굽힘 하중에 의한 복합재료 파손 예측 연구

김진성*, 노진호**, 이수용**

Failure Prediction for Composite Materials

under Flexural Loading

Jin-Sung Kim*, Jin-Ho Roh** and Soo-Yong Lee**

School of Aerospace and Mechanical Engineering, Korea Aerospace University* '**

ABSTRACT

In this study, the failure prediction of composite laminates under flexural loading is investigated. A FEA(finite element analysis) using 2D strain-based interactive failure theory. A pregressive failure analysis was applied to FEA for stiffness degradation with failure mode each layer. A three-point bending test based on the ASTM D790 are performed for cross-ply $[0/90]_8$ and quasi-isotropic $[0/\pm 45/90]_{25}$ laminated composites. The accuracy of the applied failure theory is verified with the experimental results and other failure criteria such as maximum strain, maximum stress and Tsai-Wu theories.

초 록

본 연구에서는 굽힘 하중을 받는 복합재료 적층판에 대한 파손 강도를 예측하기 위하여 2D 변형률 기반의 파손 이론을 적용한 유한요소 해석을 수행하였다. 복합재료 적층판 내 각 층의 파손 모드에 따른 강성저하를 고려하기 위해 점진적 파손 해석 방법을 적용하였 다. 크로스 플라이와 준등방성 복합재 적층판에 대하여 3점 굽힘 시험을 수행하였다. 최대 응력 이론, 최대 변형률 이론, 그리고 Tsai-Wu 파손 이론을 적용한 유한요소 해석을 수행하 였다. 시험 및 파손 이론에 따른 해석 결과 비교를 통하여 2D 변형률 파손 이론의 정확성 을 검증하였다.

Key Words : Composite(복합재료), Bending test(굽힘 시험), 2D Strain Failure Theory(2D 변형률 파손 이론), Finite Element Analysis(유한요소 해석)

I.서 론

복합재료는 금속 재료에 비해 비강성 및 비강 도가 우수하여 항공우주 및 자동차의 구조물에 많이 사용되고 있다. 복합재료는 섬유의 적층 배 열을 달리하여 설계 요구 조건에 맞도록 구조물 제작이 가능하다. 복합재료 구조 안정성을 위해 서는 설계 단계에서 고려된 적층 배열, 하중 조 건에 따라 구조물의 파손을 정확하게 예측할 수

* Received :August 3, 2017 Revised : October 10, 2017

* Corresponding author, E-mail : jinsungkim83@naver.com

Accepted : November 8, 2017

있는 파손 기준이 적용되어야 한다.

복합재료 구조물의 파손을 정확하게 예측하기 위하여 다양한 이론적 접근, 방법론 그리고 가정 등을 통하여 많은 파손 이론들이 개발되고 연구 되었다. 이러한 파손 이론들의 신뢰성은 하중 조 건, 적층 배열, 그리고 재료에 따라 파손을 정확 하게 예측할 수 있는 능력에 따라 좌우된다. 복 합재료가 사용되는 대부분의 구조물은 면내 (in-plane) 하중뿐만 아니라 면외(out-of-plane) 하 중도 받게 된다. 하중조건에 따라 복합재료 적층 판의 기계적 특성이 다르게 나타나기 때문에 면 내 하중에서 파손을 정확하게 예측하더라도 면외 하중 조건에서는 정확성이 떨어질 수 있다.

면내 하중을 받는 복합재 적층판의 파손 예측 연구는 많이 이루어졌으며 각 파손 이론 간의 비교 연구도 많이 수행되었다. Hinton [1-3]은 WWFE (World-Wide Failure Exercise) 프로그램을 통해 다 양한 파손 이론에 대하여 정확성과 신뢰성을 평가 하는 연구를 수행하였다. 하지만, 제시된 대부분의 파손 이론은 면내 하중을 받는 복합재 적층판에 대해서만 수행되었다. 하지만, 굽힘과 같은 면외 하중에 대한 파손 예측 연구는 상대적으로 드물 게 진행이 되었으며 대부분 특정한 적층 패턴에 대하여 파손 이론을 적용하고 연구를 수행하였다 [4-8]. 또한, WWFE 프로그램을 통해 굽힘 하중 을 받는 복합재 적층판에 대하여 다양한 파손 이 론을 비교하였지만 직접적인 실험 결과와 비교 연구는 수행되지 않았다[3]. 국내에서는 인장, 압 축 시험을 통한 복합재 적층판의 파손 특성을 비 교 평가하고, 면내 하중 조건에서 점진적 파손 해석을 통해 복합재 적층판의 강도를 예측하는 연구가 수행되었다[9-11]. 기존의 연구들은 주로 면내 하중을 받는 복합재 적층판에 대해 수행되 어졌으며, 굽힘과 같은 면외 하중 조건에 대한 복합재 적층판의 파손 예측 연구는 거의 이루어 지지 않고 있다.



Fig. 1. General loading conditions of composite laminates

본 논문에서는 다축 면내 하중을 받는 다방향 적층판의 파손을 정확하게 예측할 수 있는 2D 변형률 기반 파손이론을 적용하여 굽힘 하중을 받는 복합재 적층판의 파손을 예측하고자 한다. 이를 위해 적층판의 각 층에 대하여 파손 해석 및 파손 모드에 따른 강성 저하를 고려한 점진적 파손 해석 알고리즘을 구성하고 유한요소 해석을 수행하였다. 일방향 탄소 섬유 및 직조형 유리 섬유를 이용한 크로스 플라이(cross-ply) 및 준등 방성(quasi-isotropy) 복합재 적층판에 대하여 굽 힘 시험을 수행하고 유한요소 해석을 통한 파손 예측 결과와 비교 분석하였다.

Ⅱ.본 론

2.1 적층판 이론

복합재료 적층판에 가해지는 면내 하중(*N_x*, *N_y*, *N_{xy}*) 및 면외 하중(*M_x*, *M_y*, *M_{xy}*)은 Fig. 1과 같다. 2D 평면 응력 상태에 대하여 복합재료 적층판의 각 층에 대한 응력-변형률 관계는 식 (1)과 같다 [12].

$$\sigma_{ij} = Q_{ij} \epsilon_j \quad \text{i, j} = 1,2,6 \tag{1}$$

여기서, Q_{ij}는 각 층에 대한 감소 강성 행렬(reduced stiffness matrix)를 나타낸다.

Figure 1과 같이 적층판에 가해지는 하중에 대 한 구성방정식은 식(2)와 같다.

여기서, {N}은 면내하중, {M}은 굽힘 하중, [A]는 면내 강성 행렬, [B]는 면내 강성과 굽힙 강성이 커플링된 강성 행렬, [D]는 굽힘 강성 행렬, { ℓ } 은 중립면에서의 변형률 그리고 {k}는 곡률을 나 타낸다.

2.2 2D 변형률 파손 이론

2D 변형률 기반 파손 이론은 면내 하중 조건 하에서 단방향 뿐 만 아니라 다방향 적층판에 대 해서도 정확한 파손 예측이 가능하다고 알려져 있다. 2D 변형률 기반 파손이론은 최대 변형률 이론을 기반으로 복합재료 적층판의 강성 저하는 각 층의 방향별 파손 모드를 기반으로 이루어진 다고 가정하였다. 복합재 적층판 내 각 층의 최 종 파손은 축방향, 횡방향 그리고 전단에 의한 파손 모드가 모두 고려되는 2차 함수의 형태로 식 (3)과 같이 표현된다[13].

$$G_{11}\epsilon_1^2 + G_1\epsilon_1 + \alpha (G_{22}\epsilon_2^2 + G_2\epsilon_2) + G_{66}\epsilon_6^2 = 1 \quad (3)$$

여기서, G는 상수, α는 축 방향과 횡 방향의 파 단 변형률 에너지의 비를 나타내는 것으로 식 (4) ~ (7)로 정의된다.

$$G_{11} = \frac{1}{\epsilon_{1t}\epsilon_{1c}}, \ G_1 = \frac{1}{\epsilon_{1t}} - \frac{1}{\epsilon_{1c}}$$
 (4)

$$G_{22} = \frac{1}{\epsilon_{2t}\epsilon_{2c}}, \quad G_2 = \frac{1}{\epsilon_{2t}} - \frac{1}{\epsilon_{2c}}$$
 (5)

$$G_{66} = \frac{1}{\epsilon_s^2} \tag{6}$$

$$\alpha = \frac{U_2}{U_1} = \frac{E_{22}\epsilon_{2t}^2}{E_{11}\epsilon_{1t}^2} \tag{7}$$

여기서, ϵ_{1t} 와 ϵ_{1c} 는 축 방향의 인장과 압축 파단 변형률, ϵ_{2t} 와 ϵ_{2c} 는 횡 방향의 인장과 압축 파단 변형률, ϵ_{5} 는 전단 파단 변형률을 의미한다. 그리 고 E_{11} 과 E_{22} 는 각각 축 방향과 횡 방향의 탄성 계수를 의미한다.

2D 변형률 기반 파손 이론은 면내 다축 하중 특히, 다축 압축 하중이 가해질 경우 층간 분리 에 의한 파손을 고려하기 위해 면외 파손 모드를 고려하였다. 면외 수직 변형률(c_3)은 평면 응력 상태를 고려하여 식 (8)과 같이 정의된다.

$$\epsilon_3 = -\frac{\nu_{13}}{E_{11}} \sigma_1 - \frac{\nu_{23}}{E_{22}} \sigma_2 \tag{8}$$

면외 파손 모드는 면내 파손 모드와 유사하게 식 (9)와 식 (10)으로 표현된다.

$$G_{33}\epsilon_3^2 + G_3\epsilon_3 < 1$$
 (9)

$$G_{33} = \frac{1}{\epsilon_{3t}\epsilon_{3c}}, \quad G_3 = \frac{1}{\epsilon_{3t}} - \frac{1}{\epsilon_{3c}}$$
 (10)

여기서, c3t와 c3c는 면외 인장 및 압축 파단 변형 률을 의미한다.

2D 변형률 기반 파손이론을 적용하여 면내 다 축 하중을 받는 다방향 적층판에 대한 파손 예측 을 수행하였으며 결과 비교에 사용된 실험 데이



Fig. 2. Biaxial failure envelope for multi directional laminate



Fig. 3. Prediction of stress-strain curves for multi directional laminate

터는 참고문헌[14]를 통해 얻었다. Fig. 2는 준등 방성 적층 패턴을 가진 탄소섬유 복합재료(AS4/ 3501-6) 적층판에 대하여 면내 및 면외 파손 모드 적용에 따른 파손 예측 결과를 비교하여 나타낸 것이다. 앞서 언급한대로 다축 압축 하중을 받는 경우 면외 파손 모드를 적용한 예측 결과가 상대 적으로 실험 결과에 잘 일치하는 경향을 확인할 수 있다. 이는 압축 하중에 의한 층간 분리 현상 이 적층판의 파손에 큰 영향을 주는 것으로 볼 수 있다. Fig. 3은 0°와 90°로 이루어진 유리섬유 복합재료(MY750) 적층판에 단축 하중이 가해졌 을 때 응력과 변형률을 예측한 것으로 실험 결과 와 유사하게 나타남을 알 수 있다.

2.3 복합재료 굽힘 파손 해석

2.3.1 유한요소 해석

복합재료 적층판의 굽힘 하중에 의한 점진적 파손 예측을 위하여 자체 개발된 비선형 유한요 소 해석 프로그램을 사용하였다. 해석에 사용된 유한요소는 Fig. 4와 같이 각 요소당 8개의 절점 을 가지며, 각 절점당 5개의 자유도를 가지는 3D 응축 쉘 요소(3D degenerated shell element)를 사용하였다. 굽힘 하중에 의한 복합재료 적층판 의 대변형을 고려하여 Crisfield의 arc-length 방 법을 적용하였다[15]. 주어진 하중에 대하여 각 요소에 대하여 변형률 및 응력을 계산하고 적용 된 파손 이론에 따라 요소 내 각 층의 파손 모드 를 계산하였다. 각 층에서 파손이 발생하게 되면 해당 층 내의 강성을 "0"으로 감쇠되도록 점진적 파손 해석 알고리즘을 구성하였다.

유한요소 해석 모델은 3점 굽힘 시험 시편의 기하학적 형상의 대칭성을 이용하여 Fig. 5와 같 이 모델링하였으며, 하중은 해석 모델의 끝단에 두께방향으로 선 하중(line load)의 형태로 가해 지도록 하였다. 경계조건은 시험 조건과 동일하 게 좌측 경계면은 롤러지지, 우측 경계면은 대칭 경계 조건을 적용하였다.



Fig. 4. 3D degenerated shell element



Fig. 5. FEM Modeling



Fig. 6. Transverse failure in a laminate



Fig. 7. Transverse stress-strain relationship in a lamina

복합재료 적층판은 섬유 방향의 기계적 특성이 수 지(matrix) 방향에 비해 상대적으로 강하며, 섬유 배열 방향인 축방향이 대부분의 하중을 지탱한다. 따라서 적층판의 최종 파손은 섬유의 파손에 의해 서 발생한다고 볼 수 있다. Fig. 6과 같이 적층판 내 임의의 층에서 수지의 균열로 인하여 가로 방 향으로 부분 파손이 발생 시에 섬유의 파손이 일 어나지 않는 한, 동일층 내의 다른 영역에서 외부 하중을 지탱할 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 가로 방향으로 파손이 발생하면 가로 방향 강성 (*E*₂₂)를 "0"으로 감쇠시키고 가로 방향 변형률(*E*₂₄, *e*₂₆)은 적층판이 최종 파손에 이를 때까지 증가하 도록 프로그램을 구성하였다(Fig. 7).

2.3.2 재료 물성치

복합재료 적층판의 굽힘 하중에 의한 파손 예 측을 위한 유한요소해석에 적용된 재료는 일방향 탄소 섬유와 직조형 유리섬유이며 각 재료의 기 계적 특성은 기본 물성 시험을 통해 산출하였으 며 Table 1과 같다. 또한, 복합재료의 전단 비선 형 특성을 고려하기 위하여 Ramberg-Osgood 방 정식을 이용한 접선 전단 계수(tangential shear modulus)를 사용하였다[16].

Ramberg-Osgood 방정식은 3개의 변수를 이용 하여 응력-변형률 선도를 나타내는 것으로 식 (11) 과 같고 접선 탄성계수(*E*)는 식 (12)로 표현된다.

$$\sigma = \frac{E_0 \epsilon}{\left(1 + \left(\frac{E_0 \epsilon}{\sigma_0}\right)^n\right)^{1/n}} \tag{11}$$

$$E_t = \frac{d\sigma}{d\epsilon} = \frac{E_0 \epsilon}{\left(1 + \left(\frac{E_0 \epsilon}{\sigma_0}\right)^n\right)^{1 + \frac{1}{n}}}$$
(12)

여기서, *E*는 초기 탄성계수, *G*는 점근(asymptotic) 응력, 그리고 n은 응력-변형률 선도에 대한 형상 변 수이다.

본 연구에 적용된 접선 전단계수에 대한 Ramberg-Osgood 변수는 Table 2와 같다.

Property		LCU250NS	HG181	
Elastic	E ₁₁	113	23.6	
moduli	E ₂₂	8.2	23.7	
(GPa)	G_{12}	3.88	3.35	
Poisson's	V ₁₂	0.33	0.12	
ratio	V ₂₃	0.33	0.12	
	σ_{1t}	2005	406	
Failure	$\sigma_{ m 1c}$	966	456	
strength	σ_{2t}	39	388	
(MPa)	$\sigma_{\rm 2c}$	162	438	
	$ au_{12}$	68	54	
	€ _{1t}	1.61	2.07	
Failure	\mathcal{E}_{1c}	0.96	1.85	
strain	E _{2t}	0.48	1.96	
(%)	E _{2c}	1.81	1.86	
	\mathcal{E}_{S}	5	5	

Table 1. Mechanical properties

Table 2. Ramberg-Osgood parameters

	<i>G</i> ₀ (GPa)	∂ (MPa)	n
LCU 250NS	3.88	68	2.26
HG181	3.35	54	1.55

Table 3. Geometrical dimensions of test samples

Pattern	LCU250NS		HG181	
	[0/±45/90] _{2s}	[0/90] ₈	[0/±45/90] _{2s}	[0/90] ₈
Width	10	10	10	10
(mm)	10			
Thickness	24	36	20	3.8
(mm)	0.4	5.0	5.0	
Span	55	55	60	60
(mm)	- 55			



Fig. 8. 3-point bending test

2.3.3 굽힘 시험

수치 해석 결과와 비교하기 위하여 3점 굽힘 시 험을 수행하였다. 복합재료 적층판은 섬유의 형태 및 적층 패턴에 따라 기계적 거동 특성이 달라진 다. 복합 섬유의 형태에 따른 파손 예측 능력을 비 교하기 위하여 일방향 탄소섬유 복합재료(LCU250NS, 한국카본社) 및 직조형 유리섬유 복합재(HG181 한 국화이바社)를 적용하였다. 복합재료 적층 패턴은 복합재료 구조에서 기본적으로 고려되는 준등방 성(quasi-isotropic) 적층 패턴[0/±45/90]_{2s}과 크로 스 플라이(cross-ply) 적층 패턴[0/90]₈으로 각각 3 개씩 제작하였다.

굽힘 시험은 MTS 810을 이용하여 ASTM D790 [17]의 시험 규격에 따라 진행하였다(Fig. 8). 시편 하단에 별도의 레이져 변위계를 장착하여 시편의 변위를 측정하였다. 시편 사양 및 스팬길이는 Table 3과 같다.

2.4 시험 및 해석 결과

유한요소 해석 프로그램을 통해 준등방성 적층 패턴 및 크로스 플라이 적층 패턴을 가지는 복합재 료 적층판에 대하여 최대 응력 이론, 최대변형률 이론, Tsai-wu 파손 이론, 그리고 2D 변형률 파손 이론을 적용한 유한요소 해석 결과를 실험 결과와 비교하였다. Fig. 9는 일방향 탄소섬유를 이용한 적 층판에 대한 해석 결과이며, Fig. 10은 직조형 유리 섬유를 이용한 적층판에 대한 해석 결과이다. 해석 에 적용된 파손 이론에 따라 최대 하중 예측 결과 에 차이가 나타남을 확인할 수 있다. 일방향 탄소 섬유 대한 시험 결과를 보면 최대 하중 도달 후 약간의 하중 감소가 발생하고 다시 하중이 증가 하는 다중 임계 하중이 발생하는 것을 확인할 수 있다. 앞서 언급하였듯이 일방향 탄소섬유의 경 우 섬유 배열 방향(0°)가 대부분의 하중을 지탱한 다. 하중이 가해짐에 따라 수지 방향(90°)에서 발 생하는 균열과 층간분리가 발생함에 따라 다중 임 계 하중이 나타나는 것으로 판단된다. 직조형 유 리섬유 적층판의 경우 크로스 플라이 적층 패턴에 서는 단일 임계 하중이 발생하며 준등방성 적층 패턴에서는 다중 임계 하중이 나타나는 것을 확인 할 수 있다. 직조형 유리섬유의 경우 Table 1에서 보이듯이 축방향과 횡방향의 기계적 물성이 거의 동일한 등방성 재료로 볼 수 있다. 따라서, 축방향 및 횡방향으로 파손이 발생하면 적층판 전체의 파 손으로 이어지는 것으로 판단할 수 있다. 준등방 성 적층 패턴의 경우에는 적층판 내의 45° 플라이 에서 발생할 수 있는 층간 분리 및 균열로 인하여



Fig. 9. Failure behaviors of LCU250NS

일방향 탄소섬유 복합재 적층판과 유사하게 다중 임계 하중 현상이 나타나는 것을 확인할 수 있다. Table 4에 각 적층판에 사용된 파손 이론에 따른 해석 및 시험에 대한 최대 하중을 비교하여나타내 었다. 시험 및 해석을 통한 최대 하중 결과를 비교 한 결과 탄소 섬유 적층판의 경우 크로스 플라이 적층판에 대해서는 2D 변형률 이론이 실험 결과와 거의 유사하게 예측하였으며, Tsai-Wu 이론과 최대 변형률 이론이 약 10%, 최대 응력 이론이 약 20% 의 오차를 나타내었다. 준등방성 적층판의 경우에 는 2D 변형률 이론과 최대 변형률 이론이 실험 결 과와 유사한 결과를 보여주었으며, Tsai-Wu 및 최



Fig. 10. Failure behaviors of HG181

대 응력 이론은 약 15%의 오차를 나타내었다.

직조형 유리섬유 적층판의 경우를 보면 준등 방성 적층 패턴 및 크로스 플라이 적층 패턴에 대해서 2D 변형률 이론과 최대 변형률 이론이 적용한 해석 결과가 실험 결과와 거의 유사하게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 실험 결과와 비 교해 볼 때, 준등방성 적층판에 대해서는 최대 응력 이론은 약 14%, Tsai-Wu 이론은 약 25%의 오차를 보여주었다. 크로스 플라이 적층판에 대 해서는 최대 응력 이론과 Tsai-Wu 이론이 약 25%의 오차를 가짐을 확인할 수 있다. 또한, 2D 변형률 이론이 최대 변형률 이론을 기반으로 유

Material		LCU 250NS		HG 181	
Laminates		Quasi-isotropy	Cross-ply	Quasi-isotropy	Cross-ply
Experiment (N)		956	1450	689	927
Failure Theory	Max. Stress (N)	819	1152	592	700
	Max. Strain (N)	949	1274	724	968
	Tsai-Wu (N)	796	1582	514	700
	2D Strain (N)	959	1468	724	968

Table 4. Comparison of maximum flexural loads

도되었기 때문에 2D 변형률 및 최대 변형률 이 론이 동일한 결과를 나타내는 것으로 판단된다.

일방향 탄소섬유 및 직조형 유리섬유 복합재 적층판에 대해서 기존의 파손 이론은 적층판의 적 층 패턴에 따라 최대 하중 예측에 큰 차이를 보이 고 있는 반면에 본 연구에서 새로 적용한 2D 변 형률 파손 이론이 적층판의 패턴 및 재료에 상관 없이 상대적으로 실험결과를 잘 예측하였다.

Ⅲ. 결 론

본 연구에서는 굽힘 하중을 받는 복합재 적층 판의 파손 예측을 위해 비선형 유한요소 해석 프 로그램을 이용한 점진적 파손 해석을 수행하였 다. 파손 예측을 위한 파손 이론은 다축 면내 하 중을 받는 다방향 복합재료 적층판의 파손을 정 확히 예측할 수 있는 2D 변형률 파손 이론을 적 용하였다. 굽힘 하중 조건에서 발생할 수 있는 층간 분리에 의한 파손을 고려하기 위해 면외 수 직 변형률을 이용한 면외 파손모드를 고려하였다 해석 결과와 비교를 위하여 일방향 탄소섬유 및 직조형 유리섬유를 이용하여 준등방성 및 크로스 플라이 적층판을 제작하고 3점 굽힘 시험을 수행 하였다. 최대 응력 이론, 최대 변형률 이론, 그리 고 Tsai-Wu 파손 이론을 적용한 비선형 유한요 소 해석을 수행하고 결과를 비교하였다. 2D 변형 률 파손 이론을 적용한 해석 결과가 타 파손 이 론에 비해 섬유의 형태와 적층 패턴에 상관없이 시험 결과를 잘 예측하였다.

후 기

본 연구는 2017년도 정부의 지원으로 한국연 구재단의 지원을 받아 수행된 우주핵심기술개발 사업의 일환으로 수행되었습니다. (NRF-2017M1A3A3A02016484)

References

1) Hinton, M. J, Kaddour, A. S., and Soden, P. D., "A Comparison of the Predictive Capabilities of Current Failure Theories for Composite Laminates: Comparison with Experimental Evidence," *Composite Science Technology*, Vol. 62, 2002, pp.1725~1798.

2) Hinton, M. J, Kaddour, A. S., and Soden,

P. D., "A Further Assessment of the Predictive Capabilities of Current Failure Theories for Composite Laminates: Comparison with Experimental Evidence," *Composite Science Technology*, Vol. 64, 2004, pp.549~588.

3) Kaddour, A. S., Hinton, M. J., Smith, P. A. and Li, S., " A Comparison between the Predictive Capability of Matrix Cracking, Damage and Failure Criteria for Fibre Reinforced Composite Laminates: Part A of the Third World-wide Failure Excercise," *Journal of Composite Materials*, Vol. 47, 2013, pp.2749~2779.

4) Grief, R., Chapon, E., "Investigation of Successive Failure Modes in Graphite/Epoxy Laminated Composite Beams," *Journal of Reinforced Plastic Composites*, Vol. 12, 1996, pp.602~621.

5) Trochu, F., Echaabi, J., Pham X. T., and Ouellet, M., "Theoretical and Experimental Investigation of Failure and Damage Progression of Graphite-Epoxy Composites in Flexural Bending Test," *Journal of Reinforced Plastic Composites*, Vol. 15, No. 7, 1996, pp.740-755.

6) Huybrechts, S., Maji, A., Lao, J., Wegner, P., and Meink, T., "Validation of the Quadratic Composite Failure Criteria with Out-of-plane Shear Terms," *Journal of Composite Materials*, Vol. 36, 2002, pp.1879~1888.

7) Irhirane, E. H., Echaabi, J., Aboussal, M., Hattabi, M., and Trochu, F., "Matrix and Fibre Stiffness Degradation of a Quasi-isotrope Graphite Epoxy Laminate under Flexural Bending Test," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 28, Jan. 2009, pp.201~223.

8) Irhirance, E. H., Abousaleh, M., Echaabi, J., Hattabi, M., Saouab, A., and Bensalah, M. O., "Modeling and Simulation of the Failure and Stiffness Degradation of a Graphite Epoxy in a Three Point Bending Test," *Journal of Engineering Material Technology ASME*, Vol. 132, July. 2010, pp.0310131~0310138.

9) Lee, M. K., Lee, J. W., Yoon, D. H., & Kim, J. H., "Development of Compressive Failure Strength for Composite Laminate Using Regression Analysis Method," *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers. A*, Vol. 40, 2016, pp.907-911.

10) Park, K. J., Kang, H. J., Shin, S., Choi, I. H., Kim, M., & Kim, S. J., "Strength Prediction on Composite Laminates Including Material Nonlinearity and Continuum Damage Mechanics," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 42, No. 11, 2014, pp.927-936.

11) Kim, M. J., Park, S. H, Park, J. S., Lee, W. I., and Kim, M. S., "Micro-Mechanical Failure Prediction and Verification for Fiber Reinforced Composite Materials by Multi-Scale Modeling Method," *Journal of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 41, No. 1, 2013, pp. 17-24

12) Herakovich, C. T., *Mechanics of Fibrous Composites*, John Wiley & Sons, Inc., 1998.

13) Lee, S. Y., Roh, J. H., "Two-dimensional Strain -based Interactive Failure Theory for Multidirectional Composite Laminates," *Composite Part B*, Vol. 69, 2015, pp.69~75.

14) Soden P. D., Hinton M. J., and Kaddour

A. S., "Biaxial Test Results for Strength and Deformation of a Range of E-glass and Carbon Fiber Reinforced Composite Laminates: Failure Exercise Benchmark Data," *Journal of Composites Science and Technology*, Vol. 62, 2002, pp. 1489 - 1514.

15) Crisfield, M. A., Remmers, J. J., and Verhoosel, C. V., *Nonlinear finite element analysis* of solids and structures, John Wiley & Sons, 2012.

16) Bogetti, T. A., Hoppel, C. P. R., Harik, V. M., Newill, J. F. and Burns, B. P., "Predicting the Nonlinear Response and Progressive Failure of Composite Laminates," *Composite Science and Technology*, Vol. 64, 2004, pp.329~342.

17) ASTM D790-13, "Standard Test Methods for Flexural Properties of Unreinforced and Reinforced Plastics and Electrical Insulating Materials," *Annual Book of ASTM Standard*, 2013.