

LS-DYNA를 이용한 비탈면에 설치된 가드레일 지주의 동적거동

Analysis of the Dynamic Behavior of Guardrail Posts in Sloping Ground using LS-DYNA

이동우 LEE, Dong Woo | 정회원 · 수형산업개발(주) 기술연구소 소장 (E-mail : city50@naver.com)
우광성 Woo, Kwang Sung | 정회원 · 영남대학교 교수 · 교신저자 (E-mail : kswoo@yu.ac.kr)

ABSTRACT

PURPOSES : This paper presents a finite element model to accurately represent the soil-post interaction of single guardrail posts in sloping ground. In this study, the maximum lateral resistance of a guardrail post has been investigated under static and dynamic loadings, with respect given to several parameters including post shape, embedment depth, ground inclination, and embedment location of the steel post.

METHODS : Because current analytical methods applied to horizontal ground, including Winkler's elastic spring model and the p-y curve method, cannot be directly applied to sloping ground, it is necessary to seek an alternative 3-D finite element model. For this purpose, a 3D FHWA soil model for road-base soils, as constructed using LS-DYNA, has been adopted to estimate the dynamic behavior of single guardrail posts using the pendulum drop test.

RESULTS : For a laterally loaded guardrail post near slopes under static and dynamic loadings, the maximum lateral resistance of a guardrail post has been found to be reduced by approximately 12% and 13% relative to the static analysis and pendulum testing, respectively, due to the effects of ground inclination.

CONCLUSIONS : It is expected that the proposed soil material model can be applied to guardrail systems installed near slopes.

Keywords

guardrail post, sloping ground, FHWA soil, LS-DYNA, lateral resistance, pendulum test, embedment location, embedment depth

Corresponding Author : Woo Kwang-Sung, Professor
Department of Civil Engineering, Yeungnam Univ., 280
Daehak-ro, Gyeongsan-si, 38541, Korea
Tel : +82.53.810.2593 Fax : +82.53.810.4622
E-mail : kswoo@yu.ac.kr

International Journal of Highway Engineering

http://www.ksre.or.kr/

ISSN 1738-7159 (print)

ISSN 2287-3678 (Online)

Received Sep. 07, 2016 Revised Dec. 21, 2016 Accepted Jan. 12, 2017

1. 서론

노측용 가드레일에 대한 수치해석적 연구에서 가장 어려운 부분은 지주와 지반의 상호작용(interaction)을 고려할 수 있는 해석모델이다. 다시 말하면, 평지부(horizontal ground)의 지반모델에 사용되었던 Winkler의 탄성스프링모델(Winkler, 1867)이나, 지반 깊이에 따라 지반지지력(p)에 대한 횡방향 변위(y)에 대한 비선형 곡선을 구하여 스프링계수를 찾아내는 p-y

곡선법(Matlock 1970; O'Neill 1983; Reese 1984)을 비탈면에 바로 적용할 수 없기 때문이다. 국내외를 막론하고 비탈면에 대한 지지력 시험을 통한 데이터가 많이 없기 때문에 실험결과로부터 스프링계수를 찾아내기가 어려운 실정이다. 또한, 지반은 크게 모래(sand), 점토(clay), 실트(silt), 자갈(gravel) 등 다양한 골재로 구성되어 있고, 배수(drained) 상태나 비배수(undrained) 상태에 따라 점착력과 마찰각이 달라지므로 흙의 역학적

계수(mechanical property)를 결정하기가 매우 어려운 재료이다. 그러므로 이를 해결하기 위해 본 연구에서는 Lewis(1997)가 미국연방도로청(FHWA; Federal Highway Administration)의 과제로 수행된 결과를 통해 제시한 지반모델을 적용하고자 한다. 이 모델은 미국 내 도로지반, 특히 가드레일 설치장소에서의 평균개념의 토질상수를 의미한다. 흙의 항복응력은 Mohr-Coulomb의 파괴포락선에 따르며, MAT 147로 *MAT_FHWA_SOIL 재료카드(Reid 2004)로 불린다.

본 연구에서는 Fig. 1과 같이 비탈면(sloping ground)에 설치된 가드레일시스템의 차량충돌시물레이션의 정확도를 높이기 위해 가드레일 시스템을 구성하는 주요부재인 지주(guardrail post)의 지반-지주 상호작용(soil-structure interaction)을 고려할 수 있는 수치해석 모델을 제시하고 비탈경사 시작점(BP; break point)으로 부터의 지주매입 위치와 지주매입 깊이에 따라 지반지지력의 변화를 평지부와 비교하여 분석하고자 한다. 이를 위해 펜듈럼시험(pendulum test)을 수치적으로 모사하였고 차량, 지주와 3차원 지반 등의 유한요소망 생성을 위해 CATIA 및 HyperMESH 프로그램이 사용되었으며, 동적비선형 해석을 위해 LS-DYNA 프로그램이 적용되었다.

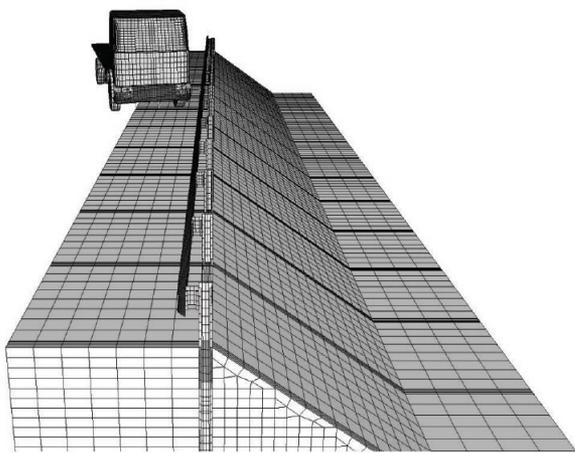


Fig. 1 FE Model of the Guardrail System in Sloping Ground

2. 지주-지반 상호작용 모델링

2.1. 일반

노측용 가드레일 지주(guardrail post)의 지주-지반 상호작용(post-soil interaction)을 본 연구에서 사용할 유한요소법 기반의 LS-DYNA 프로그램으로 분석하려면 크게 2가지 측면이 고려되어야 한다. 첫째는 흙

의 종류에 따른 역학적 특성과 흙의 파괴이론을 포함하는 토질역학 이론이다. 둘째는 이를 토대로 구축되는 지주와 지반의 모델링기법이다.

첫째, 토질역학이론에 대해 살펴본다. 노측용 가드레일 지주는 지반에 일정깊이(120~150cm) 이상 매입되어 차량에 의한 횡방향 충돌하중을 저항해야 하므로 지반의 극한지지력(ultimate passive resistance) 또는 지반반력계수(modulus of subgrade reaction)는 가드레일 지주의 거동과 밀접한 관계가 있다. 따라서, 지주에 대한 구조해석의 신뢰도를 높이기 위해서는 지반반력계수(수평스프링 상수)와 관련된 가드레일의 지주-지반 상호작용(post-soil interaction)에 관한 이해가 필요하다. 한편 흙의 종류도 Fig. 2와 같이 실트, 모래, 점토, 가는 모래, 약간 굵은 모래, 굵은 모래, 모래질 자갈, 자갈 등 매우 다양하다. 따라서 많은 흙의 토질특성에 따라 흙의 강도와 지반반력계수는 영향을 받는다. 즉, 밀도(density), 함수량(moisture content), 내부 마찰각(angle of internal friction), 점착력(cohesion) 등 여러 가지 변수가 존재한다. 이러한 이유로 가드레일 지주가 어떤 지반환경에서 매입될지 모르기 때문에 흙의 역학적 특성을 나타내는 지반상수의 결정은 매우 어려운 작업이 된다. 본 연구에서 사용할 LS-DYNA 971 Release 5.1.1 프로그램(LSTC, 2012)에서는 198개의 다양한 재료모델을 지원하고 있다. 이 연구에서 사용될 지반모델 카드는 Lewis(1997)가 미국연방도로청(FHWA; Federal Highway Administration)의 과제로 수행된 결과를 통해 제시한 지반모델로 미국내 도로지반, 특히 가드레일 설치장소에서의 평균개념의 토질상수를 의미한다. 흙의 항복응력은 Mohr-Coulomb의 파괴포락선에 따르며 MAT 147로 *MAT_FHWA_SOIL 재료카드로 불린다.

둘째, 지주-지반(post-soil) 모델링에 대한 검토가 수행되어야 한다. 이 경우 지반공학분야의 말뚝기초이론과 이에 따른 말뚝-지반(pile-soil) 모델을 적용할 수 밖에 없다. 말뚝의 수평거동은 수평재하시험, 극한평형법, 탄성지반 반력법, 탄성론적인 해석법 등이 있으나 본 연구에서는 유한요소 모델링에 주안점을 두고 있기 때문에 이와 관련된 지반모델링에 초점을 두고자 한다. 말뚝의 수평거동에 대한 연구들을 살펴보면 수평하중의 증가로 인하여 말뚝 주변의 흙이 지표면에서 항복하기 시작하여 소성영역이 순차적으로 말뚝선단 방향으로 확대되어 간다. 말뚝기초이론에서 적용되는 말뚝-지반 모델은 크게 3가지로 분류할 수 있으며, 본 연구에서 고려하는 지주-지반 모델에도 동일하게 적용할

수 있다. 즉, 아래의 3가지 지주-지반 모델링이 고려될 수 있다.

- (1) Winkler 탄성스프링 모델
- (2) $p-y$ 곡선법
- (3) 유한요소법(finite element method)

이 가운데 본 연구에서는 비탈사면을 고려하기 때문에 (1)과 (2)는 비탈경사를 고려한 지반반력계수 산정에 대한 실험 및 연구가 아직 진행중이므로 (3)을 채택하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행할 것이다. 유한요소법의 경우, 지반은 3차원 4절점 육면체요소(hexahedral element)와 6절점 삼각형 프리즘요소(triangular prism element)를, 지주는 4절점 셸요소(shell element)가 사용될 것이다.

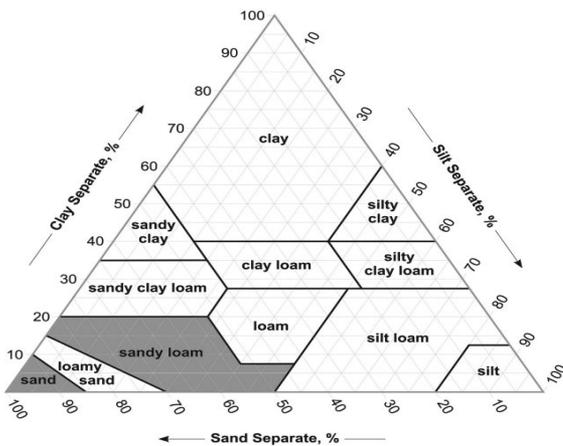


Fig. 2 Soil Classification with Composition of sand-silt-clay (Wright 2012)

2.2. FHWA Soil 지반모델

지반의 조건이 평지부(level ground)의 경우는 Winkler의 탄성스프링 모델이나 지반 깊이에 따라 스프링상수를 달리하는 비탄성 스프링모델인 $p-y$ 모델을 사용할 수 있다. 그러나 Fig. 3과 같이 비탈면을 갖는 성토부에 가드레일이 설치될 경우 적절한 지반의 수직반력계수 산정이 아직 연구단계이므로 3차원 지반모델을 사용한다. 위의 2가지 스프링모델의 입력자료는 흙의 탄성계수 E_s 와 포아슨비 μ 정도의 간단한 재료적 성질만을 요구한다. 그러나 이 과업에서 채택하고자 하는 3-D 지반재료모델(3-D soil material model)에는 12가지 흙의 상수값들이 요구된다. 즉, 흙의 초기상태에서의 밀도(density), 체적계수(bulk modulus), 전단탄성계수

(shear modulus), 흙의 다짐곡선(compaction curve) 그리고 항복면(yield surface) 등이다. 통상 자갈을 포함한 흙의 밀도는 $2100 \sim 2200 \text{kg/m}^3$ 이고, 포아슨비는 $0.15 \sim 0.35$, 그리고 탄성계수는 흙의 종류에 따라 넓은 범위를 보여준다. 이 과업에 사용된 3-D 지반재료모델의 재료 물성치는 해석 프로그램인 LS-DYNA의 *MAT_FHWA_SOIL 카드를 사용하였으며, 입력된 자료들은 Table 1과 같다. 체적계수 K 와 전단탄성계수 G 는 아래와 같은 식으로 구할 수 있다.

$$K = \frac{E_s}{3(1-2\mu)} \quad (1)$$

$$G = \frac{E_s}{3(1-2\mu)} \quad (2)$$

여기서, E_s , K , G 그리고 μ 는 흙의 탄성계수, 체적계수, 전단탄성계수 및 포아슨비를 나타낸다. 그 외에 실험적으로 정의되어야 하는 입력자료는 미국의 FHWA Soil의 값을 참고하였다. 참고로 미국의 FHWA Soil은 가드레일의 지주가 매입되는 지반의 흙(soil) 성분이 모래부터 점토 등 다양한 구성을 할 수 있다. 따라서, 미국연방도로청(FHWA; Federal Highway Administration)에서 여러 개소의 지반특성을 감안한 평균개념의 흙을 말한다. 흙의 재료적 특성은 Table 2와 같다. 지금 나타내고 있는 물성치를 제외한 나머지 부분의 재료의 물성치 값은 Evaluation of LS-DYNA Soil Material Model 147 보고서(Reid 2004)에서 제시된 Table 1의 기준 값을 사용하였으며, 흙의 탄성계수는 표준관입시험(SPT)을 통해 산정한 Yoshida의 SPT Test(1988)에 의해 Winkler 모델과 같이 $E_s = 6N = 18 \text{MPa} (N = 30)$ 을 사용하였다.

또한 체적계수와 전단탄성계수는 Eq. (1)과 Eq. (2)를 적용하여 구하였으며, Table 2에 기록되어 있다. 흙의 강도에 영향을 주는 PHIMAX과 PHIRES의 값은 참고 문헌을 통해 경험적으로 결정하였다. Table 2에서 보듯이 이 과업에서 사용된 흙의 종류는 Dense Sand(조밀한 모래)에 해당된다. 또한, 원형지주와 지반 사이의 경계면에서 사용되는 마찰계수 δ 는 강관말뚝과 지반과의 마찰각 ϕ 을 통상 20도로 추천하기 때문에 아래의 Eq. (3)으로 정의하였다.

$$\delta = \tan \phi \quad (3)$$

Table 1. Input Data for 3-D Soil Material Model

RO(kg/mm ³)	NPLOT	SPGRAV	RHOWAT(kg/mm ³)
2.35E-6	3	2.79	1.000E-6
VN	K(MPa)	G(MPa)	PHIRES
1.1	11.766	7.06	0.91
INTRMX	MCONT	ECCEN	COH(MPa)
10	0.034	0.7	6.2E-3

RO: Mass density(kg/mm³), NPLOT : Plotting options
 SPGRAV: Specific Gravity of Soil used to get porosity.
 RHOWAT: Density of water in model units(kg/mm³)
 - used to determine air void strain (saturation).
 VN: Viscoplasticity parameter (strain-rate enhanced strength).
 K: Bulk Modulus(MPa), G: Shear modulus(MPa).
 PHIRES: The minimum internal friction angle, radians
 (residual shear strength).
 INTRMX: Maximum number of plasticity iterations
 MCONT: Moisture Content of Soil
 ECCEN: Eccentricity parameter for third invariant effects.
 COH: Cohesion n Shear Strength at zero confinement (MPa).

Table 2. General Range of Mechanical Modulus according to Soil Type When $\mu = 0.25$

Soil type	Modulus of elasticity E(MPa)	Bulk modulus K(MPa)	Shear modulus G(MPa)
Loose sand	10.35-24.15	6.90-16.10	4.14-9.66
Medium dense sand	10.35-17.25	6.90-11.50	4.14-6.90
Dense sand	17.25-27.60	11.50-18.40	6.90-11.04
Silty sand	34.50-55.20	23.00-36.80	13.80-22.08
Sand and gravel	69.00-172.50	46.00-115.00	27.60-69.00

2.3. 지주모델

강재로 된 사각형 지주의 경우 SS400 구조용 강재를 기준으로 물성치를 입력하였다. 인장실험에 의한 SS400 강재의 응력-변형률 곡선은 Table 3과 같다. LS-DYNA에서 제공되는 *MAT_Piecewise_Linear_Plasticity 카드를 사용하며, 강재의 파단 시 유효소성변형률은 0.314가 사용된다.

Table 3. Input Data for SS400 Structural Steel

Mass density	Modulus of elasticity				Poisson's ratio		Yield stress
7.83 kg/mm ²	210 GPa				0.3		0.25 GPa
EPS1	EPS2	EPS3	EPS4	EPS5	EPS6	EPS7	EPS8
0.000	0.0221	0.0375	0.0571	0.114	0.176	0.209	0.314
ES1	ES2	ES3	ES4	ES5	ES6	ES7	ES8
0.25	0.327	0.371	0.402	0.464	0.507	0.525	0.770

■ EPS: Effective plastic strain values
 ■ ES: Effective plastic stress values

2.4. 유한요소 모델

이 연구에서는 정사각형 지주가 사용되었으며 제원은 크기 125mm×125mm, 두께 4mm를 대상으로 하였다. 지주의 매입 깊이는 150cm로 하였다. 지주는 강재가 사용되며 이에 대한 재료상수는 Table 3에 나타내었다. 국내설계기준인 도로안전시설 설치 및 관리 지침에 따르면 지주의 현장지지력 시험은 지면으로부터 650mm 높이에서 실시한다. 수평하중을 가했을 때 지주의 하중-변의 곡선으로부터 지주의 극한지지력(ultimate lateral load)을 산정하였으며, 이를 지반의 수평지지력(passive resistance)으로 간주하였다. 이와 같은 방법으로 평지 상태 및 비탈면(성토부)의 정적 비선형 해석을 통하여 지주의 극한내하력 분석을 통한 지주-지반 모델의 적정성을 평가해 보고자 한다. 지주의 극한내하력을 분석하기 위한 유한요소 모델을 Fig. 3과 Fig. 4에 나타내었다. 지주 내부에는 지반면(ground level)에서 지주의 급격한 꺾임 현상을 방지하기 위한 지주와 동일한 두께의 보조 지주가 삽입되었으며 지주와 겹침 길이(overlap length)는 500mm로 가정하였고 지주 매입깊이의 경우 1,500mm로 고정되었다. 지반과 지주의 상호 침투현상을 방지하기 위해 사용되는 CONTACT OPTION의 경우 지주의 뽐힘 현상이 발생할 수 있기 때문에 지반과 지주 사이에는 마찰계수가 0.5로 입력되었다.

한편, Fig. 5와 같이 동적거동을 분석하기 위해 840kgf (8.4kN) 중량의 펜들럼을 지반으로부터 2.8m위치에서 자유낙하 하였으며, 이 때 이론적 충돌속도는 $\sqrt{2gh} = 7.4m/s$ 정도로 계산된다. 펜들럼의 무게중심점에 가속도계를 위치시키고 충돌해석 결과 중 펜들럼의 최대가속도에 질량을 곱해 지주에 가해지는 최대충격력(maximum impact force)를 구할 수 있다. 이 값을 지주의 극한내하력(ultimate lateral force)으로 간주하였다.

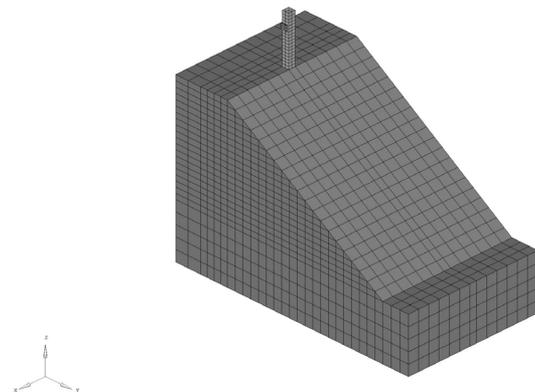


Fig. 3 Finite Element Model of Guardrail Post Embedded in Sloping Ground

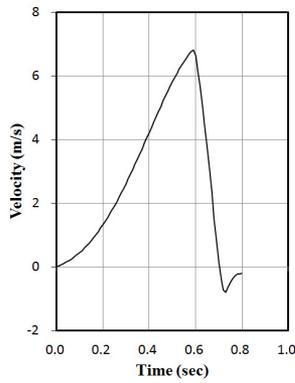


Fig. 7 Variation of Velocity during Impact for Horizontal Case

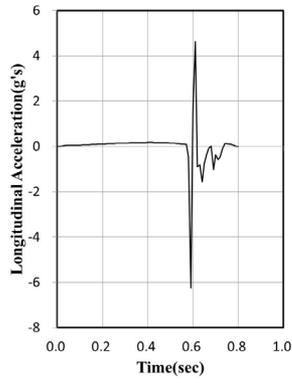


Fig. 8 Variation of Acceleration during Impact for Horizontal Case

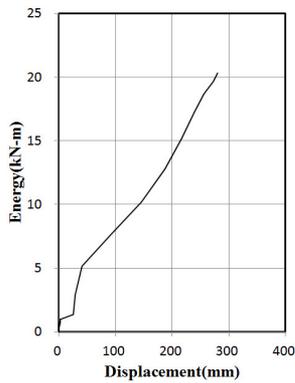


Fig. 9 Variation of Internal Energy during Impact for Horizontal Case

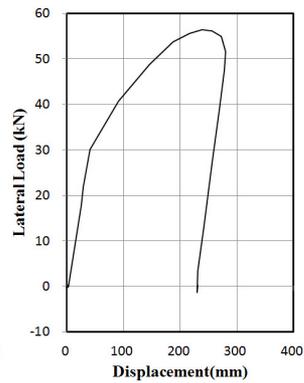


Fig. 10 Variation of Lateral Load during Impact for Horizontal Case

지에서 51.7kN, 비탈면의 경우 45.4kN으로 약 12%p의 극한내하력 감소율과 유사함을 보여주는 결과이다. 정적시험에 비해 동적시험의 경우가 극한내하력이 다소 높게 평가되는 것은 펜듈럼의 충격에 의한 변형률속도 (strain rate) 효과에 의한 것으로 예측된다. 통상 충격 (impact)을 받는 콘크리트 재료의 동탄성계수가 정탄성계수 보다 높게 측정되며, 동일한 구조물에도 충돌속도의 증가 또는 변형률속도가 증가함에 따라 구조물의 강성이 증가된다는 연구결과가 이를 뒷받침해주고 있다 (Kotelko 2010; Kandil 2014). 비탈면에 매입된 사각형 강재지주의 펜듈럼 낙하시험에 대한 속도, 종방향 가속도, 내부면형에너지 및 지주의 횡방향 지지력의 변화가 Fig. 12~15에 도시되었다.

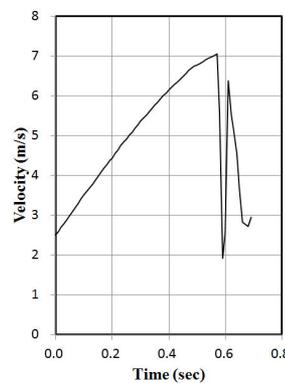


Fig. 12 Variation of Velocity during Impact for Sloping Case

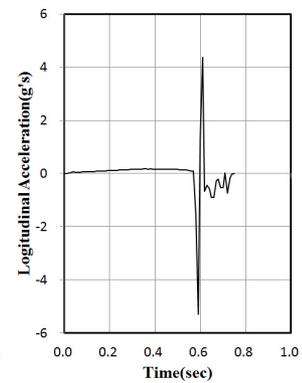


Fig. 13 Variation of Acceleration during Impact for Sloping Case

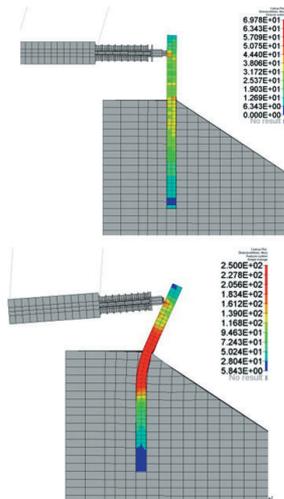


Fig. 11 von-Mises Stress Distribution for Sloping Ground Case by Pendulum Test

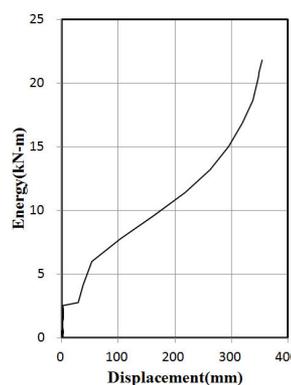
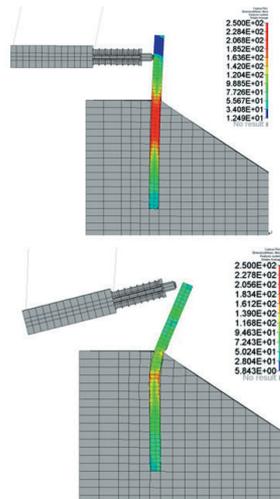


Fig. 14 Variation of Internal Energy during Impact for Sloping Case

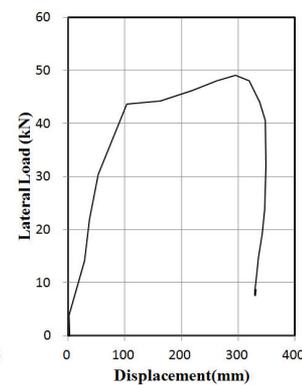


Fig. 15 Variation of Lateral Load during Impact for Sloping Case

Table 4에서 보듯이 평지의 경우 지주의 극한내하력 (최대충격력)은 56.5kN, 비탈면의 경우 49.1kN으로 약 13%p가 비탈면 영향으로 지주의 극한내하력 감소가 발생한 것으로 분석된다. 이 경향은 정적시험의 경우 평

또한, 지주의 매입위치와 매입깊이에 따라 지반지지력과 가속도의 변화를 Fig. 16~19에 나타냈다. FEM 해석을 통한 지주의 극한내하력의 변화는 매입깊이의 변화보다 매입위치에 따라 더욱 민감하게 나타났으며, 매입깊이가 얕아질수록, 매입위치가 경사시작점에 가까

위질수록 지지력이 낮게 나타났다. 가속도의 변화도 유사한 경향을 보이고 있다. Fig. 18과 Fig. 19에서 보는 바와 같이 극한내하력(최대충격력)은 지주의 매입깊이가 1,500mm일 때 매입위치를 지주의 직경 D보다 2배 이상 떨어진 위치(250mm)부터는 53.4kN으로 비탈경사의 영향이 없음을 알 수 있다. 이 결과는 평지 해석에서도 동일한 결과를 얻었다. 지주매입 깊이도 1,100mm 이상이면 매입깊이를 증가시켜도 큰 영향이 없음을 알 수 있으며, 이 또한 정적해석과 유사한 결과임을 알 수 있다.

Table 4. Comparison of Ultimate Lateral Force of Guardrail Post

Test		Ultimate lateral force (kN)	Reduction (%)
Static	level	51.7	12%
	sloping	45.3	
Dynamic	level	56.5	13%
	sloping	49.1	

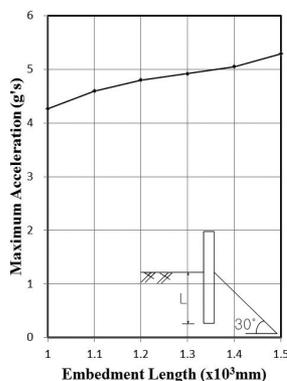


Fig. 16 Maximum Accerlation with Respect to Embedment Length of Post When s=0

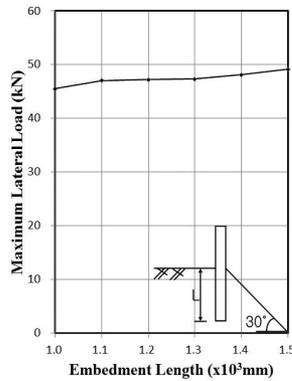


Fig. 17 Maximum Lateral Load of Post with Respect to Embedment Length When s=0

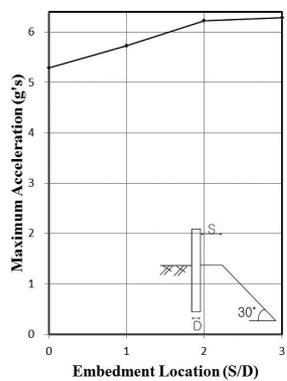


Fig. 18 Maximum Accerlation with Respect to Embedment Location of Post When L=1500mm

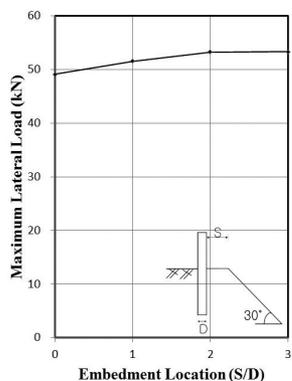


Fig. 19 Maximum Lateral Load of Post with Respect to Embedment Location When L=1500mm

4. 결론

비탈면에 설치된 가드레일 단일지주와 지반의 상호작용을 분석하기 위해 지반으로부터 2.8m 위치에서 840kgf(84kN)의 중량을 갖는 펜들럼 낙하시험(pendulum drop test)을 수행하였다. 정적시험과 동일한 정사각형 지주에 펜들럼으로 충격을 가했을 때 지주에 가해지는 최대 충격력(질량×펜들럼의 최대가속도)을 지주의 극한 내하력(ultimate lateral load)으로 간주하였다. 평지의 경우 56.5kN, 비탈면의 경우 49.1kN으로 계산된 바, 비탈면의 경우가 지주의 극한 내하력이 약 13%p 감소되는 것으로 분석되었다. 이 경향은 정적시험의 12%p와 유사함을 보여주는 결과이다. 특히, 펜들럼 낙하시험의 경우 지반면(ground level) 주위에서 소성영역(plastic zone)이 넓게 확산된 것으로 보아 흙의 전단파괴보다는 지주의 휨 파괴가 정적해석에 비해 보다 지배적(dominant)이라고 평가된다. 매입깊이와 매입위치에 대한 영향분석은 정적시험과 동일한 결과를 얻었다. 그러나, 국내에서 시행된 지주의 현장지지력 시험을 보면 통상 원형지주의 경우 30kN 내외의 값을 많이 보여주고 있다. 물론 사각형지주의 경우는 형상이 다르기 때문에 보다 높은 지지력을 줄 수 있지만, 지반의 흙의 종류를 조밀한 모래(dense sand)로 가정한 이유가 클 것으로 판단된다.

REFERENCES

- HYPERMESH 11.0 (2000) Altair Engineering, Troy, MI, USA.
- Kandil, K.S., Nemir, M.T., Ellobody, E.A., Shahin, R.I. (2014) Implicit and explicit analysis of the response of blast loaded reinforced concrete slabs. *World Journal of Engineering and Technology*, 2, 211-221.
- Kotelko, M. (2010) Influence of strain rate on crushing behaviour of thin-walled members. *Mechanics & Mechanical Engineering*, 14(2) 257-268, Technical University of Lodz, Poland.
- Kwon, Y.M. (2014) Soil-post interaction analysis of guardrail systems considering sloping ground, MS Thesis, Yeungnam University.
- Lewis, B.A. (1997) Manual for LS-DYNA soil material model 147: FHWA(Federal Highway Administration), pp.1-68.
- LS-DYNA 971 (2012) Livermore Software Technology Corporation(LSTC).
- Matlock, H. (1970) Correlation for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clays. *Proceeding of the 2nd Annual OTC(Offshore Technical Conference)* pp. 577-594, Dallas, Texas.
- MOLIT (2014) Standard and Guideline for Road Safety Structures-Road Restraint System for Bridge, Ministry of Land, Infrastructure and Transport of KOREA (MOLIT).

- O' Neill, M. and Murchison, J. (1983) An Evaluation of p-y relationships in sands, University of Houston, Texas.
- Reese, L.C. (1984) Handbook on design of piles and drilled shafts under internal loads. U.S. DOT, FHWA, Washington D.C.
- Reid, J.D. (2004) Evaluation of LS-DYNA Soil Material Model 147: FHWA (Federal Highway Administration) FHWA-HRT-04-094.
- Winkler, E. (1867) Theory of Elasticity and Strength, Dominicus Prague, Czechoslovakia.
- Yoshida, Y., Motonori, I. and Kokusho, T. (1998) Empirical formulas of SPT blow-counts for gravelly soils, Proceedings of the 1st International Symposium on Penetration Testing (ISOPT '98), pp.381-387.