱(sloshing) 현상이 나타나는데, 심하면 운항체(vehicle)의 안정성에 영향을 주며, 사고 사

† Received : July 24, 2017 Revised : September 25, 2017 Accepted : October 27, 2017

* Corresponding author, E-mail : donworry@sncu.ac.kr

레도 많다. 그래서 슬라칭 현상에 대한 많은 연구가 이루어졌으며, 영향을 줄이기 위한 다양한 방법이 제안되고 있다. 슬라칭 현상 자체에 대한 연구는, 크게 3가지 범주로 구분할 수 있는데, 해석적 방법[1,2], 전산유체역학 기법[3,4], 그리고 실험적 방법[3,5]이 주를 이룬다.

해석적 방법은 간단한 형상에 대한 해를 이끌어내는데 효과적이고, 그 결과는 진동 시스템과 유사한데[1], 진자(pendulum) 모델과 질량-스프링 모델로 많이 표현된다. 연료 탱크 내부에 diaphragm에 대한 해석적 모델, CFD 해석, 실험을 수행한 사례도 있다[6-8]. 실험적 접근법의 주요 이슈중의 하나는 이들 모델에 대한 파라미터를 실험적으로 구하는 것이다[9].

해석적 방법은 간단하기 때문에, 우주 탐사선 전체와 통합된 동역학 해석 혹은 슬라칭 대응 제어기 설계에 많이 이용된다. Shageer[10]는 진자 모델을 채택하고 탐사선 전체의 자세 운동은 비최소 위상(non minimum phase)의 특성을 갖는다는 것을 보였다. Yue[11]는 슬라칭과 유연 부속품(슬라 패널)과의 상호작용에 대하여 연구하였는데, chaotic 현상이 나타나는 것을 보였다. Theureau[12]는 탐사선과 슬라칭 효과의 상호작용을 분석할 때, 탐사선의 동역학 모델은 시뮬링 크로 구성하고, 슬라칭 효과는 CFD를 이용하는 co-simulation 기법을 사용하였다.

토성 탐사선 Cassini는 연료가 전체 질량의 56%를 차지하였는데(발사단계), 개발단계부터 슬라칭 효과를 분석하였으며[13], 비행 도중에 보내온 텔레메트리 데이터를 분석하여 슬라칭 모드에 대한 연구자료로 활용하였다[14]. 태양을 관측하는 Solar Dynamics Observatory 위성의 연료탱크를 설계할 때, 발사와 진입과정에서 발생할 수 있는 슬라칭 효과를 분석하였다[15].

위성이나 탐사선에 대한 슬라칭 효과의 영향을 줄이기 위한 대응 방안으로 능동적인 되먹임 제어를 적용할 필요도 있다[16-18].

1957년에 있었던 IRBM 발사 시험은, 슬라칭 효과 때문에 발사 후 90초 만에 중단되었다고 한다[19]. 액체 로켓엔진의 우주발사체도 액체 연료의 양이 상당하기 때문에, 슬라칭 효과를 중요하게 고려한다[20-22].

살펴본 바와 같이, 슬라칭 현상에 대한 이해는 연료 탱크의 설계, 운항체의 거동 및 자세제어 성능개선에 필요하다. 본 논문에서는 액체 연료의 슬라칭 현상을 진자로 모델링하는 해석적인 접근법을 바탕으로, 액체 연료와 우주 탐사선의 상호작용 효과를 분석한 다음의 연구결과를 제시

하며, 이것이 본 논문의 기여에 해당한다.

- 구형(spherical 혹은 rotary) 진자 모델을 이용하여, 연료의 동적거동을 모델링하였다. 탐사선의 운동(가속도 및 회전)에 따른 진자의 운동방정식을 수립하였다.
- 역으로, 진자의 운동에 따라 탐사선에 가해지는 반력을 구하였다. 탱크 벽면 반력과 함께 마찰력과 마찰토크도 고려하였다.
- 진자(연료)의 반력은 탐사선의 자세에 영향을 미치는 외란이 된다. 이 반력을 탐사선의 운동에 되먹임하여, 연료와 위성의 상호작용 효과를 분석하는 시뮬레이션 프로그램을 개발하였다. 이 프로그램을 이용하여, 다양한 조건(연료량, Δv 기동 등)에 대한 탐사선의 거동을 분석하였다.

II. 액체 연료의 동역학 모델

2.1 기존 모델 조사

서론에서 언급한 것처럼, 해석적 모델로 Fig. 1의 세 가지를 많이 사용한다. m_0 는 슬라칭에 참여하지 않는 고정된 질량이고, m_1 은 슬라칭 현상에 연관된 질량이다.

좌측과 중앙은 1축 운동만 모델링한 것인데, 2축으로 확장할 수 있지만 두 축 간의 연관성은 고려할 수 없다. 우측의 구형(spherical) 진자는 2자유도 운동을 모델링할 수 있는데, 연료가 한 덩어리로 움직이는 상황에 더 근사하다.

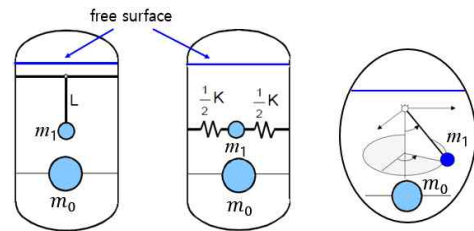


Fig. 1. Analytical sloshing models

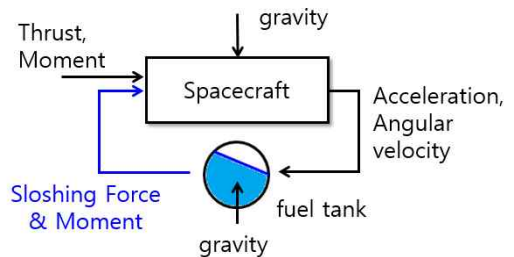


Fig. 2. Spacecraft interacting with sloshing

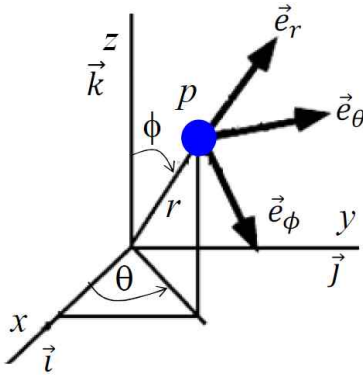


Fig. 3. Spherical coordinate

각 모델에 대해서, 파라미터(진자 등가 질량, 길이, 스프링 계수 등)를 구해야 하는데, 주로 실험[9]이나 CFD 해석을 통하여 구한다. 참고문헌 [1]은 다양한 형상과 조건에 대한 해석적 결과를 제시하고 있으며, 많이 인용되는 자료이다. 운동 시뮬레이션을 위해서는 해석적인 결과가 더 유용하기 때문에, 여기에서는 참고문헌 [1]의 결과를 활용하여 파라미터를 결정하였다. 그리고 Fig. 2의 구성으로 우주 탐사선과 액체 연료가 연결된 것으로 파악하였다.

2.2 구형 좌표계 관계식

구형 연료탱크의 해석에는, 수학적으로 구형 좌표계가 편리하다. Fig. 3은 구형좌표계, 단위벡터 및 변수에 대한 정의이다.

i, j, k 와 e_r, e_ϕ, e_θ 는 각각, 기준 좌표계와 구형 좌표계의 단위벡터이다. 단위벡터간의 변환은 다음 식과 같다($s \rightarrow \sin, c \rightarrow \cos$ 을 의미함).

$$\begin{bmatrix} e_r \\ e_\phi \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s\phi c\theta & s\phi s\theta & c\phi \\ c\phi c\theta & c\phi s\theta & -s\phi \\ -s\theta & c\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} \quad (1)$$

질점(p)의 위치, 속도, 가속도는 다음과 같다.

$$r = r e_r \quad (2)$$

$$v = \dot{r} e_r + r \dot{\phi} e_\phi + r \dot{\theta} s\phi e_\theta \quad (3)$$

$$w_p = \dot{\theta} e_3 + \dot{\phi} e_\theta = \dot{\theta} c\phi e_r - \dot{\theta} s\phi e_\phi + \dot{\phi} e_\theta \quad (4)$$

진자의 길이는 일정하다고 가정할 때, ($r = l, \dot{r} = 0$), 가속도는 다음과 같다.

$$a_p = a_{p,r} e_r + a_{p,\phi} e_\phi + a_{p,\theta} e_\theta \quad (5)$$

$$\begin{aligned} a_{p,r} &= -l\dot{\phi}^2 - l\dot{\theta}^2 s^2\phi \\ a_{p,\phi} &= l\ddot{\phi} - l\dot{\theta}^2 s\phi c\phi \\ a_{p,\theta} &= l\dot{\theta} s\phi + 2l\dot{\phi}\dot{\theta} c\phi \end{aligned} \quad (6)$$

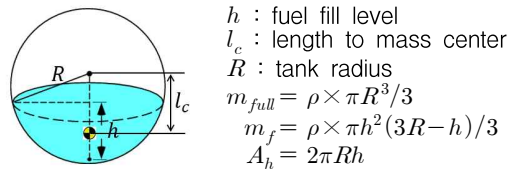


Fig. 4. Spherical liquid fuel tank geometry

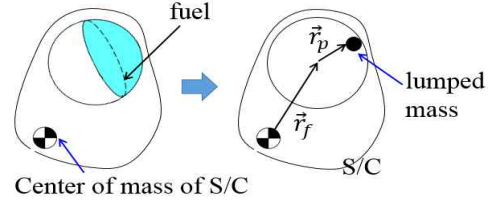


Fig. 5. Equivalent model for analysis

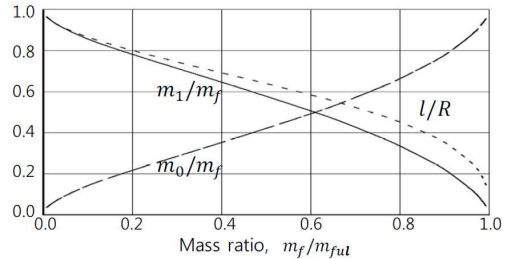


Fig. 6. Pendulum model parameters

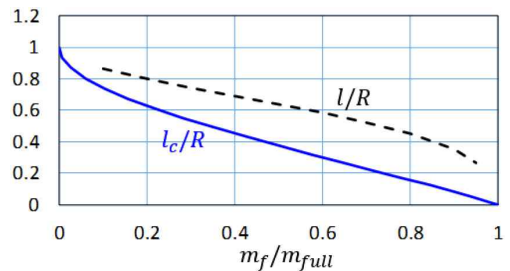


Fig. 7. Comparison of pendulum length

2.3 액체 연료 모델

본 논문에서 고려한 것은 구형의 연료탱크이다 (Fig. 4 참고). m_{full} 은 최대 연료량, m_f 는 현재 연료량, A_h 는 벽면과의 접촉 면적이다. 길이가 일정한 진자 모델을 사용하기에 가장 적합한 형상이기도 하지만, 실제로도 많이 사용하고 있다.

액체 연료를 Fig. 5에서처럼 단일 질량체 진자로 가정하고, 파라미터(m_p 등)를 구해야 한다.

그러나 진자 파라미터(등가 질량, 길이)는 Fig. 4처럼 구해지지 않는다. 그래서 Dodge[1]의 해석

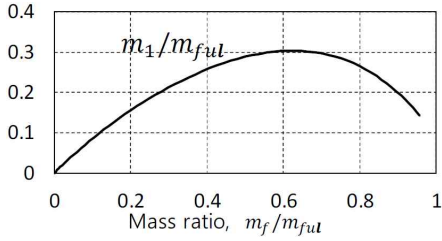


Fig. 8. Sloshing mass

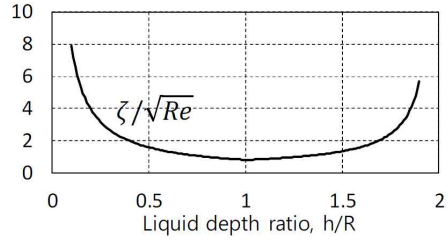


Fig. 10. Damping ratio

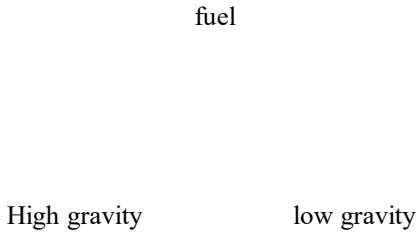


Fig. 9. Free surface under low gravity

결과(Fig. 6)를 활용한다. 연료가 가득 채워질수록 증가 질량(m_1)과 증가 길이(l)는 줄어들고, 이에 따른 슬라칭 현상(영향)도 줄어든다.

Figure 7은 진자의 길이와 관련해서, Dodge의 결과(l)와 Fig. 4의 결과(l_c)를 비교한 것인데, 연료가 많을수록 차이가 크다.

결과를 활용하기 위하여 근사식을 사용한다. 연료의 현재 실제 질량비 $x (= m_f/m_{full})$ 를 구하고, 다음의 근사식(액셀의 추세선 기능 활용)을 적용한다.

$$m_1/m_f = -0.66x^3 + 0.74x^2 - 0.93x + 0.94 \quad (7)$$

$$l/R = -0.73x^3 + 0.9x^2 - 0.88x + 0.94 \quad (8)$$

연료의 현재 질량비(m_f/m_{full})에 대한 슬라칭 질량비(m_1/m_{full})는 Fig. 8과 같다. 실제 연료가 m_{full} 의 60% 정도일 때, 슬라칭 질량이 최대가 되며, 이때 $m_1/m_{full} \approx 0.3$ 이다.

연료는 작용하는 중력에 따라 탱크 내에서 존재하는 모습이 많이 다른데, 대략 Fig. 9와 같다. 여기에서는 탱크내 가압조건과 계산의 단순함 및 오차의 크기 등을 고려하여 좌측 형상으로 가정한다. 저중력(low gravity) 환경에서 l 은 늘어나고 접촉 면적은 넓어진다[23].

2.4 점성 마찰력

액체 연료의 점성 마찰 때문에, 슬라칭 진폭이 감쇄한다. Dodge의 보고서[1]에는 점성 감쇄비

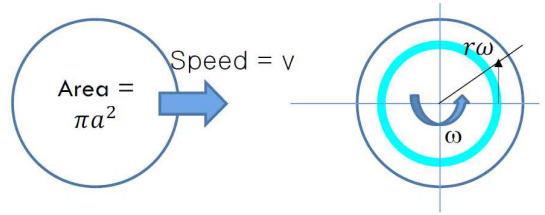


Fig. 11. Viscous force and moment

(c)에 대한 해석결과를 제시하고 있는데, 구형 탱크에 대한 것은 식 (9) 혹은 Fig. 10과 같다.

$$\zeta = 0.79(R/h)\sqrt{Re} \quad (0.1 \leq h/R \leq 1) \quad (9)$$

$$\zeta = 0.79 \frac{[1 + 0.46(2 - h/R)]}{[1.46(2 - h/R)]} \sqrt{Re} \quad (h/R > 1)$$

여기서 $Re = \mu/\rho\sqrt{gR^3}$ 이고, μ 는 유체의 점성(viscosity), $g = 9.81$ 이다. 연료가 절반일 때, 감쇄비가 가장 작다. 양단으로 갈수록, 질량(m_1) 감소가 마찰에 의한 에너지 감소보다 더 크기 때문이다[1].

Ustumi[23]는 해석적인 방법으로 미소 중력 조건에 대한 마찰계수를 구하였다. 실험을 통하여 마찰력을 구하는 것이 필요하지만, 미소중력을 구현하기가 어렵기 때문에, 해석과 함께 실제 운용 데이터를 분석해서 데이터를 확보하여야 하는데, 다양한 형상과 내부 구조의 연료 탱크에 대한 해석이 쉽지 않다. 그러나 마찰계수는 작기 때문에, 탐사선에 미치는 영향도 작다.

탐사선과 액체 연료의 상대 운동에 의해 점성 마찰 토크가 발생한다. 연료를 질점의 진자로 단순화했지만 실제로는 부피를 가진 액체이다. 탐사선의 각속도를 진자 좌표계(e_r, e_ϕ, e_θ)의 성분으로 분해해보면, e_r 에 대한 각속도 성분이 존재한다. 그렇기 때문에, 질점과는 다르게, e_r 방향의 점성 마찰 토크가 존재한다.

식 (9)에서 ζ 를 구하면, 다음 과정을 거쳐 먼 적당 감쇄계수 c 를 구한다

$$F_\mu = c_\phi \dot{\phi}/l = c_\phi v/l^2 = cAv \quad (10)$$

여기서 F_μ 는 마찰력, A 는 면적, v 는 진자 선 속도, c_ϕ 는 감쇄계수이다. $c_\phi = 2\zeta m_1 l^2 \sqrt{g/l}$ 으로 두면, c 는 다음과 같다.

$$c = 2\zeta m_1 \sqrt{g/l} / A \quad (11)$$

강체가 아니고 유체이기 때문에 접촉 면적이 점성 마찰력에 영향을 미친다. 그리고 Fig. 11은 면적 πa^2 의 원판(disk)이 병진 운동하는 것과 회전 운동할 때의 상황인데, c 를 이용하여 각각 작용하는 마찰력과 마찰 토크(M_μ)를 구할 수 있다.

$$F_\mu = c\pi a^2 v = cA_a v \quad (12)$$

$$dM_\mu = r \times c(2\pi r dr) \times r\omega \quad (13)$$

$$M_\mu = \int dM_\mu = c\pi a^4 \omega / 2 = c\omega A_a^2 / (2\pi) \quad (14)$$

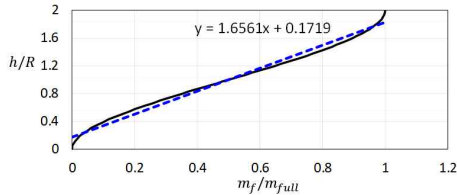


Fig. 12. Liquid depth ratio vs. mass ratio

$$\begin{array}{l}
 m_f \quad h \text{ by Eq.(15)} \quad A_h = 2\pi R h \\
 \\
 m_1 \text{ by Eq.(7)} \quad c
 \end{array}$$

Fig. 13. Damping coefficient calculation

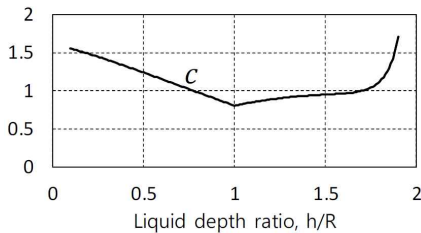


Fig. 14. Damping coefficient vs. depth ratio

S/C Fuel Tank

Fig. 15. Dynamics of spherical pendulum

마찰력 계산을 위해서 면적(A)을 구해야 하는데, Fig. 4의 공식을 사용한다. 질량에 대하여 면적($A_h = 2\pi R h$)을 구하려면 h 를 알아야 하고, h 는 3차 방정식(Fig. 4)을 풀어야 하지만, 여기에서는 Fig. 12처럼 선형 근사식을 사용한다. 오차가 크지 않고 계산에 유리하기 때문이다.

추정식(엑셀 추세선 기능)은 다음과 같다.

$$h/R = 1.6561(m_f/m_{full}) + 0.1719 \quad (15)$$

연료의 질량이 주어지면, c 를 구하는 과정을 Fig. 13으로 정리하였다.

Hydrazine에 대한 c 는 Fig. 14와 같다. 좌측이 더 완만하게 증가하는 것은 m_1 의 완만한 감소 때문인 것으로 판단된다(Fig. 8 참고). 그래서 연료가 완충될수록 진폭도 더 빨리 줄어든다.

III. 탐사선과의 상호작용 모델

3.1 진자의 운동 방정식

탐사선 내부 진자(액체 연료의 등가질량 m_1 에 해당)에 작용하는 힘과 모멘트는 Fig. 15와 같다.

탐사선이 가속도 a_s , 각속도 ω_s 로 운동한다면, 진자의 회전 중심점(f)의 가속도는 다음과 같다.

$$\mathbf{a}_f = \mathbf{a}_s + \dot{\omega}_s \times \mathbf{r}_f + \omega_s \times (\omega_s \times \mathbf{r}_f) \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
 \omega_s &= \omega_{s,r} \mathbf{e}_r + \omega_{s,\phi} \mathbf{e}_\phi + \omega_{s,\theta} \mathbf{e}_\theta \\
 &= \omega_{s,1} \mathbf{e}_1 + \omega_{s,2} \mathbf{e}_2 + \omega_{s,3} \mathbf{e}_3
 \end{aligned} \quad (17)$$

F_l 은 진자 rod에 의한 힘(실제는 연료 탱크 바닥이 연료에 가하는 반력), F_μ 는 연료 탱크와 연료 사이에 작용하는 점성 마찰력, M_μ 는 점성 마찰 토크이다.

$$\mathbf{F}_l = -F_l \mathbf{e}_r \quad (18)$$

$$\mathbf{F}_\mu = -F_{\mu,\theta} \mathbf{e}_\theta - F_{\mu,\phi} \mathbf{e}_\phi \quad (19)$$

$$\mathbf{M}_\mu = -M_\mu \mathbf{e}_r \quad (20)$$

$$F_l = m_p [l(\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 s^2) + (g_r - a_{f,r})] \quad (21)$$

$$F_{\mu,\phi} = cA_h l \dot{\phi}_{rel} \quad (22)$$

$$F_{\mu,\theta} = cA_h l s \dot{\theta}_{rel} \quad (23)$$

$$M_\mu = \frac{c\omega_r}{2\pi} A_h^2, \quad A_h = 2\pi R h \quad (24)$$

식 (12),(14)를 이용하여, $F_{\mu,\phi}$, $F_{\mu,\theta}$, M_μ 를 구한다. ϕ , θ 는 관성좌표계에서 관측한 값인데, 탐사선에서 관측한 상대적인 각속도는 다음과 같다.

$$\dot{\phi}_{rel} = \dot{\phi} - \omega_{s,\phi}, \quad \dot{\theta}_{rel} = \dot{\theta} - \omega_{s,3} \quad (25)$$

최종적으로, 질량 m_1 에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_1(\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_f) = \mathbf{F}_l + \mathbf{F}_\mu + m_1\mathbf{g} \quad (26)$$

마찰 토크는 진자의 ϕ, θ 운동에는 영향을 주지 않는다. 이 벡터 방정식의 축별 성분은 부록에 정리하였다.

3.2 탐사선 운동 모델

탐사선에 작용하는 힘은 외력(추력), 내력(반작용 휠 토크), 연료에 의한 반력이다(Fig. 16).

이 힘과 토크에 의한 탐사선의 운동역학 방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$m_s \mathbf{a}_s = \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_R + m_s \mathbf{g} \quad (27)$$

$$\dot{\mathbf{h}}_t = \mathbf{r}_T \times \mathbf{F}_T + \mathbf{M}_R + \mathbf{r}_f \times \mathbf{F}_R \quad (28)$$

$$\mathbf{F}_R = -\mathbf{F}_l - \mathbf{F}_\mu = F_l \mathbf{e}_r + F_{\mu,\theta} \mathbf{e}_\theta + F_{\mu,\phi} \mathbf{e}_\phi \quad (29)$$

$$\mathbf{M}_R = -\mathbf{M}_\mu + \mathbf{r}_p \times \mathbf{F}_R \quad (30)$$

$$\mathbf{h}_t = \mathbf{h}_s + \mathbf{h}_w \quad (31)$$

여기서 \mathbf{h}_s 는 탐사선의 각운동량, \mathbf{h}_w 는 반작용 휠 등의 각운동량을 의미한다. 중력 가속도(\mathbf{g})는 주로 지구와 달의 인력에 의한 것이다. 위 방정식에 더하여, 자세변화는 쿼터니언을 이용하여 나타낸다(부록 참고).

3.3 조화입력에 대한 영향

내력은, 주기적으로 가해지면, 위치와 자세에 변동을 가져온다. 식 (32)처럼 강체에 조화입력이 가해지는 경우를 고려한다.

$$\ddot{\alpha} = M \sin(\omega t + \beta) = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (32)$$

$$A = M \cos \beta, \quad B = M \sin \beta$$

이 강체의 자세각(α)은 다음과 같이 구해진다.

$$\alpha(t) = \frac{A}{\omega} t + \frac{B}{\omega^2} - \frac{A}{\omega^2} \sin \omega t - \frac{B}{\omega^2} \cos \omega t \quad (33)$$

여기에는 일정, 진동, 발산이 모두 포함되어 있는데, $\cos \beta \neq 0$ 이면 자세가 다음처럼 발산한다.

$$\alpha_{div}(t) = \frac{A}{m\omega} t = \frac{M \cos \beta}{m\omega} t \quad (34)$$

탐사선에 가해지는 슬라칭의 영향도 비슷하다. 이 발산속도에 따라 자세제어가 어떤 역할을 해야 할지 결정해야 한다.

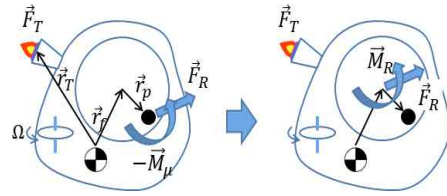


Fig. 16. Reaction by fuel sloshing

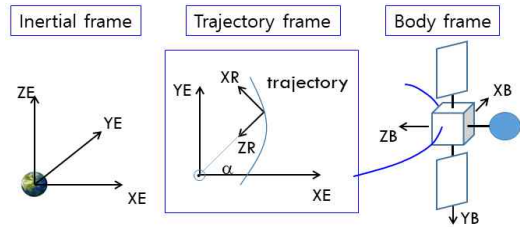
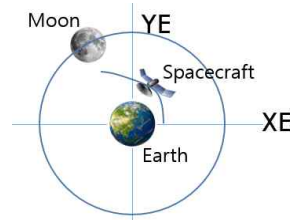


Fig. 17. (Upper) Lunar exploration scenario (Lower) Frame definition

IV. 시뮬레이션

4.1 프로그램 구성

시뮬레이션 대상은 달 탐사선이며, 달 탐사 관련 시나리오를 이용하였다[24]. Fig. 17은 시뮬레이션에 필요한 좌표계를 보인 것이며, Table 1에는 탐사선의 제원을 간략히 정리하였다.

시뮬레이션 프로그램은 Modelica 언어를 이용하여 작성하였다[25,26]. Fig. 18을 살펴보면, 지구와 달의 중력, 추력기, 반작용 휠, 연료 탱크 등이 포함되어 있다. 연료 탱크에는 유도한 수식이 포함되어 탐사선과 상호작용하는데, 슬라칭의 영향(힘과 모멘트)이 탐사선에 전달된다. 추력은 개루프 방식으로 입력한다. 여러 조건에 대하여 탐사선의 응답을 보기 위한 것으로, 되먹임 자세 제어(유지)는 제외하였다.

4.2 탐사선과의 상호 작용

탐사선은 지구와 달의 중력에 의해 비행하다가(일종의 자유낙하), 추력 120N을 15초 동안 받

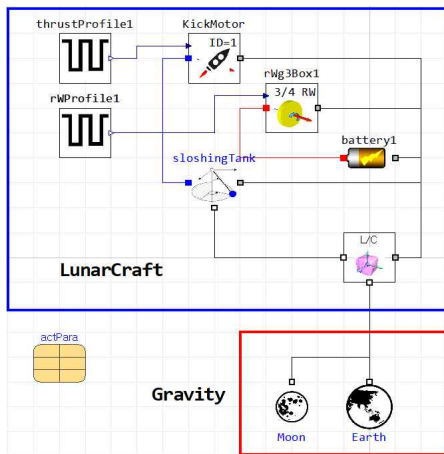


Fig. 18. Simulation program by Modelica

는 것으로 가정하였다. 초기 조건은 Table 1에 제시하였다. 연료량은 136 kg(50%) 이다. Fig. 19에는 슬라칭 진자의 지지력(F_l), 진자 운동 ϕ , 슬라칭에 의한 외란(힘, 모멘트), 탐사선 각속도, 자세(쿼터니언) 결과를 제시하였다.

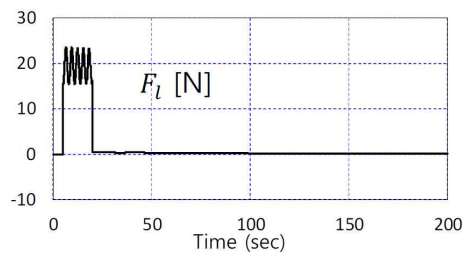
(a)에서 진자 지지력은 진자 운동에 의하여 변동하는데, 추력이 중단된 이후에도 진자는 계속 회전하게 되고, 이 때문에 지지력 F_l 이 변동한다. (b)는 확대한 것인데, 추력 중단 이후 F_l 의 변동과 감쇄를 확인할 수 있다. (c)에서 가속되는 동안에는 진자운동을 하다가, 가속이 끝나고 다시 무중력 상태가 되면 진자운동을 멈추고 회전운동을 하게 된다. 이것 때문에, 탐사선에 가하는 모든 영향의 주파수가 추진 전후로 달라진다. 감쇄에 의하여 회전 운동이 조금씩 느려진다. 실제 연료탱크에는 baffle등이 있어서, 더 빨리 감쇄되거나 더 복잡한 운동을 한다. (d)는 탐사선에 가해지는 반력이다. 진자의 초기 조건(위치) 때문에 주로 탐사선의 X, Z 축 방향으로 가해진다. 이 반력은 거의 F_l 에 의한 것이다. 탐사선에 가해지는 모멘트는, F_x, F_z 때문에, M_y 가 대부분을 차지한다((e)). (f)는 M_y 에 의하여 탐사선의 각속도 운동이 발생하는 것을 보여준다. (g)는 탐사선의 자세인 쿼터니언(q_2, q_4)을 보여준다. 추진 이후의 변동이 더 큰 것은 탐사선에 가해지는 반력의 주파수 차이(저주파 vs. 고주파)때문이다. 3.3절의 내용은 이러한 거동을 설명한다. 추진 이후의 변동은 중요하지 않지만, 추진 도중의 자세 변동은 궤도의 변동을 가져올 수 있어서, 필요한 경우에는 자세제어를 동반해야 한다.

Figure 20은 연료가 250 kg(91%)인 상태에서 동일한 조건의 시뮬레이션 결과인데, Fig. 19보다

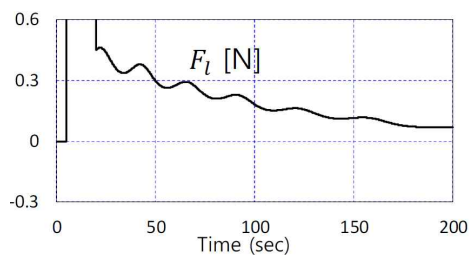
Table 1. Summarized specification

parameter	unit	data
empty mass	kg	270
MOI	kg-m ²	$J=diag[110,170,190]$
m_{full}	kg	273
tank radius	m	0.4
tank cg dist. r_f	m	0.57
fuel	-	hydrazine
kick thrust	N	120 (fixed on/off)
ϕ, θ	deg	60, 180
S/C quaternion	-	$q(0)=[0,0,0,1]$
initial [XE,YE,ZE]	km	[6800, 0, 0]

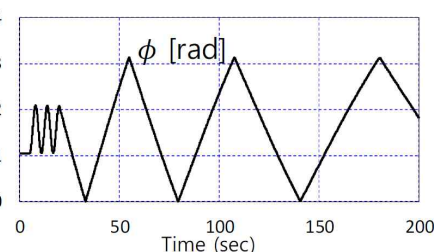
자세 변동이 줄어든다. 결론적으로 연료를 많이 사용할수록, 진자의 길이는 늘어나서 반력의 주파수가 낮아지며, 탐사선의 자세 변동에 더 큰 영향을 미친다. 달 탐사선의 경우, 달에 도달할 즈음에는 연료가 절반 정도가 되는데, 자세 변동을 주의 깊게 모니터링 해야 한다.



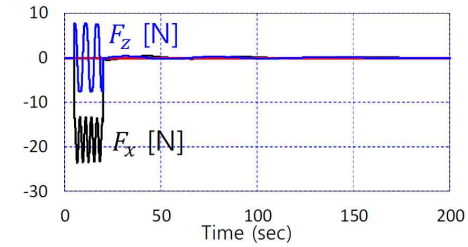
(a) Pendulum support force F_l



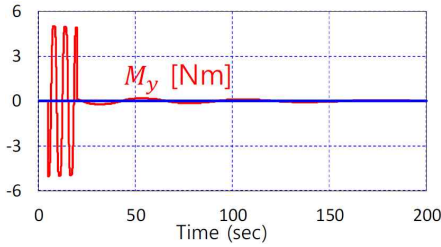
(b) Zoomed figure of F_l



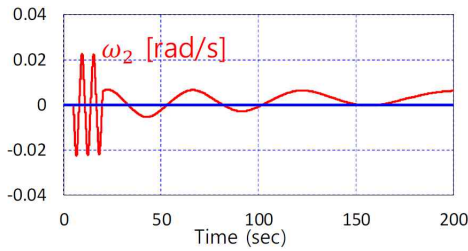
(c) Relative angle of pendulum



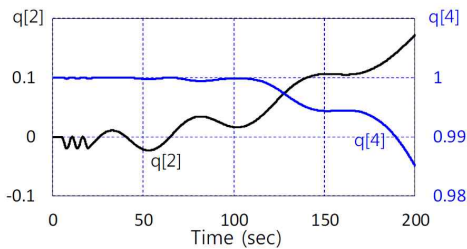
(d) Reaction force



(e) Reaction moment



(f) Spacecraft's rotational motion



(g) Spacecraft's attitude (quaternion)

Fig. 19. Simulation results

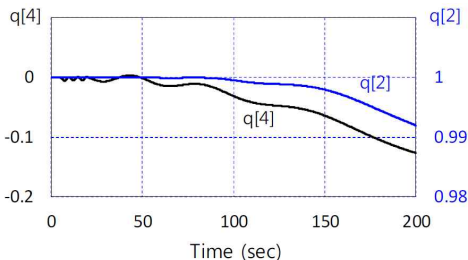


Fig. 20. Spacecraft attitude perturbation

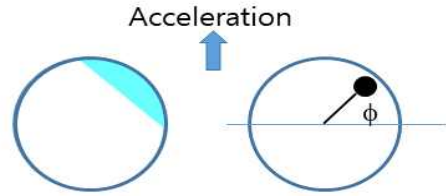


Fig. 21. Difference between real liquid and its pendulum model

4.3 고려사항

실제 탱크 내부에는 baffle이나 diaphragm같은 것이 있어서, 액체의 움직임을 방해한다. 이러한 상황을 시뮬레이션하기 위해, 감쇄계수 c 의 값을 크게 하는 것도 한 방법이다.

진자 모델과 실제 액체와의 차이는 Fig. 21의 상황에서 잘 나타날 수 있다. 그림의 좌측과 같은 곳에 연료가 있을 때, 위 방향으로 탐사선이 가속한다고 가정해보자. 실제 연료는 연직방향으로 내려오다가 아래 면에 부딪칠 것이다. 그러나 우측의 진자는 벽면을 따라서 회전하면서 아래로 내려오게 된다. $0 < \phi < 180^\circ$ 인 경우에 진자 rod에 작용하는 힘(F)은 양이 아니라 음이 되는데, 실제 물리 현상과의 큰 차이이자 해석의 오차이다. 잘못된 힘이 탐사선에 가해지는 것을 방지하기 위하여 $F_l < 0$ 이면, $F_l = 0$ 으로 만든다.

추력은 일정할 수 없으며 약간의 변동이 존재한다($F_T = c + \sum (a_i \sin \omega_i t)$). 이때 변동의 주파수 성분(ω_i)중의 하나가 우연히 진자(연료)의 공진을 일으키면, 경우에 따라(a_i 의 크기) 탐사선에 심한 진동이 나타날 수 있다.

V. 결론

우주 탐사선의 자세 동역학과 액체 연료의 슬라칭 현상의 상호작용을 모델링하였다. 추진에 의하여 가속도가 발생할 때, 슬라칭 현상이 발생하고, 이 슬라칭은 다시 탐사선에 영향을 미쳐 자세 변동을 가져온다. 여러 가지 조건에 대하여 시뮬레이션 하고 결과를 분석하였다. 이러한 결과를 바탕으로, 여기에서 제시한 슬라칭 및 탐사선 동역학 모델과 시뮬레이션 프로그램이 타당한 것으로 판단하였다.

향후, 여러 실험 데이터를 활용하여 진자 모델의 한계를 보완한다면, 우주 탐사선의 거동을 분석하는데 필요한 결과를 제공할 수 있는 유용한 도구가 될 것으로 사료된다.

후 기

본 논문은 한국항공우주연구원이 지원한 과제 ‘극한우주환경변화에 따른 달탐사선 임무수행에 미치는 영향 분석’의 결과입니다. 지원에 감사드립니다.

부 록

식 (26)의 성분별 정리 :

$$r: F_l = m_p [l(\dot{\phi}^2 + \theta^2 s^2 \phi) + (g_r - a_{f,r})] \quad (A1)$$

$$\phi: l\ddot{\phi} - l\theta^2 s \phi c \phi = -F_{\mu,\phi} + g_\phi - a_{f,\phi} \quad (A2)$$

$$\theta: l\ddot{\theta} s \phi + 2l\dot{\phi}\dot{\theta} c \phi = -F_{\mu,\theta} + g_\theta - a_{f,\theta} \quad (A3)$$

중력 가속도와 가속도 성분 :

$$\mathbf{g} = g_r \mathbf{e}_r + g_\phi \mathbf{e}_\phi + g_\theta \mathbf{e}_\theta \quad (A4)$$

$$\mathbf{a}_f = a_{f,r} \mathbf{e}_r + a_{f,\phi} \mathbf{e}_\phi + a_{f,\theta} \mathbf{e}_\theta \quad (A5)$$

$a_{f,\phi}, a_{f,\theta}$:

$$a_{f,\phi} = a_1 c \phi c \theta + a_2 c \phi s \theta - a_3 s \phi \quad (A6)$$

$$a_{f,\theta} = -a_1 s \theta + a_2 c \theta \quad (A7)$$

자세를 나타내는 쿼터니언 방정식:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (A8)$$

References

- 1) Dodge, F., *The New "Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers"*, Southwest Research Institute Report, 2000.
- 2) Utsumi, M., "Low-gravity sloshing in an axisymmetrical container excited in the axial direction," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 67, No. 2, 2000, pp.344~354.
- 3) Zhou, R., et al., "Experimental and numerical investigation of liquid slosh behaviour using ground-based platforms," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 49, No. 6, 2012, pp.1085~1088.
- 4) Yang, H., Peugeot, J., "Propellant sloshing

parameter extraction from computational fluid dynamics analysis," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 51, No. 3, 2014, pp.908~916.

- 5) Yang, Y., et al., "Accurate measurement of nonlinear liquid sloshing," *AIAA Journal*, Vol. 53, No. 3, 2015, pp.771~779.

- 6) Silvernail, N., et al., "Modeling of fuel slosh in a spin stabilized spacecraft with on-axis propellant tanks implemented with diaphragms," AIAA 2009-6040.

- 7) Sances, D., et al., "CFD fuel slosh modeling of fluid-structure interaction in spacecraft propellant tanks with diaphragms," AIAA 2010-2955.

- 8) Lapilli, G., et al., "Characterization of elastomeric diaphragm motion within a spacecraft propellant tank," AIAA 2015-4075.

- 9) Oh, C. S., et al., "Estimation of slosh model parameters using experimental test-bed," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 37, No. 7, 2009, pp.661~668.

- 10) Shageer, H., Tao, G., "Zero dynamics analysis for spacecraft with fuel slosh," AIAA 2008-6455.

- 11) Yue, B., "Study on the chaotic dynamics in attitude maneuver of liquid-filled flexible spacecraft," *AIAA Journal*, Vol. 49, No. 10, 2011, pp.2090~2099.

- 12) Theureau, D., et al., "Integration of low g sloshing models with spacecraft attitude control simulators," AIAA 2013-4961.

- 13) Enright, P., Wong, E., "Propellant slosh models for the Cassini spacecraft," AIAA 1994-3730.

- 14) Lee, A., Stupik, J., "In-flight characterization of the Cassini spacecraft propellant slosh modes," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 54, No. 2, 2017, pp.417~425.

- 15) Mason, P., Starin, S., "The effects of propellant slosh dynamics on the Solar Dynamics Observatory," AIAA 2011-6731.

- 16) Cho, S., McClamroch, N., "Feedback control of a space vehicle with unactuated fuel slosh dynamics," AIAA 2000-4046.

- 17) De Weerd, E., et al., "Adaptive nonlinear dynamic inversion for spacecraft attitude control with fuel sloshing," AIAA 2008-7162.

- 18) Baozeng, Y., Lemei, Z., "Hybrid control of

liquid-filled spacecraft maneuvers by dynamic inversion and input shaping," *AIAA Journal*, Vol. 52, No. 3, 2014, pp.618~626.

19) Hall, J. (ed), *Advanced in Spacecraft Technologies*, InTech, 2011, pp.549~562.

20) Shekhawat, A., et al., "Slosh-vehicle dynamics in planar atmospheric flight," AIAA 2006-427.

21) Krishnaswamy, K., Bugajski, D., "Inversion based multibody control - launch vehicle with fuel slosh," AIAA 2005-6149.

22) Hu, P., Ren, G., "Multibody dynamics of flexible liquid rockets with damping propellant," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 36, No. 6, 2013, pp.1840~1849.

23) Utsumi, M., "Viscous damping ratio of low gravity sloshing in arbitrary axisymmetric

tanks," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol.50, No.4, 2013, pp.807~815.

24) Son, T. J., et al., "Design of a structural model for Korean Lunar Explorer," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 41, No. 5, 2013, pp.366~372.

25) Jin, J., Park., B. K., "Development of integrated simulation program for artificial satellite operations by Modelica," *Journal of Aerospace Systems Engineering*, Vol. 9, No. 3, 2015, pp.39~46.

26) Jin, J., "Integrated flight simulation program for multicopter drones by using acausal and object-oriented language Modelica," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 45, No. 5, 2017, pp.437~446.