

https://doi.org/10.7236/IIBC.2017.17.6.69

IIBC 2017-6-9

5G 스마트폰의 샤논과 신호처리의 푸리에의 표본화에서 만남

Connection between Fourier of Signal Processing and Shannon of 5G SmartPhone

김정수*, 이문호**

Jeong-Su Kim*, Moon-Ho Lee**

요약 5G 스마트폰의 샤논과 신호처리의 푸리에가 표본화정리(최고 주파수의 2배분1 즉, $\frac{1}{2f_n} = T$)에서 만난다. 본 논문에서는 초기 샤논 정리가 Point-to-Point에서 샤논 용량을 구했지만 5G는 Multi point MIMO로 기술이 발전했음을 Relay 채널에서 보인다. 푸리에 변환은 고정매개변수로 신호처리를 했는데, 멀티미디어 시대에 2N-1 다변수인 푸리에-Jacket 변환을 제안해서 성능을 분석했다. 이 연구에서 저자는 시간 계산 측면에서 프리 코딩 / 디코딩 복잡성을 줄이기 위한 Jacket 기반의 빠른 방법을 제안함으로써 신호 처리의 복잡성 문제를 해결한다. 재킷 변환은 신호 처리 및 코딩 이론에서 응용 프로그램을 찾는 것으로 나타났다. 재킷 변환은 속성 $AA^+ = nI_n$ 이 있는 필드 F에 대해 $n \times n$ 행렬 $A = (a_{jk})$ 로 정의되며, 여기서 A^+ 는 A의 원소 역행렬의 전치 행렬, 즉 $A^+ = (a_{kj}^{-1})$ 이며, 이는 변환을 일반화하고 중심 가중 변환, 특히 재킷 변환 특성을 이용하여, 저자는 전송 기반의 중계 기반 DF 협동 무선 네트워크에서 분산 다중 입력 다중 출력 채널의 프리 코딩 및 디코딩에 적용하여 새로운 고유치 분해 (EVD : eigenvalue decomposition) 방법을 제안한다. 단일 심볼 디코딩 가능한 시공간 블록 코드를 사용한다. 본 논문은 제안된 Jacket 기반 EVD 방법이 기존의 EVD 방법에 비해 계산 시간이 현저히 단축되었다. 계산 시간 단축과 관련된 성능은 수학적 분석 및 수치 결과를 통해 정량적으로 평가했다.

Abstract Shannon of the 5G smartphone and Fourier of the signal processing meet in the sampling theorem (2 times the highest frequency 1). In this paper, the initial Shannon Theorem finds the Shannon capacity at the point-to-point, but the 5G shows on the Relay channel that the technology has evolved into Multi Point MIMO. Fourier transforms are signal processing with fixed parameters. We analyzed the performance by proposing a 2N-1 multivariate Fourier-Jacket transform in the multimedia age. In this study, the authors tackle this signal processing complexity issue by proposing a Jacket-based fast method for reducing the precoding/decoding complexity in terms of time computation. Jacket transforms have shown to find applications in signal processing and coding theory. Jacket transforms are defined to be $n \times n$ matrices $A = (a_{jk})$ over a field F with the property $AA^+ = nI_n$, where A^+ is the transpose matrix of the element-wise inverse of A, that is, $A^+ = (a_{kj}^{-1})$, which generalise Hadamard transforms and centre weighted Hadamard transforms. In particular, exploiting the Jacket transform properties, the authors propose a new eigenvalue decomposition (EVD) method with application in precoding and decoding of distributive multi-input multi-output channels in relay-based DF cooperative wireless networks in which the transmission is based on using single-symbol decodable space-time block codes. The authors show that the proposed Jacket-based method of EVD has significant reduction in its computational time as compared to the conventional-based EVD method. Performance in terms of computational time reduction is evaluated quantitatively through mathematical analysis and numerical results.

Key Words : 5G Smart Phone, Sampling, Theorem, Shannon, Fourier

*정희원, 숭실사이버대학교 컴퓨터정보통신학과(주저자)

**정희원, 전북대학교 전자공학부(교신저자)

접수일자: 2017년 4월 21일, 수정완료: 2017년 11월 20일

게재확정일자: 2017년 12월 8일

Received: 21 April, 2017 / Revised: 20 November, 2017 /

Accepted: 8 December, 2017

**Corresponding Author: moonho@jbnu.ac.kr

Dept. Division of Electronic Engineering, Chonbuk National University, Korea

I. 서 론

5G 스마트폰 이동 통신 시스템의 구체적인 설계 목표는 현재에도 새롭게 정의되고 진화하고 있지만, 가장 기본적인 5G 이동 통신 시스템의 성능 목표 요구량은 1) 면적당 데이터 윌 1000배 증가, 2) 사용자당 데이터 윌 10~100배 증가, 3) 면적당 연결된 디바이스 10~100배 증가, 4) 에너지 효율 1000배 증가이다. 이러한 요구를 맞추기 위하여 개발되고 있는 여러 기술들 중 하나인 massive MIMO (multiple input multiple output)와 소형 Cell을 들 수 있다.

표 1. 펨토, 피코, 마이크로셀
Table 1. Femto, Pico, Micro Cell at the Meeting Point Sampling Theory

종류	범위	설치장소	비고
펨토셀	< 10m	Indoor areas	가정이나 사무실에 설치
피코셀	< 200m	Indoor public areas	공항, 대중교통, 쇼핑몰 등과 같은 장소
마이크로셀	100m ~ 2km	Urban & rural areas	매크로셀(macro-cell)커버가 필요하지 않은 경우 설치
메트로셀	100m ~ 2km	Urban & rural areas	capacity bottle neck 완화가 필요한 곳에 설치

소형셀은 이동통신망의 네트워크 용량을 증가시키고 음영지역을 커버하기 위해 제안되었으며, 소형셀 포럼에서는 허가된 주파수 대역을 사용하는 저전력 무선기지국으로 정의하고 있다. 일반적으로 소형셀은 커버리지 범위 및 설치 특성에 따라 <표 1>과 같이 펨토셀(pemtocell), 피코셀(picocell), 마이크로셀(microcell), 메트로셀(metrocell)로 분류한다.

또한, 소형셀 포럼에서는 소형셀 설치장소 및 사용용도에 따라 home, enterprise, urban, rural & remote 소형셀로 분류하며 커버리지에 따른 분류와 맵핑할 수 있다. Home 소형셀은 현존하는 소형셀 중에 가장 규모가 작은 단위의 가정용 혹은 작은 사무실용 소형셀이다. Enterprise 소형셀은 회사, 작은 사무실 등과 같은 규모에 설치되며 home 소형셀과 비교하여 사용자가 많은 경우, 셀 당 커버리지 면적이 비교적 넓은 경우에 해당된다. Urban 소형셀은 공항, 대중교통, 쇼핑몰 등 공공장소에 설치되며, 모바일 기기 사용자 밀도가 높은 환경에서 네트워크 용량과 커버리지를 개선하기 위해 사업자가 설치하는 소형

셀이다. Rural & remote 소형셀은 일반적인 이동통신 서비스를 받을 수 없는 지역에 설치하는 소형셀로 일반적인 통신 서비스 범위 밖의 사용자 커버, 공공아전 응급 서비스, 모바일 인프라가 파괴된 재해/재난현장, 일시적으로 많은 모바일 사용자가 모이는 행사장, 군 서비스 등을 위해 설치된다.

샤논(Shannon, 1948)의 정보이론이 정립이 안 된다면 5G 스마트폰도 존재치 못할 것이다. 샤논이론은 푸리에(Fourier, 1822) 신호처리 이론을 기반으로 해서 표본화 정리(Sampling Theorem)의 만남을 본고에서 보이고, 연구 초기 Point-to-Point(SISO)방식에서 현재 Multi-to-Multi(MMO)로 기술의 발전된 것을 요약하고 샤논과 푸리에 정리를 보인다.

본 논문에서는 2장에서는 Point-to-Point 샤논 정리를 보이고 3장에서는 표본화정리에 대해 서술한다. 그리고 4장에서는 푸리에의 열전달에 대해 설명하고, 5장에서 Fourier-Jacket Transform 을 증명한다.

II. Point-to-Point 샤논정리

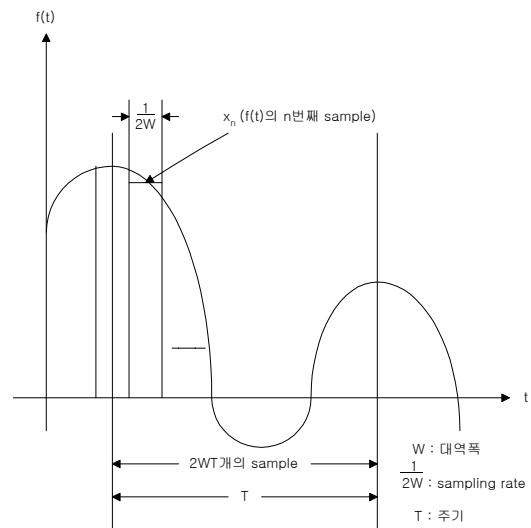


그림 1. 연속파형의 Sample
Fig. 1. The Sample of Continuous Waveform

채널 용량 개념의 중요성은 Shannon의 정보이론정리라 부르는 유명한 정리에서부터 유래되었는데 그 내용은 다음과 같다. C를 이산무기억 채널의 용량, H를 초당 r개의 신호들을 발생하는 이산정보원 엔트로피라 할 때, 만

약 $rH \leq C$ 이면 전원의 출력은 채널상에서 임의의 작은 오차확률을 갖고 전송될 수 있는 코드화 방법(coding scheme)이 존재한다. 이 정리의 역은 $rH > C$ 이면 오차가 없이 메시지를 전송할 수 없다는 것을 설명한다. 또한 채널 정리는 잡음이 존재할 때 오차가 없이 전송할 수 있음을 나타내나 부호화 방법이 존재함을 설명하였을 뿐이고 그것들을 구성하는 방법을 제시하지는 못하였다. Shannon으로부터 유래된 또 하나의 중요한 결과는 대역-제한된 백색 가우시안 잡음과 평균전력제안을 갖는 연속(continuous) 채널의 채널 용량을 정의한다. 유한 대역폭을 갖는 continuous signal을 전송하는 channel을 생각해 보자.

$$\frac{1}{2W} \times (\text{주기 } T \text{ 동안의 sample}(x_n) \text{의 갯수}) = T$$

\therefore sample의 갯수 = $2WT$ (표본화정리)

한편, 거리는 유클리디언(Euclidean)

- 1차원 : $d = \sqrt{x_1^2}$

- 2차원 : $d = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$

- 3차원 : $d = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

- n차원 : $d = \sqrt{\sum_{k=1}^n x_k^2} = \sqrt{\sum_{k=1}^n x_k^2}$

- $2WT$ 차원 : $d = \sqrt{\sum_{k=1}^{2WT} x_k^2}$; 주기 T 안에서의

sample을 생각해 볼 때, sample(x_n)은 $2WT$ 개 존재. 즉, $2WT$ 개의 x_n 이 존재한다.

또한,

$$E = \frac{1}{2W} \sum x_n^2 \Rightarrow \sum x_n^2 = 2WE$$

$$d = \sqrt{\sum x_n^2} \Rightarrow d^2 = \sum x_n^2 = 2WE = 2WPT \quad (1)$$

E : Sample당 에너지 P : Sample당 전력

· 순수 signal의 $2WT$ 차원에서의 영역

$$\Rightarrow \text{radius} = \sqrt{2WPT}$$

$$\text{volume} = k(\sqrt{2WPT})^{2WT}$$

· N 크기의 noise power를 갖는 Noise의 영역

$$\Rightarrow \text{radius} = \sqrt{2WTN}$$

$$\text{volume} = k(\sqrt{2WTN})^{2WT}$$

\Rightarrow 이것이 $2WT$ 개 존재

noise가 첨가된 signal의 영역

$$\Rightarrow \text{radius} = \sqrt{2WT(P+N)}$$

$$\text{volume} = k[\sqrt{2WT(P+N)} \text{RIGHT}]^{2WT} \quad (2)$$

□ channel capacity의 limit

i) noise가 첨가된 M 개의 sample을 고려하면 M 개의 작은 구(sphere)들이 서로 겹치지 않기 때문에 큰 구는 작은 구의 최소한 M 배 이상이 된다. 즉,

$$k[\sqrt{2WT(P+N)} \text{RIGHT}]^{2WT} \geq Mk(\sqrt{2WTN})^{2WT} \quad (3)$$

$$M \leq \left(\sqrt{\frac{N+P}{N}}\right)^{2WT} = \left(1 + \frac{P}{N}\right)^{2WT} \quad (4)$$

양변에 log를 취하면 $\log M \leq 2WT \log\left(1 + \frac{P}{N}\right)$

channel capacity의 upper limit

$$\frac{1}{T} \log M \leq W \log\left(1 + \frac{P}{N}\right) \quad (5)$$

ii) M 개의 구들은 각각 signal의 code 하나 하나를 각각 나타낸다. 즉, 구 하나 하나는 각 sample들(x_n) 하나 하나를 나타낸다. code의 평균 error확률을 E_{av} 라 하면

$$\frac{1}{T} \log M \leq W \log\left(1 + \frac{P}{N}\right) + \frac{1}{T} \log E_{av} \quad (6)$$

(여기서, $E_{av} < 1$, $\log E_{av} < 0$)

(1) code의 선택에 있어서 error율은 평균 error율만큼 낮아야 한다.

(2) T 가 충분히 크면 $\frac{1}{T} \log E_{av}$ 는 충분히 작게 된다.

$$\Rightarrow \text{그러면 } \frac{1}{T} \log M \approx W \log\left(1 + \frac{P}{N}\right)$$

$$\text{즉, } \text{lub}\left\{\frac{1}{T} \log M\right\} = W \log\left(1 + \frac{P}{N}\right) \quad (7)$$

수식에서, lub는 최소 가능값을 의미한다. 식(6)과 식(7)에서

$$\frac{1}{T} \log M = W \log\left(1 + \frac{P}{N}\right) \quad (8)$$

가 된다. 즉, Shannon의 channel capacity의 limit값이 다음과 같음을 알 수 있다.

$$C = W \log\left(1 + \frac{P}{N}\right) \quad (9)$$

III. 표본화정리

표본화 정리 : 신호 $f(t)$ 가 $|f| \geq f_0$ 인 주파수 성분을 포함하지 않을 때는 다음식이 성립한다.

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n}{2f_0}\right) \frac{\sin 2\pi f_0(t - \frac{n}{2f_0})}{2\pi f_0(t - \frac{n}{2f_0})} \quad (10)$$

증명 : $f(t)$ 는 절대가적분(絕對可積分)

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty \quad (11)$$

에서 푸리에 변환

$$F(j2\pi f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (12)$$

으로 주어진다.

$F(j2\pi f)$ 는 f 축상에서 $[-f_0, f_0]$ 을 1주기로 하여 f 축상에서 복소 Fourier 급수로 전개 가능하고

$$F(j2\pi f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j\frac{2\pi f}{2f_0} n} \quad (13)$$

여기서 전개계수는

$$C_n = \frac{1}{2f_0} \int_{-f_0}^{f_0} f(t) \Big|_{t=\frac{n}{2f_0}} \quad (14)$$

을 얻을 수 있다.

$$F(j2\pi f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{f\left(\frac{n}{2f_0}\right)}{2f_0} e^{-j\frac{2\pi f}{2f_0} n} \quad (15)$$

이 식을 Fourier 역변환하면 $f(t)$ 를 구할 수 있으므로

$$\begin{aligned} f(t) &= \int_{-f_0}^{f_0} F(j2\pi f) e^{j2\pi f t} df \\ &= \frac{1}{2f_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n}{2f_0}\right) \int_{f_0}^{f_0} e^{j2\pi f(\frac{-n}{2f_0} + t)} df \end{aligned} \quad (16)$$

여기서

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2f_0} \int_{-f_0}^{f_0} e^{j2\pi f(\frac{-n}{2f_0} + t)} df \\ &= \frac{1}{2f_0} \frac{e^{j2\pi f(\frac{-n}{2f_0} + t)}}{j2\pi f_0} \Big|_{-f_0}^{f_0} \\ &= \frac{1}{f_0} \frac{\sin 2\pi f_0(t - \frac{n}{2f_0})}{2\pi f_0(t - \frac{n}{2f_0})} \end{aligned} \quad (17)$$

를 얻을 수 있다.

이것을 밑 식에 대입하며 표본화 정리가 증명된다.

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f\left(\frac{n}{2f_0}\right) \frac{\sin 2\pi f_0(t - \frac{n}{2f_0})}{2\pi f_0(t - \frac{n}{2f_0})} \quad (18)$$

예를 들어 주파수대역이 300~3400Hz일 때 표본화 정리에 의하여 $\frac{1}{6800}$ 초(실제는 $\frac{1}{8000}$ 초)마다 표본치를 전송하여 완전히 정보를 전송할 수 있다.

IV. 열(熱)전달에 미친 푸리에

푸리에의 연구에 대한 자연과학적인 동기는 열전달과 열의 확산에 관한 현상이었다. 이러한 현상은 그 자체가 수리물리학에 대한 대부분의 과거의 연구에서 중요한 과정이었다. 1807년, 푸리에에는 열확산에 대한 그의 연구의 중요한 부분을 완성시켰고, 1807년 12월 21일, 이 결과를 Institut de France에 발표하였다.

이 연구에서, 푸리에에는 고조파적으로 관련된 정현 급수가 물체를 통한 열의 분포를 나타내는데 유용하다는 사실을 발견하였다. 즉, 열의 분포를 삼각함수로 나타냈다. 또한, 어떤 주기신호도 이런 급수로 나타낼 수 있다고 주장하였다. 이러한 주제에 관한 그의 논리가 중요한 것이었지만, 그 뒤에 가려진 많은 기본개념들은 다른 사람들에게 의해 발견되었다. 또한, 푸리에의 수학적인주장은 그때까지도 부정확하였는데, 1829년에야 P. L. Dirichlet에 의해서 주기적인 신호가 푸리에 급수로 표시될 수 있는 정확한 조건들이 제시되었다. 따라서 푸리에에는 푸리에 급수의 수학적인이론에는 실질적인 공헌을 못하였다.

그러나, 그는 연구와 주장으로 푸리에 급수에 대한 계속되는 연구에 박차를 가하였다. 더욱이, 푸리에에는 이런 표현 형태를 이전의 그 어느 누가 생각했던 것보다 더 큰 범위로 생각했다. 즉 열의 분포를 삼각함수(Twiddle Factor)로 나타냈다. 특히, 그는 비주기적 신호에 대한 표현을 고조파적으로 관련된 정현파의 가중 합으로서가 아니라, 모두가 고조파적으로 관련되지는 않은 정현파의 가중 적분으로서 얻어내었다. 푸리에 급수와 함께 푸리에 적분과 변환은 선형 시불변 시스템을 해석하는데 한 강력한 수단이 되고 있음은 물론이다. 1807년 푸리에가 지금까지 연구한 결과를 쓴 논문에 대하여 4명의 심사

했는데, 그들 중 셋은 S. F. Lacroix, G. Monge, P. S. Laplace로서 그들은 이 논문의 발표를 찬성하였지만, 나머지 한사람 J.L.Lagrange는 그가 50년 전 발표했던 삼각 급수에 대해서 강한 반대 의사를 표시하였다. Lagrange의 강력한 반대에 부딪혀 푸리에의 논문은 발표되지 못하였다. 푸리에에는 Institut de France에 그의 논문이 인정되고 발표될 수 있도록 보완수정하고 제출한 것이 "Theorie analytique de la chaleur" (영문판은 The Analytical Theory of Heat.)이다. 이 논문은 Fourier가 Institut de France에 처음으로 연구 결과를 제출한지 15년 만인 1822년에 발표되었다. 푸리에가 이론 가장 중요한 업적은 그의 연구가 수학, 과학, 공학 분야의 수많은 원리들에 끼친 커다란 영향이다. 푸리에 급수와 적분의 해석에 근원을 두고 있는 수학적인 주제의 몇가지 예를 들면, 적분 이론, 점집합, 위상학, 고유함수의 전개 등이다. 즉, 푸리에 열전달 방정식은 1계 선형 편미분 방정식이고 맥스웰(Maxwell) 파동 방정식은 2차 선형 편미분 방정식이다.

진동과 열확산과 같은 기본적인 연구에서와 같이, 과학과 공학의 여러 가지 문제에서도 정현파 신호와 이에 대한 푸리에 급수와 변환이 중요한 역할을 한다. 그 이유는 정현파 신호가 지구의 기후의 주기적인 현상을 나타내면서 자연적으로 생겨난 것이기 때문이다. 마치 우리들이 심장이 숨을 규칙적으로 들며 마셔야 모든 신체기능이 정상적으로 동작하는 것과 같은 것인데 이것이 단축 배열의(Systolic Array, 심장 기능)이치다. 지구는 자전과 공전으로 해가 뜨고 달이 지면서 세월이 흐름이란 큰 동기 신호(Synchronization Signal)가 나가면 지구에 사는 모든 만물이 그 동기신호에 맞춰 살아가고 있다. 즉 그 중요한 마스터(Master) 클락 동기 신호(Clock Synchronization Signal)가 정현파 신호이며 그것이 바로 원초적인 신호정보의 뿌리이다. 사람이 태어나서 살다가 병들고 늙어서 죽듯, 나무 잎사귀도 봄이면 싹이 트고 여름에 무성하지만 가을에는 잎이 지고 봄이면 다시 싹이 나는 것(Recycling)도 지구가 발전하는 큰 정현파 주기신호의 동기 때문일 것이다.

또한, 바다의 파도도 서로 다른 공간적인 주기 또는 파장을 갖는 정현파의 선형결합으로 이루어져 있음을 알 수 있다. 라디오와TV 방송국에서 보내지는 신호도 근본적으로 정현파이다. 정현파 신호 정보는 시간 축은 표본화로, 진폭 축은 양자화로 나누는데 여기에 비트를 할당

하여 컴퓨터로 처리하고 있는 것이 오늘의 디지털 통신 방법이다.

여기서 우리가 눈여겨보아야 할 것은 신(神)이 만든 신호 정보는 반드시 푸리에 급수로 전개가 되는데, 이 원리는 열전달이 모티브가 됐다. 계절의 주기적인 변화로 말미암아 정현파(Sine and Cosine wave)가 생겨났고, 또 이 정현파로 신호를 해석했다. 물론, 푸리에에는 신호처리 이론을 전개했지만 푸리에 이전에 많은 석학들이 연구결과를 집대성한 것이다. 그러나 푸리에에는 고정매개변수(fixed parameter) 푸리에 행렬을 전개했다.

V. 다변수 Fourier-Jacket Transform

Fourier(1822)는 고정매개변수 DFT 행렬을 제안했고 오늘날 신호처리에 유용하게 쓰이고 있다. 여기서는 Fourier 행렬을 포함하는 2N-1 매개변수 상호 협력 직교 재킷 행렬(Reciprocal Cooperative Orthogonal Jacket Matrix)을 제안하고, 이를 Relay 네트워크에 응용한다.

기존 DFT 3X3 행렬은 다음 식처럼 주어진다.

$$[DFT] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & w & w^2 \\ 1 & w^2 & w \end{pmatrix} \quad (19)$$

복소원소들로 이루어진 차수 N의 행렬 $[J]_{N \times N} = (j_{ik})$ 이 $i \leq j, k \leq N$ 이고, 그 역행렬 (i, k) 원소가 $[J]_{N \times N}$ 의 (k, i) 원소의 역에 $\frac{1}{N}$ 을 곱한 것과 같을 때, $[J]_{N \times N}$ 은 재킷 행렬이다. 이문호, "Center Weighted Hadamard Transform", IEEE, Trans on CAS-II, vol. 36, No. 9, Sept 1989 발표한 논문에 착안, Jacket 행렬은 역행렬이 Inverse는 각 행렬 원소의 Inverse와 같다. 예, 불교 相等不二(般若心經 : 석가모니가 제자에게 손등을 보이면서 손등과 손바닥이 같은가, 다른가를 질문했다. 같다고 제자가 답했다. 이 말은 이승과 저승이 緣으로 이루어졌다는 말과 같다.) 1997년 12월 31일 독일 아혼 공대(Aachon) 방문 연구차, 갔는데 눈이 많이 내리고 음산한 추위로 Jacket을 입고 다녔다. 그대로도 입고 뒤집어 입을 수도 있는 Jacket에 착안, 행렬을 Reverse Jacket 행렬이라 했고, 1998년에 IEEE Trans. on CAS 논문지에 실렸다. Center Weighted Hadamard 논문은 1990년 저자의 일본 동경대 박사 논문에도 포함됐는데, 논문심사위원인 Harashima (THPrecoding 공동발견자) 교수의 Comment

에 은혜를 입었다.

즉,

$$[J]_{N \times N} \triangleq \begin{pmatrix} j_{00} & j_{01} & \cdots & j_{0,N-1} \\ j_{10} & j_{11} & \cdots & j_{1,N-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ j_{N-1,0} & j_{N-1,1} & \cdots & j_{N-1,N-1} \end{pmatrix},$$

$$[J]_{N \times N}^{-1} \triangleq \frac{1}{N} \begin{pmatrix} \frac{1}{j_{00}} & \frac{1}{j_{10}} & \cdots & \frac{1}{j_{N-1,0}} \\ \frac{1}{j_{01}} & \frac{1}{j_{11}} & \cdots & \frac{1}{j_{N-1,1}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{1}{j_{0,N-1}} & \frac{1}{j_{1,N-1}} & \cdots & \frac{1}{j_{N-1,N-1}} \end{pmatrix}. \quad (20)$$

예를 들면,

$$H_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$H^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad DFT_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & w & w^2 \\ 1 & w^2 & w \end{pmatrix} \quad (21)$$

은 재킷 행렬 Family이다. 3×3 재킷 변환의 일반적인 형태는 다음과 같다. 즉,

$$J_3 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & \frac{bd}{a}w & \frac{dc}{a}w^2 \\ e & \frac{bc}{a}w^2 & \frac{ce}{a}w \end{pmatrix}, \quad J_3^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & \frac{1}{d} & \frac{1}{e} \\ \frac{1}{b} & \frac{a}{bdw} & \frac{a}{bew^2} \\ \frac{1}{e} & \frac{a}{cdw^2} & \frac{a}{cew} \end{pmatrix},$$

$$J_3 J_3 = I_3 \quad (22)$$

EIJT(Element-wise Inverse Jacket Transform) 변환은 r 이 임의의 양의 정수일 때, $N=3 \times 2^r$ 이다. $C \leq n \leq N-1$ 을 만족하는 정수 n 은 n_r, n_{r-2}, \dots, n_0 은 이진수이고 n_{-1} 은 십진수일 때, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$n = n_r(3 \times 2^{r-1}) + n_{r-1}2^{r-1} + n_{r-2}2^{r-2} + \cdots + n_12 + n_0 \quad (23)$$

n 은 다음과 같은 벡터로 표현할 수 있다.

$$n = (n_r, n_{r-1}, \dots, n_1, n_0).$$

이 표현의 유일무이함을 쉽게 알 수 있다. 즉 $n \neq m$ 일 때, n 의 벡터 (n_r, \dots, n_0) 은 m 의 벡터 (m_r, \dots, m_0) 와 같지 않다.

예를 들어, $N=3 \times 2^1$ 일 때, 정수 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 표

현은 각각 $(0,0), (0,1), (0,2), (1,0), (1,1), (1,2)$ 이다. 두 정수 $n=(n_r, \dots, n_0)$, $m=(m_r, \dots, m_0)$ 이 $0 \leq n, m \leq N-1$ 일 때, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi(n, m) = n_{r-2}m_{r-2} + n_{r-3}m_{r-3} + \cdots + n_0m_0. \quad (25)$$

만약 $r \geq 2$ 라면, $r=1$ 또는 0 일 때 $\phi(n, m)=0$ 이다. 예를 들어, $n=4, m=5$ 이면, $\phi(n, m)=\phi(4, 5)=0$ 이다. $n=9, m=11$ 이면, n 은 $(1,1,1)$ 에 상응한다. 즉, $9=1 \times (3 \times 2^{2-1}) + 1 \times 2^1 + 1$ 이고, m 은 $(1,2,1)$ 에 상응한다. 즉, $11=1 \times (3 \times 2^{2-1}) + 2 \times 2^1 + 1$ 이다.

따라서, $\phi(9, 11) = 1 \times 1 = 1$.

• 재킷 변환에는 다음과 같은 세 가지의 장점이 있다.

- ① 원소 역 직교성(Element-wise inverse orthogonality)
- ② 순·역변환 원소들의 상호 호혜 관계(Reciprocal relations)
- ③ 고속 알고리즘.

임의의 음이 아닌 정수이고, w 가 1의 세제곱근일 때, $N=3 \times 2^r$ 은 양의 정수라 하자. $0 \leq k, m \leq N-1$ 일 때, 임의의 두 정수 k, m 이 각각 $k=(k_r, \dots, k_0)$, $m=(m_r, \dots, m_0)$ 로 표현되고 $r \geq 2$ 일 때, $\phi(k, m) = k_{r-2}m_{r-2} + \cdots + k_0m_0$. $r=0$ 또는 $r=1$ 일 때, $\phi(k, m)=0$ 이라 하자. $\Psi(k) = 3k_r + (1-k_r)k_{r-1} + k_r(2-k_{r-1})$ 이라 하면, 차수 $N=3 \times 2^r$ 의 복소 수열 $(x(0), \dots, x_{N-1})$ 에 대해, EIJT 변환은 다음과 같이 정의된다.

$$y(k) = \sum_{m=0}^{N-1} x(m)a_{k,m}(-1)^{\phi(k,m)}w^{\Psi(k)\Psi(m)}. \quad (24)$$

단, $k=0, 1, \dots, N-1$ 이고, w 는 -1 의 원시 세제곱근일 때, 즉 $w^3 = -1$ 이면, 매개변수 $a_{k,m}$ 은 반드시 다음 조건을 만족해야 한다.

$$a_{00}a_{km} = a_{k0}a_{0m}, \quad k, m = 1, \dots, N-1. \quad (25)$$

예를 들면, $N=3 \times 2^0$ 일 때, 3점 EIJT 변환은 다음과 같이 표현된다.

$$y(0) = x(0)a_{00} + x(1)a_{01} + x(2)a_{02}$$

$$y(1) = x(0)a_{10} + x(1)w \frac{a_{10}a_{01}}{a_{00}} + x(2)w^2 \frac{a_{10}a_{02}}{a_{00}}$$

$$y(2) = x(0)a_{20} + x(1)w^2 \frac{a_{20}a_{01}}{a_{00}} + x(2)w \frac{a_{20}a_{02}}{a_{00}}.$$

앞(26)에서 정의한 EIJT 변환의 역변환은 다음과 같이 주어진다.

$$x(k) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} y(m) \frac{1}{a_{mk}} (-1)^{\phi(k,m)} w^{\phi(k)\phi(m)}. \quad (26)$$

증명.

먼저, 다음과 같은 등식을 성립시킨다.

$$\sum_{m=0}^{N-1} \frac{a_{mp}}{a_{mk}} (-1)^{\phi(m,p)-\phi(m,k)} w^{\phi(p)-\phi(k)\phi(m)} = N$$

$$\sum_{m=0}^{N-1} \frac{a_{mp}}{a_{mk}} (-1)^{\phi(m,p)-\phi(m,k)} w^{\phi(p)-\phi(k)\phi(m)} = 0 .$$

$p = k$ 일 때,

$$\sum_{m=0}^{N-1} \frac{a_{mp}}{a_{mk}} (-1)^{\phi(m,p)-\phi(m,k)} w^{\phi(p)-\phi(k)\phi(m)}$$

$$= \sum_{m=0}^{N-1} \frac{a_{mp}}{a_{mk}} (-1)^{\phi(m,p)-\phi(m,p)} w^{\phi(p)-\phi(p)\phi(m)}$$

$$= \sum_{m=0}^{N-1} 1 = N . \quad (27)$$

$p \neq k$ 일 때,

$$a_{mp} = \frac{a_{m0}a_{0p}}{a_{00}}, \quad a_{mk} = \frac{a_{m0}a_{0k}}{a_{00}} .$$

따라서,

$$\frac{a_{mp}}{a_{mk}} = \frac{a_{m0}a_{0p}}{a_{00}} \frac{a_{00}}{a_{m0}a_{0k}} = \frac{a_{0p}}{a_{0k}} . \quad (28)$$

m 이 벡터 (m_r, \dots, m_0) 에 상응한다 하면,

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{N-1} \frac{a_{mp}}{a_{mk}} (-1)^{\phi(m,p)-\phi(m,k)} w^{\phi(p)-\phi(k)\phi(m)} \\ &= \sum_{m=0}^{N-1} \frac{a_{0p}}{a_{0k}} (-1)^{\phi(m,p)-\phi(m,p)} w^{\phi(p)-\phi(p)\phi(m)} \\ &= \sum_{(m_r, \dots, m_0)} \frac{a_{0p}}{a_{0k}} (-1)^{\phi(m,p)-\phi(m,p)} w^{\phi(p)-\phi(p)\phi(m)} \\ &= \frac{a_{0p}}{a_{0k}} \sum_{(m_{r-2}, \dots, m_0)} \sum_{m_r=0}^1 \sum_{m_{r-1}=0}^2 (-1)^{\phi(m,p)-\phi(m,p)} w^{\phi(p)-\phi(p)\phi(m)} \\ &= \frac{a_{0p}}{a_{0k}} \sum_{(m_{r-2}, \dots, m_0)} [(-1)^{\phi(m,p)-\phi(m,p)} w^{\phi(p)-\phi(p)\phi(m)} \\ & \times (1+w^a+w^{2a}+w^{3a}+w^{4a}+w^{5a})] . \quad (29) \end{aligned}$$

두 번째 등식은 m 에 상응하는 모든 (m_r, \dots, m_0) 에 대하여 0에서 $N-1$ 까지의 합을 취한 것과 같다.

$$\begin{aligned} N-1 : \text{ and } a &= (3p_r + (1-p_r)p_{r-1} + p_r(2-p_{r-1})) \\ & \times (3k_r + (1-k_r)k_{r-1} + k_r(2-k_{r-1})) . \end{aligned}$$

w 는 -1 의 원시 제제곱근이므로,

$$\begin{aligned} x(k) &= \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \frac{a_{mp}}{a_{mk}} \times (-1)^{\phi(m,p)-\phi(m,k)} w^{\phi(p)-\phi(k)\phi(m)} x(p) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} \frac{a_{mp}}{a_{mk}} \times (-1)^{\phi(m,p)-\phi(m,k)} w^{\phi(p)-\phi(k)\phi(m)} x(p) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \left\{ \sum_{p=0}^{N-1} x(p) a_{mp} (-1)^{\phi(m,p)} \times w^{\phi(p)\phi(m)} x(p) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{1}{a_{mk}} (-1)^{\phi(k,m)} w^{-\phi(k)\phi(m)} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} y(m) \frac{1}{a_{mk}} (-1)^{\phi(k,m)} w^{-\phi(k)\phi(m)} . \quad (30) \end{aligned}$$

따라서, EJJT 변환의 역변환이 위와 같이 얻어진다. 증명 끝.

제안된 EJJT 변환과 그 역변환이 다음과 같이 행렬의 형태로 표현된다.

$$\begin{aligned} Y &= P_N X \\ X &= P_N^{-1} Y . \end{aligned}$$

즉,

$$(P^{-1})_{N \times N} = \frac{1}{N} \left(\frac{1}{p_{mk}} \right)_{N \times N} . \quad (31)$$

예제1. $N = 3^1$ 일 때, 순행렬은 다음과 같다.

$$P_6 = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} & a_{04} & a_{05} \\ a_{10} & a_{11}w & a_{12}w^2 - a_{13}w^2 - a_{14}w - a_{15} \\ a_{20} & a_{21}w^2 - a_{22}w - a_{23}w & a_{24}w^2 & a_{25} \\ a_{30} - a_{31}w^2 - a_{32}w & a_{33}w & a_{34}w^2 - a_{35} \\ a_{40} - a_{41}w & a_{42}w^2 & a_{43}w^2 - a_{44}w & a_{45} \\ a_{50} & -a_{51} & a_{52} & -a_{53} & a_{54}w & -a_{55} \end{pmatrix} .$$

$$\begin{aligned} f(m) &= a_{0,m}x(m) + a_{0,N-1-m}x(N-1-m) \\ g(m) &= a_{O,m}x(m) + a_{0,N-1-m}x(N-1-m) . \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} f(m) \\ g(m) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{0,m} & 0 \\ 0 & a_{0,N-1-m} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x(m) \\ x(N-1-m) \end{pmatrix} . \quad (32)$$

$r = 1$ 이고, $N = 6 = 2 \times 3$ 일 때, EJJT 변환은 다음과 같다.

$$[T]_6 = P \begin{pmatrix} [I]_3 & 0 \\ 0 & P_1 \end{pmatrix} ([I]_2 \otimes [J]_3) \begin{pmatrix} [I]_3 & 0 \\ 0 & D_1 \end{pmatrix} ([I]_3 \otimes [H]_2) DR \quad (33)$$

여기서

$$\begin{aligned} P &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad J_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & w^2 & -w \\ 1 & -w & w^2 \end{pmatrix}, \\ P_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ D_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a_{20}}{a_{00}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{a_{40}}{a_{00}} \end{pmatrix}, \quad D_3 = \begin{pmatrix} \frac{a_{10}}{a_{00}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a_{30}}{a_{00}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{a_{50}}{a_{00}} \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$$D = \begin{pmatrix} a_{00} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{05} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{01} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{04} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{02} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{03} \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (34)$$

고속 신호 처리도는 다음과 같다.

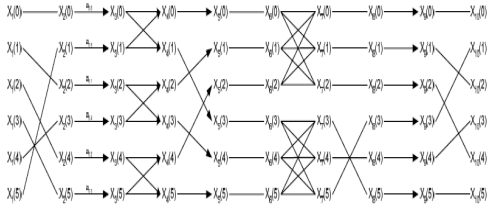


그림 2. 6×6 Jacket 행렬의 고속 신호 처리도
Fig. 2. Flow Graph of Jacket Transform

$$|T|_6 = P \begin{pmatrix} [J]_3 & 0 \\ 0 & P_1 \end{pmatrix} ([J]_2 \otimes [J]_3) \begin{pmatrix} [J]_3 & 0 \\ 0 & D_1 \end{pmatrix} ([J]_3 \otimes [H]_2) DR. \quad (35)$$

그림 3은 매개변수 6×6 재킷 행렬의 고속 신호 흐름도를 보여주고, 표 2.1은 연산량에 따른 복잡도를 기존의 DFT와 다변수 DFT, 제안 EIJT 비교를 보여준다.

표 2. 계산 복잡도 비교

Table 2. Computational Complexity Comparison

	기존 DFT	ROP ¹	제안된 3×2 ^r 23
매개변수	1 (고정)	3N/2	2N-1
가산	(N-1)N	Nlog ₂ N	3Nlog ₂ N
승산	N ²	3N/2	Nlog ₂ N

결론적으로, Fourier(1822)는 고정매개변수(=1) DFT 행렬을 제안했고 오늘날 신호처리에 유용하게 쓰이고 있다.

제안한 매개변수 (2N-1) 재킷 행렬은 다음과 같다. 즉, 3x3 행렬인 경우, 매개변수 a, b, c, d, e로 2N-1=2×3-1=5이다.

재킷 행렬은 $[J]_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & a \end{bmatrix} = JAJ^{-1}$ 로 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & -\sqrt{bc} \\ -\sqrt{bc} & -c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \pm \sqrt{bc} & 0 \\ 0 & a \mp \sqrt{bc} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b & -\sqrt{bc} \\ -\sqrt{bc} & -c \end{bmatrix}^{-1} \quad (36)$$

이 식의 분해 과정에서, 첫 번째 항은 고유 벡터(Eigen Vector)행렬이고 두 번째 항은 고유값(Eigen Value)행렬이고 세 번째 항은 첫 번째 항의 역행렬이다.

이 때, SVD(Singular Value Decomposition)와 EVD는 다음과 같다.

$$SVD: M = U\Sigma V^H, \\ M^H M = V^H \Sigma^H U^H U \Sigma V^H = V(\Sigma^H \Sigma) V^H \\ M M^H = U \Sigma V^H V \Sigma^H U^H = U(\Sigma \Sigma^H) U^H$$

예를 들어, $[J]_3$ 는

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a+b+c & 0 & 0 \\ 0 & a+b\omega+c\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & a+b\omega^2+c\omega \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{bmatrix}^{-1}$$

$$J_6 = J_2 \otimes J_3 = (J_2 \otimes J_3)(\Lambda_2 \otimes \Lambda_3)(J_2 \otimes J_3)^{-1}. \quad (37)$$

따라서,

$$J_6 = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{bmatrix}$$

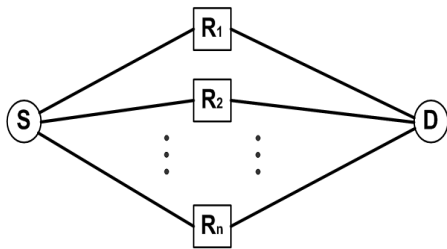
$$= \begin{bmatrix} a & a \\ a & -a \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a+b & 0 \\ 0 & a-b \end{bmatrix}$$

$$\otimes \begin{bmatrix} a+b+c & 0 & 0 \\ 0 & a+b\omega+c\omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & a+b\omega^2+c\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & a \\ a & -a \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{bmatrix}^{-1} \quad (38)$$

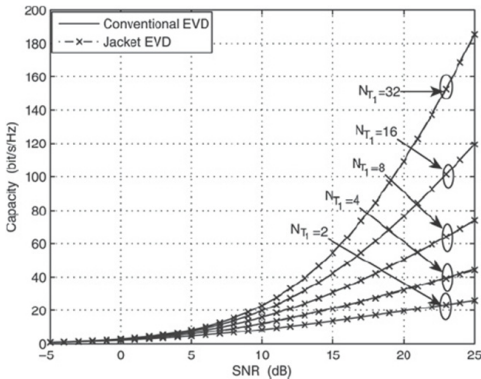
재킷행렬 J_6 는

$$J_6 = (J_{2^k} \Lambda_{2^k} J_{2^k}^{-1}) \otimes (J_{3^l} \Lambda_{3^l} J_{3^l}^{-1}) \\ = (J_{2^k} \otimes J_{3^l})(\Lambda_{2^k} \otimes \Lambda_{3^l})(J_{2^k} \otimes J_{3^l})^{-1}. \quad (39)$$

재킷 행렬을 중계망(Relay Network)에서 사용하는 모델은 그림 3.2(a)와 같으며, 레일리 페이딩 채널(Rayleigh Fading Channel)에서의 성능 비교는 그림 3.2(b)와 같다.⁴



a. 중계망



b. 레일리 페이딩 채널에서의 채널 용량

그림 3. 중계망에서의 채널 용량
 Fig. 3. Channel Capacity at Relay Networks

성능은 변함없으나 다음 표와 같이 시간적으로 1/2 초[sec]가 감소됨을 보인다. 앞으로 이에 대한 확장 EVD 연구를 함으로써 Relay 선형 Beamforming Precoding에 대한 연구로 확장할 수 있다.

표 3. 기존방식과 재킷 행렬과 연산 시간 비교
 Table 3. Estimated computation time to generate average capacity

EVD method	Number of time slots				
	2	4	8	16	32
conventional	71.157	93.2	117.094	178.438	483.937
Jacket	40.875	56.86	72.407	115.547	195.11

V. 결론

본 논문에서는 신호와 정보의 뿌리를 더듬어 분석했다. 통신 신호 처리 분야의 선구자(pioneer)인 푸리에(Jean Baptiste Joseph Fourier, 1768~1830)가 1822년 발

표한 푸리에 행렬은 하나의 매개변수(parameter)로 고정된 값을 갖지만, 멀티미디어에 대한 요구가 급증한 오늘날의 상황에 맞추어 2N-1의 매개변수를 갖는 수정된 푸리에 행렬을 제안, 중계망(Relay Network)으로 어떻게 적용하는지를 사는 Capacity로 해석했다.

세상에는 아무리 시간이 흘러도 그 빛을 잃지 않는 것들이 있으니, 프랑스 사람 푸리에의 이름도 그 중의 하나라 할 수 있을 것이다. 열 전도(傳導)와 경계치 문제(境界値問題)를 다루던 중 발견한 결과물을 집대성한 “Theorie analytue de la chaleur”란 논문을 1822년 발표했다. 당시 그의 나이 54세였으니, 대기만성의 한 예라고 볼 수 있다. 이 위대한 기여가 없었더라면 오늘날의 통신 회로망이론, 그리고 더 나아가서는 정보 통신 공학 전체가 얼마나 빈곤했을 것인가? 여담이지만, 그 후로 2년이 흐른 후, 우연인지 필연인지는 모르겠으나, 54세의 귀 먹은 베토벤(beethoven)이 그의 교향곡 중에서 마지막이자 가장 거대한 제 9번 교향곡 “Choral(합창)”을 완성했다. 이 정교하면서 수려한 두 창작은 얻고자 하는 누구에게나 주어질 수 있는 영원한 자산이다. 푸리에에 삼각함수(Trigonometric Function)의 직교 함수(Orthogonal function)와 정현파의 신호 처리로, 베토벤은 9번 교향곡 합창의 울동으로 신(神)과 대화를 했다고나 할까?

1948년 샤논은 푸리에의 신호처리 중 대역폭의 표본화 정리를 신호대 잡음비(SNR)에 적용하여 샤논 정리 $C = B \log_2(1 + \frac{S}{N})$ 을 제안했다. 예를 들어 AM은 20KHz, FM은 150KHz, TV는 6MHz 대역폭을 갖는데, 대역폭이 넓을수록 잡음은 줄어든다. 최고주파수 $\frac{1}{2f_n} = T$ 가 표본화 정리가 푸리에와 샤논정리를 연결하는 고리 입이 분명하다.

References

[1] Moon Ho Lee, "High Speed Multidimensional Systolic Arrays for Discrete Fourier Transform", IEEE Transactions on Circuit and System, vol. 39, no. 12, December 1992.
 [2] S. Bouguezal, M. O. Ahmad, and M. N. S. Swamy, "New Parametric Discrete Fourier and Hartley Transforms, and Algorithms for Fast

Computation”, IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, vol. 58, no. 3, March 2011.

- [3] Moon Ho Lee, M. M. Matalgah, and Wei Song, “Fast method for precoding and decoding of distributive multi-input multi-output channels in relay-based decode-and-forward cooperative wireless networks”, IET Communications, vol. 4, no. 2, pp. 144-153, January 2010.
- [4] Moon Ho Lee, “A Novel Class of Element-wise Inverse Jacket Transform with Many Parameters”, Algebraic & Combinatorial Coding Theory(ACCT 2010), September 5-11, 2010, Russia.
- [5] Moon Ho Lee, X. D. Zhang, Wei Song, and X. G. Xia, “Fast Reciprocal Jacket Transform with Many Parameters”, Accepted in IEEE Transactions on Circuits and System- I, Regular paper.
- [6] T.S.Cover, J.A Thomas, Elementary of Information Theory, Wiley.1991

저자 소개

김 정 수(정회원)



- 1998년 : 전북대학교 정보통신공학과 석사
- 2003년 : 전북대학교 컴퓨터공학과 박사
- 2002년 6월 ~ 현재 : 송실사이버대학교 컴퓨터정보통신학과 부교수
<주관심분야 : 이동통신, IoT>

이 문 호(정회원)



- 1984년 : 전남대학교 전기공학과 박사, 통신기술사
- 1985년~1986년 : 미국 미네소타 대학 전기과 포스트닥터
- 1990년 : 일본동경대학 정보통신공학과 박사
- 1970년~1980년 : 남양MBC 송신소장
- 1980년 10월~2010년 2월 : 전북대학교 전자공학부 교수
- 2007여름~2010여름, 2010겨울, 독일 하노버공대, 뮌헨공대, 아흔 공대, 카이슬러라우턴 공대 연구교수(독일 DFG초청)
- 2009년 4월~2013년 : WCU-2 연구책임교수
- 2015 국가연구개발 우수성과 100선
- 현재 : 전북대학교 전자공학부 초빙교수
<주관심분야 : 세계최초 Jacket행렬 발명, 뿌리찾는 무선이동통신>

※ 본 논문은 2017년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임
(No.2015R1A2A1A05000977)