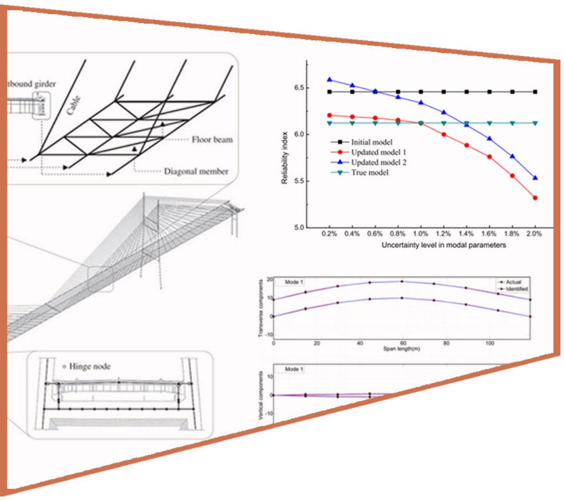

교량 유한요소 모델 업데이팅을 위한 최적화 방법

Optimization Methods for Finite Element Model Updating of Bridge Structures

1. 서론

운용 중인 교량 구조물은 시간이 지남에 따라 노후화 또는 극한 상황에 따른 피해 등으로 인해 부재의 열화를 겪는다. 각 부재의 탄성계수, 단면 넓이 등 구조 변수값은 설계도면상의 값과 달라지게 되며 그로 인해 교량의 구조적 성능은 지속적으로 변화한다. 경제 성장에 따른 인프라 구축시기에 건설되었던 교량의 연수가 증가함에 따라 교량 구조물의 안정성에 대한 관심이 높아지고 1990년대 중반 이후 많은 교량에 구조 건전도 모니터링 장치와 기술이 도입되면서 완공되어 공용중인 구조물의 안전성과 건전도를 판별할 수 있는 유한요소 모델의 개발 필요성이 증가하였다.

유한요소 모델 업데이팅 기술은 특히 기계항공 진동분야에서 Operational Modal Analysis(OMA) 기술과 함께 발전하여 왔다. 기계항공분야에서 개발된 모델 업데이팅 기술이 교량에 적용되기 시작하였으며, 2000년대 이후 많은 연구 결과가 축적되고 있는 실정이다.

교량 유한요소 모델 업데이팅 방법은 주어진 유한요소 모델이 계측에 의한 목표값과 같은 응답을 보이도록 업데이팅 하는 최적화 모델 정식화 및 알고리즘 등 업데이팅 방법론을 말한다.

이 기사의 목적은 현재까지 발표된 주요 저널의 교량분야의 유한요소 모델 업데이팅 관련 논문을 소개하고, 교량 유한요소 모델 업데이팅의 최신 기술수준을 파악하여 이후 개발할 유한요소 모델 업데이팅 기술 수준에 대한 기초적인 정보 기반을 공유하는 것이다.

2. 본론

유한요소 모델 업데이팅은 계측한 구조물의 동, 정적 응답과 유한요소 모델과의 오차를 최소화하는 유한요소 모델의 구조변수를 찾는 문제로 나타낼 수 있다. 이 문제는 모델과 계측 응답의 오차를 최소화하는 목적함수로 하고 유한요소 모델의 구조변수를 설계변수로 하는 최적화 문제로 정식화할 수 있다.

이 기사에서는 이들 방법을 결정론적 최적화 방법과 확률론적 최적화 방법으로 구분하여 수치적인 방법과 적용 사례를 소개하고자 한다.

김 도 빈
서울대학교 건설환경종합연구소 선임연구원

박 원 석
목포대학교 토목공학과 교수

2.1 결정론적 최적화 기반 방법

2.1.1 민감도법

모델 업데이팅 방법 중에서 가장 널리 사용되는 방법 중 하나는 민감도 기반 모델 업데이팅(sensitivity-based model updating) 방법이다. 좁은 의미의 민감도 기반 방법은 업데이팅 파라미터 선정이나 기타 최적화 과정에 있어서 고유진동수나 모드형상의 파라미터에 대한 편미분 값으로 표현되는 민감도를 사용하는 경우를 말한다.

유한요소 모델의 파라미터는 반복계산에 의해 구해지며, 민감도법의 기본적인 구상은 다음과 같이 표현된다.

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta\theta_k \tag{1}$$

k번째 반복계산에서 모델 파라미터의 증분 $\Delta\theta_k$는 다음과 같은 최적화 과정으로 구한다.

$$\min_{\Delta\theta_k} J(\Delta\theta_k, S_k, \ldots) \tag{2}$$

여기서 $S_k = \dfrac{\partial y}{\partial \theta_k}$로서 파라미터 변화에 대한 구조 응답의 변화율, 민감도 행렬(함수)이다. 민감도 행렬의 원소는 모델 응답에 대한 모델 파라미터의 변화율이다.

가장 널리 사용되는 전형적인 민감도법은 (Park, Park et al. 2015)의 논문에서 찾을 수 있다. 이 논문에서는 그림 1과 같이 서해대교에 대한 다중 업데이트 모델 생성을 제안하기 위해 다음과 같은 보편적인 민감도법이 사용되었다.

$$\min_{\Delta x} \alpha_e J_e + \alpha_m J_m + \alpha_p J_p \tag{3}$$

최적화 과정에서 각 반복계산 단계에서 업데이트할 파라미터의 증분 벡터를 Δx 라고 하면 업데이트는 매 반복 계산시 다음 목적함수를 최소화하는 최적화 문제를 풀어서 진행된다.

$$J_e = (S_e \Delta x - \Delta\lambda)^T W_e (S_e \Delta x - \Delta\lambda) \tag{4}$$

$$J_m = (S_m \Delta x - \Delta\mu)^T W_m (S_m \Delta x - \Delta\mu) \tag{5}$$

$$J_p = \Delta x^T W_p \Delta x \tag{6}$$

위 식에서 J_e, J_m은 각각 고유 진동수와 모드 형상에 대한 목적함수이고, J_p는 각 반복계산 단계에서 파라미터의

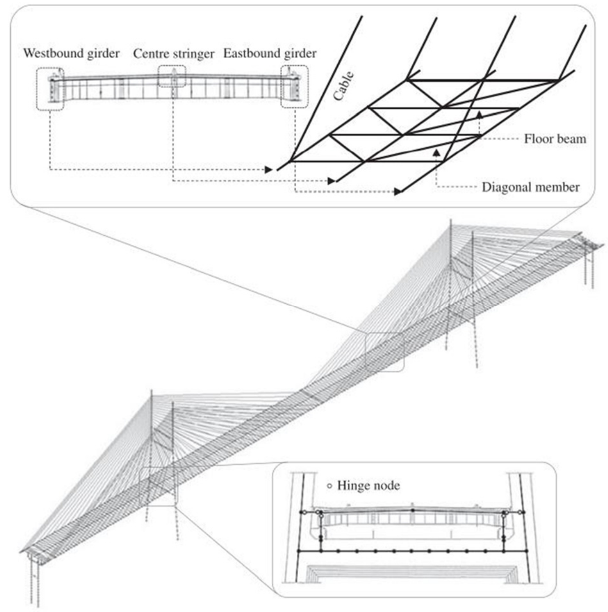

그림 1 Finite element model of Seohae Grand Bridge (Park, Park et al. 2015)

증분이 지나치게 커지는 것을 방지하기 위한 일종의 정규화(regularization) 항이라 할 수 있다.

2.1.2 직접 최적화법

오차함수를 구성할 때 민감도를 포함하지 않고, 파라미터 자체를 설계변수로 하는 최적화 문제 정식화 방법을 직접 최적화법으로 분류하였다. 직접 최적화 법은 직관적인 다양한 오차함수를 구성할 수 있으며, 민감도 계산이 불필요한 최적화 기법을 적용할 수도 있어 계산 효율을 높일 수 있는 장점이 있다. 반면, 해의 수렴을 위한 수치적 안정화 및 파라미터 선정을 위한 별도의 민감도 해석이 반드시 필요하다.

직접 최적화법의 기본적인 구성은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\min_{\theta} J(e(\theta), \ldots) \tag{7}$$

여기서, $e(\theta)$는 계측에 의한 구조물 응답과 유한요소 모델의 응답과의 차이를 나타내는 오차함수 이다. 주로 고유진동수, 모드 형상과 같은 동적 응답을 사용하는 것이 가장 일반적이다. 교량 연구에서는 동적 응답뿐만이 아니라 정적 응답도 매우 중요하기 때문에 정적 변위나 변형률 등을 포함한 오차함수가 다양하게 사용되고 있다.

일반적으로 모드 형상은 교량의 강성-변형 분포를 나타내므로 계측 모드 형상에 맞추어 업데이트 된 유한요소 모델은 정적 응답에서도 실제와 유사한 값을 낼 것으로 기대할 수 있다. 그러나 교량의 모드 형상은 계측 오차, 추출 방법, 구조물 크기에 비해 제한된 센서의 개수 등으로 인해 얻기가 어려우며, 얻어진 모드 형상에 대한 신뢰도를 확보하기 어렵다.

Zhu 등은 홍콩의 중앙경간 1018m 사장교인 stonecutter Bridge 의 고유진동수만을 고려하여 업데이트 한 결과 정적 응답에 직접적인 영향을 끼치는 강성-변형 관계가 반영되지 않아 업데이트 된 모델로부터 평가된 상세부의 응력 응답이 업데이트 전후에 있어서 거의 변화가 없었다. 이러한 단점의 대한 대안으로 동 저자들이 변위-변형률 영향선 응답을 이용한 방법이 개발되었다(Xiao, Xu et al. 2015). 영향선은 모드 형상에 비하여 현장에서 계측이 용이한 장점이 있으며, 정적하중에 의한 변형관계가 잘 나타난다. 또한, 영향선 응답은 이동 하중에 의한 한 절점의 응답을 나타내므로 유연도 행렬을 구성하는 벡터 정보를 의미한다. 이 연구에서는 계측한 변위 및 변형률 영향선과 유한요소 모델로부터 구한 영향선 정보의 차이를 포함한 모델 업데이트 목적함수를 제안하였다.

$$J=\beta_1\sum(\gamma_{Fi})^2+\beta_2\sum(\gamma_{Di})^2+\beta_1\sum(\gamma_{Si})^2 \tag{8}$$

여기서 $\gamma_{Fi}=1-\dfrac{\omega_{ai}}{\omega_{ti}}$ 로서 유한요소 모델과 계측 진동수간의 오차를 나타내고 $\gamma_{Di}=a_0DAC_i+b_0DNO_i^2$은 변위 영향선의 모델값과 실측값의 오차를 표현한다. I번째 변위 영향선의 모델값 Y_{Ai}와 실측값 Y_{Ti}이 얼마나 가까운지를 표현하는 DAC 값은 Modal Assurance Criteria(MAC)과 비슷한 개념으로 다음과 같이 제안되었다.

$$DAC_i=1-\frac{(Y_{Ai}Y_{Ti})^2}{Y_{Ai}Y_{Ai}^T\cdot Y_{Ti}Y_{Ti}^T} \tag{9}$$

DNO_i 값은 최대 변위의 차이를 나타내는 것으로 다음과 같이 정의되었다.

$$DNO_i=1-\frac{Y_{Ai,\max}}{Y_{Ti,\max}} \tag{10}$$

변형률 영향선의 오차에 대한 목적함수 항 γ_{Si}도 동일한 방식으로 정의되었다.

위 식의 목적함수는 최적화 과정에서 최소화 되도록 하는 유한요소 모델 업데이트 파라미터를 찾게 된다. 이 연구에서는 6개의 모드 진동수와, 8개의 변위 영향선, 9개의 응력(변형률) 영향선이 모델 업데이트에 사용되었다. 업데이트 파라미터는 민감도 분석을 통해 13개로 결정되었다. 업데이트 결과 그림 2 보여지는 것과 같이 변위 응답 및 응력(변형률) 응답이 계측치와 유사하게 나타난 것을 확인하였다.

2.1.3 진동수 응답 함수의 사용

Esfandiari 등은 실험적으로 구한 진동수 응답 함수(frequency response function, FRF)와 유한요소 모델 업데이트를 통해 콘크리트 보의 손상을 진단하였다(Esfandiari, Rahai et al. 2016). 실험적으로 구한 FRF는 커브피팅과 같은 수치적 보간 과정을 거치지 않으므로 실제 구조 거동과 모델사이의 오차를 줄일 수 있고, 넓은 진동수영역을 포함하므로 제공하는 정보량이 상대적으로 많은 장점이 있다. 또한 손상에 대한 변화의 민감도에 있어서도 진동수나 모드형상에 비해 FRF의 변화가 더 민감한 것으로 알려져 있다. 이 논문에서 제안한 방법을 간략하게 소개하면 다음과 같다.

손상에 의해 생긴 구조물 강성의 변화 δk에 의한 구조물 응답의 변화 δX는 진동수 영역에서 다음과 같이 민감도 행렬 S^S를 이용하여 나타낼 수 있다.

$$\delta X(\omega)=S^S\delta k \tag{11}$$

손상된 구조물에 대한 진동수 응답 $\delta X(\omega)$을 실험적으로 구하고 민감도 행렬 S^S를 다음과 같이 구하면, 위 식으로부터 업데이트할 구조물 강성 파라미터 δk를 결정할 수 있다. 민감도 행렬의 (k,r) 요소는 다음과 같이 주어진다.

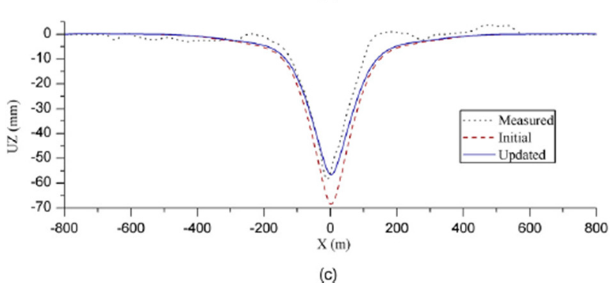

그림 2 Updated result of stress effect line(Xiao, Xu et al. 2015)

$$S^S_{(k,r)} = -H_{dk}(\omega) K_r X(\omega) \tag{12}$$

여기서 K_r은 r번째 요소 강성 행렬, $X(\omega)$는 해석적으로 구한 구조물 변위 진동수응답, $-H_{dk}(\omega)$는 손상된 구조물의 진동수 응답 함수 행렬에서 k번째 행 벡터이다.

교량과 같은 대규모의 구조물에서는 전 진동수 영역에 대한 충분한 가진 시험이 사실상 어렵고, 상시 진동(ambient vibration)을 사용하더라도 직접 진동수 응답 함수를 구하는 것이 쉽지 않을 것으로 판단된다. 따라서 이 방법을 전체 구조에 직접 적용하기는 어렵겠지만 특정 부재에 대한 국부적인 손상 식별에는 적용할 수 있을 것으로 보인다.

진동수 응답함수를 사용하여 유한요소 모델을 업데이트하는 방법은 Garcia-Palencia 등의 연구에서도 소개되었다(Garcia-Palencia, Santini-Bell et al. 2015). 이 연구에서는 Receptance FRF 기반 에러함수를 구성하고, 이를 최소화하는 파라미터를 구하였다. 이 연구에서 제안한 FRF 기반 에러함수는 다음과 같다.

동적 강성행렬 $D=K-\omega^2M+j\omega C$를 계측 자유도와 비계측 자유도에 대하여 부분 구획한 부 행렬을 각각 $D_{aa}, D_{ab}, D_{ba}, D_{bb}$라고 하면 FRF 기반 에러 함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$e_{FRF}(p,\omega) = \begin{bmatrix} (D_{aa} - D_{ab}D_{bb}^{-1}D_{ba})q_a \\ -(F_a - D_{ab}D_{bb}^{-1}F_b) \end{bmatrix}_\omega \tag{13}$$

이 연구에서는 강성과 질량을 먼저 업데이트하고 다음에 감쇠를 업데이트하는 2 step 방법을 사용하였다. 최적화 과정에는 일반적인 비선형 최적화 방법들이 적용되었고 3경간의 강합성 거더 교량인 미국 메사추세츠주의 Powder Mill Bridge에 대하여 제안한 방법을 적용하였다. 계측값과 유한요소 해석값의 차이를 측정하기 위한 값으로 frequency domain assurance criterion(FDAC)을 사용하였다. 이 값은 진동수 영역에서의 MAC과 유사한 개념으로 생각할 수 있다. 해석 및 계측 진동수 응답 q_p, q_a 사이의 FDAC은 다음과 같이 정의된다.

$$FDAC(\omega_p, \omega_e)_I = \frac{|q_p(\omega_p)^{*T} q_a(\omega_e)|}{|q_p(\omega_p)^{*T} q_p(\omega_p)| \cdot |q_a(\omega_e)^{*T} q_a(\omega_e)|} \tag{14}$$

2.2 확률론적 최적화 기법

유한요소 모델 업데이팅은 계측 데이터와 가장 적합한 유한요소 모델을 찾는 것이지만 계측 데이터 자체의 불확실성, 유한요소 모델의 정밀도 한계 등으로 인해 실제 구조물을 정확히 표현하는 모델을 찾는 것이 매우 어렵다. 이러한 불확실성은 일반적인 최적화 방법에 의해 계측 데이터와 가장 근접한 모델을 찾았다고 하더라도 그것이 실제 구조물을 가장 잘 표현한다는 보장을 할 수 없도록 만드는 요인이 된다. 따라서 불확실성을 확률변수로 나타내고 그를 통해서 가장 최적의 확률적 유한요소 모델을 찾아내고자 하는 접근법이 개발되어 왔다. 이 절에서는 최근의 교량 유한요소 모델 업데이팅 논문 중에서 확률론적 방법을 적용한 연구들을 간략하게 정리한다.

2.2.1 확률 유한요소법

Hua 등은 일반적인 계측 데이터 불확실성을 고려하여 확률 유한요소 모델 업데이팅을 수행하고, 업데이팅된 모델 자체의 품질(quality)을 평가하여 불확실성이 모델 품질에 끼치는 영향을 파악하고자 하였다(Hua et al. 2017). 모델의 품질을 평가하기 위한 기준으로서 신뢰성 지수를 도입하여 분석하였다. 즉, 업데이팅된 유한요소 모델의 신뢰성 지수가 실제의 구조물의 신뢰성 지수와 얼마나 차이를 보일 수 있을 것인가를 살펴보고자 하였다.

계측된 모드 데이터 z_i에 가우시안(Gaussian) 확률 변수 Y_i를 추가하여 불확실성을 도입한다. 제시한 방법을 요약하면 다음과 같다.

$$z_i = z_i + Y_i \tag{15}$$

이를 기반으로 일반적인 민감도 기반 모델 업데이팅 알고리즘을 정식화하면 최종적으로 업데이트 파라미터 θ의 평균과 표준편차를 구할 수 있다.

$$\bar{\theta}^{(k+1)} = \bar{\theta}^{(k)} + \Delta\bar{\theta}^{(k)} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} &Var(\theta^{k+1}), \theta^{(k+1)}) \\ &= [\frac{\partial\theta^{(k)}}{\partial Y}] \sum{}_Y [\frac{\partial\theta^{(k)}}{\partial Y}]^T + [\frac{\partial\theta^{(k)}}{\partial Y}] \sum{}_Y [\frac{\partial\Delta\theta^{(k)}}{\partial Y}]^T \\ &+ [\frac{\partial\Delta\theta^{(k)}}{\partial Y}] \sum{}_Y [\frac{\partial\theta^{(k)}}{\partial Y}]^T + [\frac{\partial\Delta\theta^{(k)}}{\partial Y}] \sum{}_Y [\frac{\partial\Delta\theta^{(k)}}{\partial Y}]^T \end{aligned} \tag{17}$$

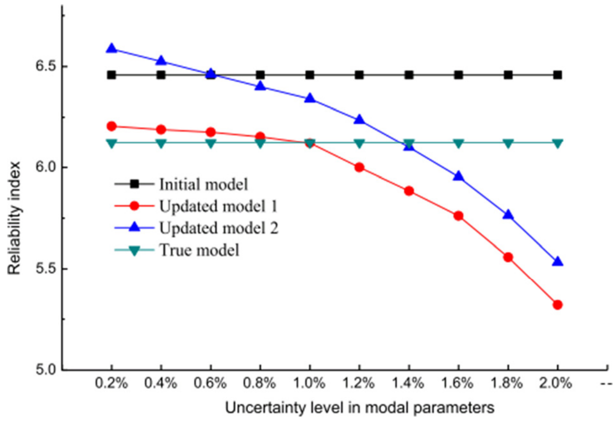

그림 3 Variation of reliability index with different uncertainty magnitude in modal dataHua, (Hua, Wen et al. 2017)

모드 계측 데이터의 불확실성에 기인하여 업데이트된 유한요소 모델 파라미터도 확률분포를 가지게 된다. 즉, 업데이트 된 유한요소 모델 자체가 확률분포를 따르는 불확실한 모델이 된다. 이러한 유한요소 모델에 대하여 확률변수로 표현되는 하중이 작용할 때 한계상태식에 대한 신뢰성해석을 수행하여 모델 불확실성에 따라 결과적으로 신뢰도지수가 어떻게 변하는지 분석한다.

이 연구에서는 가상의 2 차원 트러스교에 대하여 이론적인 분석을 수행하였다. 실제로는 참(true) 모델을 알 수 없지만, 이 연구에서는 가상의 구조물에 대하여 참 값을 가정하고 결과를 그림 3과 같이 비교하여 분석하였다.

그림 3에서 update model 1은 일반 확률 유한요소 모형이고, update model 2 는 update model 1의 파라미터들에 대하여 prior를 가정하고 베이지안 업데이트를 수행한 확률 유한요소 모형이다. 이 결과로부터 다음과 같은 결론을 도출하였다. 모델 업데이팅은 계측데이터의 불확실성이 상대적으로 작은 경우 실제 구조물의 신뢰도와 가까운 신뢰도지수를 제공할 수 있다. 그러나 계측데이터의 불확실성이 커질수록 실구조물의 신뢰도지수와 업데이트된 모델의 신뢰도지수는 큰 차이가 나며 결과적으로 업데이트된 모델의 품질을 보장할 수 없게 된다.

이 연구의 결론에서 지적하는 바와 같이 실제로는 실 구조물의 참 신뢰도지수를 알 수 없으므로 이 결과가 의미하는 것은 계측데이터 자체의 품질이 매우 중요하다는 것을 정량적으로 보여준 것이라고 할 수 있다.

2.2.2 베이지안 접근법

유한요소 모델 업데이트 문제는 기본적으로 주어진 응답을 낼 수 있는 파라미터를 결정해야 하는 문제이므로 일반적인 역해석 문제에 해당한다. 이는 모델의 응답과 주어진 계측 응답의 오차를 최소화하는 모델 파라미터를 구하는 최적화과정으로 표현되는데, 이 문제는 역해석 문제의 일반적 어려움인 해의 유일성이 보장되지 않는 점, 불량 조건(ill-conditioned) 문제, 최적화시 계산량 증가에 따른 스케일 문제등을 모두 가지고 있는 문제라고 할 수 있다. 또한 계측오차나 모델링에러 등 유한요소 모델 업데이트문제가 가지고 있는 본질적인 불확실성문제는 이 역해석 문제를 더욱 복잡하게 만드는 요소이다. 최근에 주목받기 시작한 베이지안 접근법은 확률론적 역해석문제를 최적화 과정 없이 간단한 방법으로 직접적으로 풀어냄으로서 이 분야의 새로운 해결책으로 연구되고 있다.

확률론적 모델 업데이트를 위한 베이지안 접근법(Bayesian approach)에서는 유한요소 모델 파라미터의 확률분포를 주어진 계측자료에 근거해 추정한다. 즉, 유한요소 모델 파라미터의 prior 분포를 계측데이터를 이용하여 업데이트하여 post 분포를 얻어낸다. 이렇게 얻어진 파라미터의 분포는 업데이트 파라미터의 대푯값을 정하는데 이용하여 하나의 대표 업데이트 모델을 사용하는데 이용할 수도 있고, 업데이트 파라미터의 분포가 적용된 유한요소 모델의 다른 응답의 분포를 알아내는 데에도 이용할 수 있다. 유한요소 모델의 관심 있는 임의의 응답을 q라고 하면 그 응답의 평균 및 표전편차는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mu_q = \int f(\theta)p(\theta|D,M)d\theta \tag{18}$$

$$\sigma_q^2 = \int (f(\theta)-\mu_p)^2 p(\theta|D,M)d\theta \tag{19}$$

여기서 D,M 은 각각 계측 데이터 및 유한요소 모델을 나타내며 $f(\theta)$는 모델 파라미터 θ와 관심 있는 응답 q와의 관계, 즉 유한요소해석 모델에 의한 관계식을 나타낸다. $p(\theta|D,M)$은 파라미터 θ의 post PDF 이다. 마르코프 체인 몬테 카를로 (Markov Chain Monte Carlo, MCMC) 방법과 같은 효과적인 샘플링 방법을 사용하여 이 분포로 부터 파라미터의 샘플을 얻고, 그 샘플로부터 유한요소해석에 의해 응답 q를 얻어서 이로부터 그 응답의 평균과 표준편차를 구할 수 있다.

그러나 이러한 베이지안 접근법 역시 복잡한 유한요소 해석 모델을 포함하는 경우에는 일반적으로 사용되는 마르코프 체인 몬테 카를로 (Markov Chain Monte Carlo, MCMC) 시뮬레이션에 많은 해석 시간이 요구되므로 이에 대한 해

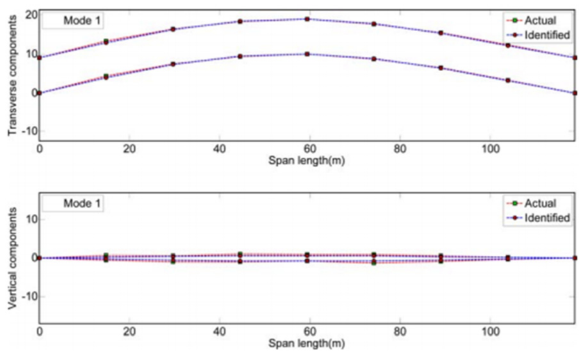

그림 4 Comparison of actual mode shapes and the identified system mode shapes for mode 1. (Mustafa, Debnath et al. 2015)

결책이 필요하다. Wan과 Ren은 MCMC 를 위한 새로운 알고리즘으로 adaptive Metropolis(AM) 알고리즘과 delayed rejection(DR) 방법을 혼합한 DRAM 알고리즘을 유한요소 모델 업데이팅 시 적용하였다(Wan and Ren 2016). 이 알고리즘은 전통적인 MCMC 알고리즘인 Gibbs 샘플링과 Metropolis-Hastings(HS) 방법의 단점을 보완할 수 있는 것으로 알려져 있다.

불완전하게 측정된 모드데이터를 사용하여 구조모델을 업데이트하는 베이지안 확률 방법론이 제시되었다(Mustafa, Debnath et al. 2015). 이 연구에서는 인디아의 Saraighat Bridge 라는 도로 철도 병용 트러스교량의 손상진단을 위해 베이지안 방법론을 적용하고 모드형상을 그림 4와 같이 비교분석하였다.

3. 결론

본 연구에서는 최신 출판된 주요 조널의 유한요소 모델 업데이팅 관련 논문에 소개되거나 적용된 주요 기술과 사례를 소개하였다. 주로 사용되는 모델 업데이팅 방법은 오차 함수를 최소화 하는 최적화 문제를 구성하여 푸는 방법이었다. 최적화 문제를 구성하여 풀 때 다양한 수치적 방법이 있으며 오차 함수를 정의 내릴 때도 각 연구마다 다른 수치적 접근이 있었다.

또한 계측 값과 모델의 해석값의 차이를 나타내는 오차 함수의 구성에 있어서 실제 교량 성능평가를 위한 정적 해석을 위해서 변위 및 변형률과 같은 정적 응답을 고려한 유한요소 모델 업데이팅 연구의 발전이 주목된다. 내하력 평가 등 교량의 현 상태에 대한 성능평가를 위해서 유한요소 모델을 사용할 경우 동적 응답 보다는 정적 응답 거동에 대한 재현력이 요구됨으로 이를 고려한 업데이트 기술 개발이 계속 요구된다. 또한 동적 정보에 기반하여 업데이트한 모델이 정적 강성 분포를 실제와 가깝도록 업데이트 되고 있는지에 대한 평가나 판단 방법이 미비한 실정이다.

계측 오차 등 다양한 불확실성을 고려한 확률론에 기반한 모델 업데이트 방법의 개발 및 적용이 두드러졌다. 이러한 방법들은 역해석 문제의 근본적인 문제인 ill-posedness 및 해의 유일성 문제 등을 피해갈 수 있음으로 앞으로의 기술발전이 기대되는 분야이고, 집중적으로 연구할 필요가 있다.

Reference

1. Esfandiari, A., et al., (2016) Model Updating of a Concrete Beam with Extensive Distributed Damage Using Experimental Frequency Response Function. Journal of Bridge Engineering, 21(4).
2. Garcia-Palencia, A.J., et al., (2015) Structural model updating of an in-service bridge using dynamic data. Structural Control & Health Monitoring, 22(10): p. 1265-1281.
3. Hua, X.G., et al., (2017) Assessment of stochastically updated finite element models using reliability indicator. Mechanical Systems and Signal Processing, 82: p. 217-229.
4. Mustafa, S., N. Debnath, and A. Dutta,(2015) Bayesian probabilistic approach for model updating and damage detection for a large truss bridge. International Journal of Steel Structures, 15(2): p. 473-485.
5. Park, W., J. Park, and H.K. Kim, (2015) Candidate model construction of a cable-stayed bridge using parameterised sensitivity-based finite element model updating. Structure and Infrastructure Engineering, 11(9): p. 1163-1177.
6. Wan, H.P. and W.X. Ren, (2016) Stochastic model updating utilizing Bayesian approach and Gaussian process model. Mechanical Systems and Signal Processing. 70-71: p. 245-268.
7. Xiao, X., Y.L. Xu, and Q. Zhu, (2015) Multiscale Modeling and Model Updating of a Cable-Stayed Bridge. II: Model Updating Using Modal Frequencies and Influence Lines. Journal of Bridge Engineering, 20(10).